

李欣昌 202111039373

对  $f(x) = 100(x_1 - x_2^2)^2 + (1 - x_1)^2$ , 使用牛顿法在起始点  $(-1, 1)$  迭代两次:  
 $f(x)$  的梯度:

$$g(x) = (202x_1 - 200x_2^2 - 2, 400x_2^3 - 400x_1x_2)$$

$f(x)$  的海森矩阵:

$$G(x) = \begin{pmatrix} 202 & -400x_2 \\ -400x_2 & 1200x_2^2 - 400x_1 \end{pmatrix}$$

1. 第一次迭代, 有:

$$\begin{aligned} g(x_0) &= (-404, 800) \\ G(x_0) &= \begin{pmatrix} 202 & -400 \\ -400 & 1600 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

由 MATLAB 计算  $G(x)$  的逆矩阵  $G^{-1}(x)$  如下:

$$G^{-1}(x_0) = \begin{pmatrix} 0.0098 & 0.0025 \\ 0.0025 & 0.0012 \end{pmatrix}$$

由牛顿法的迭代公式  $x_{k+1} = x_k - G^{-1}(x_k)g(x_k)$  得:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 - G^{-1}(x_0)g(x_0) \\ &= (1, 1) \end{aligned}$$

显然  $(1,1)$  是  $f(x)$  的最优点, 故迭代完成,  $f(1,1) = 0$ 。