

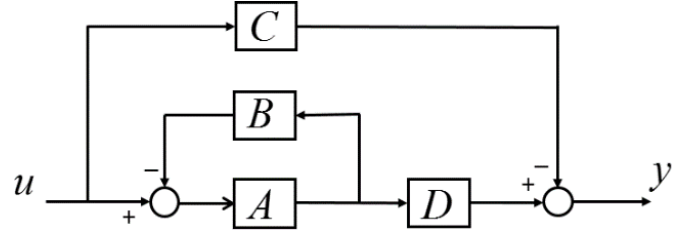
Makine Mühendisliği Bölümü
SİSTEM MODELLEME VE OTOMATİK KONTROL ARASINAV SORULARI
04.11.2017 Süre: 80 dakika

1) Transfer fonksiyonu $T(s) = \frac{5(s-2)(s+3)}{(s+1)(s^2+6s+25)}$ olan sistemin

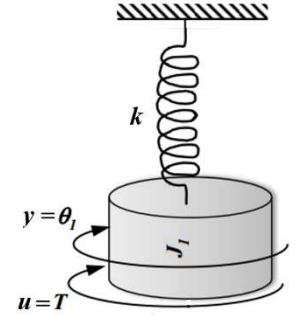
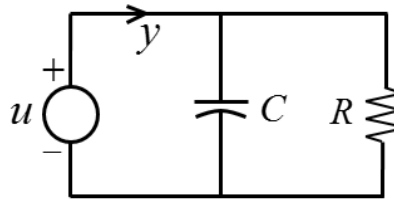
- a) Kutup ve sıfırlarını karmaşık s düzleminde gösteriniz. (6 puan)
- b) Alçak frekanslar ($\omega \rightarrow 0$) için sistem kazancını bulunuz. (3 puan)
- c) Yüksek frekanslar ($\omega \rightarrow \infty$) için sistem kazancını bulunuz. (3 puan)
- d) Sistem kararlı mıdır? Neden? (3 puan)

2) Transfer fonksiyonu $H(s) = \frac{3s-2}{s+1}$ olan sistemin birim basamak tepkisini ($y_b(t)$) bulunuz ve çiziniz. (10+5 puan)

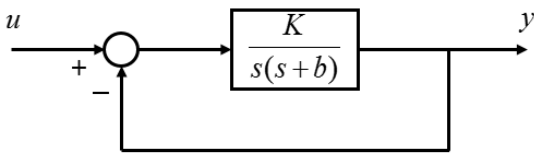
3) Yanda doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin blok diyagramı verilmiştir. Her alt sistemin transfer fonksiyonu harflerle gösterilmiştir. Bütün sistemin transfer fonksiyonunu A, B, C, D cinsinden bulunuz. (Kesirli terim olursa pay veya paydasında başka kesir kalmamasın). (15 puan)



4) Yandaki iki sistemden yalnız birisinin $\frac{Y(s)}{U(s)}$ transfer fonksiyonunu bulunuz.



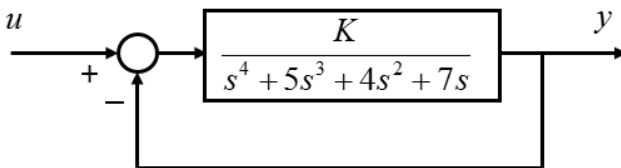
5) Aşağıdaki sistemin birim basamak tepkisinde maksimum aşma $M = \%8$ ve $\%5$ 'lik durulma zamanı $t_d = 6$ saniye isteniyor. Buna göre K ve b ne olmalıdır? (15 puan)



$$M = e^{-(\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2})} = e^{-(\alpha\pi/\omega_d)}$$

$$t_d(\%5) \approx \frac{3}{\alpha}$$

6) Aşağıda verilen sistem K 'nın hangi aralığında kararlıdır? (25 puan)



Makine Mühendisliği Bölümü
SİSTEM MODELLEME VE OTOMATİK KONTROL ARASINAV CEVAP ANAHTARI
04.11.2017

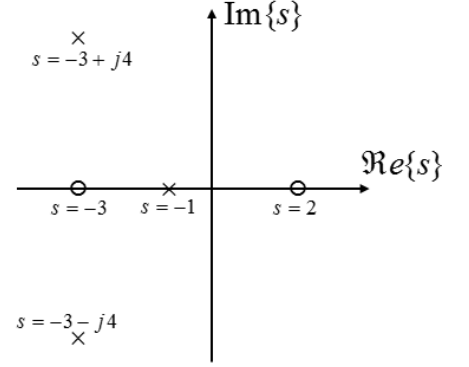
1) a) Transfer fonksiyonun payının kökleri 2 ve -3 sıfırlardır.

Paydasının kökleri $\frac{-6 \mp \sqrt{6^2 - 4 \cdot 25}}{2} = -3 \mp j4$ ve -1 kutuplardır.

b) $s = j\omega = 0$ için $|T(0)| = \left| \frac{5 \cdot (-2) \cdot 3}{1 \cdot 25} \right| = \frac{6}{5} = 1,2$

c) $s = j\omega = j\infty$ için $|T(j\infty)| = 0$

d) Kararlıdır; çünkü bütün kutuplar sol yarı bölgededir.



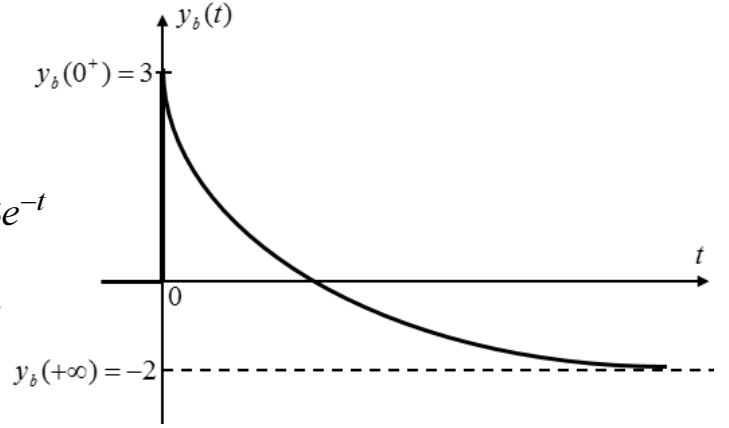
2) Birim basamağın Laplace dönüşümü $1/s$ olduğu için

$$Y_b(s) = H(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{3s-2}{s(s+1)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+1}$$

$$a = \frac{3s-2}{s+1} \Big|_{s=0} = -2, \quad b = \frac{3s-2}{s} \Big|_{s=-1} = 5 \rightarrow y_b(t) = -2 + 5e^{-t}$$

Diğer yol: $y_b(t) = H(0) + (H(\infty) - H(0)) \cdot e^{-t/\tau} = -2 + 5e^{-t}$

(Burada $-1/\tau$ kutup yani -1 olduğundan $\tau = 1$ alındı.)



3) A ve B ikilisi geri beslemeli blok olup bu blok D ile seridir. Bu seri kol da C'ye paraleldir. Dolayısıyla

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{A}{1+AB} D - C = \frac{AD - C - ABC}{1+AB}$$

4) Elektrik devresinde y, direnç ve kondansatörün aşağı doğru akımlarının toplamıdır. s domeninde C yerine $1/sC$ yazarsak:

$$Y(s) = \frac{U(s)}{1/(sC)} + \frac{U(s)}{R} = \left(sC + \frac{1}{R} \right) U(s) \rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = sC + \frac{1}{R}$$

$$\text{Mekanik sistemde: } J_1 \ddot{\theta}_1 = T - k\theta_1 \rightarrow J_1 \ddot{y} + ky = u \rightarrow (J_1 s^2 + k) Y(s) = U(s) \rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{J_1 s^2 + k}$$

5) Geribeslemeli sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{s^2 + bs}}{1 + \frac{K}{s^2 + bs}} = \frac{K}{s^2 + bs + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\alpha s + \omega_n^2}$$

$$\text{Yani } \omega_n = \sqrt{K}, \alpha = b/2. \quad t_d(\%5) \approx \frac{3}{\alpha} = 6s \rightarrow \alpha = 0,5s^{-1} \rightarrow b = 2 \times 0,5s^{-1}$$

$$b = 1s^{-1}$$

$$\ln M = \ln(0.08) = -2,526 = -\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow \left(\frac{2,526}{\pi}\right)^2 = 0,646 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2}$$

$$0,646 = 1,646\xi^2 \rightarrow \xi = 0,627 = \alpha/\omega_n \rightarrow \omega_n = \alpha/\xi = 0,5s^{-1}/0,627 = 0,797 \text{ rad/s} \rightarrow K = \omega_n^2$$

$$K = 0,636 \text{ rad}^2/\text{s}^2 \quad (\text{Burada eğik yazılan “s” Laplace değişkeni, düz yazılan “s” saniye anlamında kullanıldı.})$$

$$6) \quad G(s) = \frac{K}{s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 7s}, \quad H(s) = 1. \quad 1 + G(s)H(s) = 0 \rightarrow s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 7s + K = 0$$

s^4	1	4	K	0
s^3	5	7	0	0
s^2	$4 - \frac{7}{5} = \frac{13}{5}$	K	0	
s^1	$7 - \frac{5K}{13/5} = \frac{91 - 25K}{13}$	0	0	
s^0	K	0		

İlk sütunda işaret değişikliği olmamalı ki bütün kökler sol yarı bölgede olsun ve sistem kararlı olsun. Yani hem $91 - 25K > 0$ hem de $K > 0$ olmalı. Düzenlenirse:

$$0 < K < 3,64 \text{ olmalıdır.}$$