FEAUSP

PARTE 3

Profª. Drª. Alessandra de Ávila Montini

Distribuições Contínuas

Conteúdo

Principais Distribuições de Probabilidade para Variáveis Quantitativas Contínuas:

Exponencial

Normal

T de Student

Qui-quadrado

F

Distribuição Exponencial

A Distribuição Exponencial é muito utilizada em problemas em que o objetivo é estudar o intervalo de tempo necessário para a realização de uma determinada tarefa.

A Distribuição Exponencial é muito utilizada em problemas em que o objetivo é estudar o intervalo de tempo necessário para a realização de uma tarefa.

Exemplo

<u>Tempo necessário</u> para a realização de uma cirurgia.

Exemplo

<u>Tempo necessário</u> para passar por um pedágio em um feriado.

Exemplo

Durabilidade de uma lâmpada (em minutos).

Exemplo

Tempo necessário para montar um automóvel.

Exemplo

Duração do atendimento prestado por um atendente de uma Central de Atendimento Telefônico.

Distribuição Exponencial

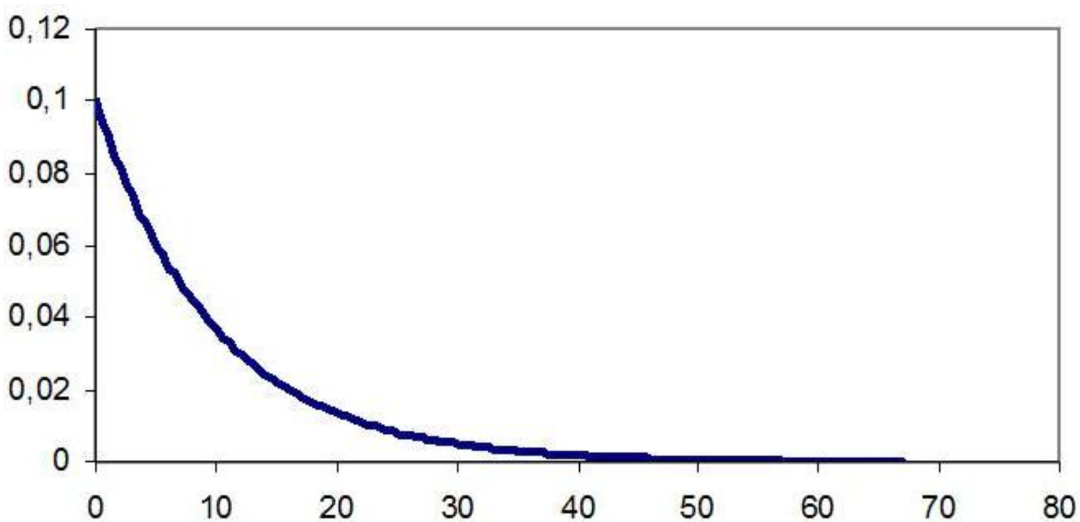
Considere como a variável aleatória de interesse, **X**, <u>a duração do atendimento prestado por um atendente de uma determinada Central de Atendimento Telefônico</u>.

De experiências passadas sabe-se que, em média, o tempo de atendimento é de <u>12 minutos</u> ($\lambda = 12$).

Distribuição Exponencial

O tempo de atendimento é uma variável aleatória contínua.

A distribuição do tempo de atendimento pode ser aproximada pela Distribuição Exponencial.



O Gráfico representa uma Distribuição Exponencial com média (λ) igual a 12.

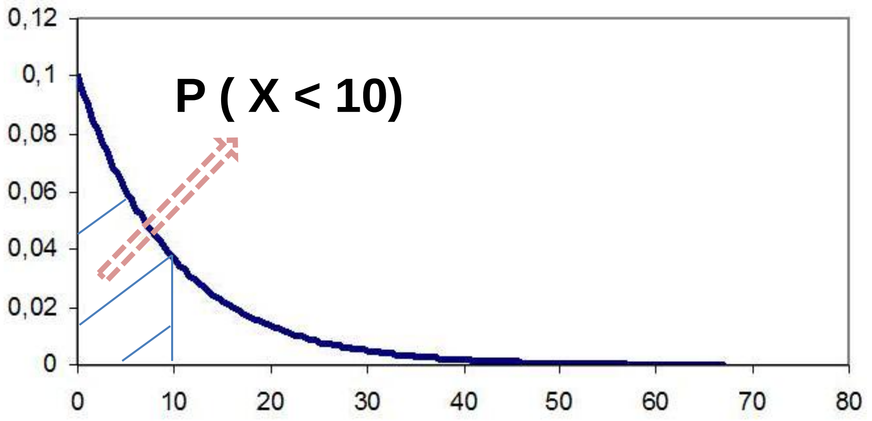
$$f(X) = \frac{1}{\lambda} e^{-\left(\frac{X}{\lambda}\right)}$$

Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Distribuição Exponencial

Qual a probabilidade do tempo de atendimento de um determinado cliente ser inferior a 10 minutos, ou seja, P (X < 10) ?

Como a Distribuição Exponencial é uma distribuição contínua a probabilidade solicitada é obtida por meio da área à esquerda do número 10.



$$P(X \leq x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)}$$

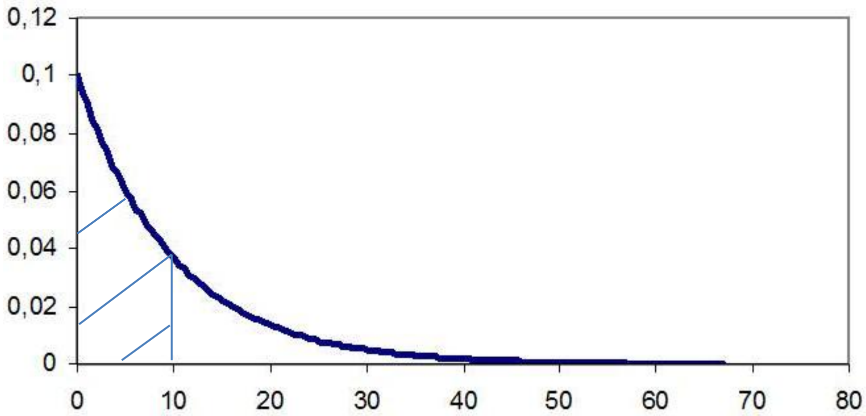
$$P(X \leq 10) = 1 - e^{-\frac{10}{12}} = 0,5654$$

A probabilidade do tempo de atendimento de um determinado cliente **ser inferior a 10 minutos**, sabendo se que o tempo de **atendimento médio é de 12 minutos**, pode ser obtida pelo Microsoft Excel pela fórmula:

=DISTEXPON(x;1/média;VERDADEIRO)

Para este exemplo tem-se que:

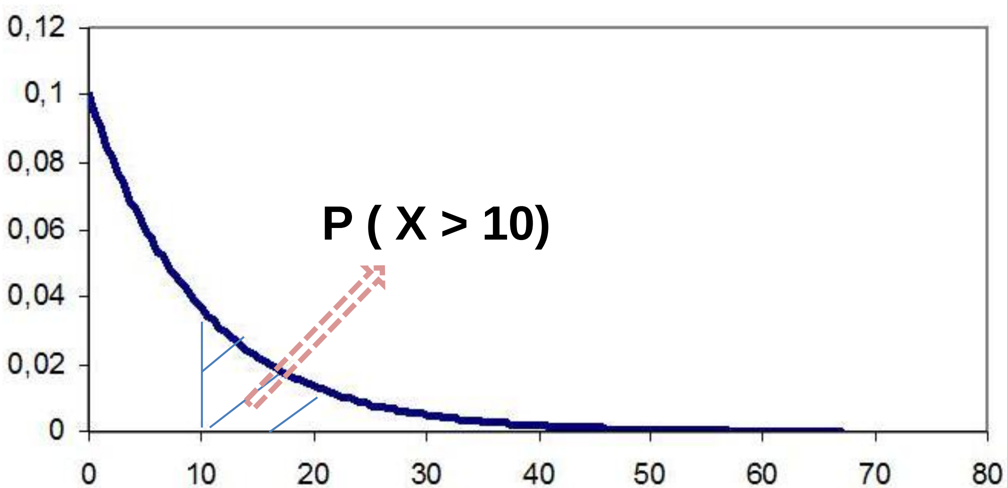
=DISTEXPON(10;1/12;VERDADEIRO) = **0,5654**



Qual a probabilidade do tempo de atendimento de um determinado cliente ser superior a 10 minutos, ou seja, $P(X > 10)$?

Como em uma distribuição de probabilidade a área total sob a curva deve ser igual a 1, ou seja, a soma de todas as probabilidades deve ser igual a 1 a probabilidade solicitada é dada por:

$P(X > 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - 0{,}5654 = 0{,}4346$



Qual a probabilidade do tempo de atendimento de um determinado cliente estar entre 8 e 10 minutos, ou seja, $P(8 < X < 10)$?

$$P(8 < X < 10) = P(X < 10) - P(X < 8) =$$

$$= 0{,}5654 - 0{,}4865 = 0{,}0789$$

Exercício - Tempo de atendimento de uma consulta

Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Exercício

Suponha que o tempo de atendimento de uma consulta segue uma Distribuição Exponencial.

Sabendo que a duração média de uma consulta é de 15 minutos.

Calcule as probabilidades:

a) Do tempo de atendimento ser superior a 8 minutos.

b) Do tempo de atendimento ser inferior a 12 minutos.

c) Do paciente ser atendido entre 8 e 14 minutos.

Distribuição Normal

Resumo dos Dados – Tabela de Freqüência

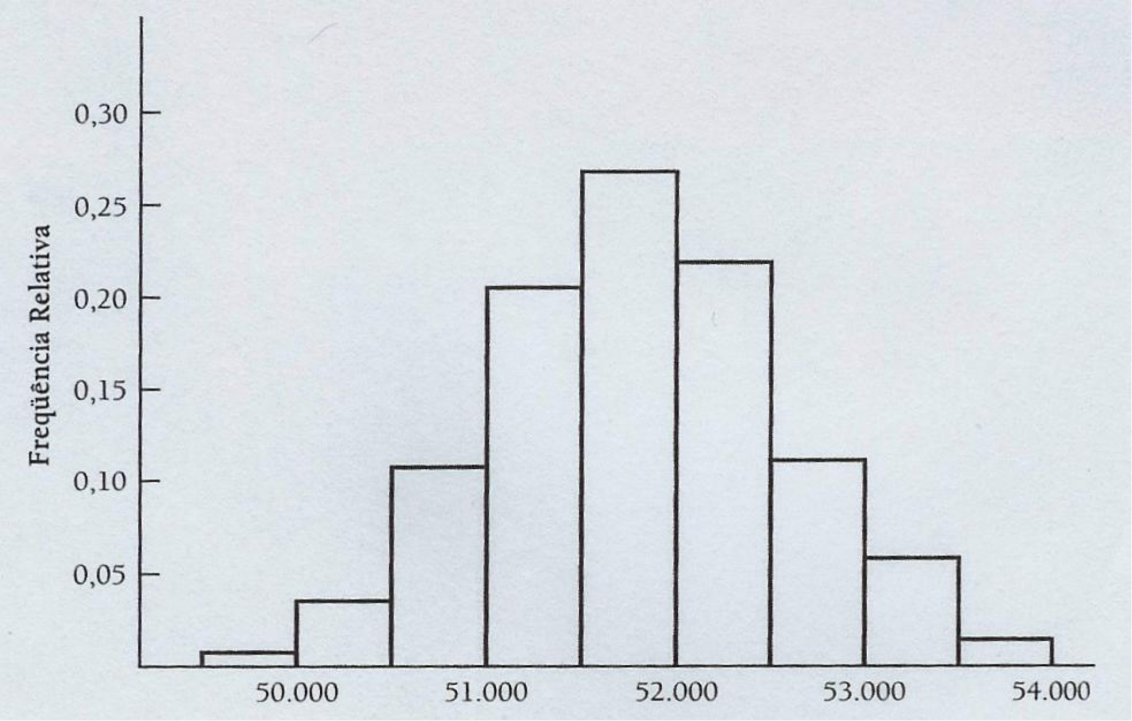
Distribuição do Valor do casco de uma carteira de Automóvel

Empresa	Valor do Casco
1	R$ 51814,00
2	R$ 52669,70
3	R$ 51780,30
4	R$ 51587,90
.	.
.	.
.	.
500	R$ 51752,00

Valor do Casco	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa
49.500,00 a 49.999,99	2	0.004
50.000,00 a 50.499,99	16	0.032
50.500,00 a 50.999,99	52	0.104
51.000,00 a 51.499,99	101	0.202
51.500,00 a 51.999,99	133	0.266
52.000,00 a 52.499,99	110	0.220
52.500,00 a 52.999,99	54	0.108
53.000,00 a 53.499,99	26	0.052
53.500,00 a 53.999,99	6	0.012
Total	500	1

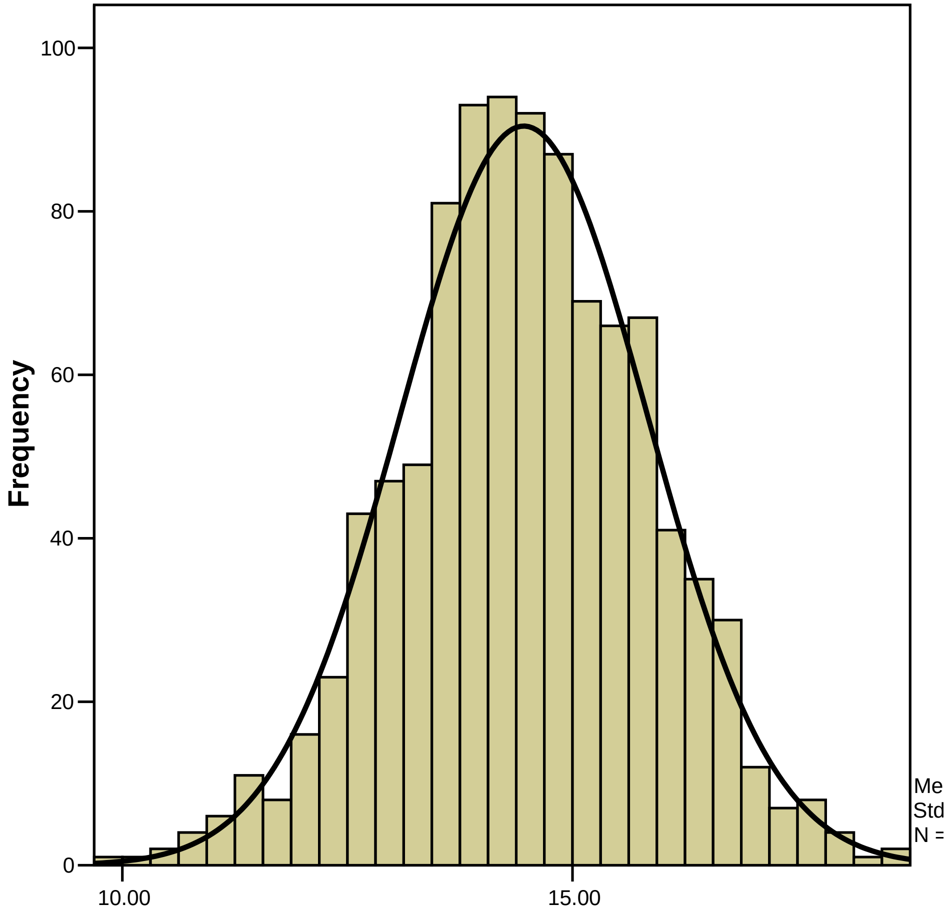
Resumo dos Dados – Histograma

Distribuição do Valor do casco de uma carteira de Automóvel



Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Distribuição Normal

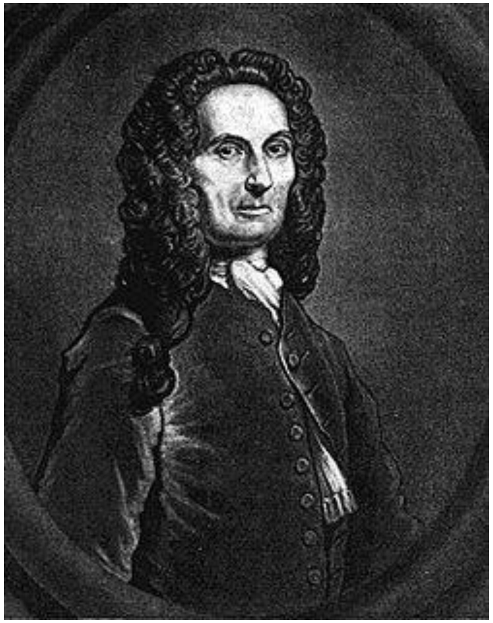


Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

A Distribuição Normal é a distribuição mais importante da Estatística.

Também é denominada Distribuição de Gauss ou Distribuição Gaussiana.

Foi primeiramente introduzida pelo matemático Abraham de Moivre.



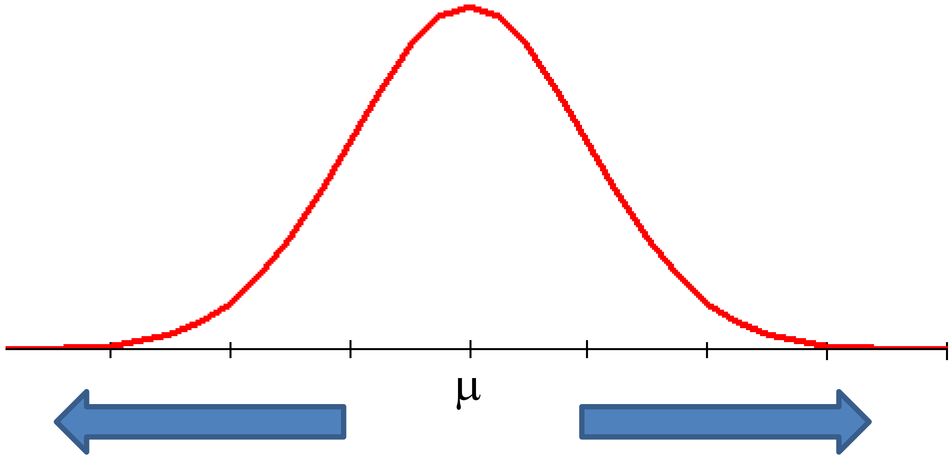
Matemático Francês - Nascido em 26 de maio de 1667

Em 1809, Gauss assumiu que erros de medida poderiam ser modelados pela Distribuição Normal

Johann Carl Friedrich Gauss

Matemático, astrônomo e físico alemão - Nascido em 30 de abril de 1777

A Figura apresenta uma Distribuição Normal com média μ e variância σ^2



Pode ter valores até o infinito

Pode ter valores até o infinito

Características:

✓ A distribuição é simétrica em torno da média.

✓ A área sob a curva é 1.

A média e a variância da distribuição são denominados parâmetros da distribuição.

Considere uma variável aleatória X com Distribuição Normal com média 25 e desvio padrão 10.

Essa variável aleatória X pode ser denotada por:

X ~ N(25,10)

Variável aleatória

Possui distribuição

Distribuição Normal

Média 25

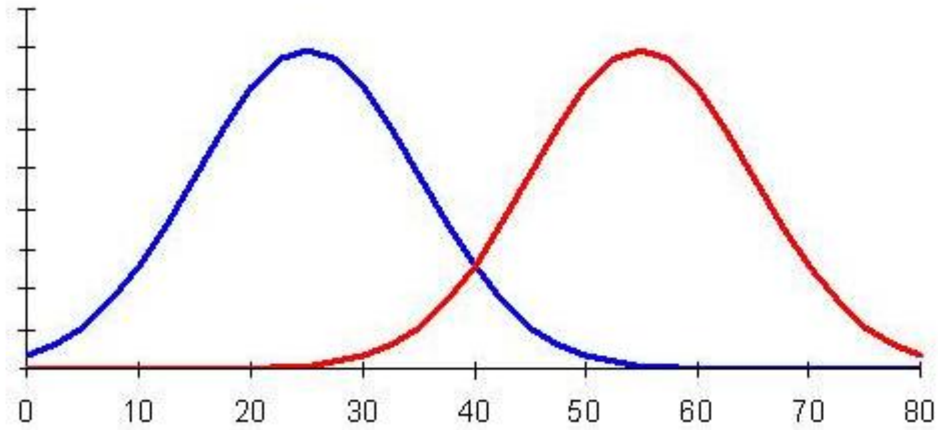
Desvio padrão 10

Distribuição Normal

A Figura representa uma Distribuição Normal com média igual a 25 e uma Distribuição Normal com média igual a 55. As duas distribuições possuem desvio padrão igual a 10.

Note que quando duas distribuições possuem mesmo desvio padrão elas possuem a mesma forma.

X~N(25,10) **X~N(55,10)**

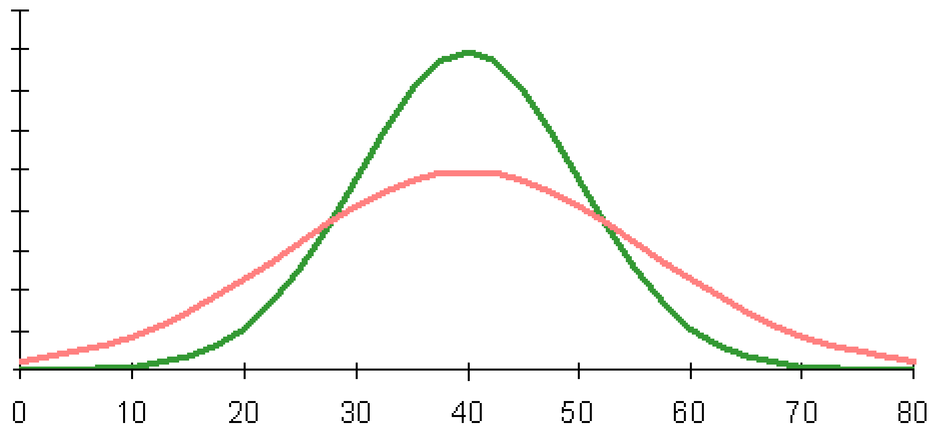


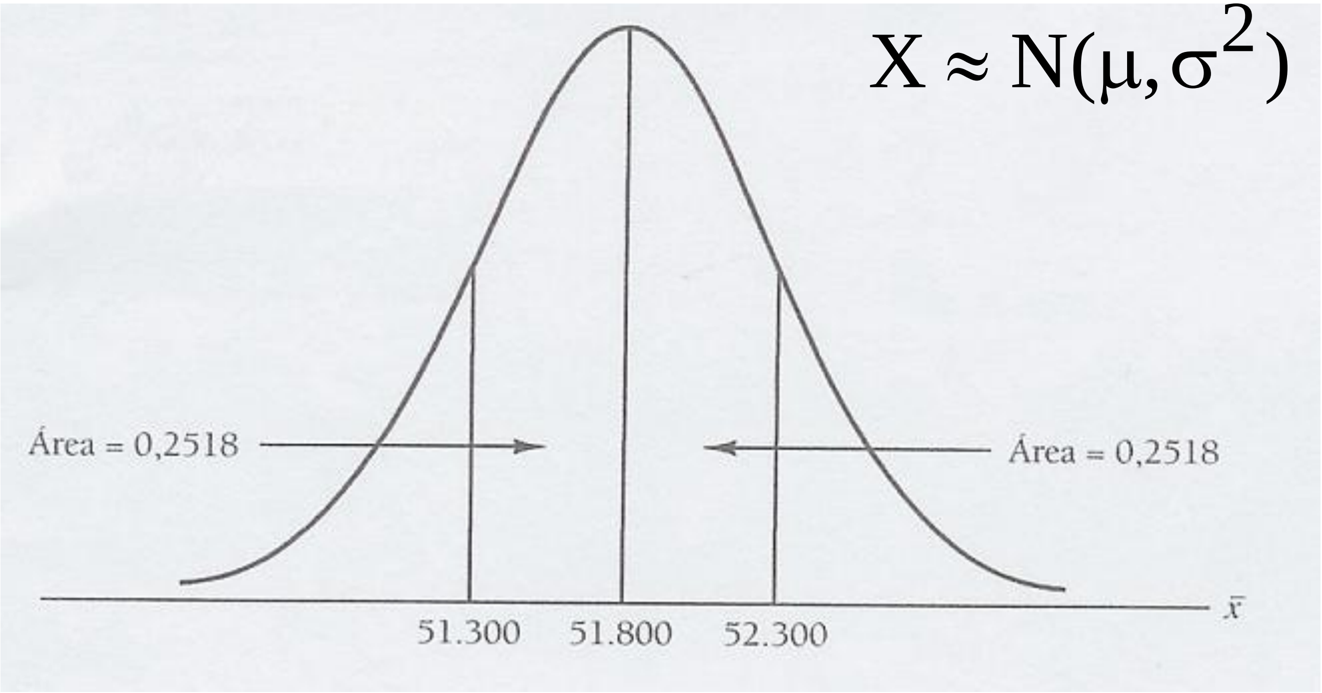
Distribuição Normal

A Figura representa uma Distribuição Normal com desvio padrão igual a 10 e uma Distribuição Normal desvio padrão igual a 16. As duas distribuições possuem média igual a 40.

Note que quando duas distribuições possuem mesma média e o desvio padrão sofre uma variação elas **NÃO** possuem a mesma forma.

X~N(40,10) **X~N(40,16)**





Calcule:

- A probabilidade de X estar entre R$ 51.300,00 e R$ 52.300,00 ?

- A probabilidade de X ser inferior a R$ 51.300 ?

- A probabilidade de X ser superior a R$ 51.300 ?

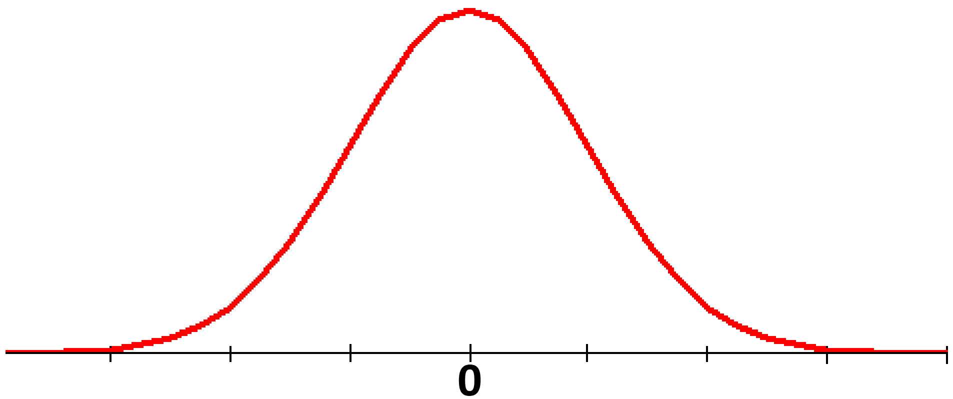
DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

Distribuição Normal Padrão

A Distribuição Normal Padrão é uma distribuição Normal de média igual a 0 e igual a desvio padrão 1.

A Figura apresenta a Distribuição Normal Padrão.

$Z \sim N(0,1)$



Exemplo1

A Tabela apresentada possui as áreas obtidas da Distribuição Normal Padrão.

Para cada valor selecionado a tabela apresenta a probabilidade de encontrar um valor entre zero e o número selecionado. Neste exemplo é selecionado o número 0,42. No centro da tabela estão as probabilidades.

Primeira e segunda casa decimal do número selecionado

z	0,00	0,01	0,02	0,03
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357

Número selecionado: 0,42

Parte inteira do número selecionado

Centro da tabela

O centro da tabela apresenta a probabilidade.

Neste caso a P (0 < Z < 0,42) = 0,1628

z	0,00	0,01	0,02	0,03
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357

Distribuição Normal Padrão – Média Zero e Variância 1

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2.3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2.4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2.5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2.6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2.7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2.8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2.9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3.0	0,4986	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

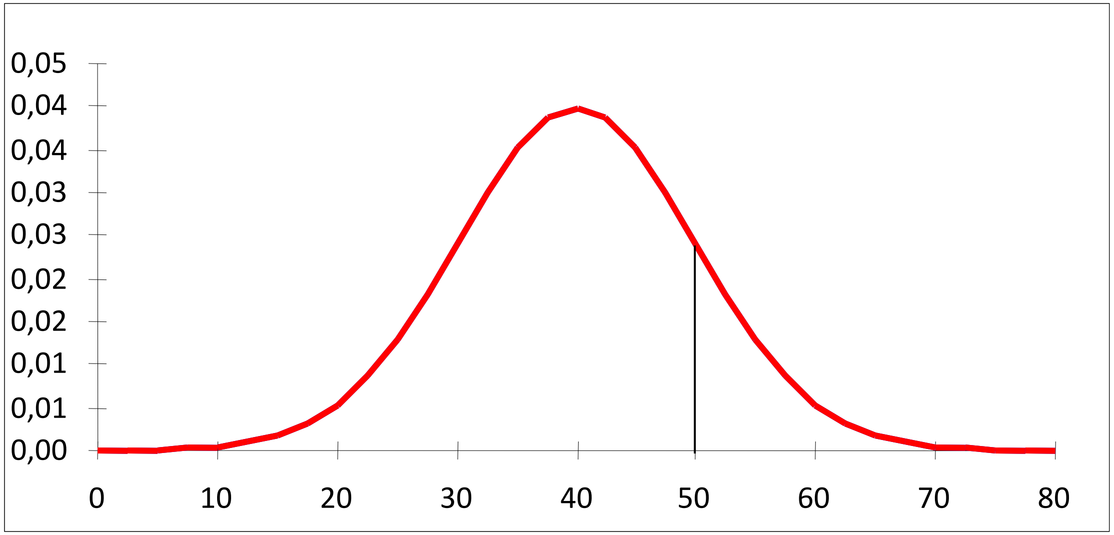
Exercício

Distribuição Normal Padrão – Média Zero e Variância 1

- $P(0<Z<1,96)=$
- $P(0<Z<1,64)=$
- $P(Z>1,62)=$
- $P(Z<-0,84)=$
- $P(-0,68 < Z < 1,85)=$

Distribuição Normal

Uma empresa possui um faturamento mensal médio de 40 milhões de reais com um desvio padrão de 5 milhões de reais. Qual a probabilidade de que em um determinado mês o faturamento seja superior a 50 milhões de reais ?



Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Distribuição Normal Padrão

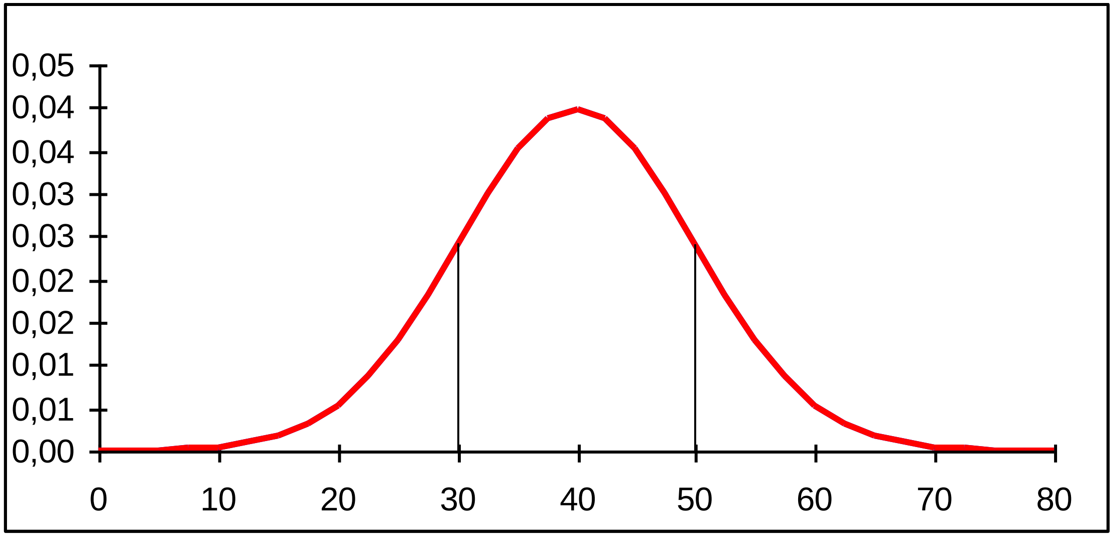
Para converter qualquer variável aleatória com distribuição Normal de média μ e variância σ^2 na distribuição Normal Padrão é necessário fazer a seguinte transformação:

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

X: variável aleatória com distribuição Normal de média μ e variância σ^2.

Z: variável aleatória com distribuição Normal de média 0 e variância 1.

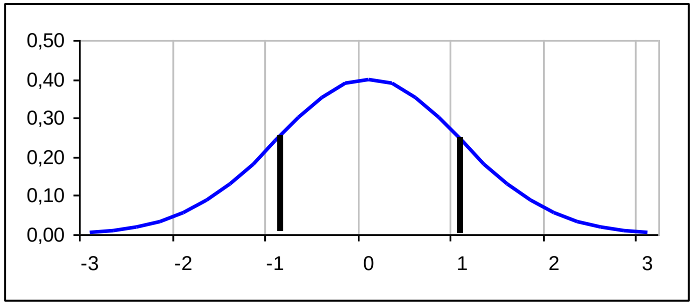
Distribuição Normal Padrão



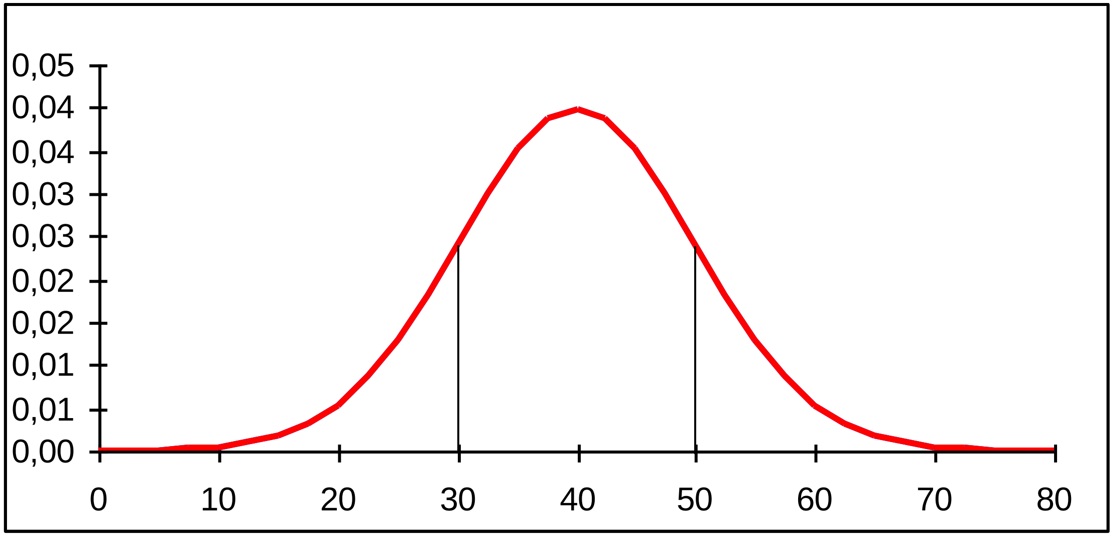
X~N(40,900)

$$Z = \frac{(X-\mu)}{\sigma}$$

P(30<X<50)= $P\left(\frac{30-40}{10} < \frac{(X-\mu)}{\sigma} < \frac{50-40}{10}\right) = P(-1 < Z < 1) =$



$$= (2)P(0 < Z < 1) = (2)(0{,}34) = 0{,}68$$



média

variância (σ^2)

X~N(20,100)

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

Calcule:

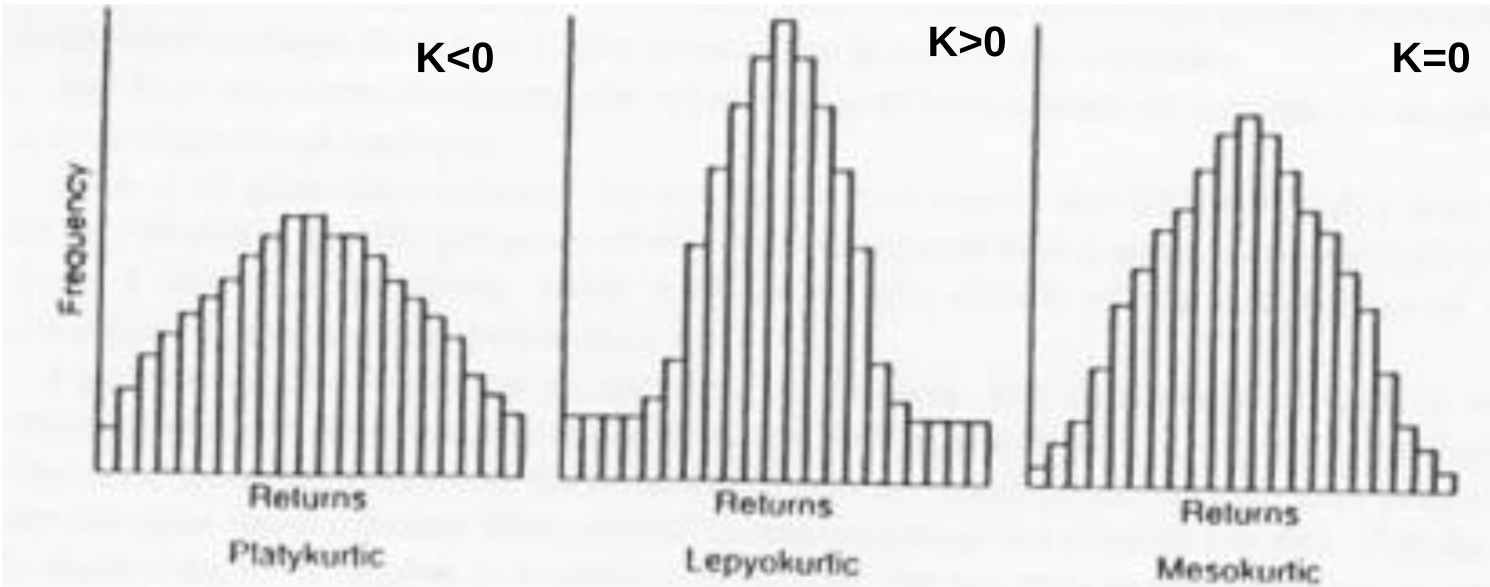
a) P(30 < X < 50)

b) P(X > 25)

c) P (X < 55)

Distribuição Normal

- Coeficiente de Curtose $$K = \left(\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - \overline{X}}{S} \right)^4 \right) - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$



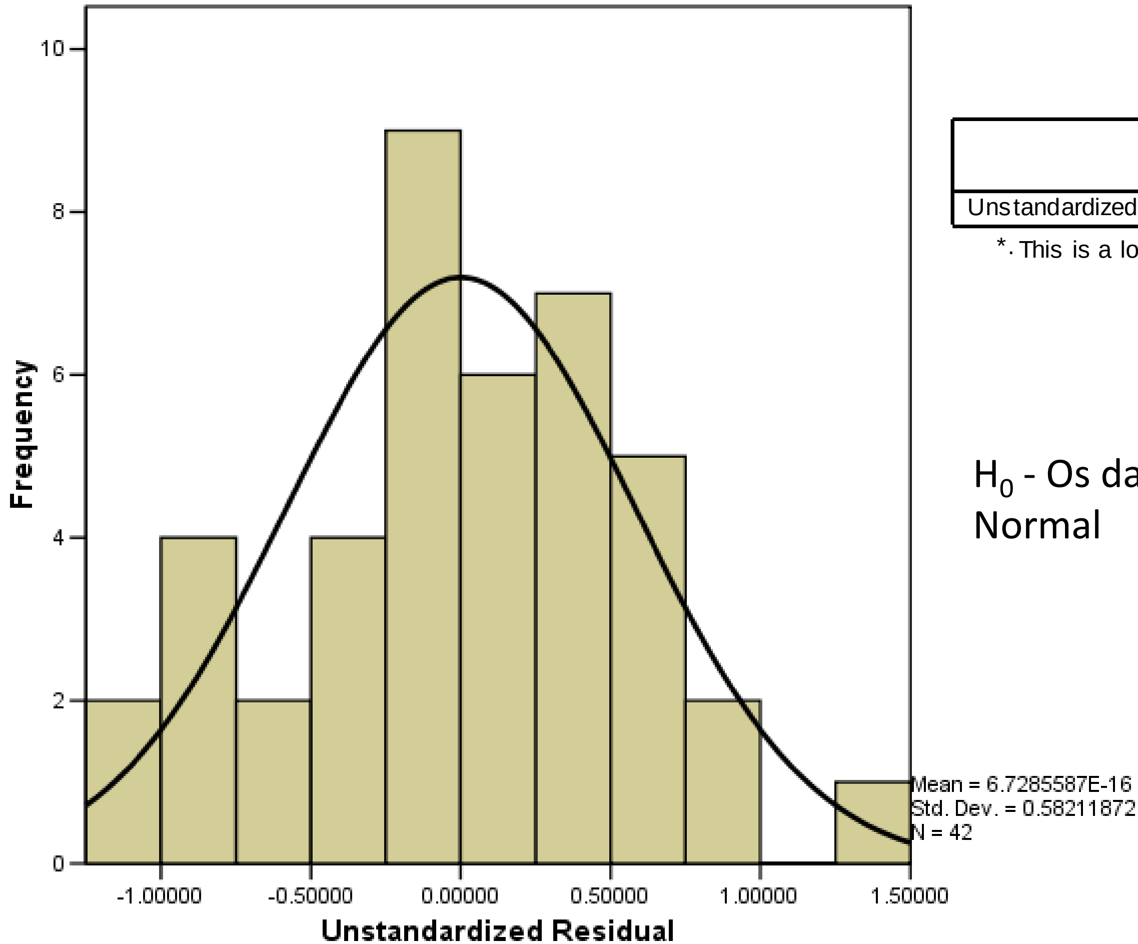
- K = 0 – os dados são oriundos da distribuição Normal;
- K < 0 – a distribuição dos dados é achatada;
- K > 0 – a distribuição é concentrada ao redor da média - distribuição com pico;

Exercício

Obtenha o coeficiente de curtose para cada área.

Mês	Área 1	Área 2
Janeiro	137	130
Fevereiro	132	136
Março	148	115
Abril	123	130
Maio	119	108
Junho	154	115
Julho	140	152

Teste de Kolmogorov-Smirnov



Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]		
	Statistic	df	Sig.
Unstandardized Residual	.086	42	.200*

*. This is a lower bound of the true significance.

H_0 - Os dados são oriundos da distribuição Normal

Conclusão : Os dados parecem oriundos da distribuição Normal

Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Exercício

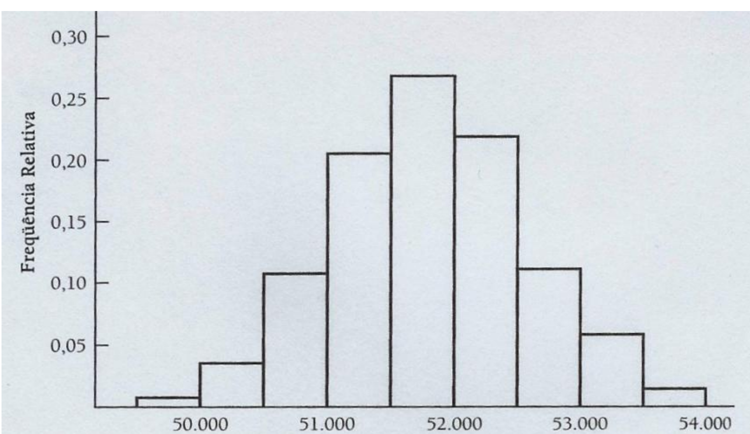
Sabendo que os gerentes de marketing possuem salário annual com média 52.500,00 e desvio 800,00. Obter o salário anual de forma que apenas 20 % dos salários são superiores a ele.

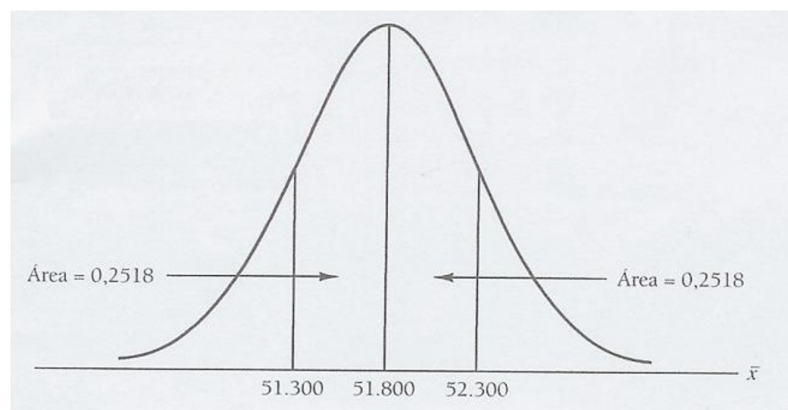
Aproximação Normal a Distribuição Binomial

Aproximação Normal à Binomial

Uma variável aleatória X com distribuição Binomial pode ser aproximada por uma distribuição Normal com **Média np** e **Variância np(1-p).**

Em geral, quanto mais simétrica for a função de probabilidade da Binomial, melhor será a aproximação. Quando tivermos assimetria, quanto maior o valor de n melhor será a aproximação.





Um fundo de investimento possui probabilidade de 0,05 de apresentar um comportamento de alta. Considere 200 dias de operação e supondo que a alta em um dia independe da alta do dia anterior. Conside a distribuição Binomial.

Seja X o número de dias em que o fundo está em alta. X possui distribuição Binomial.

a) Probabilidade de alta em EXATAMENTE 5 dias =
$P (X = 5) = 0{,}03589$

b) Probabilidade de alta em no máximo 4 dias =
$P (X \leq 4) = 0{,}02644$

Considerando a Aproximação Normal

Seja X o número de dias em que o fundo está em alta.

X possui distribuição Binomial e considere Y como sendo uma variável aleatória com distribuição Normal com média 10 e desvio padrão 3,08.

Média = n * p = 200* 0,05 = 10

Variância = n * p * (1-p) = 9,5

Desvio Padrão = 3,08

Considerando a Aproximação Normal

Y : Normal com média 10 e desvio padrão 3,08.

a) Probabilidade de alta em EXATAMENTE 5 dias =

$P (X = 5) = P (4,5 < Y < 5,5) = 0,03497$ → APROXIMADO

$P (X = 5) = 0,03589$ → EXATO

Considerando a Aproximação Normal

Y : Normal com média 10 e desvio padrão 3,08.

b) Probabilidade de alta em no máximo 4 dias =

$P(X \leq 4) = P(Y < 4,5) = 0,03718$ ⇨ APROXIMADO

$P(X \leq 4) = 0,02644$ ⇨ EXATO

Exercício

Um fundo de investimento possui probabilidade de 0,01 de apresentar um comportamento de alta. Considere 150 dias de operação e supondo que a alta em um dia independe da alta do dia anterior.

Seja X o número de dias em que o fundo está em alta. X possui distribuição Binomial. Obtenha as probabilidades considerando a aproximação Normal.

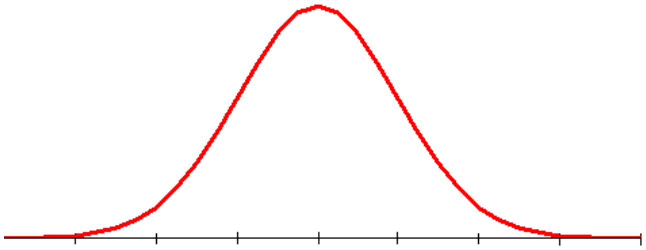
a) Probabilidade de alta em EXATAMENTE 3 dias

b) Probabilidade de alta em EXATAMENTE 2 dias

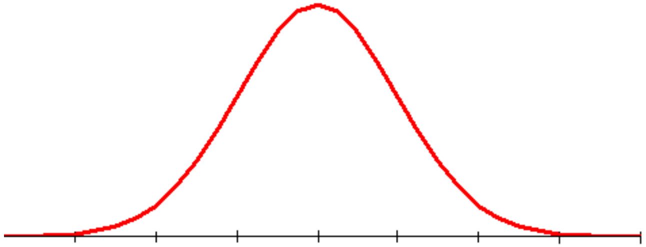
Distribuição t de Student

A distribuição t tem a forma similar à Distribuição Normal.

Ela é utilizada em testes estatísticos em que é estimada a variância do dados.



Distribuição Normal



Distribuição t de Student

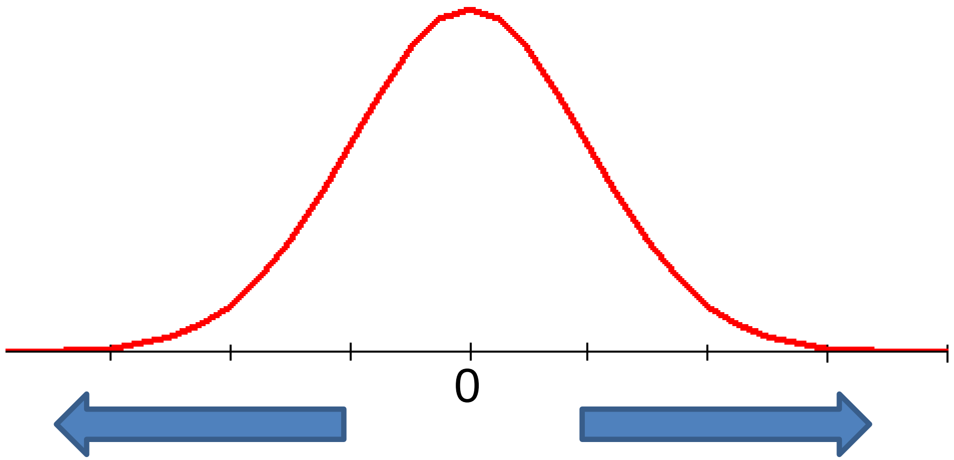
A média e a variância são os parâmetro da Distribuição Normal.

O parâmetro da Distribuição t de Student é denominado grau de liberdade.

A Figura apresenta uma Distribuição t de Student com média zero.

A distribuição é simétrica em torno da média.

A área sob a curva é 1.



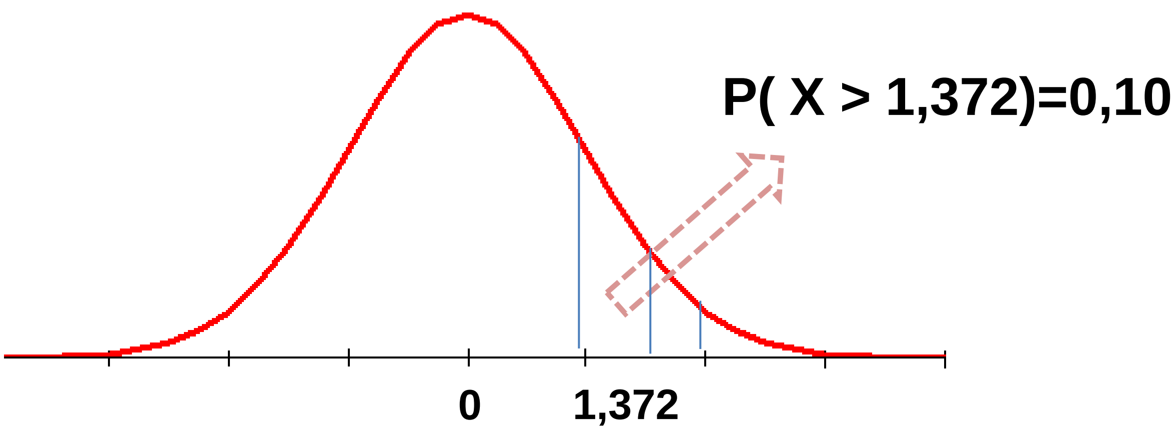
Pode ter valores até o infinito

Pode ter valores até o infinito

Exemplo 1

Considere uma variável aleatória X com t de Student com 10 graus de liberdade, ou seja, X ~ t(10)

Obtenha a probabilidade: P(X > 1,372)

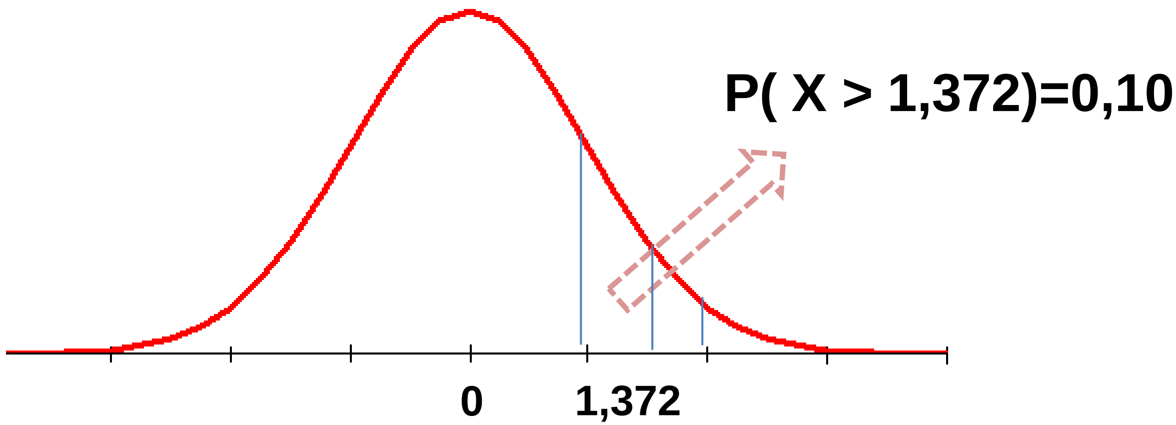


Graus de Liberdade	Área da Extremidade Superior				
	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Distribuição t de Student

Considere uma variável aleatória X com t de Student com <u>10 graus de liberdade</u>, ou seja, X ~ t(10)

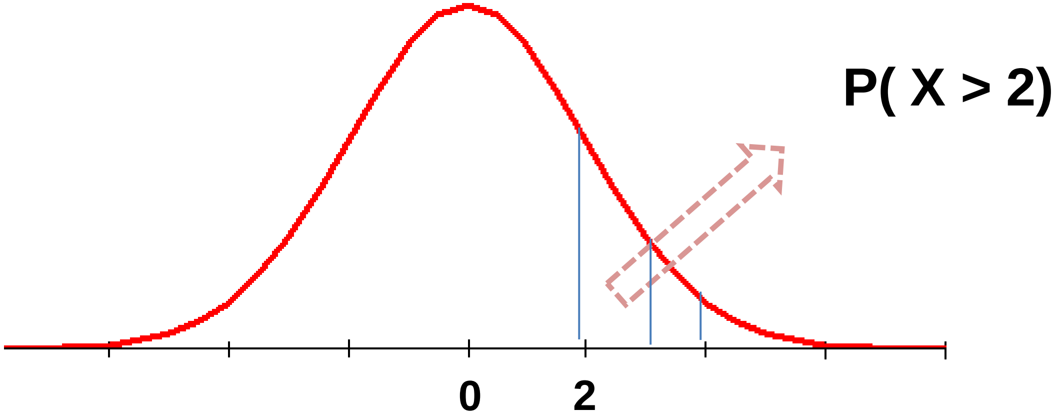
Obtenha a probabilidade: P(X > 1,372)



P(X > 1,372) =DISTT(1,372;10;1) = 0,10

Exemplo 2

Considere uma variável aleatória X com t de Student com 10 graus de liberdade, ou seja, X ~ t(10).



P(X > 2) =DISTT(2;10;1) = 0,03669

Exercício

1) Considerar uma distribuição t de Student com 8 graus de liberdade. Calcular as probabilidades:

a) P(X > 1,397)

a) P(X > 2,306)

2) Considerar uma distribuição t de Student com 20 graus de liberdade. Calcular as probabilidades:

a) P(X > 0,86)

b) P(X > 2,086)

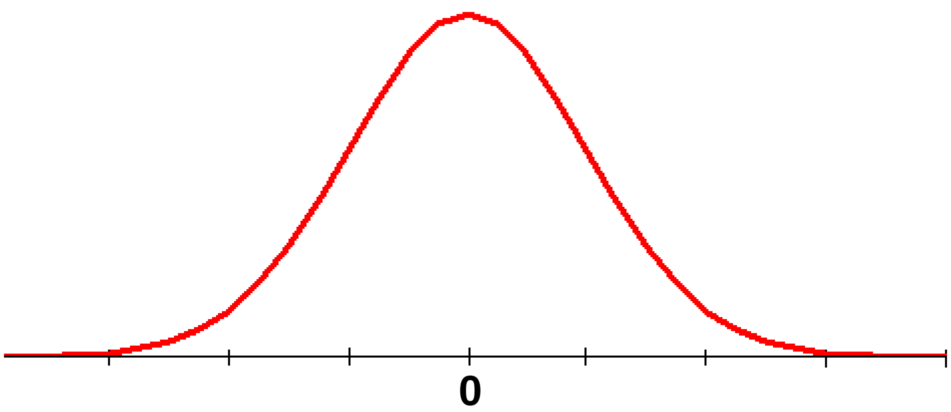
DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADO

A Distribuição Qui-Quadrado pode ser obtida a partir da Distribuição Normal (0,1) elevada ao quadrado.

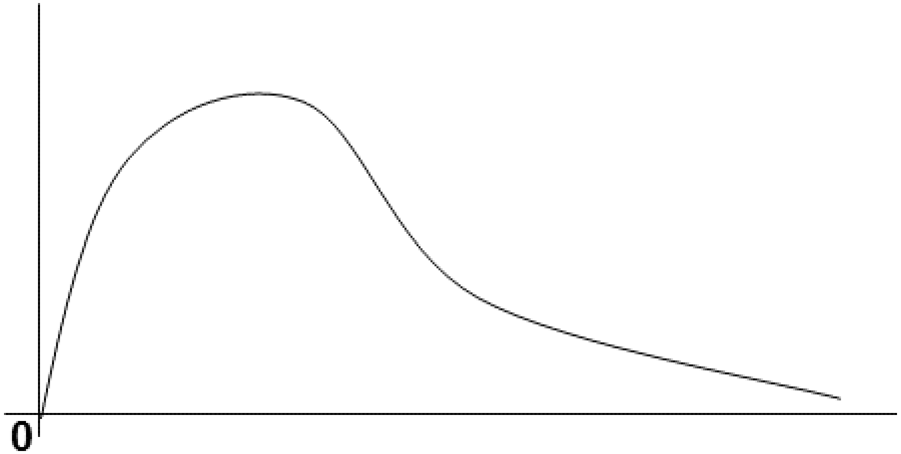
O parâmetro da Distribuição Qui-Quadrado é denominado grau de liberdade (gl).

Note que a Distribuição Normal pode assumir qualquer valor e a Distribuição Qui-Quadrado possui apenas valores positivos.

Distribuição Normal

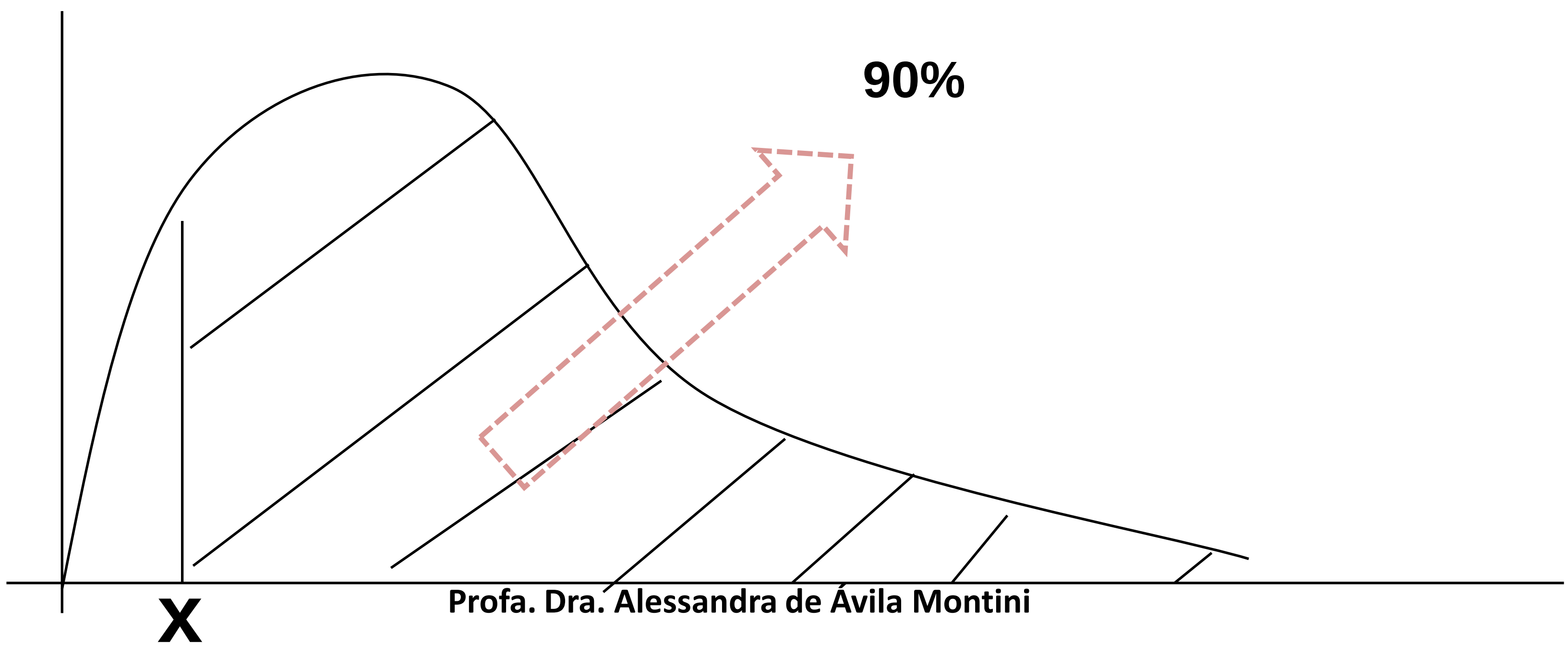


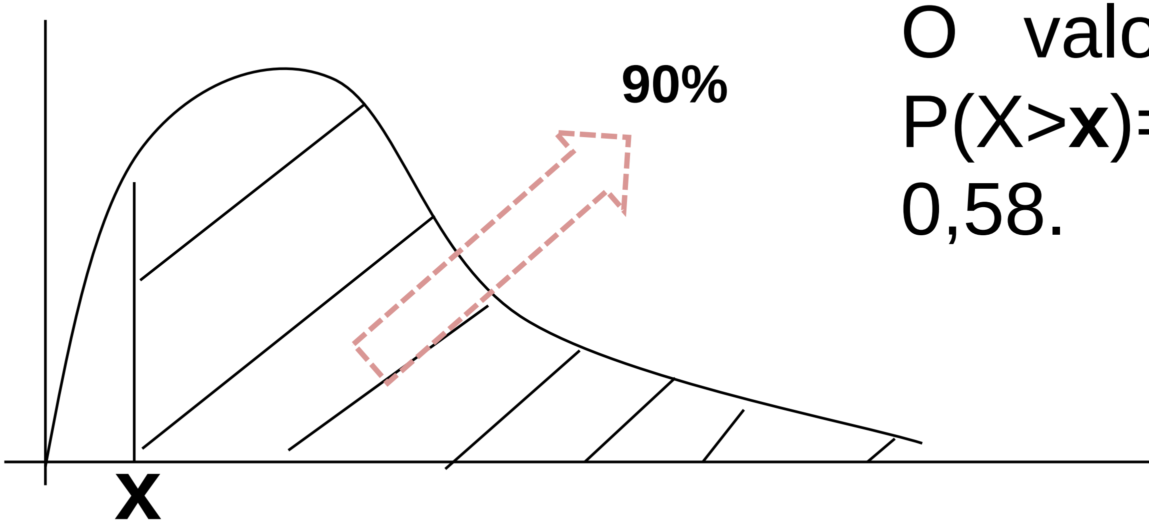
Distribuição Qui-Quadrado



Exemplo 1

Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 3 graus de liberdade - χ^2_3 . Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,90.





O valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,90 é dado por 0,58.

Distribuição Qui-Quadrado

Grau de liberdade do denominador	0,99	0,95	0,90
1	0,00	0,00	0,02
2	0,02	0,10	0,21
3	0,11	0,35	0,58
4	0,30	0,71	1,06
5	0,55	1,15	1,61

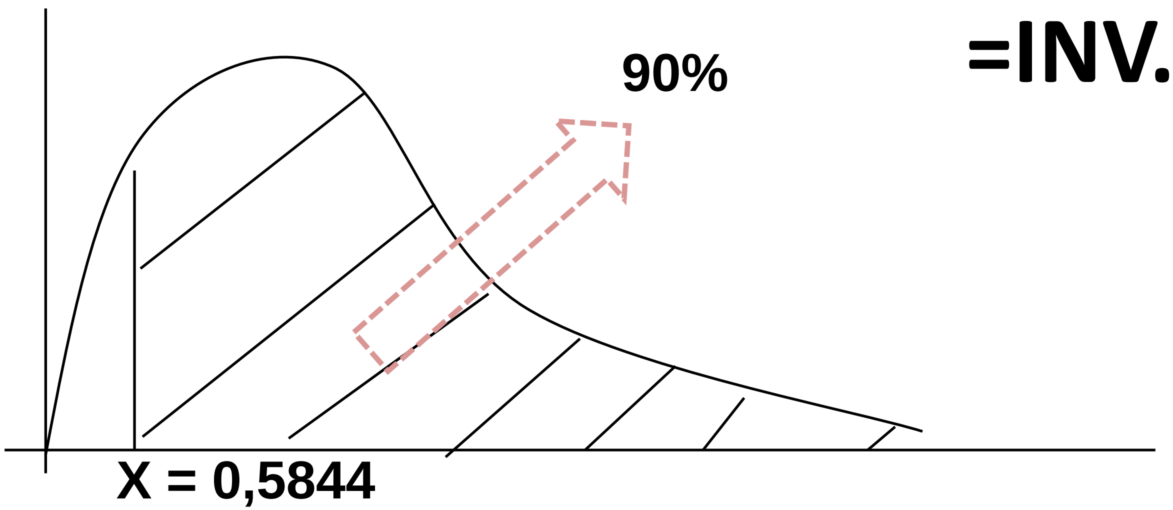
Considerando uma Distribuição Qui-Quadrado com 3 graus de liberdade - χ_3^2

O valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,90, pode ser obtido no Excel pela expressão:

1 - 0,9

=INV.QUIQUA(0,1;3)

Grau de liberdade



Exercício

1-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 8 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,025. Responder com 2 casas decimais.

2-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 20 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,30. Responder com 2 casas decimais.

3-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 7 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,01. Responder com 2 casas decimais.

4-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 6 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X<**x**)=0,04. Responder com 2 casas decimais.

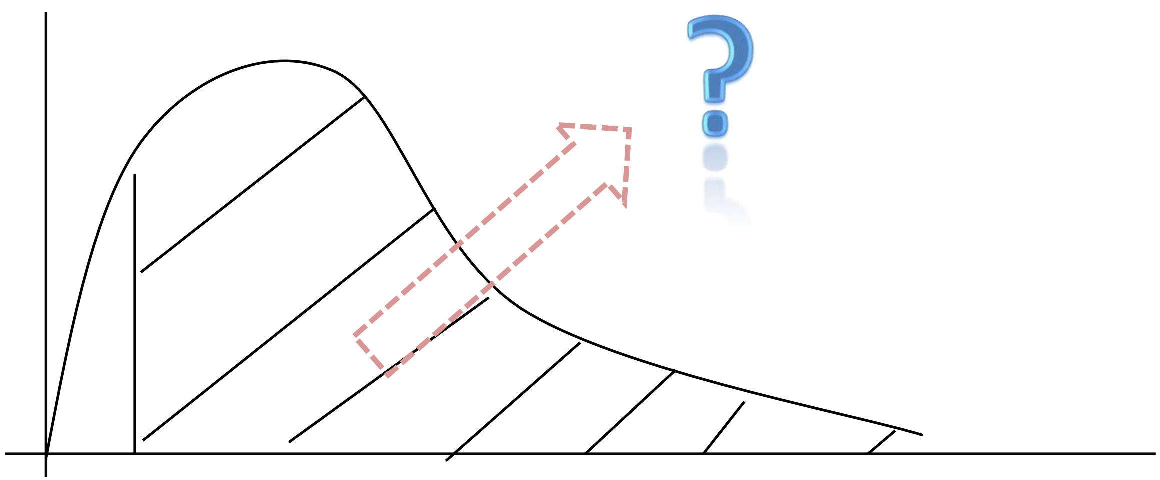
5-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 18 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X<**x**)=0,10. Responder com 2 casas decimais.

6-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 27 graus de liberdade. Obtenha o valor de **x** tal que P(X<**x**)=0,05. Responder com 2 casas decimais.

Exemplo 2

Considere uma variável aleatória X com Distribuição Qui-Quadrado com 3 graus de liberdade - χ^2_3

Obtenha P(X>2,25)



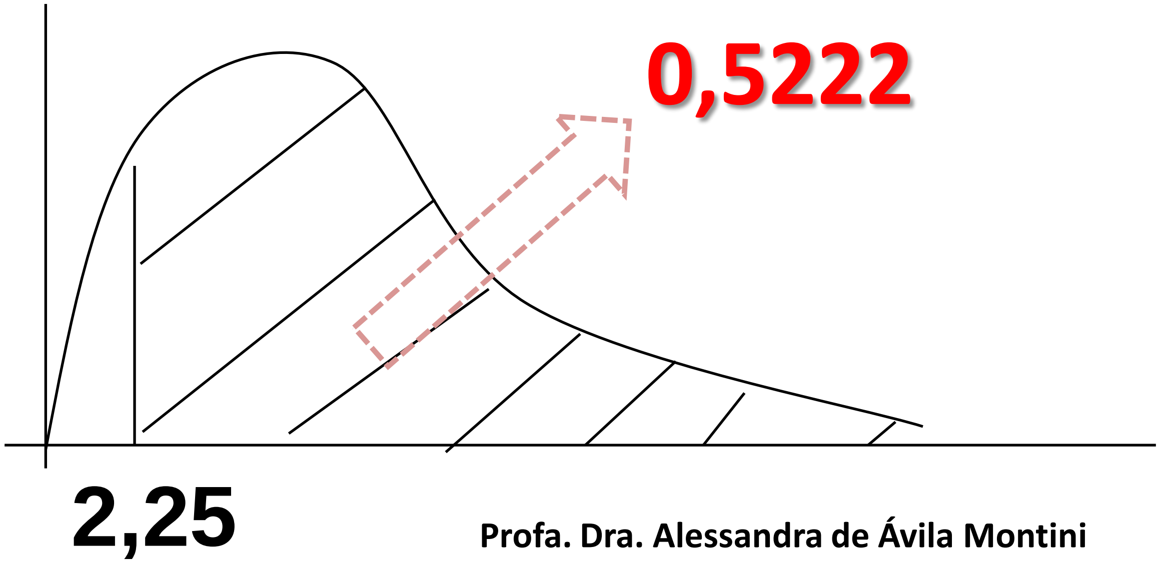
2,25

Considere X ~ χ^2_3

A P(X>2,25) pode ser obtida no Excel pela expressão:

=1-DIST.QUIQUA(2,25;3;VERDADEIRO)=0,5222

Grau de liberdade



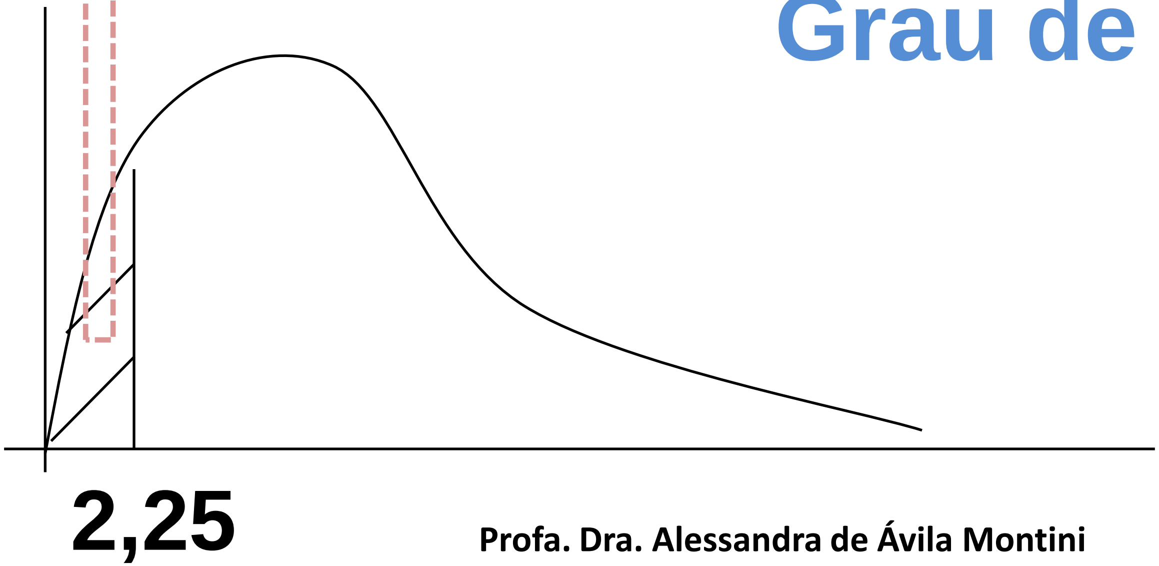
Exemplo 3

Considere X ~ χ^2_3

A P(X < 2,25) pode ser obtida no Excel pela expressão:

=DIST.QUIQUA(2,25;3;VERDADEIRO)=0,4778

0,4778



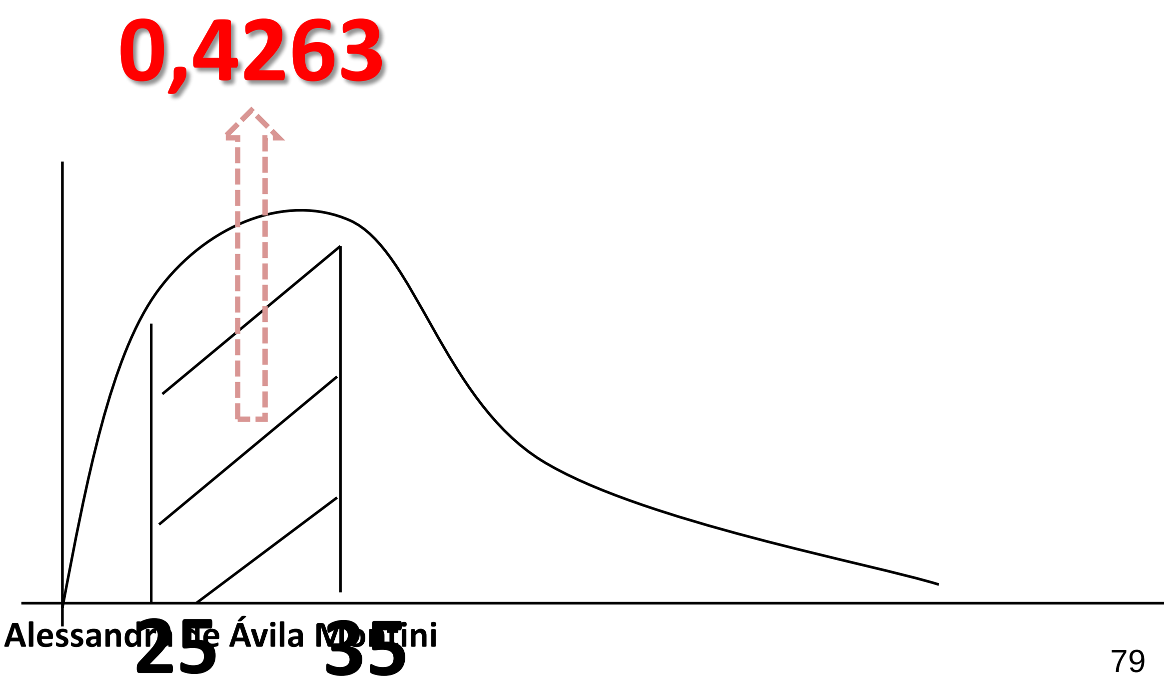
Grau de liberdade

Exemplo 4

Considere $X \sim \chi^2_{35}$

A P(25 < X < 35) pode ser obtida pela expressão:

P(X < 35) - P(X < 25) = 0,4263



Exercício

1-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 8 graus de liberdade. Obtenha P(X>1,23). Responder com 4 casas decimais.

2-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 20 graus de liberdade. Obtenha P(X>25). Responder com 4 casas decimais.

3-Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 35 graus de liberdade. Obtenha P(X>32). Responder com 4 casas decimais.

4 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 8 graus de liberdade. Obtenha $P(X<3{,}5)$. Responder com 4 casas decimais.

5 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 20 graus de liberdade. Obtenha $P(X<28)$. Responder com 4 casas decimais.

6 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 35 graus de liberdade. Obtenha $P(X<25)$. Responder com 4 casas decimais.

7 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 8 graus de liberdade. Obtenha $P(5<X<10)$. Responder com 4 casas decimais.

8 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 20 graus de liberdade. Obtenha $P(10<X<15)$. Responder com 4 casas decimais.

9 -Considere X uma variável aleatória com Distribuição Qui-Quadrado com 5 graus de liberdade. Obtenha $P(2<X<3)$. Responder com 4 casas decimais.

DISTRIBUIÇÃO F de Fisher-Snedecor

A Distribuição F é gerada por meio de uma divisão entre duas variáveis aleatórias independentes com Distribuição Qui-Quadrado, considerando os respectivos graus de liberdade.

O parâmetro da Distribuição F é denominado grau de liberdade.

A Distribuição F foi criada por Snedecor. Snedecor foi aluno do estatístico inglês Ronald A. Fisher.

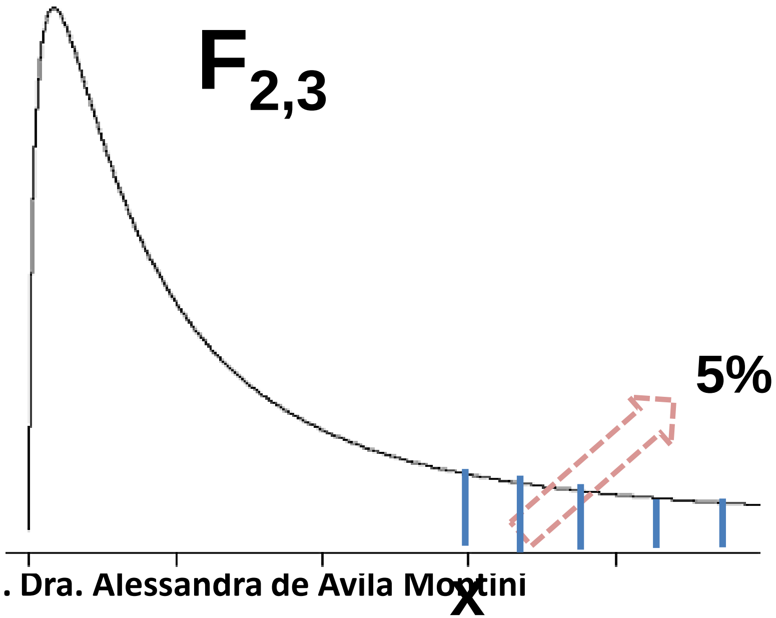
Ele denominou a distribuição de F em homenagem a seu orientador.

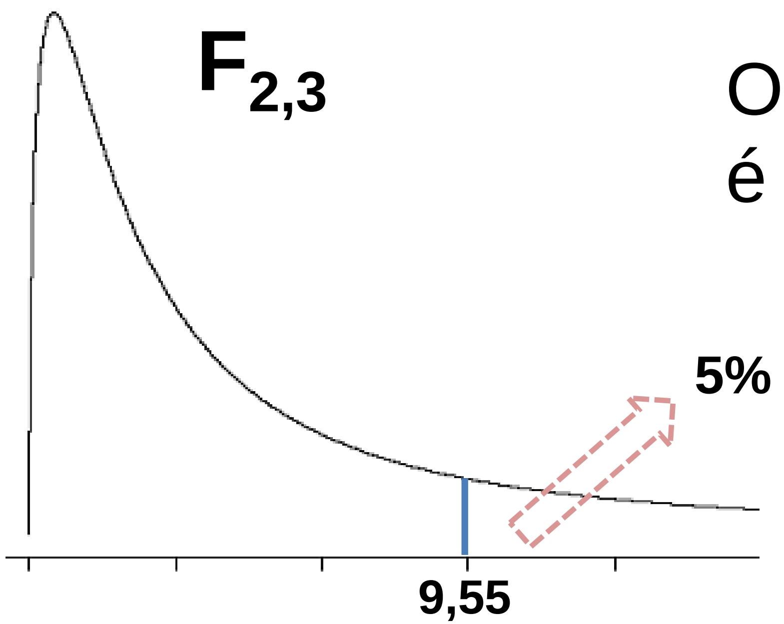
Ronald Aylmer Fisher

Estatístico Inglês - Nascido em 17 de fevereiro de 1890

Exemplo 1

Considerando uma Distribuição F com 2 graus de liberdade no numerador e 3 grau de liberdade no denominador **($F_{2,3}$)**. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,05





O valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,05 é dado por 9,55.

Grau de liberdade do denominador	Grau de liberade do numerador						
	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Considerando $\mathbf{F_{2,3}}$, o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,05 é dado por 9,55. Este valor pode ser obtido no Excel pela expressão:

=INV.F(0,95;2;3)

Grau de liberdade do numerador

Grau de liberdade do denominador

Grau de liberdade do denominador	Grau de liberade do numerador						
	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Exercício

1) Considerando uma Distribuição F com 4 graus de liberdade no numerador e 5 grau de liberdade no denominador **($F_{4,5}$)**. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,05. Responder com 2 casas decimais.

2) Considerando uma Distribuição F com 3 graus de liberdade no numerador e 4 grau de liberdade no denominador **($F_{3,4}$)**. Obtenha o valor de **x** tal que P(X>**x**)=0,10. Responder com 2 casas decimais.

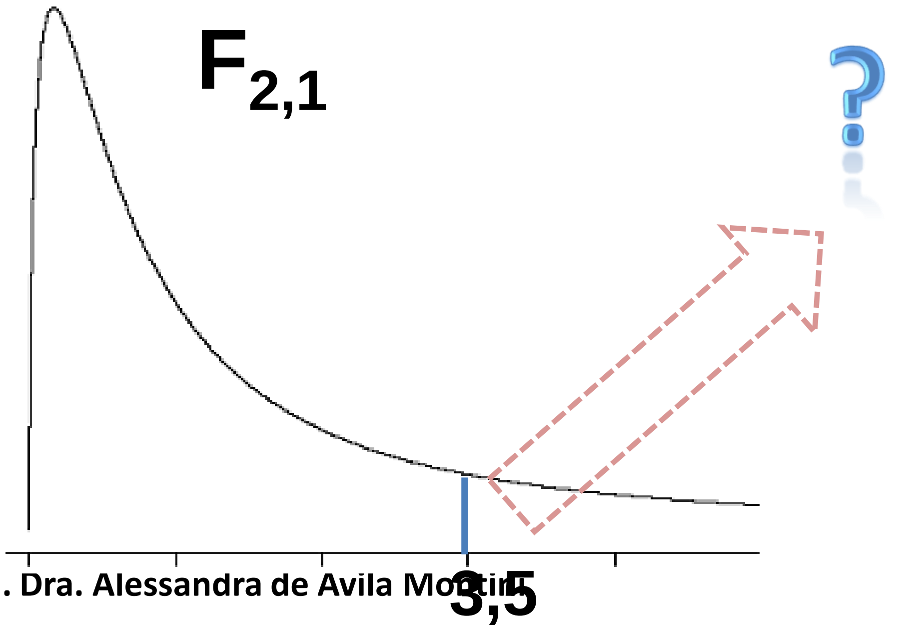
3) Considerando uma Distribuição F com 2 graus de liberdade no numerador e 6 grau de liberdade no denominador **($F_{2,6}$)**. Obtenha o valor de **x** tal que P(X<**x**)=0,10. Responder com 2 casas decimais.

4) Considerando uma Distribuição F com 5 graus de liberdade no numerador e 10 grau de liberdade no denominador **($F_{5,10}$)**. Obtenha o valor de **x** tal que P(X<**x**)=0,05. Responder com 2 casas decimais.

Exemplo 2

Considere a variável aleatória X uma variável com Distribuição F com 2 graus de liberdade no numerador e 1 grau de liberdade no denominador **($F_{2,1}$)**.

Obtenha P(X>3,5)



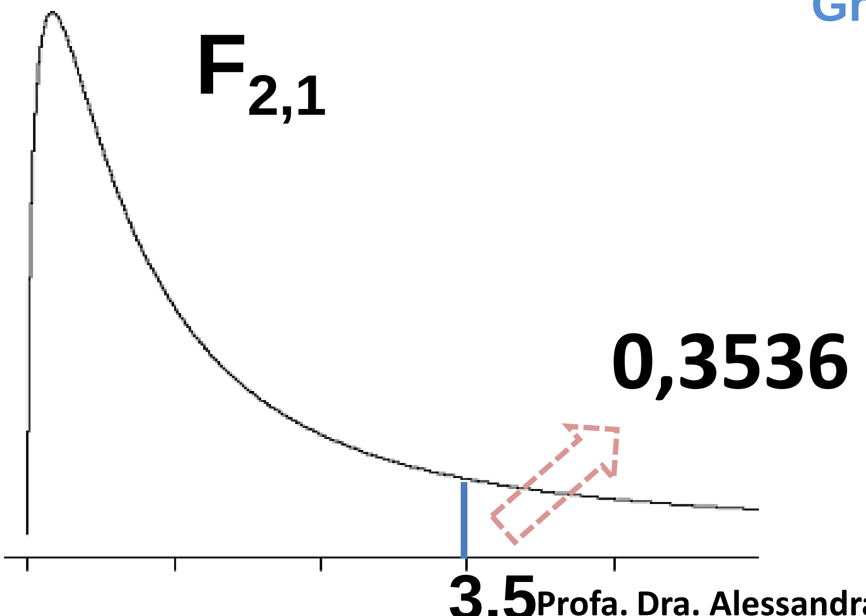
Considere X ~ $\mathbf{F_{2,1}}$

A P(X>3,5) pode ser obtida no Excel pela expressão:

= 1 - DIST.F(3,5;2;1;VERDADEIRO) = 0,3536

Grau de liberdade do numerador

Grau de liberdade do denominador



Exemplo 3

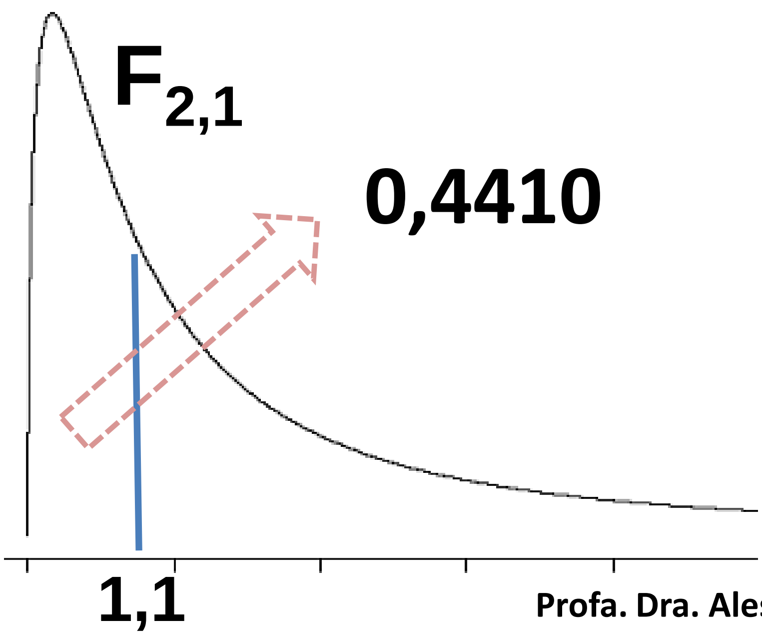
Considere X ~ $\mathbf{F_{2,1}}$

A P(X < 1,1) pode ser obtida no Excel pela expressão:

= DIST.F(1,1;2;1;VERDADEIRO) = 0,4410

Grau de liberdade do numerador

Grau de liberdade do denominador

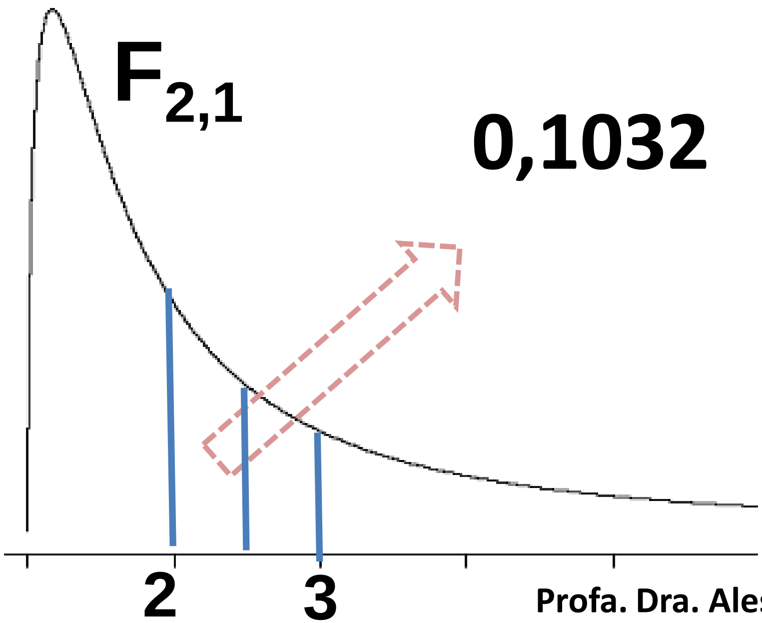


Exemplo 4

Considere X ~ $\mathbf{F_{2,1}}$

A P(2 < X < 3) pode ser calculada da seguinte forma:

P(X < 3) - P(X < 2) = 0,1032



Profa. Dra. Alessandra de Ávila Montini

Exercício

1) Considerando uma Distribuição F com 4 graus de liberdade no numerador e 5 grau de liberdade no denominador **($F_{4,5}$)**. Calcule as probabilidades com 4 casas decimais.

a) $P(X>1{,}25)$

b) $P(X>2{,}25)$

c) $P(X < 0{,}78)$

d) $P(0{,}25 < X < 1{,}5)$