SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
10.11.2019   Süre: 80 dakika

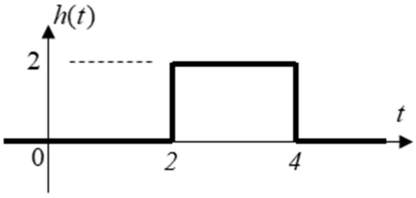
1) $x[n] = -2u[n+3] + 4u[n] + 2u[n-4]$ sinyali ile, tek ve çift bileşenlerini çiziniz.
(3+6+6 puan)

2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

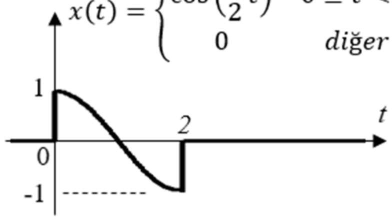
$$y(t) = t^2 \frac{dx(t)}{dt}$$

ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? **(5×2 puan)** Açıklama beklenmiyor.

3) Aşağıda birim darbe tepkisi(h) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin çıkışını(y) bulunuz (çizmeniz beklenmiyor). **(25 puan)**

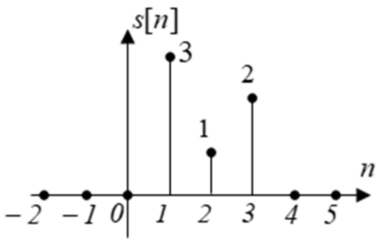


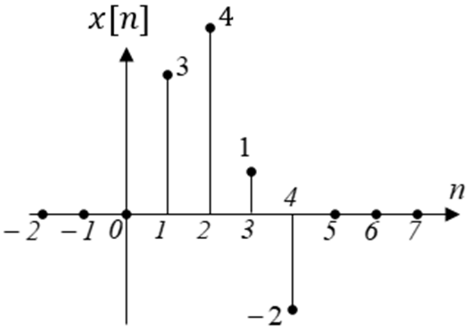
$$x(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) & 0 \le t < 2 \\ 0 & diğer \end{cases}$$



4) 3. sorudaki sistemin birim basamak tepkisini(s) çiziniz. **(10 puan)**

5) Aşağıda birim basamak tepkisi(s) ve girişi(x) verilen doğrusal zamanla değişmez (DZD) sistemin önce birim darbe tepkisi(h), sonra çıkışını(y) çiziniz. **(10+10 puan)**



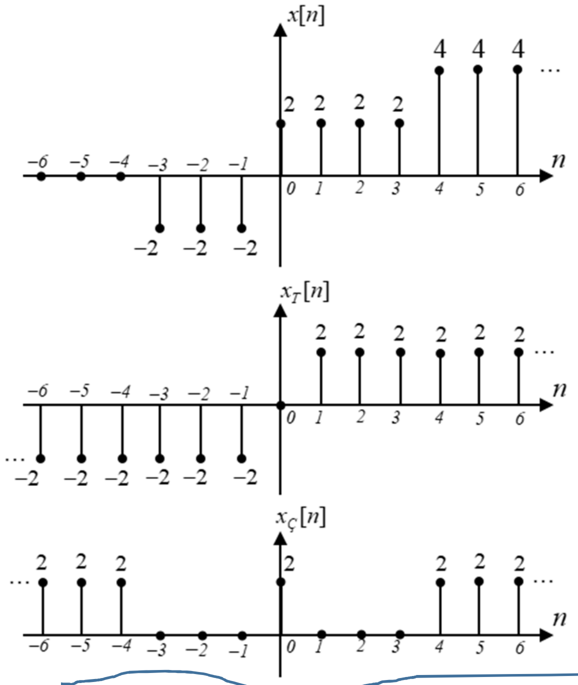


6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = 5x(t)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz**(10 puan)**. Ayrıca $x(t) = e^{-2t}u(t)$ girişi ve $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$ başlangıç şartları için çıkışını bulunuz**(10 puan)**.

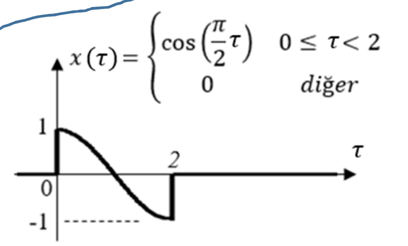
BAŞARILAR …

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
10.11.2019

1)

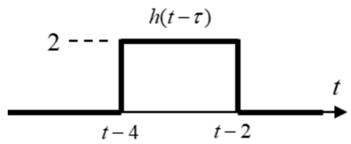


2) Türev, komşu iki an arasındaki farktan hesaplandığı için belleklidir.
Sağdan mı soldan mı türev olduğu belirtilmezse sağdan ve soldan türev aynı demektir. Soldan türev nedensel olduğu için nedenseldir.
Giriş basamak olsa, kendisi sınırlı olduğu halde türevi darbe sınırsız olduğu için kararsızdır.
Doğrusaldır.
Zamanla değişendir.
(*Şimdi hata düzeltildi ama sınav kağıtlarında yanlışlıkla x yerine y yazılmıştı. Bu yüzden 2. soru iptal; sınava katılan herkese 2. sorudan 10 puan, cevap vermemiş olsa bile.*)



3) $y(t)=\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$ İntegrali alınan

$x(\tau)h(t-\tau)$ ifadesinin yazılış biçimini değiştiren her t bölgesi ayrı ayrı incelenmeli.



$t-2<0$ yani $\boldsymbol{t<2}$ **ise:**

$$x(\tau)h(t-\tau)=0\quad\forall\tau\ \rightarrow\ y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}0\cdot d\tau=0\,.$$

$0\le t-2<2$ yani $\boldsymbol{2\le t<4}$ **ise:** $x(\tau)h(t-\tau)=\begin{cases}2\cdot\cos(\pi\tau/2) & 0\le\tau\le t-2\\ 0 & \text{diğer}\end{cases}$

$$y(t)=\int_{\tau=0}^{t-2}2\cos(\pi\tau/2)\,d\tau=\left[2\cdot\frac{2}{\pi}\sin(\pi\tau/2)\right]_{\tau=0}^{t-2}=\frac{4}{\pi}\sin\{(\pi t/2)-\pi\}-0=\frac{-4}{\pi}\sin(\pi t/2)=y(t)$$

$0\le t-4<2$ yani $\boldsymbol{4\le t<6}$ **ise:** $x(\tau)h(t-\tau)=\begin{cases}2\cdot\cos(\pi\tau/2) & t-4\le\tau\le 2\\ 0 & \text{diğer}\end{cases}$

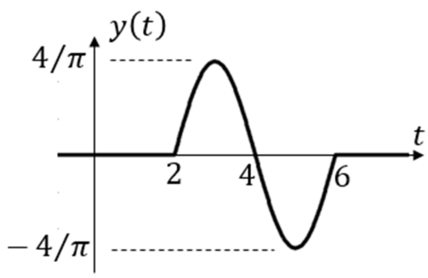
$$y(t)=\int_{\tau=t-4}^{2}2\cos(\pi\tau/2)\,d\tau=\left[2\cdot\frac{2}{\pi}\sin(\pi\tau/2)\right]_{\tau=t-4}^{2}=\frac{4}{\pi}\sin(\pi\cdot 2/2)-\frac{4}{\pi}\sin\{(\pi t/2)-2\pi\}$$

$$y(t)=\frac{-4}{\pi}\sin(\pi t/2)$$

$t-4\ge 2$ yani $\boldsymbol{t\ge 6}$ **ise:** $x(\tau)h(t-\tau)=0\quad\forall\tau\ \rightarrow\ y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}0\cdot d\tau=0\,.$

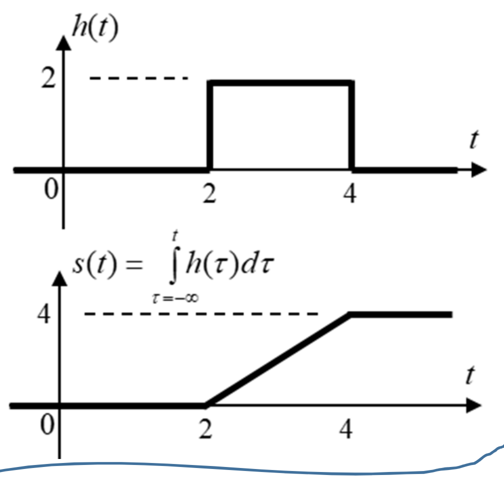
Sonuç:

$$y(t)=\begin{cases}0 & t<2\\ \frac{-4}{\pi}\sin(\pi t/2) & 2\le t<6\\ 0 & t\ge 6\end{cases}$$

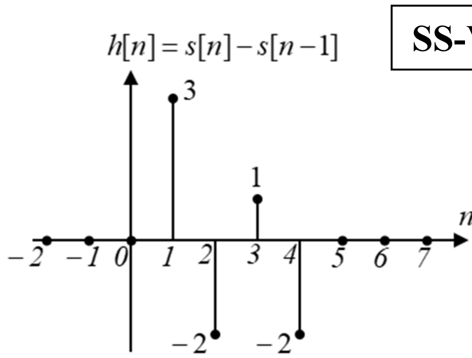


Bu soruya özel, peşpeşe iki ayrı bölgede çıkış aynı bulunduğu için bölge sayısı bir azalmış gibi oldu.

4)



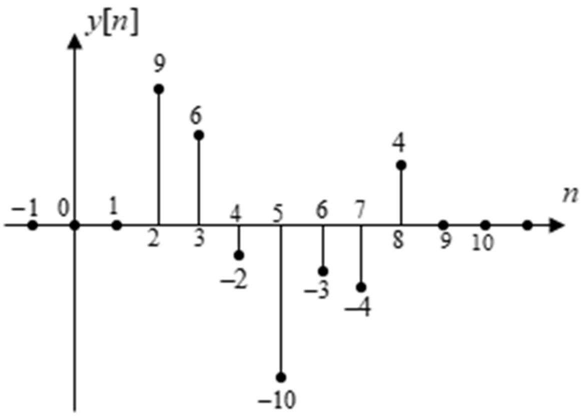
5)



$y[n] = x[n] * h[n]$ Her iki sinyal de sonlu süreli olduğu için klasik çarpmaya benzer yolla bulalım:

			$x[1]$					$x[4]$
			$h[1]$	3	4	1	-2	$h[4]$
			×	3	-2	1	-2	
				-6	-8	-2	4	
			3	4	1	-2		
		-6	-8	-2	4			
+	9	12	3	-6				
	9	6	-2	-10	-3	-4	4	
	$y[1+1]$						$y[4+4]$	
	$= y[2]$						$= y[8]$	

Yandaki şekil bulunur.



6) Birim darbe tepkisi $h(t)$ şöyle bulunur:

$t > 0$ için $\ddot{h}(t) + 4\dot{h}(t) + 3h(t) = 0$ denklemi,

$h(0) = 0$ ve $\dot{h}(0) = 5/1 = 5$ başlangıç şartları ile çözülür.

$$\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = -1\,, \ \lambda_2 = -3$$
$$h(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-3t}$$
$$h(0) = A_1 + A_2 = 0$$
$$\dot{h}(0) = -A_1 - 3A_2 = 5$$
$$A_1 = 5/2 \quad , \qquad A_2 = -5/2$$

Tüm zamanlar için ise

$$\boxed{h(t) = \frac{5}{2}(e^{-t} - e^{-3t})u(t)}$$

$y(t)$ hesabında ise $t < 0$ için sağ taraf sıfır, $y(0) = 0$ ve $\dot{y}(0) = 0$ olmasından, $t < 0$ için $y(t) = 0$ olduğu bellidir.

$x(t) = e^{-2t}u(t)$ girişi için $t > 0$ bölgesinde çıkışın homojen çözümü, $\lambda_1 = -1\,,\ \lambda_2 = -3$ olduğu için,

$$y_h(t) = B_1 e^{-t} + B_2 e^{-3t}$$

Denklemin sağ tarafı bu bölgede $5e^{-2t}$ ve $-2 \notin \{\lambda_1, \lambda_2\}$ olduğundan, özel çözüm $y_ö(t) = ce^{-2t}$.

Burada $c = \frac{5}{(-2)^2 + 4(-2) + 3} = -5$

$$y(t) = B_1 e^{-t} + B_2 e^{-3t} - 5e^{-2t}$$
$$y(0) = B_1 + B_2 - 5 = 0$$
$$\dot{y}(0) = -B_1 - 3B_2 + 10 = 0$$

$$B_1 = 5/2 \quad , \qquad B_2 = 5/2$$

Tüm zamanlar için ise

$$\boxed{y(t) = \frac{5}{2}(e^{-t} + e^{-3t} - 2e^{-2t})u(t)}$$