ÖDEV #1

Ödevlerinizi kâğıtta yazılı olarak elden ya da elektronik ortamda e-postayla **22 Ekim 2013 Salı** gününe kadar teslim ediniz. Ödevleriniz birbirinizinkine birbirinizden alındığını düşündürtecek kadar benzememelidir. Aksi halde o sorudan alınan bir kişilik puan bu öğrenciler arasında paylaştırılır.

1) Kâğıt(k)-taş(t)-makas(m) oyununda kazanan veya berabere kalınan seçimi A={k,t,m} üzerinde tanımlı Δ işleminin sonucu olarak tanımlarsak, yani

Δ	k	t	m
k	k	k	m
t	k	t	t
m	m	t	m

ise (A, Δ) bir değişmeli bir grup mudur?

2) A boş olmayan bir küme ve A 'nın bütün altkümelerinden oluşan küme (evrensel küme) E olsun.

a) $(E, \cup)$ değişmeli bir grup mudur?

b) $(E, \cap)$ değişmeli bir grup mudur?

3) $D = \{d \mid d = a + b\sqrt{3}$ biçiminde yazılabilen sayılar, a ve b rasyonel olmak üzere$\}$ kümesi bilinen toplama ve çarpma işlemleriyle bir cisim midir? Gösteriniz.

4) B = {p, q, r} kümesi ile birlikte bir cisim oluşturacak iki işlem ($\oplus$ ve $\otimes$) tanımlayınız.
Yani

$p \oplus q = ?$ $\qquad$ $p \otimes q = ?$

$p \oplus r = ?$ $\qquad$ $p \otimes r = ?$

$q \oplus r = ?$ $\qquad$ $q \otimes r = ?$

$-p = ?$ $\quad -q = ?$ $\quad -r = ?$

$p^{-1} = ?$ $\quad q^{-1} = ?$ $\quad r^{-1} = ?$ (Sıfır olanı hariç)

5) F bir cisim ve $V = \{f \mid f : F \rightarrow F\}$ vektör uzayı olsun. (V, F) vektör uzayının iki alt kümesi de

$V_T = \{f \mid \text{Her } x \in F \text{ için } f(-x) = -f(x)\}$ (Tek fonksiyonlar kümesi)

$V_Ç = \{f \mid \text{Her } x \in F \text{ için } f(-x) = f(x)\}$ (Çift fonksiyonlar kümesi)

olarak tanımlanıyor. V_T ve $V_Ç$ altuzay mıdır? Gösteriniz.

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

ÖDEV #2

Ödevlerinizi kâğıtta yazılı olarak elden ya da elektronik ortamda e-postayla **05 Kasım 2013 Salı** gününe kadar teslim ediniz. Ödevleriniz birbirinizinkine birbirinizden alındığını düşündürtecek kadar benzememelidir. Aksi halde o sorudan alınan bir kişilik puan bu öğrenciler arasında paylaştırılır.

1) Kırmızı (R), yeşil (G), mavi (B) ışıkların parlaklıklarını temsil eden reel sayı üçlüleriyle oluşturulan RGB uzayı, bir vektör uzayı olarak düşünülebilir mi? Düşünülemezse neden? Düşünülebilirse nasıl?

2) Bilinen toplama ve çarpma işlemleriyle tanımlı $\Re$ cismi üzerinde fonksiyonların bilinen toplama ve reel sayıyla çarpım işlemleriyle tanımlı

V = { f | f: $\Re \rightarrow \Re$ olan 3. dereceye kadarki polinom fonksiyonlar }

Vektör uzayını ele alalım. Bu vektör uzayı için $\mathcal{B}$ ve $\mathcal{B}'$ sıralı tabanları şöyle tanımlanıyor:

$\mathcal{B} = \{ 1, x, x^2, x^3 \}$ $\qquad$ $\mathcal{B}' = \{ 1, (x+a), (x+a)^2, (x+a)^3 \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x reel sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

$\mathcal{B}$ tabanına göre koordinat vektörünü $\mathcal{B}'$ tabanına göre koordinat vektörüne dönüştüren matrisi bulunuz. Yani $[f]_{\mathcal{B}'} = P \cdot [f]_{\mathcal{B}}$ için gereken P matrisini bulunuz. (Kısa yol gösterme: Taylor serisine açma kuralından faydalanarak daha kolay çözebilirsiniz.)

3) 1. sorudaki V vektör uzayı üzerinde Laplace dönüşümünün ($\mathcal{L}$) matris gösterimini verilen sıralı tabanlar için bulunuz. Şöyle ki:

$$\mathcal{L} : V \rightarrow W$$

V için sıralı taban : $\mathcal{B} = \{ 1, x, x^2, x^3 \}$, $\qquad$ W için sıralı taban : $\mathcal{B}' = \{ \frac{1}{s}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3}, \frac{1}{s^4} \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x veya s reel veya karmaşık sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

4) Size özel olarak verilen A matrisinin görüntü uzayı için bir taban bulunuz.

5) Size özel olarak verilen A matrisinin sıfır uzayı için bir taban bulunuz.

Kişiye özel A matrisleri:

Ö.P.A için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

T.Ş. için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

S.S için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

M.N.T. için:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & -5 & -6 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & -2 & 2 & -5 \\ 4 & 0 & 3 & -5 & -8 & 5 & -3 \\ 5 & 9 & -1 & 4 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

Y.Y için:

$$A=\begin{bmatrix} -4 & 3 & 4 & -4 & -7 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & -4 & 4 & 7 & -4 & 0 \\ -5 & -1 & -2 & 1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & -4 & -6 & 5 & 7 & -6 & -3 \\ 0 & 3 & -7 & -6 & -2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

M.B.Ç. için:

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 5 & -1 & 0 & -3 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & 3 & -3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & 6 & 4 & 0 & 5 \\ -5 & -5 & 1 & 0 & 3 & -4 & 2 \\ -7 & -3 & -2 & -3 & 6 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

S.K. için:

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & -5 & -6 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & -2 & 2 & -5 \\ 4 & 0 & 3 & -5 & -8 & 5 & -3 \\ 5 & 9 & -1 & 4 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

G.B. için:

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & 1 & -3 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 2 & 7 & -4 & -5 & -2 \\ -5 & 5 & -4 & -3 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & 5 & -2 & -7 & 4 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & -1 & -8 & 7 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

İ.H.U. için:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & -3 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & -4 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & -2 & -1 & 0 & 3 & 6 \\ -4 & -2 & -2 & -1 & 4 & 4 & 8 \\ 3 & -5 & 1 & -4 & -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Z.O.D. için:

$$A=\begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -1 & 5 & 0 & -3 & -5 \\ -1 & -1 & 3 & 4 & -2 & -2 & -2 \\ -2 & -4 & 7 & 2 & -3 & -3 & -3 \\ -2 & -4 & 0 & -1 & 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

N.B. için:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 & -4 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 4 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -2 & 4 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & -3 & -4 & 2 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & 3 & -7 & 2 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

Varsa başka öğrenci için:

$$A=\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 & -3 & -1 & 1 & -2 \\ -4 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -6 & 8 & 8 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & -4 & 4 & 0 \\ -2 & 5 & 4 & -6 & -5 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ