

MİKRODALGA TEORİSİ ÖRNEK SORULAR

Verilecek Formüller:

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad v_p/c = 1/\sqrt{\epsilon_r\mu_r} \quad \lambda = v_p/f$$

$$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} \quad \rho = |\Gamma_L| \quad s = \frac{1+\rho}{1-\rho} \quad \Gamma(l) = \frac{\bar{Z}_{in}(l) - 1}{\bar{Z}_{in}(l) + 1} \quad \bar{Z}_{in}(l) = \frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)}$$

$$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{\bar{Z}_L + j \tan \beta l}{1 + j \bar{Z}_L \tan \beta l}, \quad \bar{Y}_{in}(l) = \frac{\bar{Y}_L + j \tan \beta l}{1 + j \bar{Y}_L \tan \beta l}, \quad \beta = 2\pi/\lambda, \quad \Gamma_L^I = -\Gamma_L = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1}, \quad \Gamma_I(l) = -\Gamma(l) = \frac{\bar{Y}_{in}(l) - 1}{\bar{Y}_{in}(l) + 1}$$

1.1) Kayıpsız bir koaksiyel kablonun birim uzunluk için kapasitansı $C = 67 \text{ pF/m}$, karakteristik empedansı $Z_0 = 75 \Omega$, bağıl dielektrik katsayısı $\epsilon_r = 1,8$ ve bağıl manyetik geçirgenliği $\mu_r = 1,25$ olduğuna göre bu kablo için,

a) Birim uzunluk için endüktansı L nedir? Birimiyle yazınız. **(5 puan)**

b) Faz hızı v_p nedir? Birimiyle yazınız. **(5 puan)**

c) $f = 800 \text{ MHz}$ frekansında bir dalganın dalga boyu λ nedir? Birimiyle yazınız. **(5 puan)**

Çözüm: a) $Z_0 = \sqrt{L/C} \rightarrow L = Z_0^2 C = 75^2 \times 67 \times 10^{-12} \text{ H/m} = 3,77 \times 10^{-7} \text{ H/m} = L = 377 \text{ nH/m}$

$$\text{b) } v_p = c/\sqrt{\epsilon_r\mu_r} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{1,8 \times 1,25}} \text{ m/s} = v_p = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } \lambda = v_p/f = \frac{2 \times 10^8}{800 \times 10^6} \text{ m} = 0,25 \text{ m} = \lambda = 25 \text{ cm}$$

1.2) Kayıpsız bir koaksiyel kablonun birim uzunluk için kapasitansı $C = 100 \text{ pF/m}$, endüktansı $L = 250 \text{ nH/m}$, bağıl dielektrik katsayısı $\epsilon_r = 1,33$ ve faz hızı $v_p = 2,48 \times 10^8 \text{ m/s}$ olduğuna göre bu kablo için,

a) Karakteristik empedans Z_0 nedir? Birimiyle yazınız. **(5 puan)**

b) Bağıl manyetik geçirgenliği μ_r nedir? **(5 puan)**

c) Hangi frekansta dalga boyu $\lambda = 16 \text{ cm}$ olur? Birimiyle yazınız. **(5 puan)**

Cevap: Aynı formüller tersten kullanılarak $Z_0 = 50 \Omega$, $\mu_r = 1,10$, $f = 1,55 \text{ GHz}$ bulunur.

2) Kayıpsız iletim hattının karakteristik empedansı Z_0 da gerilim/akım, yükten kaynağa doğru herhangi bir mesafedeki giriş empedansı Z_{in} de gerilim/akım olduğuna göre aradaki anlam farkını belirtiniz. **(10 puan)**

Cevap: Karakteristik empedans Z_0 = giden gerilimin giden akıma oranı = yansıyan gerilimin yansıyan akımın zıt işaretlisine oranıdır. Ortamın ve geometrinin özelliği olup kayıpsız hatlarda hattın uzunluğundan bağımsızdır. Halbuki giriş empedansı Z_{in} = giden ve yansıyan gerilimlerin toplamının, giden ve yansıyan akımların toplamına oranıdır ve konuma göre değişir.

3) Yüksek frekanslarda Ohm kanununun, alçak frekanslardaki gibi uygulanamayacağına dair bir örnek olarak, hattın direnci olsa bile potansiyel farkı her an sıfır volt olan iki nokta arasında akım geçebildiği bir durum söyleyiniz **(5 puan)**. Yüksek frekanslarda Ohm kanunu nasıl uygulanır **(5 puan)**?

Cevap: Bir dalga boyu farkla iki nokta arasındaki potansiyel farkı daima sıfırdır. Halbuki bu hat ve dolayısıyla o noktalar üzerinden bir akım sürekli salınım yaparak geçmektedir. Yüksek frekanslarda Ohm kanunu, kapasitans ve endüktansın akım-gerilim ilişkileriyle birlikte, hattın sonsuz küçük parçaları üzerine uygulanarak diferansiyel denklemler elde edilir. Bu analize dağınk devre analizi denir.

4.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\Omega$ olan kayıpsız bir iletim bir hattı, $Z_L = 105\Omega - j30\Omega$ empedansında bir yük ile sonlandırılmıştır.

a) Gerilim yansıma katsayısı Γ 'nın genliği (ρ) nedir? (5 puan)

b) Duran dalga oranı s nedir? (3 puan)

c) Yükten kaynağa doğru 0,111 dalga boyu mesafede hattın giriş empedansı nedir? Hem normalize (\bar{Z}_{in}) hem ohm cinsinden (Z_{in}) bulunuz. (10+2 puan)

d) (c) şıkkındaki konumda giriş admitansı nedir? Hem normalize (\bar{Y}_{in}) hem siemens cinsinden (Y_{in}) bulunuz. (3+2 puan)

Çözüm: $\bar{Z}_L = (105 - j30)/75 = 1,4 - j0,4$

Smith çalışmaları sunum dosyasında 2. slayttaki gibi empedans abağında işaretlenir. Orijin merkezli yük çemberi çizilir. Yatayı kestiği yerden aşağı inilerek $\rho = 0,23$ ve $s = 1,6$ bulunur.

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,2994\lambda$ hizası bulunur. $l = 0,111\lambda$ konumu da dış göstergede

$0,2994\lambda + 0,111\lambda = 0,4104\lambda$ hizası bulunur. Bunun yük çemberini kestiği noktada, sorulan normalize giriş empedansı $\bar{Z}_{in} = 0,75 - j0,33$ ve bunun ohm cinsinden karşılığı $Z_{in} = \bar{Z}_{in} \cdot Z_0 = 75\Omega \cdot (0,75 - j0,33) = 57\Omega - j25\Omega$ bulunur. Bu noktanın 180° simetriğinden, sorulan normalize yük admitansı $\bar{Y}_{in} = 1,11 + j0,49$ ve bunun siemens cinsinden karşılığı $Y_{in} = \bar{Y}_{in} \cdot Y_0 = (1/75)(1,11 + j0,49) S = (0,015 + j0,0066) S$ bulunur.

Smith abağı kullanmadan aşağıdaki gibi hesapla da bulunabilir; fakat bu yöntemi derste anlatmadım ve sınavda kullanmanızı tavsiye etmem. Araştırmalara göre öğrenciler bu yolla abak kullanılan kadar iyi öğrenemiyorlarmış. Belki çizimlerinizde kabaca bulduğunuz değerlerden emin olmak için kullanmak istersiniz diye aşağıda gösteriyorum. Formüllerdeki 180° ve 720° değişmezler. l/λ ise l 'nin λ cinsinden katsayısı. Sonuçlardaki açılar, abak üzerinde hizalanan açılar.

$$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{1,4 - j0,4 - 1}{1,4 - j0,4 + 1} = 0,2325 \angle -35,5^\circ \rightarrow \rho = 0,2325 \rightarrow s = \frac{1 + 0,2325}{1 - 0,2325} = 1,606$$

$$\frac{180^\circ - (-35,5^\circ)}{720^\circ} \lambda = 0,2994\lambda \rightarrow l = 0 \text{ hizası (Burada gerekmiyor, Smith abağı doğrulamanız için yazıldı).}$$

$$\Gamma(l) = \rho \angle ((-35,5^\circ) - 720^\circ \times 0,111) = 0,2325 \angle -115,5^\circ$$

$$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} = \frac{1 + (0,2325 \angle -115,5^\circ)}{1 - (0,2325 \angle -115,5^\circ)} = 0,7544 - j0,3348$$

$$Z_{in} = Z_0 \bar{Z}_{in} = 75\Omega \cdot (0,7544 - j0,3348) = 56,58\Omega - j25,11\Omega$$

$$\bar{Y}_{in} = \frac{1}{\bar{Z}_{in}(l)} = \frac{1}{0,7544 - j0,3348} = 1,1074 + j0,4915$$

$$Y_{in} = Y_0 \bar{Y}_{in} = (1/75)(1,1074 + j0,4915) S = (0,01477 + j0,00655) S$$

4.2) Önceki sorunun benzerini şu değerler için çözünüz: $Z_0 = 50\Omega$, $Z_L = 15\Omega + j40\Omega$. Faz hızı $v_p = 2,4 \times 10^8$ m/s ve frekans $f = 1,2$ GHz, yükten kaynağa doğru 17 cm mesafesindeki empedans ve admitanslar soruluyor. (Önceki sorudan 5 puan fazla değerde)

Cevap: Önceki sorudan farklı olarak şunları da hesaplıyoruz: $\lambda = v_p/f = \frac{2,4 \times 10^8}{1,2 \times 10^9} \text{ m} = 0,20 \text{ m} = \lambda = 20 \text{ cm}$

Yani sorudaki 17 cm mesafesi $(17/20)\lambda = 0,85\lambda \equiv 0,35\lambda$ (Çünkü $0,5\lambda$ ile periyodik).

$$\bar{Z}_L = 0,3 + j0,8 \quad \rho = 0,70 \quad s = 5,6$$

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,1117\lambda$ hizası. Sorulan mesafe ise dış göstergede $0,9617\lambda \equiv 0,4617\lambda$ hizası

$$\bar{Z}_{in} = 0,189 - j0,237 \quad Z_{in} = 9,47\Omega - j11,9\Omega \quad \bar{Y}_{in} = 2,1 - j2,6 \quad Y_{in} = (0,041 - j0,051) S$$

4.3) 4.1 sorusunun benzerini admitans cinsinden aşağıdaki veriler için çözünüz:

$Y_0 = 0,010 S$, $Y_L = (0,0015 + j0,004) S$, yükten kaynağa doğru $0,182\lambda$ mesafede.

$$\text{Çözüm: } \bar{Y}_L = (0,0015 + j0,004)/0,010 = 0,15 + j0,4$$

Smith çalışmaları sunum dosyasında 4. slayttaki gibi empedans abağında işaretlenir. Orijin merkezli yük çemberi çizilir. Yatayı kestiği yerden aşağı inilerek $\rho = 0,77$ ve $s = 7,8$ bulunur.

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,0616\lambda$ hizası. Sorulan mesafe ise bunun $0,182\lambda$ ötesi, dış göstergede $0,2436\lambda$ hizası olmaktadır.

$$\bar{Y}_{in} = 7,1 + j2,2 \quad Y_{in} = (0,072 + j0,022) S$$

$$\bar{Z}_{in} = 0,13 - j0,04 \quad Z_{in} = (13 - j4) \Omega$$

Smith abağı kullanılmayan yöntemde 4.1'dekinden farklı olarak, empedanslar yerine admitanslar ve gerilim yansıma katsayısı yerine akım yansıma katsayısı (Γ_L^I veya $\Gamma_I(l)$) gelir ki o da gerilim yansıma katsayısının negatifidir (genlikleri de aynı ρ 'dur).

$$\Gamma_L^I = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1} = \frac{0,15 + j0,4 - 1}{0,15 + j0,4 + 1} = 0,7715 \angle 135,6^\circ \rightarrow \rho = 0,7715 \rightarrow s = \frac{1 + 0,7715}{1 - 0,7715} = 7,754$$

$$\frac{180^\circ - 135,6^\circ}{720^\circ} \lambda = 0,0616\lambda \rightarrow l = 0 \text{ hizası (Burada gerekmiyor, Smith abağı doğrulamanız için yazıldı).}$$

$$\Gamma_I(l) = \rho \angle (135,6^\circ - 720^\circ \times 0,182) = 0,7715 \angle 4,6^\circ$$

$$\bar{Y}_{in}(l) = \frac{1 + \Gamma_I(l)}{1 - \Gamma_I(l)} = \frac{1 + (0,7715 \angle 4,6^\circ)}{1 - (0,7715 \angle 4,6^\circ)} = 7,086 + j2,157$$

$$Y_{in} = Y_0 \cdot \bar{Y}_{in} = 0,01S \cdot (7,086 + j2,157) = 0,07086 + j0,02157$$

$$\bar{Z}_{in} = \frac{1}{\bar{Y}_{in}(l)} = \frac{1}{7,086 + j2,157} = 0,1292 - j0,0393$$

$$Z_{in} = Z_0 \cdot \bar{Z}_{in} = (1/0,01)(0,1292 - j0,0393) \Omega = (12,92 - j3,93) \Omega$$

5.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50\Omega$ olan bir koaksiyel kablo ile, dalga boyu $\lambda = 20$ cm olan bir frekansta, $j12 \Omega$ 'luk bir reaktans nasıl elde edilir? Herhangi bir çözüm yeterlidir. **(5 puan)**

Çözüm: $j\bar{X} = j12/50 = j0,24$ Smith çalışmaları sunum dosyasında 5. slayttaki gibi,

ya sonu açık devre edilerek $0,0375\lambda - 0,25\lambda = -0,2125\lambda \equiv 0,2875\lambda \rightarrow 5,75$ cm

ya da sonu kısa devre edilerek $0,0375\lambda - 0,00\lambda = 0,0375\lambda \rightarrow 0,75$ cm (bu aşırı kısa ise $10,75$ cm de olur)

Smith abağı kullanılmayan yöntemde, **reaktans** için

$$\text{sonu a.d. ise } \frac{\tan^{-1}(-1/0,24)}{360^\circ} \lambda = -0,2125\lambda \equiv 0,2875\lambda \rightarrow 5,75 \text{ cm}$$

$$\text{sonu k.d. ise } \frac{\tan^{-1}(0,24)}{360^\circ} \lambda = 0,0375\lambda \rightarrow 0,75 \text{ cm}$$

5.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75\Omega$ olan bir koaksiyel kablo ile, dalga boyu $\lambda = 30$ cm olan bir frekansta, $-j90 \Omega$ 'luk bir reaktans nasıl elde edilir? Herhangi bir çözüm yeterlidir. **(5 puan)**

Cevap: 5.1 sorusundakinin benzeri şekilde,
ya sonu açık devre edilerek $0,1106\lambda \rightarrow 3,32 \text{ cm}$
ya da sonu kısa devre edilerek $0,3606\lambda \rightarrow 10,82 \text{ cm}$

5.3) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0,02 \text{ S}$ olan bir koaksiyel kablo ile, dalga boyu $\lambda = 22 \text{ cm}$ olan bir frekansta, $j0,014 \text{ S}$ 'lik bir süseptans nasıl elde edilir? Herhangi bir çözüm yeterlidir. **(5 puan)**

Çözüm: $j\bar{B} = j0,014/0,02 = j0,70$ Smith çalışmaları sunum dosyasında 5. slayttaki gibi,
ya sonu açık devre edilerek $0,0972\lambda - 0,00\lambda = 0,0972\lambda \rightarrow 2,14 \text{ cm}$
ya da sonu kısa devre edilerek $0,0972\lambda - 0,25\lambda = -0,1528\lambda \equiv 0,3472\lambda \rightarrow 7,64 \text{ cm}$

Smith abağı kullanılmayan yöntemde, **süseptans** için

sonu a.d. ise $\frac{\tan^{-1}(0,70)}{360^\circ} \lambda = 0,0972\lambda \rightarrow 2,14 \text{ cm}$

sonu k.d. ise $\frac{\tan^{-1}(-1/0,70)}{360^\circ} \lambda = -0,1528\lambda \equiv 0,3472\lambda \rightarrow 7,64 \text{ cm}$

5.4) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0,01 \text{ S}$ olan bir koaksiyel kablo ile, dalga boyu $\lambda = 18 \text{ cm}$ olan bir frekansta, $-j0,016 \text{ S}$ 'lik bir süseptans nasıl elde edilir? Herhangi bir çözüm yeterlidir. **(5 puan)**

Cevap: 5.3 sorusundakinin benzeri şekilde,
ya sonu açık devre edilerek $0,3389\lambda \rightarrow 6,10 \text{ cm}$
ya da sonu kısa devre edilerek $0,0889\lambda \rightarrow 1,60 \text{ cm}$

6.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 60\Omega - j40\Omega$ 'luk bir yükte sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu kısa devre edilmiş seri saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Z}_L = (60 - j40)/75 = 0,8 - j0,533$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 8. slayttaki gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,3806\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 + j0,637$ olup yeri $0,1495\lambda$ hizası, yani $0,1495\lambda - 0,3806\lambda = -0,2311\lambda \equiv 0,2689\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $-j0,637$ değerinde seri reaktans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için empedans abağında $-j0,637$ yayının en dış nokta hizası $0,4098\lambda$ hizasıdır. Kısa devre saplama istendiği için empedans abağındaki sol tarafın hizası $0,00\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0,4098\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1 - j0,637$ empedansında, yeri $0,3505\lambda - 0,3806\lambda = -0,0302\lambda \equiv 0,4698\lambda = l$. $j0,637$ değerinde seri reaktans, kısa devre saplama boyu $0,0903\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde

$$\Gamma_L = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1} = \frac{0,8 - j0,533 - 1}{0,8 - j0,533 + 1} = 0,3034 \angle -94,1^\circ \rightarrow \rho = 0,3034$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \rho = \cos^{-1}(0,3034) = 72,3^\circ \rightarrow \text{üstte kesişen noktanın açısı}$$

$$\theta_2 = -\cos^{-1} \rho = -\cos^{-1}(0,3034) = -72,3^\circ \rightarrow \text{altta kesişen noktanın açısı}$$

$$\frac{180^\circ - (-94,1^\circ)}{720^\circ} \lambda = 0,3806\lambda \rightarrow l = 0 \text{ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela } \theta_1 = 72,3^\circ \text{ ile}$$

seri saplama yeri $l = \frac{(-94,1^\circ) - (72,3^\circ)}{720^\circ} \lambda = -0,2311\lambda \equiv 0,2689\lambda$ bulunur.

$$\Gamma(l) = \rho \angle \theta_1 = 0,3034 \angle 72,3^\circ$$

$\bar{Z}_{in}(l) = \frac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)} = \frac{1+(0,3034 \angle 72,3^\circ)}{1-(0,3034 \angle 72,3^\circ)} = 1 + j0,6368$ kesişme noktasındaki empedans. Yani seri saplanacak reaktans değeri $= -j0,6368$

Saplama boyu 5.1'de gösterildiği gibi, kısa devre için $0,4098\lambda$ bulunur.

6.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 60\Omega + j25\Omega$ 'luk bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu açık devre edilmiş seri saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Z}_L = (60 + j25)/50 = 1,2 + j0,5$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 8. slayttaki gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,1731\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 - j0,492$ olup yeri $0,3558\lambda$ hizası, yani $0,3558\lambda - 0,1731\lambda = 0,1828\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $j0,492$ değerinde seri reaktans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için empedans abağında $j0,492$ yayının en dış nokta hizası $0,0727\lambda$ hizasıdır. Açık devre saplama istendiği için empedans abağındaki sağ tarafın hizası $0,25\lambda$ bundan çıkartılır. $0,0727\lambda - 0,25\lambda = -0,1773\lambda \equiv 0,3227\lambda$ saplama boyudur.

(Diğer çözümde kesişme $1 + j0,492$ empedansında, yeri $0,1442\lambda - 0,1731\lambda = -0,0289\lambda \equiv 0,4711\lambda = l$. $-j0,492$ değerinde seri reaktans, kısa devre saplama boyu $0,1773\lambda$.)

7.1) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0,02 \text{ S}$ olan bir iletim hattı, $Y_L = (0,012 - j0,009) \text{ S}$ 'lik bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu kısa devre edilmiş paralel saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Y}_L = (0,012 - j0,009)/0,02 = 0,6 - j0,45$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 7. slaytta \bar{Y}_L bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,4110\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 + j0,777$ olup yeri $0,1545\lambda$ hizası, yani $0,1545\lambda - 0,4110\lambda = -0,2565\lambda \equiv 0,2435\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $-j0,777$ değerinde paralel süseptans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için admitans abağında $-j0,777$ yayının en dış nokta hizası $0,3948\lambda$ hizasıdır. Kısa devre saplama istendiği için admitans abağındaki sağ tarafın hizası $0,25\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0,1448\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1 - j0,777$ admitansında, yeri $0,3455\lambda - 0,4110\lambda = -0,0655\lambda \equiv 0,4345\lambda = l$. $j0,777$ değerinde seri reaktans, kısa devre saplama boyu $0,3552\lambda$.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde

$$\Gamma_L^I = \frac{\bar{Y}_L - 1}{\bar{Y}_L + 1} = \frac{0,012 - j0,009 - 1}{0,012 - j0,009 + 1} = 0,3623 \angle -115,9^\circ \rightarrow \rho = 0,3623$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \rho = \cos^{-1}(0,3623) = 68,8^\circ \rightarrow \text{üstte kesişen noktanın açısı}$$

$$\theta_2 = -\cos^{-1} \rho = -\cos^{-1}(0,3623) = -68,8^\circ \rightarrow \text{altta kesişen noktanın açısı}$$

$$\frac{180^\circ - (-115,9^\circ)}{720^\circ} \lambda = 0,4110\lambda \rightarrow l = 0 \text{ hizasıdır. Kesişme noktalarından birinin açısı ile, mesela } \theta_1 = 68,8^\circ \text{ ile}$$

$$\text{paralel saplama yeri } l = \frac{(-115,9^\circ) - (68,8^\circ)}{720^\circ} \lambda = -0,2565\lambda \equiv 0,2435\lambda \text{ bulunur.}$$

$$\Gamma_I(l) = \rho \angle \theta_1 = 0,3623 \angle 68,8^\circ$$

$$\bar{Y}_{in}(l) = \frac{1+\Gamma_I(l)}{1-\Gamma_I(l)} = \frac{1+(0,3623 \angle 68,8^\circ)}{1-(0,3623 \angle 68,8^\circ)} = 1 + j0,7773 \quad \text{kesişme noktasındaki admitans. Yani paralel saplanacak süseptans değeri} = -j0,7773$$

Saplama boyu 5.1’de gösterildiği gibi, kısa devre için $0,1448\lambda$ bulunur.

7.2) Karakteristik admitansı $Y_0 = 0,01$ S olan bir iletim hattı, $Y_L = (0,015 + j0,003)$ S’lik bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için aynı tip iletim hattından, sonu açık devre edilmiş paralel saplama yapılacaktır. Saplamanın yükten kaynağa doğru hangi mesafede ve hangi boyda yapılması gerektiğini dalga boyu λ cinsinden bulunuz. Bir çözüm bulmanız yeterlidir. **(25 puan)**

Çözüm: $\bar{Y}_L = (0,015 + j0,003)/0,01 = 1,5 + j0,3$. Smith çalışmaları sunum dosyasında 7. slaytta \bar{Y}_L bulunduktan sonra gösterildiği gibi:

$l = 0$ konumu, dış göstergede $0,2165\lambda$ hizası. Yük çemberinin birim çemberle kesişen ilk noktasında giriş empedansı $1 - j0,476$ olup yeri $0,3564\lambda$ hizası, yani $0,3564\lambda - 0,2165\lambda = 0,1399\lambda = l$ yükten kaynağa doğru saplama mesafesidir ve $j0,476$ değerinde paralel süseptans saplaması yapılacaktır. Saplama boyu için admitans abağında $j0,476$ yayının en dış nokta hizası $0,0707\lambda$ hizasıdır. Açık devre saplama istendiği için admitans abağındaki sol tarafın hizası $0,00\lambda$ bundan çıkartılır, saplama boyu $0,0707\lambda$.

(Diğer çözümde kesişme $1 + j0,476$ admitansında, yeri $0,1436\lambda - 0,2165\lambda = -0,0729\lambda \equiv 0,4271\lambda = l$. $-j0,476$ değerinde paralel süseptans, açık devre saplama boyu $0,4293\lambda$.)

8.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 80\Omega - j35\Omega$ ’luk bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (80 - j35)/50 = 1,6 - j0,7$. Reel kısım 1’den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0,525 + j0,23$. Admitans abağında aynı reel kısım ile simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_p = 0,525 + j0,50$. Yani $j\bar{B}_a = j(0,50 - 0,23) = j0,27$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_p = 1 - j0,952$. Yani $j\bar{X}_a = j0,952$.

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$$jB_a = j0,27 \times (1/Z_0) = j5,4 \text{ mS} \quad \text{ve} \quad jX_a = j0,952 \times Z_0 = j47,6 \Omega$$

(Slayttaki Şekil a çizilmeli.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde

$$\bar{Y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{1}{1,6 - j0,7} = 0,525 + j0,23 = \bar{G}_L + j\bar{B}_L$$

$$\frac{1}{\bar{G}_L + j(\bar{B}_L + \bar{B}_a)} = 1 - j\bar{X}_a \text{ denkleminin çözümü: } \bar{B}_a = \mp \sqrt{\bar{G}_L^2 - \bar{G}_L^2} - \bar{B}_L, \quad \bar{X}_a = (\bar{B}_L + \bar{B}_a)/\bar{G}_L$$

$$\bar{B}_a = \mp \sqrt{0,525^2 - 0,525^2} - 0,23 \rightarrow \bar{B}_a = 0,27 \quad \text{ve} \quad \bar{X}_a = (0,23 + 0,27)/0,525 = 0,952 \text{ bulunur.}$$

(Siemens ve ohm hesabı aynı)

$$\text{Diğer çözüm ise } \bar{B}_a = -0,73 \quad \text{ve} \quad \bar{X}_a = (0,23 - 0,50)/0,525 = -0,952 .$$

$$jB_a = -j0,73 \times (1/Z_0) = -j15 \text{ mS} \quad \text{ve} \quad jX_a = -j0,952 \times Z_0 = -j47,6 \Omega$$

8.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 75 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 90\Omega + j135\Omega$ 'luk bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (90 + j135)/75 = 1,2 + j1,8$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$$\bar{Y}_L = 0,256 - j0,385 \text{ . Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri } \bar{Y}_P = 0,256 + j0,437 \text{ . Yani } j\bar{B}_a = j(0,437 - (-0,385)) = j0,821 \text{ .}$$

$$\text{Bunun simetriği, empedans abağında } \bar{Z}_P = 1 - j1,70 \text{ . Yani } j\bar{X}_a = j1,70 \text{ .}$$

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$$jB_a = j0,821 \times (1/Z_0) = j11 \text{ mS} \quad \text{ve} \quad jX_a = j1,70 \times Z_0 = 128 \Omega$$

(Slayttaki Şekil a çizilmeli.)

9.1) Karakteristik empedansı $Z_0 = 50 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 30\Omega + j100\Omega$ 'luk bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (30 + j100)/50 = 0,6 + j2$. Reel kısım 1'den küçük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin dışındadır. Önce $j\bar{X}_b$ reaktansı seri bağlanacak, sonra $j\bar{B}_b$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 12. slayttaki gibi:

$$\text{Empedans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri } \bar{Z}_S = 0,60 + j0,49 \text{ . Yani } j\bar{X}_b = j(0,49 - 2) = -j1,51 \text{ .}$$

$$\text{Bunun simetriği, admitans abağında } \bar{Y}_S = 1 - j0,817 \text{ . Yani } j\bar{B}_b = j0,817 \text{ .}$$

Bunlar normalize değerlerdir. Ohm ve siemens cinsinden ise

$$jX_b = -j1,51 \times Z_0 = -j75,5 \Omega \quad \text{ve} \quad jB_b = j0,817 \times (1/Z_0) = 0,0163 \text{ S}$$

(Slayttaki Şekil b çizilmeli.)

Smith abağı kullanmayan yöntemde

$$\bar{Z}_L = \bar{R}_L + j\bar{X}_L = 0,6 + j2$$

$$\frac{1}{\bar{R}_L + j(\bar{X}_L + \bar{X}_b)} = 1 - j\bar{B}_b \text{ denkleminin çözümü: } \bar{X}_b = \mp \sqrt{\bar{R}_L - \bar{R}_L^2} - \bar{X}_L \text{ , } \bar{B}_b = (\bar{X}_L + \bar{X}_b)/\bar{R}_L$$

$$\bar{X}_b = \mp \sqrt{0,6 - 0,6^2} - 2 \rightarrow \bar{X}_b = -1,51 \text{ ve } \bar{B}_b = (2 + (-1,51))/0,6 = 0,817 \text{ bulunur.}$$

(Ohm siemens ve hesabı aynı)

$$\text{Diğer çözüm ise } \bar{X}_b = -2,49 \text{ ve } \bar{B}_b = (2 + (-2,49))/0,6 = -0,817 \text{ bulunur.}$$

$$jX_b = -j2,49 \times Z_0 = -j124,5 \Omega \quad \text{ve} \quad jB_b = -j0,817 \times (1/Z_0) = -0,0163 \text{ S}$$

9.2) Karakteristik empedansı $Z_0 = 100 \Omega$ olan bir iletim hattı, $Z_L = 28\Omega - j75\Omega$ 'luk bir yük ile sonlandırılmıştır. Yükü iletim hattına uyumlandırmak için, hemen yük konumunda, biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır?

Çözüm: $\bar{Z}_L = (28 - j75)/100 = 0,28 - j0,75$. Reel kısım 1'den küçük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin dışındadır. Önce $j\bar{X}_b$ reaktansı seri bağlanacak, sonra $j\bar{B}_b$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 12. slayttaki gibi:

Empedans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Z}_S = 0,28 - j0,449$. Yani $j\bar{X}_b = j((-0,449) - (-0,75)) = j0,301$.

Bunun simetriği, admitans abağında $\bar{Y}_S = 1 + j1,60$. Yani $j\bar{B}_b = -j1,60$.

Bunlar normalize değerlerdir. Ohm ve siemens cinsinden ise

$$jX_b = j0,301 \times Z_0 = j30,1 \Omega \quad \text{ve} \quad jB_b = -j1,60 \times (1/Z_0) = 0,0160 \text{ S}$$

(Slayttaki Şekil b çizilmeli.)

Bonus Soru:

50 Hz'de çalışan, Thevenin empedansı $Z_{Th} = 10\Omega + j0\Omega$ olan bir ac kaynak ile $Z_L = 20\Omega - j25\Omega$ empedansında bir yüke maksimum güç aktarabilmek için, yüke biri paralel biri seri iki reaktans (süseptans) bağlanacaktır. Seri ve paralel bağlanma sırası ve bağlanacak değerler ne olmalıdır? Bobin veya kondansatörden hangileri ise endüktans veya kapasitansını da bulunuz.

Çözüm: $Z_0 = R_{Th} = 10\Omega$ ile uyumlandırma problemiyle aynıdır (Z_{Th} yalnız reel olduğu için).

$\bar{Z}_L = (20 - j25)/10 = 2 - j2,5$. Reel kısım 1'den büyük olduğu için empedans abağındaki birim çemberin içindedir. Önce $j\bar{B}_a$ süseptansı paralel bağlanacak, sonra $j\bar{X}_a$ reaktansı bu paralel yapıya seri bağlanacak. Smith çalışmaları sunum dosyasında 11. slayttaki gibi:

$\bar{Y}_L = 0,195 + j0,244$. Admitans abağında aynı reel kısımla simetrik birim çemberle kesişen noktalardan biri $\bar{Y}_P = 0,195 + j0,396$. Yani $j\bar{B}_a = j(0,396 - 0,244) = j0,152$.

Bunun simetriği, empedans abağında $\bar{Z}_P = 1 - j2,03$. Yani $j\bar{X}_a = j2,03$.

Bunlar normalize değerlerdir. Siemens ve ohm cinsinden ise

$$jB_a = j0,152 \times (1/Z_0) = j0,0152 \text{ S} \quad \text{ve} \quad jX_a = j2,03 \times Z_0 = 20,3 \Omega$$

$$B_a > 0 \text{ olduğu için kapasitiftir. } B_a = j\omega C = j0,0152 \text{ S} = j(2\pi \cdot 50\text{Hz})C \rightarrow C = 48,5 \mu\text{F}$$

$$X_a > 0 \text{ olduğu için endüktiftir. } X_a = j\omega L = j20,3 \Omega = j(2\pi \cdot 50\text{Hz})L \rightarrow L = 6,5 \text{ mH}$$

Slayttaki Şekil a'daki gibi bağlanır. Gerçekten de $\left[Z_L \parallel \left(\frac{1}{jB_a} \right) \right] + jX_a = R_{Th}$ (omik) olduğunu görebilirsiniz.