Ejemplo aplicado: Condensación y calentamiento transitorio en un pouch agroindustrial

Contexto del problema

En una planta de alimentos, un **pouch vertical** (bolsa plana tipo retorta) con **puré de tomate** se esteriliza en un autoclave con **vapor saturado a** 121 °C.

La bolsa puede modelarse como una **placa plana** de espesor total $2L = 30 \,\mathrm{mm}$ (mitad $L = 15 \,\mathrm{mm}$), grande en extensión (efectos de borde despreciables).

El vapor condensa por película sobre la superficie externa del pouch, generando un coeficiente de convección h que se estima con la correlación de **Nusselt** para condensación laminar en superficie vertical.

Datos de diseño

• Condiciones térmicas:

$$T_{\text{sat}} = 121 \,^{\circ}\text{C}, \quad T_i = 25 \,^{\circ}\text{C}$$

Se desea determinar el tiempo para que la **temperatura en el centro** alcance $T_c = 100$ °C.

- Geometría: Altura característica para condensación $L_{\text{cond}} = 0.25 \,\text{m}$; espesor del alimento $2L = 0.03 \,\text{m}$.
- Propiedades del condensado (agua) a temperatura de película $\approx (T_{\rm sat} + T_s)/2$ con $T_s \approx 100\,^{\circ}{\rm C}$:

$$\rho_{\ell} = 958 \,\mathrm{kg/m^3}, \quad \rho_v \approx 1 \,\mathrm{kg/m^3}, \quad k_{\ell} = 0.68 \,\mathrm{W/(m \cdot K)}, \quad \mu_{\ell} = 2.8 \times 10^{-4} \,\mathrm{Pa \cdot s}$$

 $h_{fg} = 2.2 \times 10^6 \,\mathrm{J/kg}, \quad g = 9.81 \,\mathrm{m/s^2}, \quad \Delta T = T_{\mathrm{sat}} - T_s = 21 \,\mathrm{K}$

• Propiedades térmicas del alimento (puré tipo agua espesa):

$$k_s = 0.60 \,\mathrm{W/(m \cdot K)}, \quad \rho_s = 1050 \,\mathrm{kg/m^3}, \quad c_p = 4000 \,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

$$\alpha = \frac{k_s}{\rho_s c_p} = 1.43 \times 10^{-7} \,\mathrm{m^2/s}$$

Parte 1. Cálculo del coeficiente de convección h

Para condensación laminar sobre superficie vertical, Nusselt propone:

$$h = 0.943 \left[\frac{\rho_{\ell}(\rho_{\ell} - \rho_{v})g \, h_{fg} \, k_{\ell}^{3}}{\mu_{\ell} L_{\text{cond}}(T_{\text{sat}} - T_{s})} \right]^{1/4}$$

Sustituyendo los datos:

$$h = 0.943 \left[\frac{958(958 - 1) 9.81 (2.2 \times 10^{6})(0.68)^{3}}{(2.8 \times 10^{-4})(0.25)(21)} \right]^{1/4}$$
$$h = 7.6 \times 10^{3} \text{ W/(m}^{2} \cdot \text{K)}$$

Parte 2. Número de Biot del alimento

Bi =
$$\frac{hL}{k_s} = \frac{(7.6 \times 10^3)(0.015)}{0.60} = \boxed{1.9 \times 10^2}$$

Como Bi $\gg 1$, la superficie del alimento puede considerarse prácticamente a $T_{\rm sat}$.

Parte 3. Calentamiento transitorio con la aproximación de Heisler (1 término)

La ecuación de Heisler (un solo término) para el centro de una placa con superficie a temperatura constante es:

$$\frac{T_{\text{sat}} - T(0, t)}{T_{\text{sat}} - T_i} = \frac{4}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2 \alpha t}{4L^2}\right)$$

El cociente de exceso de temperatura:

$$R = \frac{T_{\text{sat}} - T_c}{T_{\text{sat}} - T_i} = \frac{121 - 100}{121 - 25} = \frac{21}{96} = 0.21875$$

Despejando el tiempo:

$$t = -\frac{4L^2}{\pi^2 \alpha} \ln \left(\frac{R\pi}{4} \right)$$

Sustituyendo $L = 0.015 \text{ m y } \alpha = 1.43 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$:

$$t = -\frac{4(0.015)^2}{\pi^2(1.43 \times 10^{-7})} \ln\left(\frac{0.21875\pi}{4}\right)$$
$$t = 1.12 \times 10^3 \text{ s} \approx 18.7 \text{ min}$$

Verificación del número de Fourier:

Fo =
$$\frac{\alpha t}{L^2}$$
 = 0.714 \geq 0.2 \Rightarrow válido para un término.

Conclusiones y observaciones

- El coeficiente de condensación es elevado ($h \approx 7.6 \text{ kW/m}^2\text{K}$), lo que justifica la hipótesis de superficie casi isoterma.
- La transferencia de calor interna del alimento es controlada por la conducción transitoria.
- El tiempo estimado de esterilización térmica (para alcanzar el centro a 100 °C) es de aproximadamente 19 minutos.

Extensiones sugeridas

- 1. Evaluar la sensibilidad al espesor del pouch (2L = 20 o 40 mm).
- 2. Incluir la resistencia térmica del material del envase.
- 3. Repetir el análisis suponiendo calentamiento por ebullición (usando la correlación de Rohsenow).