FİNAL ÖDEVİ Son Teslim: 25 Ocak 2012 Çarşamba (e-posta ile gönderiniz)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ -x_1 + f(x) + u \end{bmatrix}$$

sistemi veriliyor. Her öğrenci için f(x) farklı olup aşağıda verilmiştir.

Soru 1)

Sistemin kararlılığını (orijinin kararlı bir denge noktası olduğunu) Lyapunov metoduyla gösteriniz. Lyapunov fonksiyonunu

$$V(x) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$$

alınız. (Dikkat: Kararlılık araştırılırken giriş u = 0 alınır.)

Soru 2)

u = 0 alarak sistemin durum uzayı çizimlerini yapınız. 4 çeyrek bölgeden ve eksenlerin artı ve eksi kısımları üzerinden herhangi birer (toplam 8) başlangıç noktası için nümerik çözüm yaparak aynı eksenler üzerinde çizdirmelisiniz.

Soru 3)

 x_1 'in, maksimum ve minimum değerleri ± 1 olan, t=0 'da sıfırdan başlayan ve T=4 periyotlu bir üçgen dalgayı (x_{m1} diyelim) takip etmesi ve hata dinamiği özdeğerlerinin $\lambda_1=\lambda_2=-5$ olması isteniyor. Bunun için gerekli kontrol girişini (u) hesaplayarak sistemi çalıştırınız. Bir pencerede x_{m1} ile x_1 'i diğer bir pencerede de u 'yu çizdiriniz. Sistemin başlangıç şartlarını keyfi, simülasyon adımını 0.001 alarak Euler metoduyla çözüm yapınız. Yol gösterme: $\dot{x}_{m1}=\mathrm{sign}\big(\cos(\pi t/2)\big)$ alarak bu üçgen dalgayı oluşturabilirsiniz. $\ddot{x}_{m1}\approx 0$ varsayarak ve $e_1=x_{m1}-x_1$ tanımlayarak $\ddot{e}_1+10\dot{e}_1+25e_1\approx 0$ dinamiğini sağlayan u girişini hesaplayınız. (Aslında $\ddot{x}_{m1}=-2\delta(t-1)+2\delta(t-3)-2\delta(t-5)+2\delta(t-7)-+\ldots$ olup, bu darbeleri mecburen ihmal ederek yapacağınız kontrolde üçgen dalganın her köşesinde yeniden bir miktar kontrol hatası oluşacaktır.)

Soru 4)

3. sorudaki takip problemini bu defa PID kontrol ile çözünüz. Kazançları Ziegler-Nichols'ın iki yönteminden istediğiniz birine göre belirleyiniz (dolayısıyla bu soruda özdeğer ataması yok). Yine benzer figürleri çizdiriniz. Yine sistemin başlangıç şartlarını keyfi, simülasyon adımını 0.001 alarak Euler metoduyla çözüm yapınız.

Kişiye özel f(x) fonksiyonlarınız söyledir:

ERDAL KOÇAK
$$f(x) = \frac{-x_2}{1 + x_1^2}$$

ERDİNÇ DEĞİRMENCİOĞLU $f(x) = -x_2 \sin^2 x_1$

FARUK ULAMIŞ
$$f(x) = \frac{-x_2}{\sqrt{1 + x_1^2}}$$

FUAT YILDIRIM
$$f(x) = \frac{-x_2^3}{\sqrt{5 + x_2^4}}$$

MUSTAFA BİLAL ÇELEBİ
$$f(x) = \frac{-x_1^2 x_2}{\sqrt{1 + x_1^4 + x_2^2}}$$

MÜLKİYE GÖKKOYUN
$$f(x) = -x_2 e^{-x_1}$$

ZAFER CİVELEK
$$f(x) = -x_2 \cos^2(x_1 + x_2)$$

İsmi olmayıp da ödevi yapmak isteyen varsa $f(x) = -x_2 e^{x_1 + x_2}$ için çalışmaya başlarken bana acil e-posta atarak bunu aldığını bildirmelidir. Çünkü bir başka kişinin daha aynısını almaması için başka bir f(x) daha yazarım. İki farklı kişiden aynı f(x) için gelebilecek ödevleri kabul etmeyeceğim.