b) Hand compute a single, complete back-propogation cycle. Use the example network from class and compute the updated weight values for the first gradient descent iteration for the XOR example, ie. $[1,1] \rightarrow 0$. Use the same initial weights we used in class but assume the identity function as the activation function ($f(x) = x$).

→ initial weights

$$\begin{bmatrix} w_{i_1,h_1} & w_{i_1,h_2} \\ w_{i_2,h_1} & w_{i_2,h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_{h_1,o_1} \\ w_{h_2,o_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

→ XOR ($[1,1] \rightarrow 0$)

$$O_j = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.11 + 0.21 & 0.12 + 0.08 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.32 & 0.20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.32)(0.14) + (0.20)(0.15) \end{bmatrix} = 0.0748$$

→ Error

$$L_2 Error = (0 - 0.0748)^2$$
$$= 0.005595$$
$$\Delta o_1 = (0 - 0.0748)$$
$$= -0.0748$$

CONTINUED ON NEXT PAGE

→ learning_rate = 0.05

$$\begin{bmatrix} w_{h_2,o_1} \\ w_{h_2,o_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} + 0.05 \cdot \begin{bmatrix} 0.32 \\ 0.20 \end{bmatrix} \cdot 1.0 \cdot (-0.0748)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (0.05)(0.32)(1.0)(-0.0748) \\ (0.05)(0.20)(1.0)(-0.0748) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.001197 \\ -0.000798 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1388 \\ 0.1493 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_{i_2,h_1} & w_{i_2,h_2} \\ w_{i_2,h_1} & w_{i_2,h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} + 0.05 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot 1.0 \quad \curvearrowright$$

$$\curvearrowright \odot \begin{bmatrix} 0.14 & 0.15 \\ 0.14 & 0.15 \end{bmatrix} \cdot -0.0748$$

$$= \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 \end{bmatrix} \quad \curvearrowright$$

$$\curvearrowright \odot \begin{bmatrix} (0.14)(-0.0748) & (0.15)(-0.0748) \\ (0.14)(-0.0748) & (0.15)(-0.0748) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} -0.01047 & -0.01122 \\ -0.01047 & -0.01122 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (0.05)(-0.01047) & (0.05)(-0.01122) \\ (0.05)(-0.01047) & (0.05)(-0.01122) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.000524 & -0.000561 \\ -0.000524 & -0.000561 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1095 & 0.1194 \\ 0.2095 & 0.0794 \end{bmatrix}$$