

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI

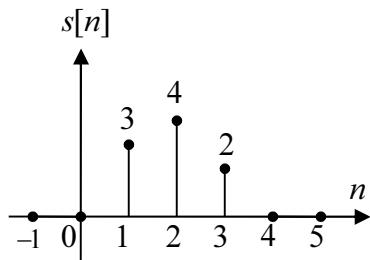
21.11.2011 Süre: 80 dakika

1) $x(t) = 2u(t+2) - 4u(t-2)$ sinyalinin tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (15 puan)

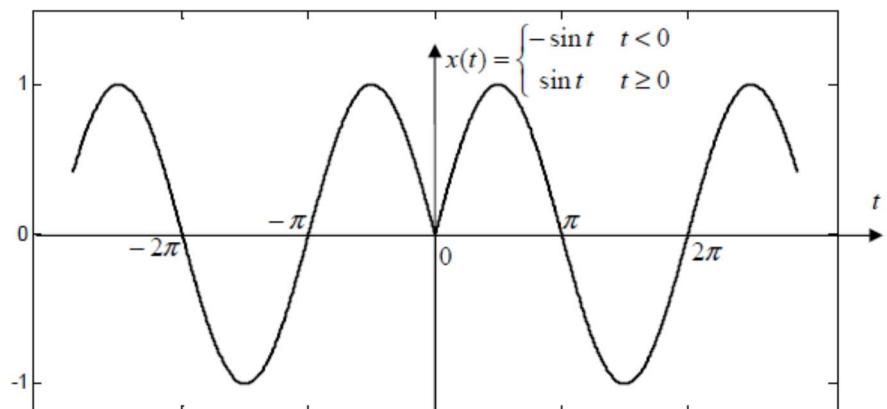
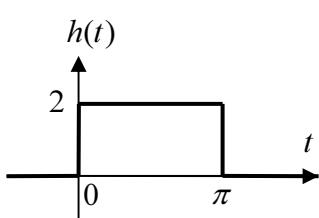
2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_{t-2}^t x(\tau+1)d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x2 = 10 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

3) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. (20 puan) İstediğiniz yolla hesaplayınız.

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıklıktır.



4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekilde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$\dot{y}(t) + 2y(t) = x(t)$$

ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = u(t) \cos t$ girişi ve $y(0) = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. (15 puan)

6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2y[n+2] - 2y[n+1] + 0,5y[n] = 6x[n-5]$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

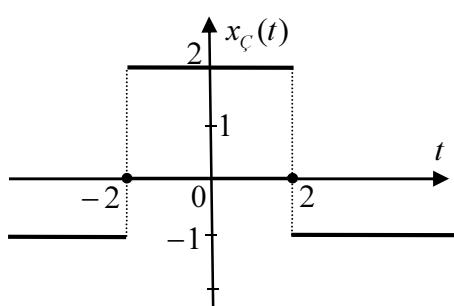
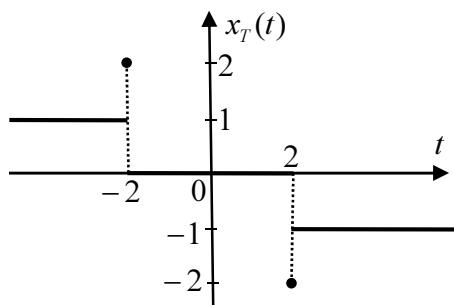
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
21.11.2011

$$1) \quad x(t) = 2u(t+2) - 4u(t-2) = \begin{cases} 0 & t < -2 \\ 2 & -2 \leq t < 2 \\ -2 & t \geq 2 \end{cases}$$

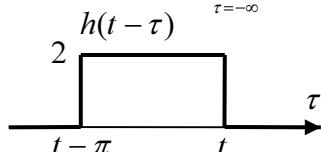
Tek ve çift bileşenlerin önce sağ yarlarını bulalımlı:

$$\begin{array}{ll} 0 \leq t < 2 \text{ için } x_T(t) = (2-2)/2 = 0 & x_C(t) = (2+2)/2 = 2 \\ t = 2 \text{ için } x_T(2) = (-2-2)/2 = -2 & x_C(2) = (-2+2)/2 = 0 \\ t > 2 \text{ için } x_T(t) = (-2-0)/2 = -1 & x_C(t) = (-2+0)/2 = -1 \end{array}$$

Bunların simetriklerini de alarak çizelim:



$$4) \quad y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$



$t < 0$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2 \sin \tau & t-\pi \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-\pi}^t -2 \sin \tau d\tau = 2 \cos \tau \Big|_{t-\pi}^t = 2 \cos t - 2 \cos(t-\pi)$$

$$y(t) = 4 \cos t$$

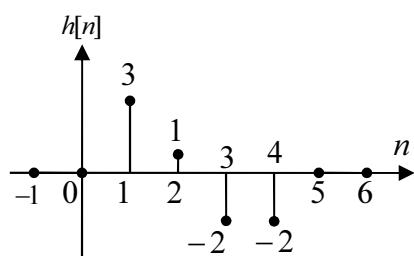
$0 \leq t < \pi$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2 \sin \tau & t-\pi \leq \tau \leq 0 \\ 2 \sin \tau & 0 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-\pi}^0 -2 \sin \tau d\tau + \int_0^t 2 \sin \tau d\tau = 2 \cos \tau \Big|_{t-\pi}^0 - 2 \cos \tau \Big|_0^t = 2 - 2 \cos(t-\pi) - 2 \cos t + 2 \rightarrow y(t) = 4$$

- 2) Sistem belleklidir.
 Doğrusaldır.
 Nedensel değildir.
 Kararlıdır (her sonlu sinyalin her sonlu zaman aralığı boyunca integrali sonludur).
 Zamanla değişmez (sınırında sonlu sabit yok).

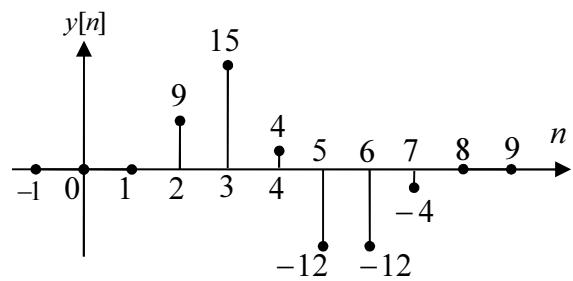
$$3) \quad \text{Birim darbe tepkisi: } h[n] = s[n] - s[n-1]$$



Cıkış $y[n] = x[n] * h[n]$. Bunu klasik çarpmaya benzer yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} \times \quad 3 \quad 1 \quad (-2) \quad (-2) \\ \hline \quad 3 \quad 4 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } h[4] \\ \text{Sonuncusu } x[3] = s[3] \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 6 \quad 2 \quad (-4) \quad (-4) \\ \hline \quad 12 \quad 4 \quad (-8) \quad (-8) \\ + \quad 9 \quad 3 \quad (-6) \quad (-6) \\ \hline \quad 9 \quad 15 \quad 4 \quad (-12) \quad (-12) \quad (-4) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Sonuncusu } y[3+4] = y[7] \end{array}$$

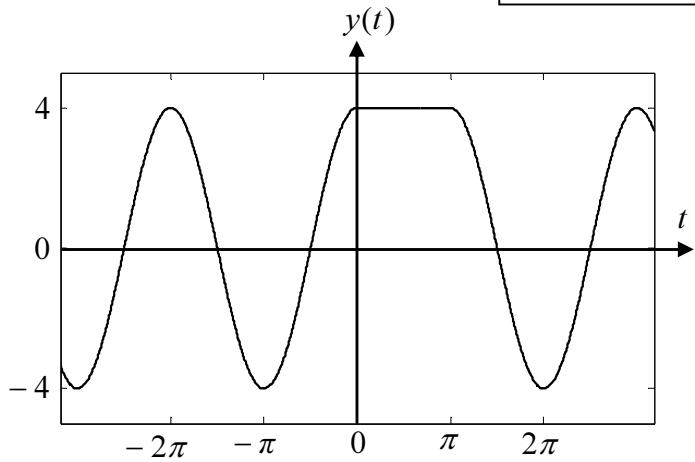


$t \geq \pi$ için:

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & t-\pi \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{t-\pi}^t 2\sin \tau \, d\tau = -2\cos \tau \Big|_{t-\pi}^t \\ &= -2\cos t + 2\cos(t-\pi) \rightarrow y(t) = -4\cos t \end{aligned}$$

$$\text{Sonuç: } y(t) = \begin{cases} 4\cos t & t < 0 \\ 4 & 0 \leq t < \pi \\ -4\cos t & t \geq \pi \end{cases}$$



5) Diferansiyel denklemin sağ tarafı $u(t)$ ile çarpım halinde ve 0 anındaki tüm standart başlangıç şartları sıfır (burada 1. Mertebe olduğu için yalnızca $y(0) = 0$). Bu yüzden $t \geq 0$ çözümünü $u(t)$ ile çarpacağımız.

$$\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2$$

$$t \geq 0 \text{ için homojen çözüm: } y_h(t) = Ae^{-2t}$$

$$\text{sağ taraf} = x(t) = \cos t \text{ için } \mp j \notin \{\lambda\}, \text{ dolayısıyla } y_{\ddot{o}}(t) = b \sin t + c \cos t$$

$$\dot{y}_{\ddot{o}}(t) = b \cos t - c \sin t \rightarrow \dot{y}_{\ddot{o}}(t) + 2y_{\ddot{o}}(t) = (b + 2c) \cos t + (-c + 2b) \sin t = \cos t \\ b + 2c = 1$$

$$2b - c = 0 \rightarrow b = 1/5, \quad c = 2/5 \rightarrow y_{\ddot{o}}(t) = \frac{1}{5} \sin t + \frac{2}{5} \cos t$$

$$y(t) = Ae^{-2t} + \frac{1}{5} \sin t + \frac{2}{5} \cos t$$

$$y(0) = 0 = A + 2/5 \rightarrow A = -2/5$$

$$\text{Tüm zamanlar için çıkış: } y(t) = \frac{1}{5}(-2e^{-2t} + \sin t + 2\cos t)u(t)$$

6) $n > 5$ için $2h[n+2] - 2h[n+1] + 0,5h[n] = 0$ denklemini $h[6] = 0$ ve $h[7] = 6/2 = 3$ için çözeriz:

$$2\lambda^2 - 2\lambda + 0,5 = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1/2$$

$$\rightarrow h[n] = \frac{(A_1 + A_2 n)}{2^{n-7}} \rightarrow h[6] = 2A_1 + 12A_2 = 0$$

$$h[7] = A_1 + 7A_2 = 3 \rightarrow A_1 = -18, \quad A_2 = 3$$

$$\boxed{\text{Tüm zamanlar için yazılırsa: } h[n] = \frac{(3n-18)}{2^{n-7}} u[n-7]}$$

Başka gösterimler de mümkündür. Meselâ,

$$h[n] = \frac{(6n-36)}{2^{n-6}} u[n-6] = \frac{(384n-2304)}{2^n} u[n-6] = \frac{(384n-2304)}{2^n} u[n-7]$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
18.4.2012 Süre: 75 dakika

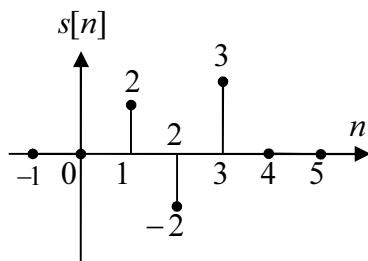
- 1) Aşağıdaki sinyallerin periyodik olup olmadıklarını ve periyodik olan(lar)ın ana periyodunu yazınız. **(10 puan)**

a) $y[n] = \sin(2\pi n/7) + (-1)^n$ b) $x[n] = \cos(\sqrt{2}\pi n/7) + \sin(\sqrt{2}\pi n/5)$

- 2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^5 k x[n+k]$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? **(5x2 = 10 puan)** (Açıklama beklenmemektedir.)

- 3) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. İstedığınız yolla yapınız. **(20 puan)**

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıklıktır.



- 4) Birim darbe tepkisi $h(t) = -u(t) + 2u(t-2) - u(t-4)$ ile verilen doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine $x(t) = 2u(t-1)$ sinyali uygulanırsa alınacak çıkış sinyalini çiziniz. **(20 puan)**

- 5) Birim darbe tepkisi (h) ve girişi (x) verilen doğrusal zamanla değişmez sistemlerden istedığınız birisinin çıkışını (y) bulunuz. **(20 puan)** (Çizmeniz beklenmemektedir.)

a) $h[n] = u[n] - u[n-4]$, $x[n] = \sin(\pi n/2)$

b) $h(t) = u(t) - u(t-2)$, $x(t) = \cos(\pi t)$

- 6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2y''(t) + 50y(t) = 10x(t-3)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. **(20 puan)**

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

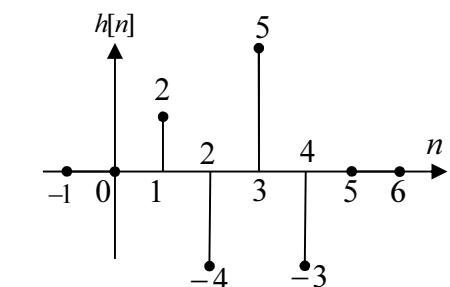
**Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA
V CEVAP ANAHTARI
18.4.2012**

1) a) $\sin(2\pi n/7) \rightarrow N_1 = 7$ ve katları ile periyodik. $(-1)^n \rightarrow N_2 = 2$ ve katları ile periyodik.
 $\rightarrow y[n]$ ise $N = \text{EKOK}(N_1, N_2) = 14$ ile periyodiktir.

b) Hem $\sqrt{2} N_1 / 7 = 2k$ hem de $\sqrt{2} N_2 / 7 = 2m$ şartını sağlayacak (N_1, k) ve (N_2, m) tamsayı çiftleri mümkün olmadığı için her iki bileşen de periyodik değildir. Periyodik olmayan bileşenlerin birbirini yok etme durumu da olmadığı için $x[n]$ periyodik değildir.

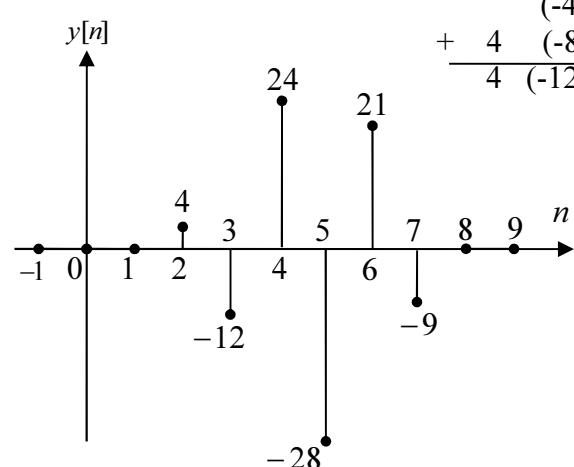
2) $y[n] = \sum_{k=0}^5 k x[n+k] = x[n+1] + 2x[n+2] + 3x[n+3] + 4x[n+4] + 5x[n+5]$ yazınca açıkça görülebileceği gibi sistem doğrusaldır, belleklidir (ama geleceği hatırlayan bellekli), nedensel değildir, kararlıdır, zamanla değişmez.

3) Birim darbe tepkisi: $h[n] = s[n] - s[n-1]$



Çıkış ise $y[n] = h[n]^* x[n]$. Bunu klasik çarpmaya benzer yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} \times \\ \hline 2 & (-4) & 5 & (-3) \\ & 2 & (-2) & 3 \\ \hline 6 & (-12) & 15 & (-9) \end{array}$$

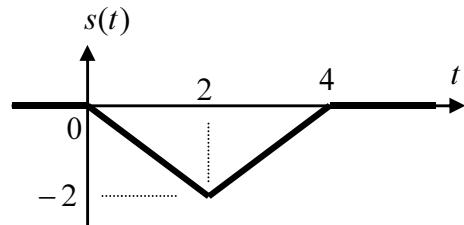
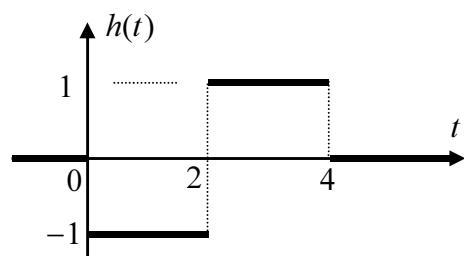
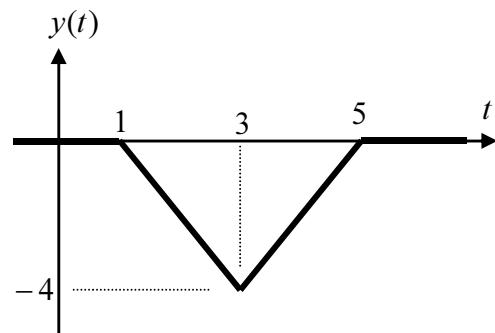


$$+ \frac{4 \quad (-8) \quad 10 \quad (-6)}{4 \quad (-12) \quad 24 \quad (-28) \quad 21 \quad (-9)} \quad \text{Sonuncusu} \quad y[3+4] = y[7]$$

$$4) \ x(t) = 2u(t-1) \Rightarrow y(t) = 2s(t-1)$$

$s(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$ yanda alttaki gibi bulunur.

Bundan da $y(t) = 2s(t - 1)$ hemen aşağıdaki gibi çizilir:



5) $y = x * h$

BSS-V-2012-CA-2

a) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$ $h[k] = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq 3 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$

$$y[n] = \sum_{k=0}^3 1 \cdot x[n-k] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + x[n-3]$$

$$y[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\right) + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \pi\right)}_{-\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)} + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{3\pi}{2}\right)}_{-\sin\left(\frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} \rightarrow [y[n] = 0]$$

b) $y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau$ $h(\tau) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \tau < 2 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$

$$y(t) = \int_{\tau=0}^2 1 \cdot x(t-\tau) d\tau = \int_{\tau=0}^2 \cos(\pi t - \pi\tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \left[-\sin(\pi t - \pi\tau) \right]_{\tau=0}^2$$

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \left[-\sin(\pi t - 2\pi) + \sin(\pi t) \right] = [y(t) = 0]$$

Görüldüğü gibi doğrusal zamanla değişmez sistemlerde birim darbe tepkisi ve giriş sıfırdan farklı olsa da çıkış sıfır olabilmektedir.

6) $t > 3$ için $2\ddot{h}(t) + 50h(t) = 0$ denklemi $h(3) = 0$, $\dot{h}(3) = \frac{10}{2} = 5$ başlangıç şartlarıyla çözülmelidir.

$$2\lambda^2 + 50 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j5$$

$$\rightarrow h(t) = A \cos(5(t-3)) + B \sin(5(t-3)) \rightarrow h(3) = 0 = A \rightarrow A = 0$$

$$\rightarrow \dot{h}(t) = -5A \sin(5(t-3)) + 5B \cos(5(t-3)) \rightarrow \dot{h}(3) = 5 = 5B \rightarrow B = 1 \text{ bulunur.}$$

Tüm zamanlar için çözüm ise: $[h(t) = u(t-3) \cdot \sin(5(t-3))]$

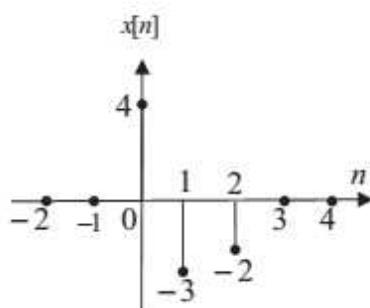
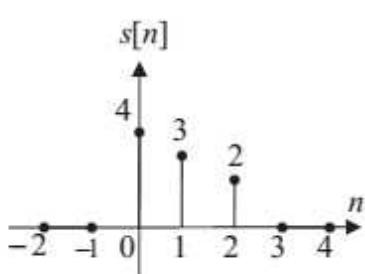
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI

20.11.2012 Süre: 80 dakika

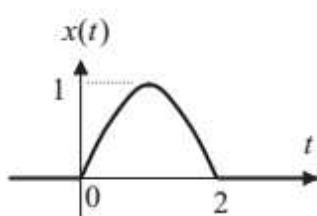
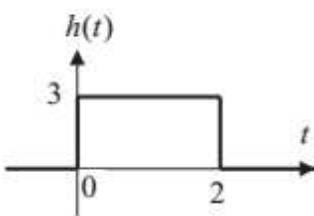
- 1) $x[n] = 4u[n+2] - 4u[n-2] + 2\delta[n-2]$ sinyalinin önce kendisini, sonra tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (3+6+6 = 15 puan)

- 2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_0^t |x(\tau)| d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x2 = 10 puan) (Açıklama beklenmemektedir. Sistem üzerinde burada verilmeyen özel bir durum yoktur.)

- 3) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin birim darbe tepkisini bulunuz (10 puan). Sistem girişine diğer şekildeki $x[n]$ sinyali uygulanırsa alınacak çıkışını istedığınız yolla bulup çiziniz (10 puan).



- 4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekilde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



$$x(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) & 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

- 5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$\ddot{y}(t) + 9y(t) = 4x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

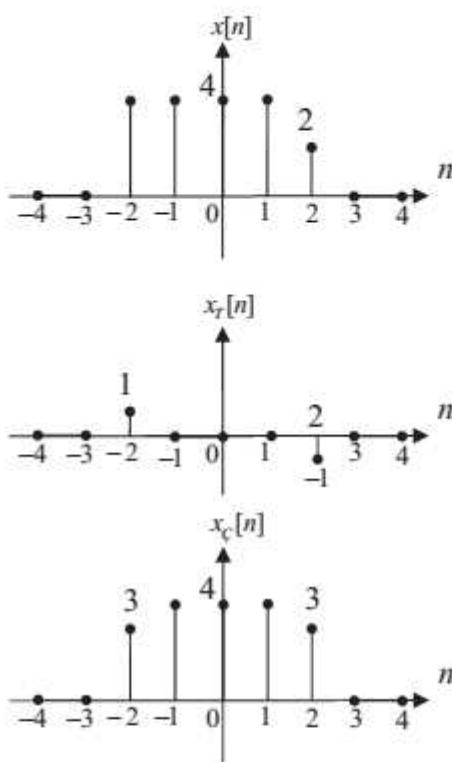
- 6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2y[n+1] - 2y[n] = x[n]$$

ile verilen sistemin çıkışını, $x[n] = u[n]$ girişi ve $y[0] = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. (15 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAVER CEVAP ANAHTARI
20.11.2012

1)



$$x[n] = x_T[n] + x_C[n]$$

Tek Çift

$$x_T[0] = 0$$

$$x_C[0] = 4$$

$$x_T[1] = \frac{4-4}{2} = 0$$

$$x_C[1] = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$x_T[2] = \frac{2-4}{2} = -1$$

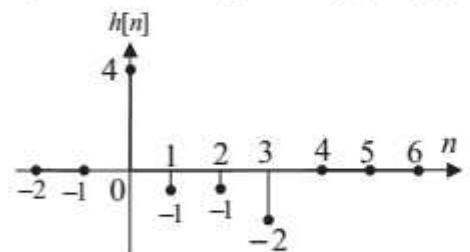
$$x_C[2] = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$n > 2 \Rightarrow x_T[n] = \frac{0-0}{2} = 0, \quad x_C[n] = \frac{0+0}{2} = 0$$

Diger yarilari da simetri kuralina gore çizilince yandaki sekiller bulunur.

2) Sistem belleklidir. Doğrusal değildir (mutlak değer var). Nedensel değildir ($t < 0$ olsa bile $x(0)$ gerekiyor). Kararsızdır (mesela sonlu sabit bir girişe çıkıştır, t çarpanlı, yani sınırlanamaz olur). Zamanla değişir (sınırlardan biri sonlu sabit).

3) Birim darbe tepkisi: $h[n] = s[n] - s[n-1]$



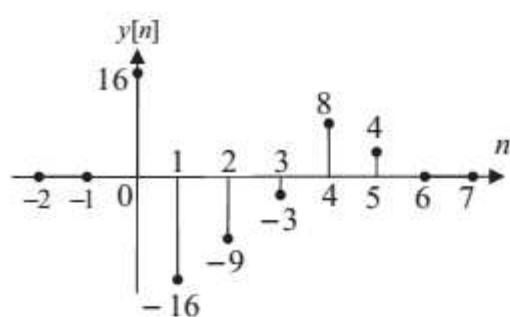
Cikis $y[n] = x[n] * h[n]$. Bunu klasik carpma yolla yapalim:

$$\begin{array}{r} 4 \ (-1) \ (-1) \ (-2) \\ \times \quad 4 \ (-3) \ (-2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-8) \ 2 \ 2 \ 4 \\ (-12) \ 3 \ 3 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \ 16 \ (-4) \ (-4) \ (-8) \\ \hline 16 \ (-16) \ (-9) \ (-3) \ 8 \ 4 \end{array}$$

Sonucusu $y[3+2] = y[5]$



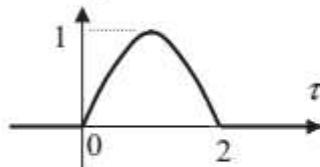
$$4) \quad y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$t < 0 \text{ için: } x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau$$

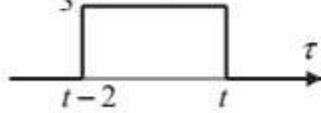
$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$

$$0 \leq t < 2 \text{ için: } x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \sin(\pi\tau/2) & 0 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases} \rightarrow y(t) = \int_0^t 3 \sin(\pi\tau/2) d\tau$$

$$x(\tau)$$



$$h(t-\tau)$$



$$y(t) = -\frac{6}{\pi} \cos(\pi t/2) \Big|_0^t = \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) = y(t)$$

$2 \leq t < 4$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 3\sin(\pi\tau/2) & t-2 \leq \tau \leq 2 \\ 0 & \text{diger} \end{cases} \quad y(t) = \int_{t-2}^2 3\sin(\pi\tau/2) d\tau = -\frac{6}{\pi} \cos(\pi\tau/2) \Big|_{t-2}^2$$

$$\rightarrow y(t) = -\frac{6}{\pi} \left(\cos \pi - \cos \left(\frac{\pi t}{2} - \pi \right) \right) = \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) \quad \text{Önceki bölgeninkiyle aynı bulduk (bazen olabilir).}$$

$t \geq 4$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$

Sonuç: $y(t) = \begin{cases} \frac{6}{\pi} (1 - \cos(\pi t/2)) & 0 \leq t < 4 \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$

5) $t < 0$ için nedensellikten dolayı $h(t) = 0$. $t > 0$ için ise $\ddot{h}(t) + 9h(t) = 0$ denklemi $h(0^+) = 0$ ve $\dot{h}(0^+) = 4/1 = 4$ için çözülür. 0^+ yerine 0 da yazabiliriz, ilk sıçrama en yüksek (2.) türevde olacağlı için.

$$\lambda^2 + 9 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j3$$

$t \geq 0$ için homojen çözüm: $y_h(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$

$$h(0) = 0 = A \cos(3 \cdot 0) + B \sin(3 \cdot 0) = A = 0$$

$$\dot{h}(0) = 4 = -3A \sin(3 \cdot 0) + 3B \cos(3 \cdot 0) = 3B = 4 \rightarrow B = 4/3$$

Tüm zamanlar için çıkış: $y(t) = \frac{4}{3} \sin(3t) u(t)$

6) $n \geq 0 \Rightarrow 2y[n+1] - 2y[n] = 1 \rightarrow 2\lambda - 2 = 0 \rightarrow \lambda = 1$

Homojen çözüm: $y_h[n] = A \cdot 1^n = A$

Fark denkleminin sağ tarafı $1 = 1^n$ ve taban 1 tek katlı özdeğere eşit olduğu için özel çözüm: $y_{\bar{a}}[n] = cn \cdot 1^n = cn$ Bunu fark denkleminde $y[n]$ yerine ve sağ tarafa 1 yazarsak:

$$2c(n+1) - 2cn = 1 \rightarrow 2c = 1 \rightarrow c = 1/2 \rightarrow y_{\bar{a}}[n] = \frac{n}{2}$$

Toplam çözüm: $y[n] = A + \frac{n}{2}$

$$y[0] = A = 0$$

$n < 0$ için denklemin sağ tarafı sıfır ve sıfır anından itibaren mertebe numarası (N) kadar başlangıç şartının hepsi (burada yalnızca $y[0]$) sıfır olduğu için $n \geq 0$ çözümünü $u[n-N]$ ile çarparak tüm zamanların çözümü bulunur.

$$y[n] = \frac{n}{2} \cdot u[n-1]$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
18 Nisan 2013 Süre: 70 dakika

1) $x[n] = 2u[n] + 2u[n-2] + 2\delta[n-3]$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (15 puan)

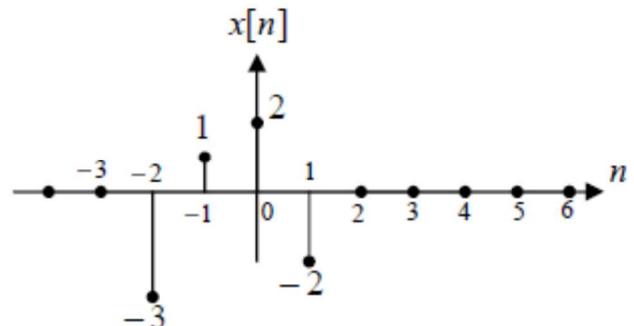
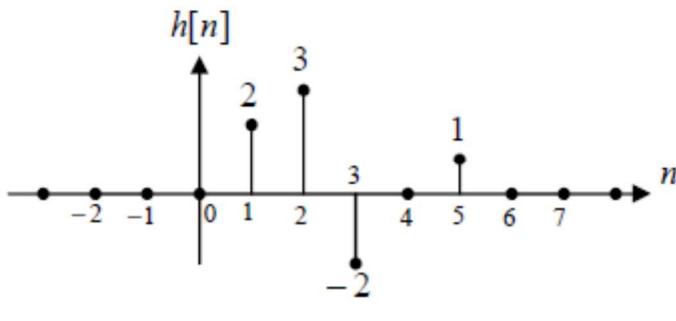
2) $x[n] = \sin\left[\frac{n\pi}{2}\right] + \cos\left[\frac{n\pi}{3}\right]$ sinyali veriliyor.

a) $x[n]$ periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (4 puan)

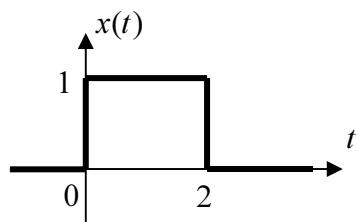
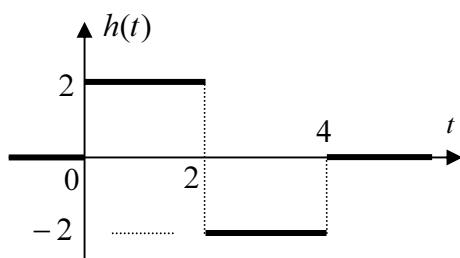
b) $y[n] = x[2n]$ sinyali periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (6 puan)

3) Giriş(x) – çıkış(y) ilişkisi $y[n] = e^{x[0]}x[n]$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı midir, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (15 puan)

4) Birim darbe tepkisi şekildeki $h[n]$ olan doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin girişine şekildeki $x[n]$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y[n]$ ’i çiziniz. (20 puan)



5) Birim darbe tepkisi şekildeki $h(t)$ olan DZD bir sistemin girişine şekildeki $x(t)$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y(t)$ ’yi çiziniz. Önce sistemin birim basamak tepkisini bulmanız tavsiye edilir. (20 puan)



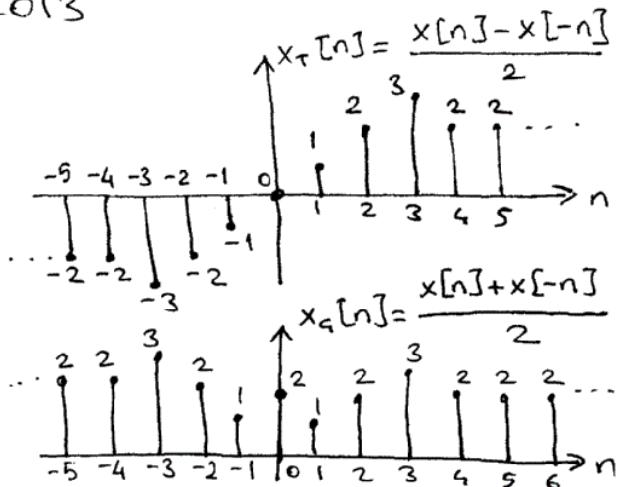
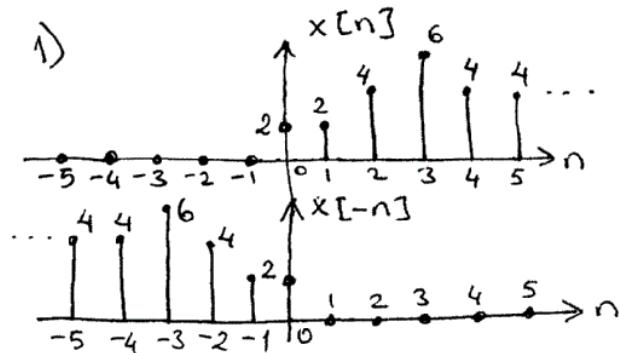
6) Giriş(x) – çıkış(y) ilişkisi

$$4\ddot{y}(t) + 16y(t) = 8x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (20 puan)

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
 SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
 18 Nisan 2013

1)



$$2) a) \sin\left[\frac{n\pi}{2}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/2} = 4 \text{ tamsayı}$$

bu bilesen 4 ile ^{olduğundan} periyodik

$$\cos\left[\frac{n\pi}{3}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 \text{ tamsayı} \rightarrow \text{bu bilesen de } 6 \text{ ile periyodik}$$

$$EKOK(4,6) = 12 = N \rightarrow x[n] \text{ ise } 12 \text{ ile periyodik}$$

$$b) y[n] = x[2n] = \underbrace{\sin\left[\frac{2n\pi}{2}\right] + \cos\left[\frac{2n\pi}{3}\right]}_{0 \rightarrow \text{bilgi kaybı}} = \cos\left[\frac{2n\pi}{3}\right]$$

$$\frac{2\pi}{2\pi/3} = 3 \rightarrow y[n], 3 \text{ ile periyodiktir.}$$

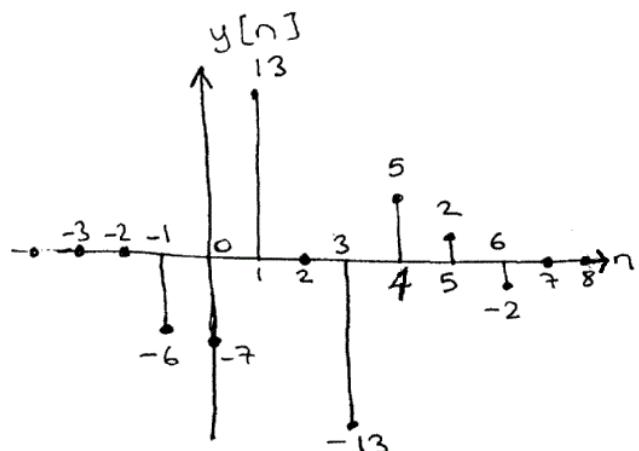
$$3) y[n] = e^{x[0]} \cdot x[n] \rightarrow \text{bellekli (}x[0]\text{ 'i saklamak için)}$$

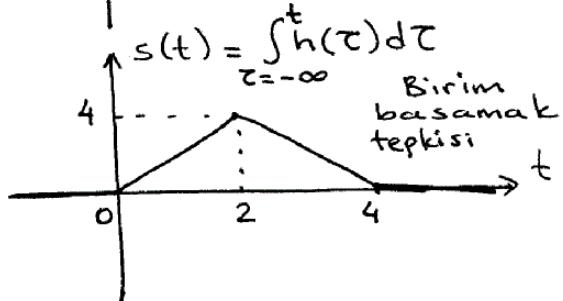
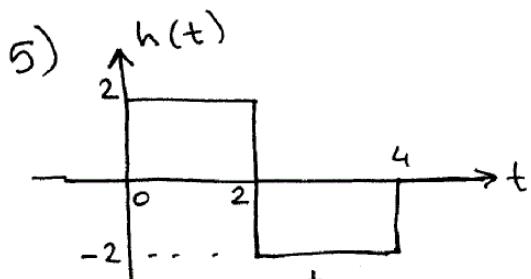
Nedensel değil ($n < 0$ için girisin gelecekteki $x[0]$ değerine bağlı)
 Kararlı ($x[n]$ sınırlıysa $e^{x[0]}$ da sınırlı $\rightarrow y[n]$ de sınırlı)
 Doğrusal değil ($e^{x[0]}$ katsayısından dolayı)

Zamanla değişen (Giriş ötelenince $x[0]$ başka bir değer olur.
 Halbuki $y[n]$ ötelense aynı $x[0]$ kullanılmış olurdu.)

$$4) \begin{array}{r} 2 & 3 & -2 & 0 & 1 \rightarrow h[5] \\ -3 & 1 & 2 & -2 \rightarrow x[1] \\ \hline -4 & -6 & 4 & 0 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 & 6 & -4 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 1 \\ -6 & -9 & 6 & 0 & -3 \\ \hline -6 & -7 & 13 & 0 & -13 \end{array} \quad y[5+1] = y[6]$$





6) $t > 0$ için

$$4\ddot{h}(t) + 16h(t) = 0$$

denkleme, $h(0) = 0$

$$\dot{h}(0) = 8/4 = 2$$

başlangıç şartlarıyla

gözürlür ve $t < 0$ için $h(t) = 0$ 'dır.

$$4x^2 + 16 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j2$$

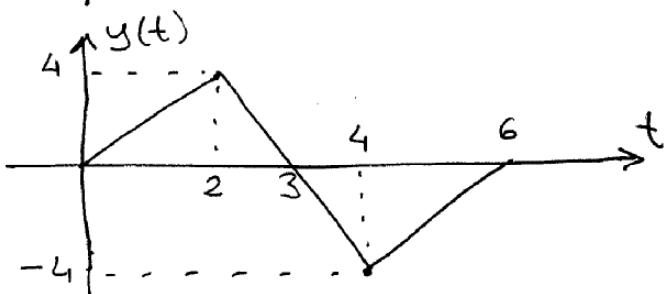
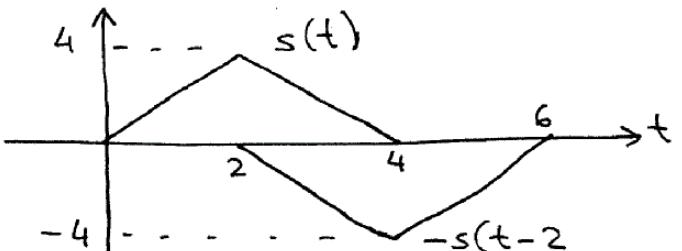
$$h(t) = A \cos 2t + B \sin 2t \quad t > 0 \text{ için}$$

$$h(0) = A = 0$$

$$h'(0) = -2A \sin 2t + 2B \cos 2t \Big|_{t=0} = 2B = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow B = 1$$

$$\rightarrow h(t) = u(t) \sin 2t$$

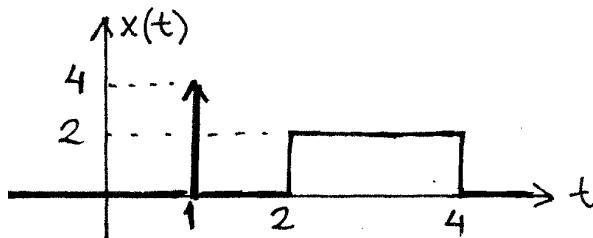
Tüm zamanlar için.



SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI
26 Kasım 2013 Süre: 90 dakika

İşlem yaptığınız soruların toplam tam puanı 100'den fazla ise aldığıınız puanlar toplamı, bu soruların tam puan toplamının yüzde birine bölünecektir. Meselâ 110 puanlık soruya 88 puanlık cevap yaptiysanız 1,1'e bölünerek 80'e dönüştürülecektir. Ancak bu şekilde hesaba katılması aleyhinize olacak kadar düşük puanlı cevaplarınız yok sayılacaktır.

1)



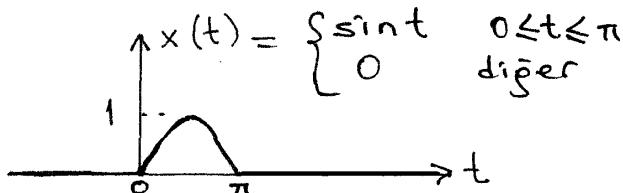
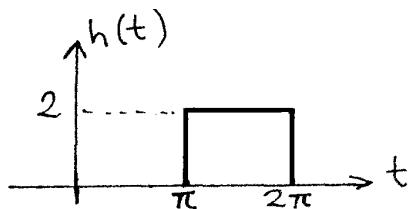
Yukarıdaki şekilde verilen $x(t)$ sinyalinin fonksiyonunu darbe ve/veya basmaklar cinsinden yazınız. Bu sinyalin tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (15 puan)

2) Şu sinyallerin periyodik olup olmadığını, periyodik iseler ana periyodunu söyleyiniz. (10 puan)

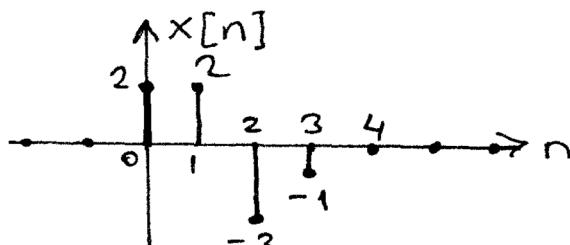
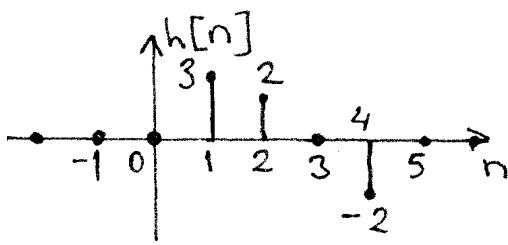
a) $v[n] = \cos[\sqrt{2}\pi n]$ b) $x[n] = 2^n \cos\left[\frac{\pi n}{7}\right]$ c) $y(t) = \cos(3\pi t) + \sin(5\pi t)$

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^n x[k]$ ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı midir, doğrusal midir, zamanla değişen midir? (15 puan) (Açıklama beklenmiyor)

4) Doğrusal ve zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile girişi $x(t)$ şekillerde verildiği gibidir. Sistem çıkışını ($y(t)$) bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmiyor)



5) DZD bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ ve girişi $x[n]$ aşağıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını ($y[n]$) çiziniz. Ayrıca sistemin birim basamak tepkisini ($s[n]$) çiziniz. (20 puan) (Açıklama beklenmiyor)



6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $2\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 4y(t) = 8x(t - 5)$ ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (15 puan)

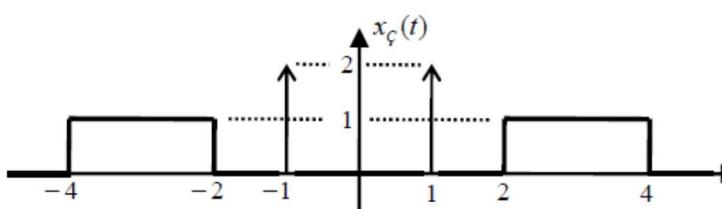
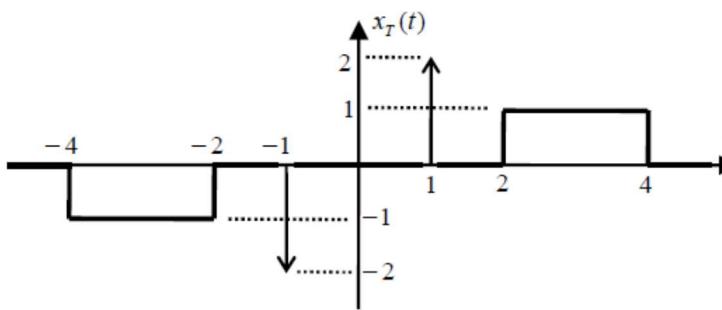
7) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n+2] - y[n] = x[n]$ ile verilen sistemin girişine $x[n] = (3 + 2^n) \cdot u[n]$ sinyali uygulanırsa $y[0] = y[1] = 0$ başlangıç şartları için çıkış ne olur? (20 puan)

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
26 Kasım 2013

1) $x(t) = 4\delta(t-1) + 2u(t-2) - 2u(t-4)$



4) $t-\pi < 0$ yani $t < \pi$ için : $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$

$0 \leq t-\pi < \pi$ yani $\pi \leq t < 2\pi$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & 0 \leq \tau \leq t-\pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_0^{t-\pi} 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_0^{t-\pi} = -2\cos(t-\pi) + 2 \quad y(t) = 2 + 2\cos t$$

$0 \leq t-2\pi < \pi$ yani $2\pi \leq t < 3\pi$ için :

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & t-2\pi \leq \tau \leq \pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{t-2\pi}^{\pi} 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_{t-2\pi}^{\pi} = 2 + 2\cos(t-2\pi) \rightarrow y(t) = 2 + 2\cos t$$

$t-2\pi \geq \pi$ yani $t \geq 3\pi$ için : $x(\tau)h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$

Sonuç: $y(t) = \begin{cases} 2 + 2\cos t & \pi \leq t < 3\pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$

5) $y[n] = x[n] * h[n]$ Her iki sinyal de sonlu süreli olduğu için klasik çarpmaya benzeyen yolla yapalım:

$$\begin{array}{r} & 2 & 2 & -3 & -1 \quad (\text{En sağdaki } x[3]) \\ & 3 & 2 & 0 & -2 \quad (\text{En sağdaki } h[4]) \\ \times & & & & \\ \hline & -4 & -4 & 6 & 2 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4 & 4 & -6 & -2 \\ & 6 & 6 & -9 & -3 \\ + & & & & \\ \hline & 6 & 10 & -5 & -13 & -6 & 6 & 2 \quad (\text{En sağdaki } y[3+4] = y[7]) \end{array}$$

2) a) $v[n]$, $2\pi/(\sqrt{2}\pi) = \sqrt{2}$ irrasyonel olduğu için periyodik değildir.

b) $x[n]$, periyodik değildir, 2^n 'den dolayı.

c) $y(t)$, periyodiktir. Ana periyodu

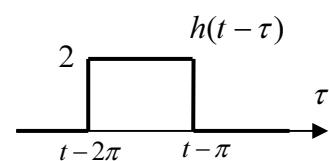
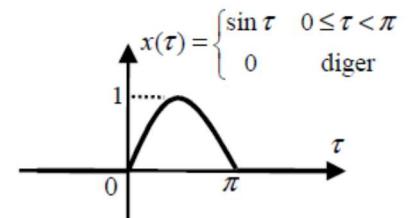
$2\pi/(3\pi) = 2/3$ ve $2\pi/(5\pi) = 2/5$ 'in en küçük ortak tam katı olan 2'dir.

3) Belleklidir,

Nedensel değildir ($n < 0$ iken bile $x[0]$ 'a bağlı),

Kararsız ($u[n]$ giriş için çıkış $n \cdot u[n]$ oluyor),
Doğrusal,

Zamanla değişen (Giriş ötelenirse $x[0]$ değişir,
çıkışın ötelenmişinden farklı çıkış alınır).



$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

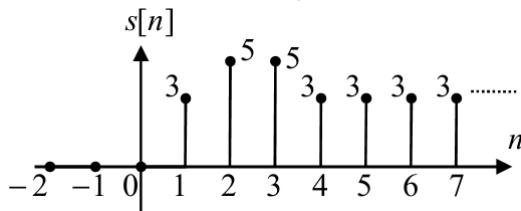
$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

$$y(t) = 2 + 2\cos t$$

Birim basamak tepkisi ise $s[n] = \sum_{k=-\infty}^n h[k]$



6) $t > 5$ için $2\ddot{h}(t) + 6\dot{h}(t) + 4h(t) = 0$ denklemi,

$h(5) = 0$ ve $\dot{h}(5) = 8/2 = 4$ başlangıç şartlarıyla çözülmelidir.

$$2\lambda^2 + 6\lambda + 4 = 0 \rightarrow \lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2$$

$h(t) = A_1 e^{-(t-5)} + A_2 e^{-2(t-5)}$ Başlangıç şartlarını kullanırsak

$$h(5) = A_1 + A_2 = 0$$

$$\dot{h}(5) = -A_1 - 2A_2 = 4 \rightarrow A_1 = 4, A_2 = -4$$

Nedensellikten dolayı girişin sıfırdan farklı olduğu ilk ana kadar, yani $t < 5$ için $h(t) = 0$ olduğundan birim darbe tepkisi:

$$h(t) = 4(e^{-(t-5)} - e^{-2(t-5)}) \cdot u(t-5)$$

7) $y[n+2] - y[n] = (3 + 2^n) \cdot u[n]$

$$\lambda^2 - 1 = 0 \rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$$

$n < 0$ için sağ taraf sıfır ve $y[0] = y[1] = 0$ olduğu için çözümün de sıfır olduğu bellidir.

$n \geq 0$ için:

Homojen çözüm: $y_h[n] = A_1 \cdot 1^n + A_2 (-1)^n = A_1 + A_2 (-1)^n$

Sağdaki $3 = 3 \times 1^n$ için özel çözüm bileşeni, $1 = \lambda_1$ olduğundan $y_{\delta 1}[n] = c_1 n \cdot 1^n = c_1 n$

$$y_{\delta 1}[n+2] - y_{\delta 1}[n] = 3 \rightarrow c_1(n+2) - c_1 n = 3 \rightarrow 2c_1 = 3 \rightarrow c_1 = 3/2$$

Sağdaki 1×2^n için özel çözüm bileşeni, $2 \notin \{\lambda_1, \lambda_2\}$ olduğundan $y_{\delta 2}[n] = c_2 2^n$

$$c_2 = \frac{1}{2^2 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Toplam çözüm: } y[n] = A_1 + A_2 (-1)^n + \frac{3}{2}n + \frac{1}{3} \cdot 2^n$$

$$\text{Başlangıç şartları: } y[0] = A_1 + A_2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$y[1] = A_1 - A_2 + \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = 0$$

$$2A_1 = -5/2 \quad A_1 = -\frac{5}{4} \rightarrow A_2 = \frac{11}{12}$$

Katsayılar yerine yazılıarak ve negatif anlar da dikkate alınarak

$$y[n] = \left(-\frac{5}{4} + \frac{11}{12} (-1)^n + \frac{3}{2}n + \frac{1}{3} \cdot 2^n \right) \cdot u[n] \quad \text{bulunur.}$$

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI
10 Kasım 2014 **Süre: 80 dakika**

10 puanlık sorulardan (1., 2., 5., 7., 8.) birisi fazla olup en düşük puan aldiğiniz sayılmayacaktır.

- 1) a)** Şu sinyalin tek ve çift bileşenlerini yazınız (çizim istenmiyor):

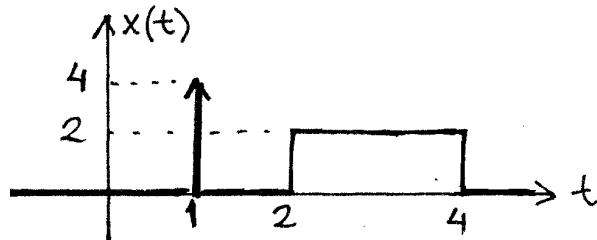
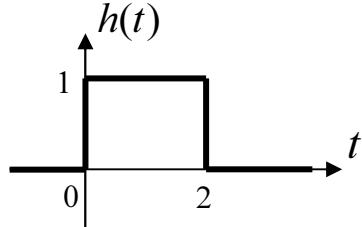
$$x[n] = 2n^2 - n^3 + 5 - \cos[4n] + \sin[n/7] \quad (5 \text{ puan})$$

- b)** Aşağıdaki sinyalin periyodik olup olmadığını, periyodik ise ana periyodunu söyleyiniz.

$$y(t) = \cos(3\pi t) + \sin(5t) \quad (5 \text{ puan})$$

- 2)** Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = x[n] + 3x[n-2] - x[0]$ ile verilen sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı midir, doğrusal midir, zamanla değişen midir? **(10 puan)** (Açıklama beklenmiyor)

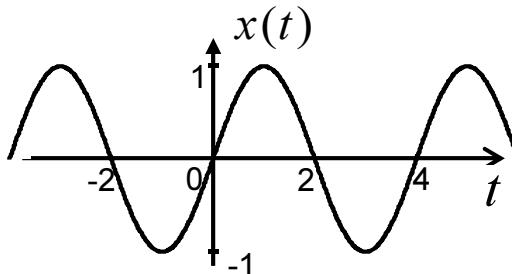
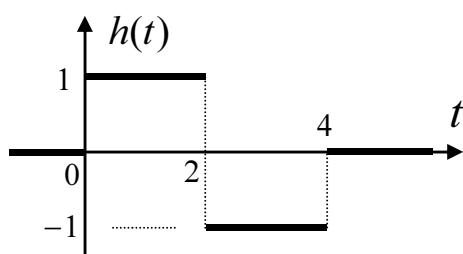
3)



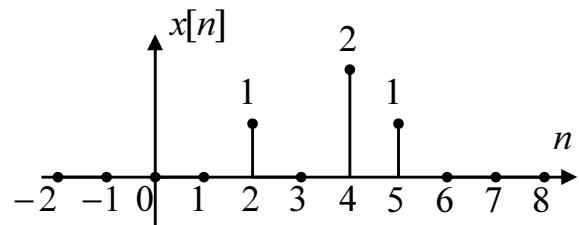
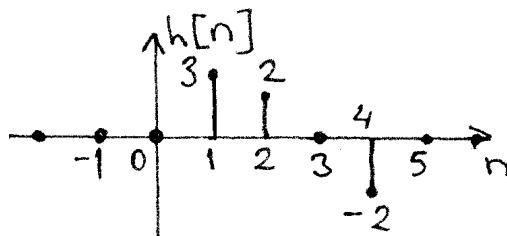
Doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile girişi $x(t)$ yukarıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını $y(t)$ yi çiziniz. **(20 puan)**

- 4)** Doğrusal ve zamanla değişmez (DZD) bir sistemin birim darbe tepkisi $h(t)$ ile verilmiştir. Sistem çıkışını ($y(t)$) bulunuz. **(20 puan)** (Çizmeniz beklenmivor)

$$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$



- 5)** DZD bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ ve girişi $x[n]$ aşağıdaki şekillerde verilmiştir. Sistem çıkışını ($y[n]$) çiziniz. **(10 puan)**



- 6)** Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y'(t) + 2y(t) = 3x(t)$ ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = e^{-2t}u(t)$ giriş sinyali ve $y(0) = 0$ başlangıç şartı için bulunuz. **(20 puan)**

- 7)** 6. Soruda verilen sistemin nedensel olduğunu düşünerek birim darbe tepkisini bulunuz. **(10 puan)**

- 8)** Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n+3] - y[n+1] = x[n]$ ile verilen sistemin çıkışına ait yalnız homojen çözüm bileşenini yazınız. (Katsayılar belirlenmeden bırakılacak) **(10 puan)**

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI
10 Kasım 2014

1) a) n 'in tek kuvvetleri ile sin tek, n 'in çift kuvvetleri, sabit ve cos çifttir. Uzun işlemlere gerek yoktur.

Tek: $x_T[n] = -n^3 + \sin[n/7]$

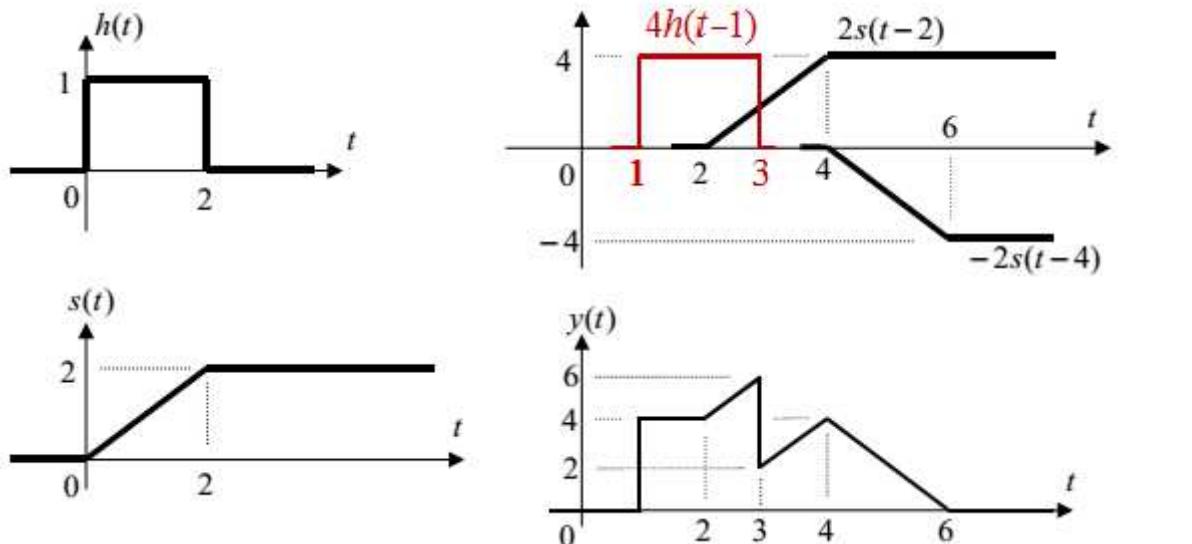
Çift: $x_C[n] = 2n^2 + 5 - \cos[4n]$

b) İlk bileşen $2\pi/3\pi = 2/3$ ile, ikinci bileşen ise $2\pi/5$ ile periyodiktir. Bunların oranı $(2/3)/(2\pi/5) = 5/(3\pi)$ irrasyonel olduğu için ortak tam katları yoktur. Bu yüzden $y(t)$ sinyali periyodik değildir.

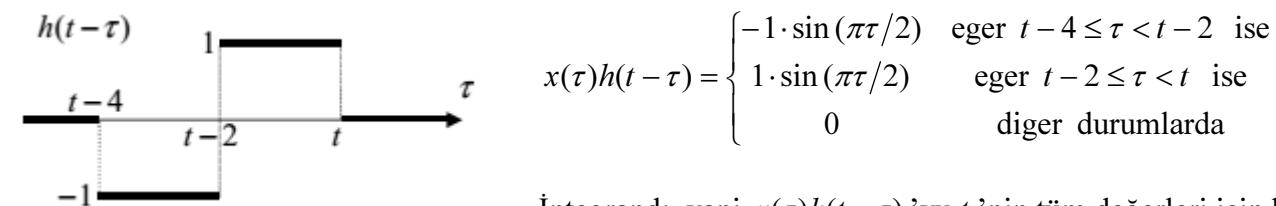
2) Belleklidir. Nedensel değildir, çünkü $n < 0$ için gelecekteki giriş $x[0]$ 'a bağlıdır. Kararlıdır, çünkü giriş sınırlısa sağdaki her terim de sınırlıdır. Doğrusaldır. Zamanla değişendir, çünkü giriş ötelenirse çıkışta önceki $x[0]$ yerine başka bir değer yer alır, çıkışın ötelenmişinden farklı olur.

3) $x(t) = 4\delta(t-1) + 2u(t-2) - 2u(t-4)$ olduğundan, $h(t)$ ve birim basamak tepkisi $s(t)$ cinsinden $y(t) = 4h(t-1) + 2s(t-2) - 2s(t-4)$ yazılabilir. Öyleyse önce aşağıda soldaki gibi $s(t)$ 'yi bulalım.

$$s(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau. \text{ Sonra da } y(t) \text{ 'deki bileşenleri önce tek tek çizip sonra toplayalım. Aşağıda sağdaki gibi.}$$



4) $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau) d\tau$. Aşağıda solda $h(t-\tau)$ çizilmiştir. $x(\tau) = \sin(\pi\tau/2)$ olduğundan

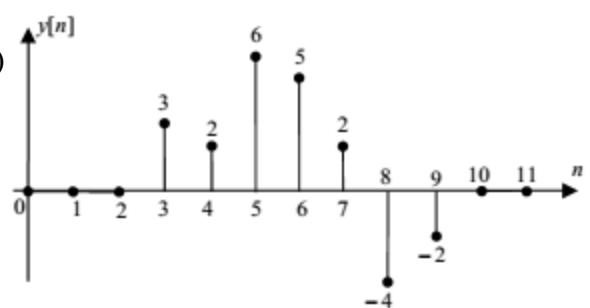


İntegrandı, yani $x(\tau)h(t-\tau)$ 'yu t 'nin tüm değerleri için hep aynı şekilde yazabildiğimizden t 'ye göre bölgelere ayırmaya gerek yoktur. Ama yukarıdaki ifade parçalı tanımlı olduğundan, integralimiz de parçalardan oluşacaktır:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{\tau=t-4}^{t-2} -\sin(\pi\tau/2) d\tau + \int_{\tau=t-2}^t \sin(\pi\tau/2) d\tau = \left[\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi\tau}{2} \right]_{\tau=t-4}^{t-2} + \left[-\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi\tau}{2} \right]_{\tau=t-2}^t \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right)}_{-\cos(\pi t/2)} - \underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - 2\pi\right)}_{\cos(\pi t/2)} - \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \underbrace{\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \pi\right)}_{-\cos(\pi t/2)} \right] = \boxed{y(t) = -\frac{8}{\pi} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)} \end{aligned}$$

5) $y[n] = x[n] * h[n]$ Her iki sinyal de sonlu süreli olduğu için klasik çarpmaya benzeyen yolla yapalım:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccccc}
 & 1 & 0 & 2 & 1 & (\text{En sağdaki } x[5]) \\
 & 3 & 2 & 0 & -2 & (\text{En sağdaki } h[4]) \\
 \times & & & & & \\
 \hline
 & -2 & 0 & -4 & -2 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 2 & 0 & 4 & 2 \\
 & 3 & 0 & 6 & 3 \\
 + & & & & & \\
 \hline
 & 3 & 2 & 6 & 5 & 2 & -4 & -2 & (\text{En sağdaki } y[5+4] = y[9])
 \end{array}$$



6) $\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2$ Verilenlerden $t < 0$ için $y(t) = 0$ olduğu anlaşılmaktadır.

$$t \geq 0 \Rightarrow y_h(t) = Ae^{-2t} \text{ (homojen çözüm)}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Sağdaki terim } 3e^{-2t} \text{ için üs katsayıısı } -2 = \lambda \text{ olduğundan } y_{\ddot{o}}(t) = cte^{-2t} \\
 &\rightarrow \dot{y}_{\ddot{o}}(t) = ce^{-2t} - 2cte^{-2t}
 \end{aligned}$$

Bunlarla diferansiyel denklemde sağ tarafa ilgili terimi de yazarak y yerine $y_{\ddot{o}}$ koyarak:

$$ce^{-2t} - 2cte^{-2t} + 2cte^{-2t} = 3e^{-2t} \rightarrow c = 3 \rightarrow y(t) = Ae^{-2t} + 3te^{-2t}$$

$$\text{Başlangıç şartından, } y(0) = A + 0 = 0 \rightarrow A = 0$$

$$\boxed{\text{Tüm zamanları dikkate alarak yazarsak: } y(t) = 3te^{-2t}u(t)}$$

7) Nedensellikten $t < 0$ için $h(t) = 0$ olduğu anlaşılmaktadır.

$$t \geq 0 \Rightarrow \dot{h}(t) + 2h(t) = 0 \rightarrow \lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = -2 \rightarrow h(t) = Be^{-2t}$$

$$\text{Başlangıç şartı} = \text{sağdaki katsayı} / \text{soldaki baş katsayı} = 3/1 = 3 = h(0) = B$$

$$\boxed{\text{Tüm zamanları dikkate alarak yazarsak: } h(t) = 3e^{-2t}u(t)}$$

8) $\lambda^3 - \lambda = 0 \rightarrow$ Burada λ 'nın sıfır olan kökü dikkate alınmaz; çümkü $n < 0$ için 0^n tanımsızdır.

$$\text{Dolayısıyla } \lambda^2 + 1 = 0 \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = -1$$

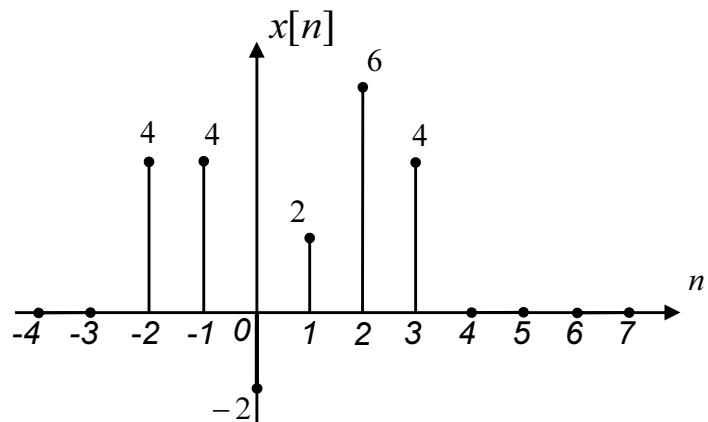
$$\text{Homojen çözüm: } y_h[n] = A_1 1^n + A_2 (-1)^n = A_1 + A_2 (-1)^n$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV SORULARI
15.4.2015 Süre: 75 dakika

1) Aşağıdaki sinyallerin periyodik olup olmadıklarını ve periyodik olan(lar)ın ana periyodunu yazınız. **(10 puan)**

a) $y[n] = \cos[2\pi n/9] + (-1)^n$

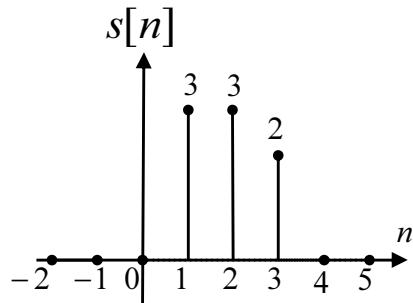
b) $x(t) = \sin(\sqrt{2}\pi t/5) + \cos(\pi t/3)$



2) Yan üstteki şekilde verilen $x[n]$ sinyalinin tek ve çift bileşenlerini çiziniz. **(14 puan)**

3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y[n] = \sum_{k=0}^3 nx[n+k]$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? **(5x2 = 10 puan)** (Açıklama beklenmemektedir.)

4) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine de $x[n] = s[n]$ sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. İstediğiniz yolla yapınız. **(21 puan)**
Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini çizmeniz kolaylıklıktır.



5) Birim darbe tepkisi (h) ve girişi (x) aşağıda verilen doğrusal zamanla değişmez sistemlerden istediğiniz birisinin çıkışını (y) bulunuz. **(25 puan)** (Sonucu çizmeniz beklenmemektedir; ancak verilen sinyalleri çizerek başlamanız kolaylıklıktır.)

a) $h[n] = u[n] - u[n-3]$, $x[n] = 3 + (-1)^n$

b) $h(t) = u(t) - u(t-2)$, $x(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$

6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$2\ddot{y}(t) + 32y(t) = 10x(t-3)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. **(20 puan)**

BAŞARILAR ...

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

**Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SINYALLER VE SİSTEMLER ARASINAV CEVAP ANAHTARI**

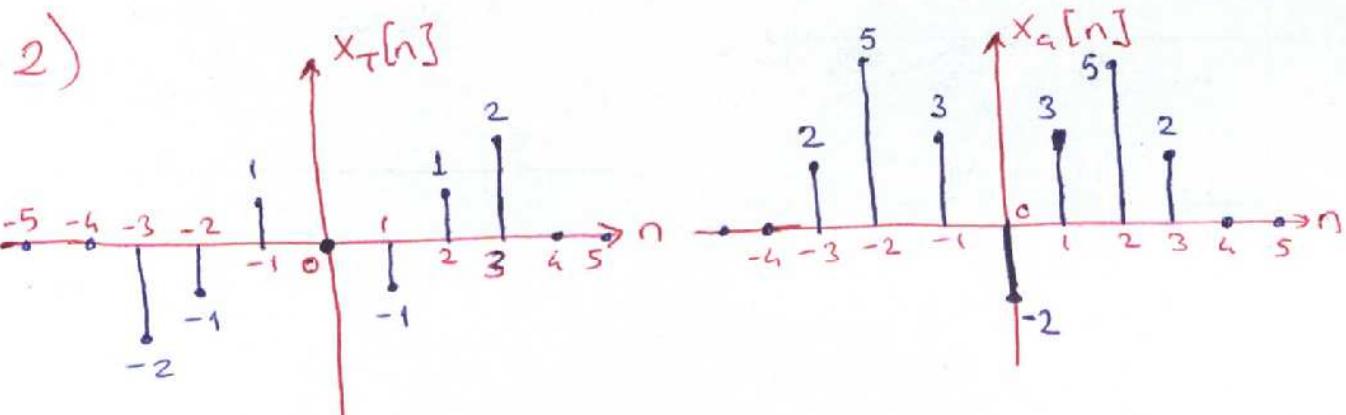
15 Nisan 2015

1) a) $\cos\left[\frac{2\pi n}{9}\right] \rightarrow \frac{2\pi}{2\pi/9} = 9$ ile periyodik. $y[n]$ ise
 $(-1)^n \rightarrow 2$ ile periyodik EKOK(9,2)=18 ile periyodik.

b) $\sin\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{5}t\right) \rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{2}\pi/5} = \frac{5}{\sqrt{2}} = T_1$ ile periyodik

$\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \rightarrow \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 = T_2$ ile periyodik.

Ancak T_1/T_2 irrasyonel olduğundan $x(t)$ periyodik DEĞİL.

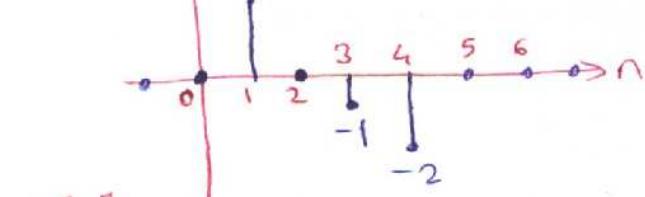


3) $y[n] = n \cdot x[n] + n \cdot x[n+1] + n \cdot x[n+2] + n \cdot x[n+3]$

$y[n] = n \cdot (x[n] + x[n+1] + x[n+2] + x[n+3])$

Dögrusal, bellişti, nedensel DEĞİL, karsılı, zamana DEĞİŞEN.

4) $h[n] = s[n] - s[n-1]$

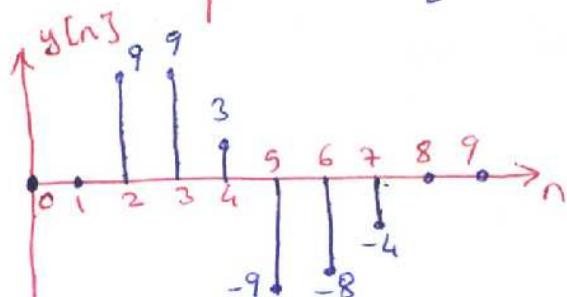


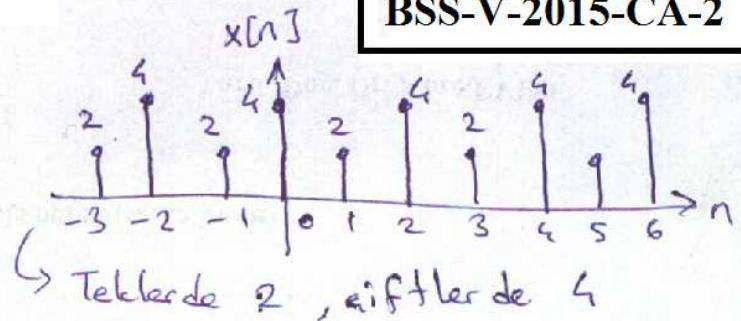
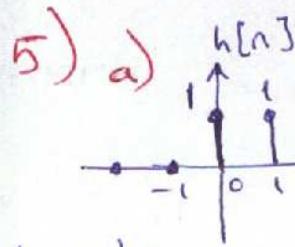
$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * \underbrace{x[n]}_{s[n]}$

Hem $x[n]$ hem $h[n]$ sonlu süreli.

$$\begin{array}{r}
 & 3 & 0 & -1 & -2 \rightarrow h[4] \\
 \times & 3 & 3 & 2 & \rightarrow x[3] \\
 \hline
 & 9 & 6 & 0 & -2 & -4 \\
 & 9 & 0 & -3 & -6 \\
 & 9 & 0 & -3 & -6 \\
 \hline
 & 9 & 9 & 3 & -9 & -8 & -4 \rightarrow y[7]
 \end{array}$$

$\hookrightarrow y[2]$





1. yol:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] = 1 \cdot x[n] + 1 \cdot x[n-1] + 1 \cdot x[n-2]$$

$\underbrace{1}_{n \text{ tekse}} + \underbrace{1}_{n \text{ çiftse}} + \underbrace{1}_{n \text{ çiftse}} = y[n] = 8$

$\underbrace{4}_{n \text{ çiftse}} + \underbrace{2}_{n \text{ tekse}} + \underbrace{4}_{n \text{ çiftse}} = y[n] = 10$

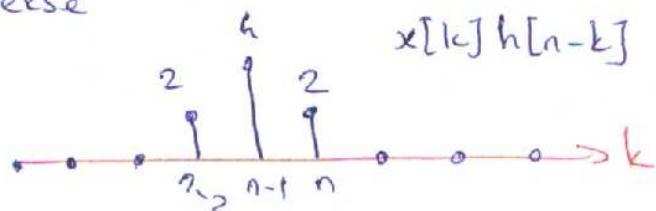
2. yol:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

n tekse →

n çiftse

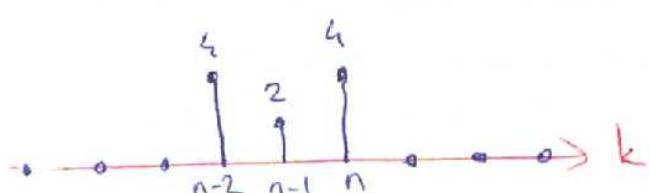
Yani n tekse



$$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

$$= 2 + 4 + 2 = 8$$

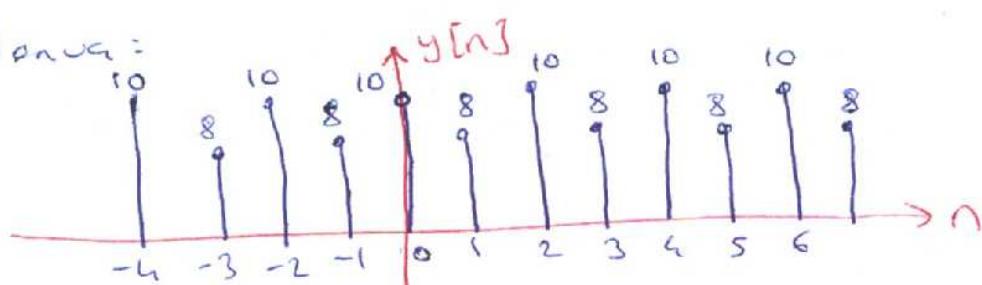
n çiftse



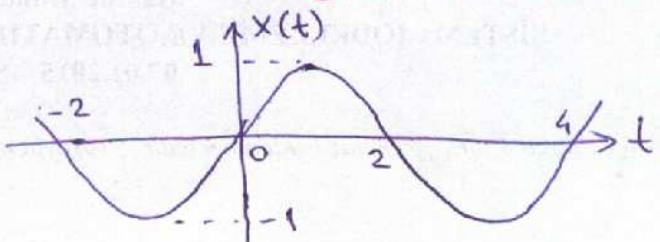
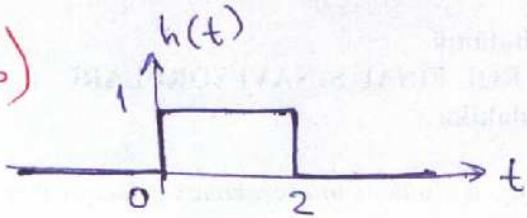
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

$$= 4 + 2 + 4 = 10$$

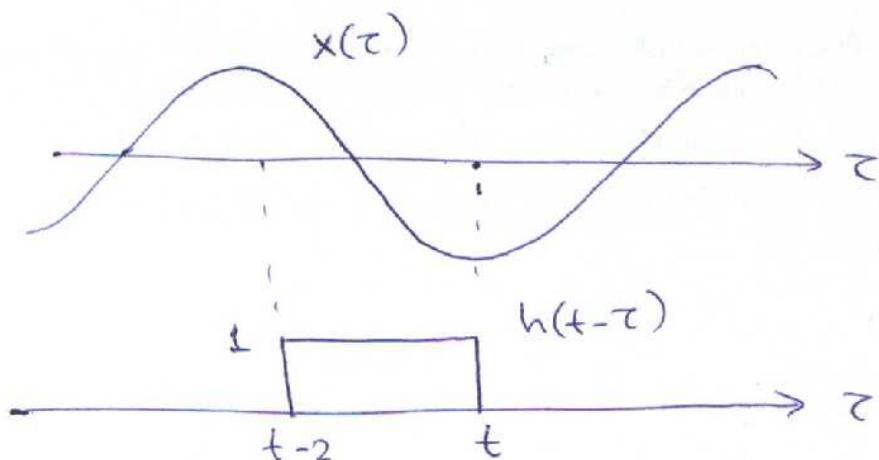
Sonuç:



5-b)



$$1. \text{ y}_0: y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$



$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 1 \cdot \sin(\frac{\pi}{2}\tau) & t-2 \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-2}^t \sin(\frac{\pi}{2}\tau) d\tau = -\frac{2}{\pi} \cos(\frac{\pi}{2}\tau) \Big|_{\tau=t-2}^t$$

$$= \frac{2}{\pi} \left(\underbrace{\cos\left[\frac{\pi t}{2} - \pi\right]}_{-\cos\frac{\pi t}{2}} - \cos\left[\frac{\pi t}{2}\right] \right) = \boxed{-\frac{4}{\pi} \cos\frac{\pi t}{2} = y(t)}$$

$$2. \text{ y}_0: y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau = \int_{\tau=2}^2 \sin\left(\frac{\pi t - \pi \tau}{2}\right) d\tau$$

$$= \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi t - \pi \tau}{2}\right) \Big|_2^2 = \frac{2}{\pi} \left(\cos\left[\frac{\pi t}{2} - \pi\right] - \cos\frac{\pi t}{2} \right) = -$$

$$6) t > 3 \Rightarrow 2\ddot{h}(t) + 32h(t) = 0 \rightarrow 2\lambda^2 + 32 = 0$$

$$\lambda = \mp j4 \rightarrow h(t) = A \cos 4(t-3) + B \sin 4(t-3)$$

$$h(3) = 0 = A \quad \dot{h}(3) = \frac{10}{2} = 5 = 4B \rightarrow B = 5/4$$

$$\rightarrow h(t) = \frac{5}{4} \sin 4(t-3) \cdot u(t-3)$$

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI
09.11.2015 Süre: 80 dakika

- 1) $x[n] = 2u[n+2] + 4u[n-3] + 2\delta[n-1]$ sinyalinin önce kendisini sonra tek ve çift bileşenlerini çiziniz.
(4+6+6=16 puan)

- 2) Aşağıdaki sinyallerin her birinin periyodik olup olmadığını, periyodik ise ana periyodunu söyleyiniz.

$$x[n] = (-1)^n + \sin[7\pi n/3] \quad y(t) = \cos(\sqrt{2} \cdot t) + \sin(2t) \quad (7 \text{ puan})$$

- 3) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

$$y[n] = x[5]$$

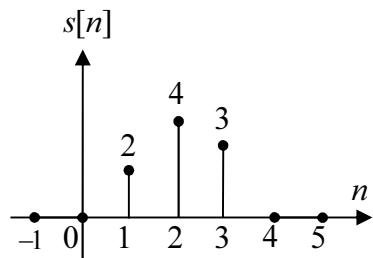
ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir, tersine çevrilebilir midir? (6x2 = 12 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

- 4) Birim basamak tepkisi şekildeki $s[n]$ sinyali olan doğrusal zamanla değişmez bir sistemin girişine

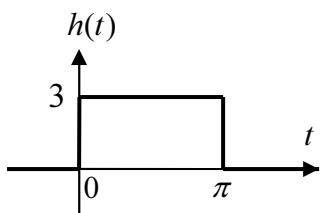
$$x[n] = \begin{cases} s[n] + 2 & 1 \leq n \leq 3 \text{ ise} \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

sinyali uygulanırsa çıkışı ne olur? Çiziniz. (20 puan)
 İstediğiniz yolla hesaplayınız.

Yol gösterme: Önce sistemin birim darbe tepkisini bulmanız kolaylıktır.



- 5) Birim darbe tepkisi $h(t)$ şekilde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin girişine $x(t) = u(t) \cdot \cos(2t)$ sinyali uygulanırsa çıkışı ($y(t)$) ne olur? Bulunuz ve çiziniz. (25 puan)



- 6) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

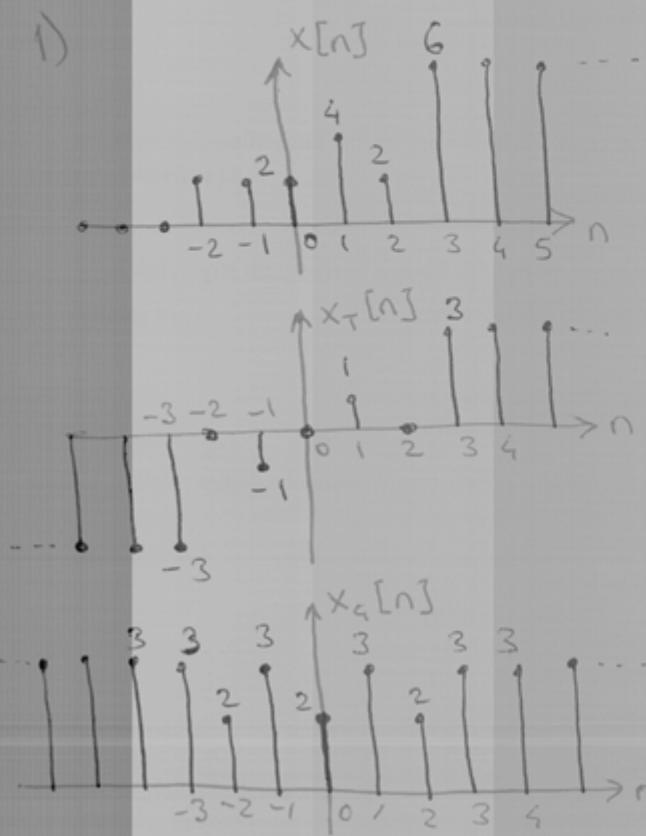
$$3\ddot{y}(t) + 27y(t) = 6x(t)$$

ile verilen nedensel sistemin birim darbe tepkisini bulunuz. (20 puan)

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V CEVAP ANAHTARI

09.11.2015

1)



$$x_T[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2} \rightarrow \text{Tek}$$

$$x_T[0] = 0 \quad (\text{daima})$$

$$x_T[1] = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$x_T[2] = \frac{2-2}{2} = 0$$

$$n \geq 3 \Rightarrow x_T[n] = \frac{6-0}{2} = 3$$

$$x_g[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} \rightarrow \text{Çift}$$

$$x_g[0] = 2 \quad (\text{daima } x[0])$$

$$x_g[1] = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$x_g[2] = \frac{2+2}{2} = 2$$

$$n \geq 3 \Rightarrow x_g[n] = \frac{6+0}{2} = 3$$

x_T origine, x_g düşey eksene göre simetrik çizilir.

2) $x[n] = \underbrace{(-1)^n}_{2 \text{ ile periyodik}} + \underbrace{\sin\left[\frac{7\pi n}{3}\right]}_{\text{Tamsayı olmasi için en küçük } k=7 \rightarrow \frac{6k}{7} \text{ ile periyodik}}$

$$\frac{2k\pi}{7\pi/3} = \frac{6k}{7} \rightarrow \begin{array}{l} (+) \\ \text{Tamsayı olmasi için en} \\ \text{küçük } k=7 \rightarrow \frac{6k}{7} \text{ ile periyodik} \end{array}$$

$x[n]$ ise $\text{EKOK}(2, 6) = \underline{\underline{6}} = N_0$ ana periyoduyla periyodik.

$$y(t) = \underbrace{\cos(\sqrt{2}t)}_{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi \text{ ile periyodik}} + \underbrace{\sin 2t}_{\frac{2\pi}{2} = \pi \text{ ile periyodik.}}$$

Ancak $\sqrt{2}\pi$ ile π arasındaki oran ($\sqrt{2}$) irrasyonel

olduğu için bu iki bilesenin periyotlarının ortak bir tam katı yok. Bu yüzden $y(t)$ periyodik değil.

\hookrightarrow (Tamsayı olması gerekmıyor ama yine de yok.)

SS-V-2015-CA-2

$$3) x[n] = a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n] \text{ iin } a_1 x_1[5] + a_2 x_2[5]$$

$$x[5] =$$

$$a_1 y_1[n] + a_2 y_2[n] = a_1 x_1[5] + a_2 x_2[5] \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{Dogrusal} \end{matrix}$$

$$\underbrace{x_1[5]}_{y_1[n]} \quad \underbrace{x_2[5]}_{y_2[n]}$$

Bellekli dir; çünkü $x[5]$ değerini saklamak gerekiyor.

Nedensel deildir; çünkü $n < 5$ iin akış, gelecekteki girişe bağlı.

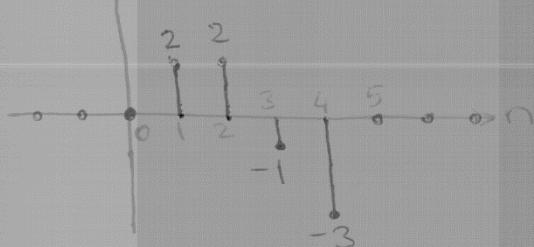
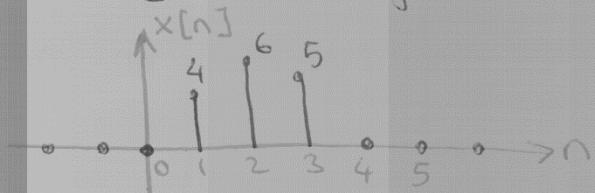
Karaklidir; çünkü giriş sınırlısa akış $= x[5]$ de sınırlı.

Tersine çeviremez; çünkü akışta giriş çift tek

Zamanla değısendir; çünkü sadece $y[n]$ ötelese bilgi $x[5]$. Diğer anlarda farklı giriş singallerini ayırt edemeyiz.

$$4) h[n] = s[n] - s[n-1]$$

$$x[n] = \begin{cases} s[n]+2 & 1 \leq n \leq 3 \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

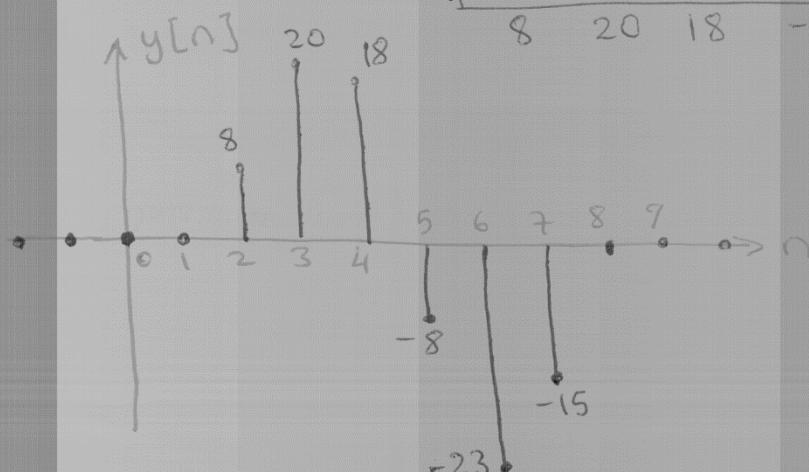


$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad -1 \quad -3 \\ \times \quad 4 \quad 6 \quad 5 \\ \hline 8 \quad 20 \quad 18 \quad -8 \quad -23 \end{array} \rightsquigarrow h[4] \rightsquigarrow x[3]$$

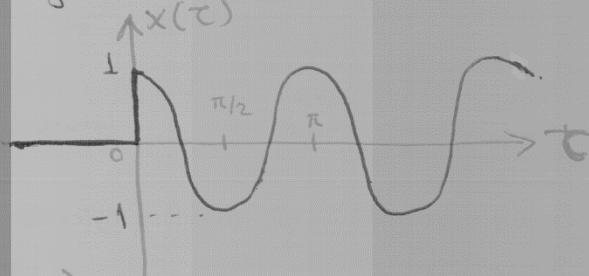
$$\begin{array}{r} 10 \quad 10 \quad -5 \quad -15 \\ 12 \quad 12 \quad -6 \quad -18 \\ + 8 \quad 8 \quad -4 \quad -12 \\ \hline 8 \quad 20 \quad 18 \quad -8 \quad -23 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow y[4+3] = y[7]$$



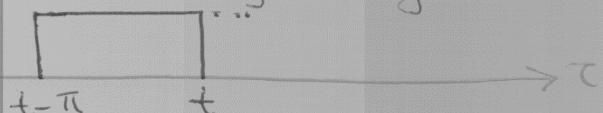
$$5) y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

Integrali alınacak ifade: $x(\tau) h(t-\tau)$



$h(t-\tau)$

3. Düşey eksenin yeri t'ye bağlı olduğu için önemdedik.



↪ $t-\tau = 0$ olduğu için

↪ $t-\tau = \pi$ olduğu için.

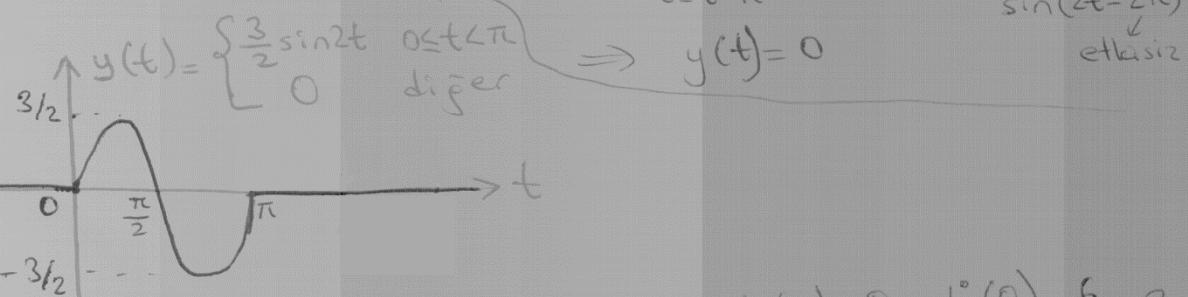
$$\text{t} < 0 \text{ ise: } x(\tau) h(t-\tau) = 0 \quad \forall \tau \text{ için. } y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \leq t < \pi \text{ ise: } x(\tau) h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \cos 2\tau & 0 \leq \tau \leq \pi \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=0}^t 3 \cos 2\tau d\tau = \frac{3}{2} \sin 2\tau \Big|_{\tau=0}^t = \frac{3}{2} \sin 2t$$

$$t > \pi \text{ ise: } x(\tau) h(t-\tau) = \begin{cases} 3 \cos 2\tau & t-\pi \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\pi}^t 3 \cos 2\tau d\tau = \frac{3}{2} \sin 2\tau \Big|_{\tau=t-\pi}^t = \frac{3}{2} \sin 2t - \frac{3}{2} \underbrace{\sin 2(t-\pi)}_{\sin(2t-2\pi)}$$



$$6) t > 0 \text{ için } 3\dot{h}(t) + 27h(t) = 0, \quad h(0) = 0, \quad h'(0) = \frac{6}{3} = 2$$

$$3\lambda^2 + 27 = 0 \rightarrow \lambda_1 = 3j, \quad \lambda_2 = -3j \rightarrow h(t) = A \cos 3t + B \sin 3t$$

$$h(0) = A = 0$$

$$h'(0) = 3B = 2$$

$$B = 2/3$$

Tüm zamanlar için ise:

$$h(t) = \left(\frac{2}{3} \sin 3t \right) u(t)$$

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA SORULARI
09 Nisan 2016 Süre: 70 dakika

1) $x[n] = 6u[n+3] - 4u[n-1] - 2\delta[n-3]$ sinyali ile tek ve çift bileşenlerini çiziniz (**6+8+8 puan**)

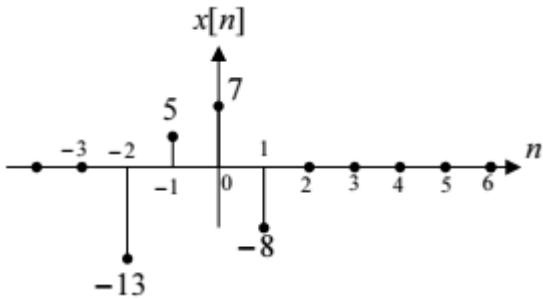
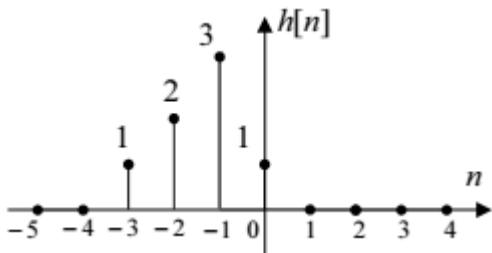
2) $x[n] = \sin\left[\frac{n\pi}{5}\right] + \cos\left[\frac{n\pi}{6}\right]$ sinyali veriliyor.

a) $x[n]$ periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (**6 puan**)

b) $y[n] = x[2n]$ sinyali periyodik midir, periyodikse ana periyodu nedir? (**9 puan**)

3) Giriş(x) – çıkış(y) ilişkisi $y(t) = x(0) \cdot x(t)$ ile verilen bir sistem bellekli midir, nedensel midir, kararlı midir, doğrusal mıdır, zamanla değişen midir? Açıklama istenmemektedir. Sistem hakkında herhangi bir ek bilgi verilmemektedir. (**15 puan**)

4) Birim darbe tepkisi şekildeki $h[n]$ olan doğrusal zamanla değişmez (DZD) bir sistemin girişine şekildeki $x[n]$ sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali $y[n]$ ’yi çiziniz. (**18 puan**)



5) Birim darbe tepkisi h olan DZD bir sistemin girişine şekildeki x sinyali giriş olarak uygulanırsa elde edilecek çıkış sinyali y ’yi çiziniz. **a** ve **b** şıklarından istediğiniz birisini yapınız. (**30 puan**)

a) $h[n] = 2u[n] - 2u[n-5]$, $x[n] = 4 \times 3^{-n} u[n]$

b) $h(t) = 3u(t) - 3u(t-2)$, $x(t) = 5e^{-t} u(t)$

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA V SORULARI

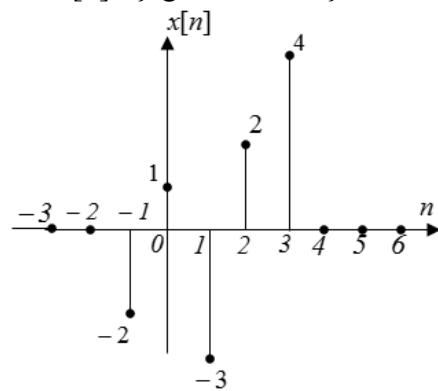
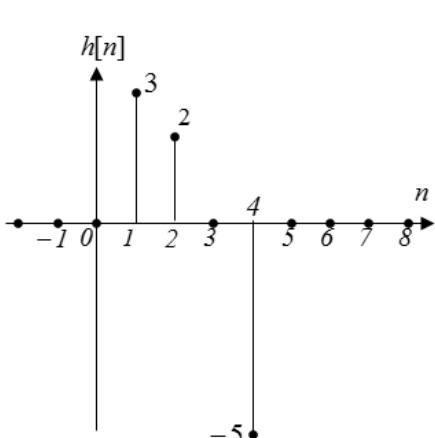
13.11.2016 Süre: 80 dakika

1) $x[n] = 4u[n+1] + 2\delta[n-2] - 4u[n-4]$

sinyalinin önce kendisini, sonra tek ve çift bileşenlerini çiziniz. (3x5 = 15 puan)

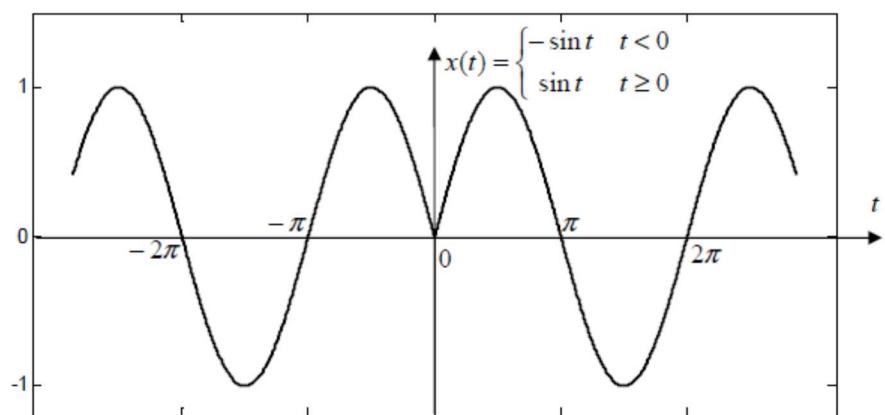
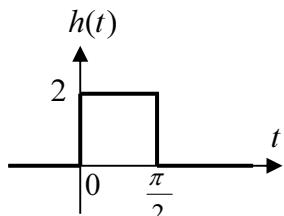
2) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi $y(t) = \int_{t-1}^{t+2} x(\tau) d\tau$ ile verilen sistem doğrusal mıdır, bellekli midir, nedensel midir, kararlı mıdır, zamanla değişen midir? (5x3 = 15 puan) (Açıklama beklenmemektedir.)

3) Doğrusal ve zamanla değişmez bir sistemin birim darbe tepkisi $h[n]$ aşağıda soldaki şekilde verilmiştir.



- a) Yukarıda sağdaki şekilde verilen $x[n]$ giriş sinyali için çıkış sinyali $y[n]$ ’i bulunuz ve çiziniz. (10 puan)
 b) Sistemin birim basamak tepkisi $s[n]$ ’i çiziniz. (10 puan)

4) Birim darbe tepkisi $h(t)$ ve girişi $x(t)$ şekillerde verilen doğrusal zamanla değişmez sistemin çıkışını bulunuz. (25 puan) (Çizmeniz beklenmemektedir.)



5) Giriş(x)-çıkış(y) ilişkisi

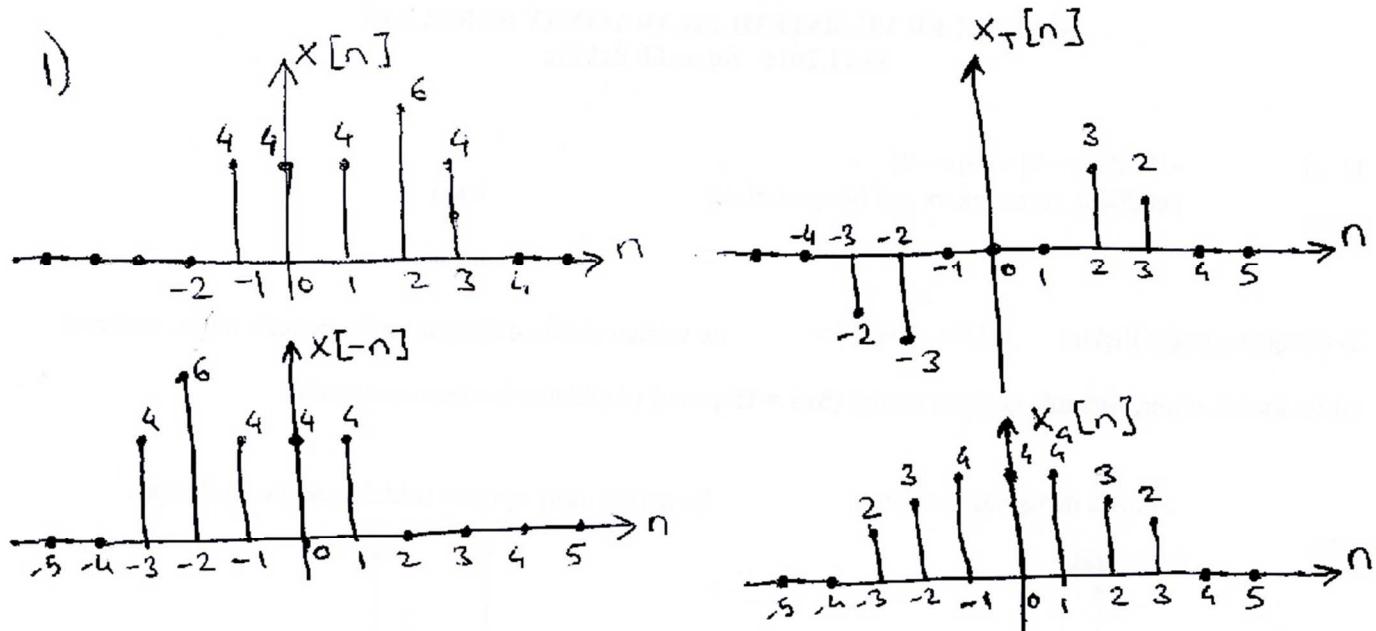
$$\ddot{y}(t) + 4y(t) = x(t)$$

ile verilen sistemin çıkışını, $x(t) = e^{-(t-3)}u(t-3)$ girişi ve $y(3) = 0$, $\dot{y}(3) = 0$ başlangıç şartları için bulunuz. (25 puan)

BAŞARILAR ...

SİNYALLER VE SİSTEMLER ARASINA NAV CEVAP ANAHTARI

13.11.2016

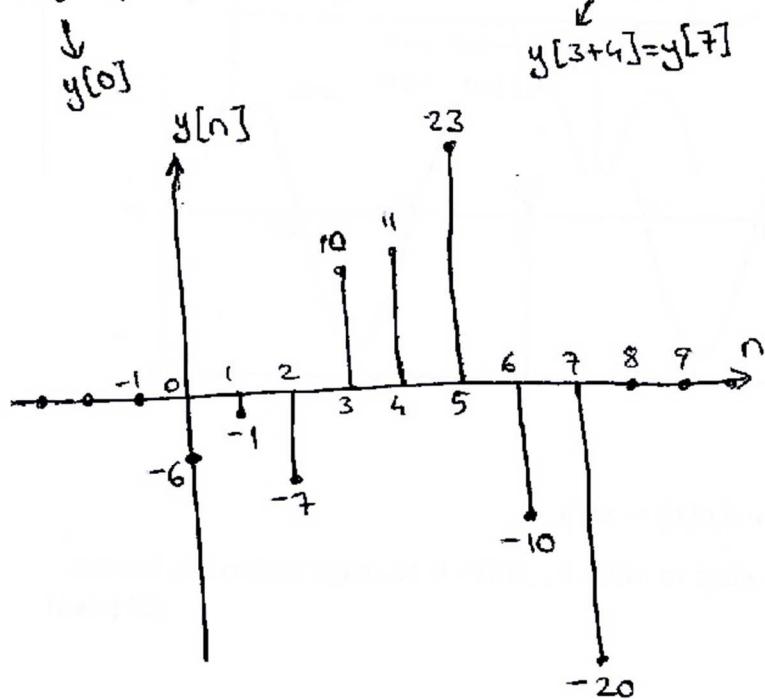


2) Doğrusal, belirsiz, nedensel değil, kararlı, zamana değişimiz.

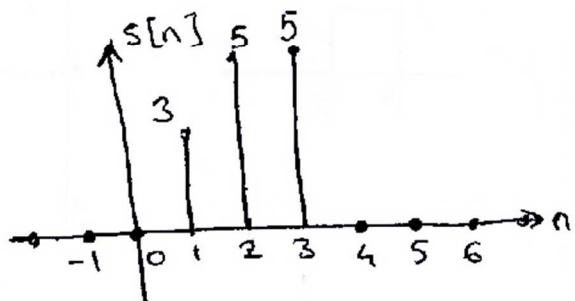
3) a)

$$\begin{array}{r}
 & -2 & 1 & -3 & 2 & 4 \rightarrow x[3] \\
 x & \xrightarrow{3} & 3 & 2 & 0 & -5 \rightarrow h[4] \\
 \hline
 & 10 & -5 & 15 & -10 & -20 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & -4 & 2 & -6 & 4 & 8 \\
 + & -6 & 3 & -9 & 6 & 12 \\
 \hline
 & -6 & 1 & -7 & 10 & 11 & 23 & -10 & -20
 \end{array}$$

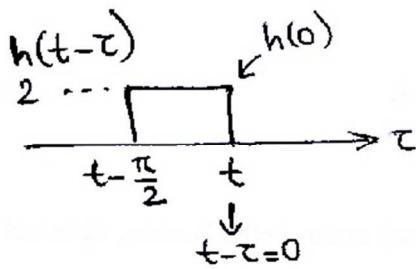
$$y[3+4] = y[7]$$



$$b) s[n] = \sum_{k=-\infty}^n h[k]$$



$$4) y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$



$$\frac{t < 0 \text{ ise:}}{x(\tau)h(t-\tau)} = \begin{cases} -2\sin \tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t -2\sin \tau d\tau = 2\cos \tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t$$

$$y(t) = 2\cos t - 2\cos(t - \frac{\pi}{2}) = y(t) = 2\cos t - 2\sin t$$

sint

$$t > 0 \text{ ve } t - \frac{\pi}{2} < 0, \text{ yani } 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \text{ ise:}$$

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} -2\sin \tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau < 0 \\ 2\sin \tau & 0 \leq \tau < t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^0 -2\sin \tau d\tau + \int_{\tau=0}^t 2\sin \tau d\tau = 2\cos \tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^0 - 2\cos \tau \Big|_{\tau=0}^t$$

$$= 2 - 2\cos(t - \frac{\pi}{2}) - 2\cos t + 2$$

$$y(t) = 4 - 2\cos t - 2\sin t$$

$$t - \frac{\pi}{2} \geq 0, \text{ yani } t \geq \frac{\pi}{2} \text{ ise:}$$

$$x(\tau)h(t-\tau) = \begin{cases} 2\sin \tau & t - \frac{\pi}{2} \leq \tau \leq t \\ 0 & \text{diger} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t 2\sin \tau d\tau = -2\cos \tau \Big|_{\tau=t-\frac{\pi}{2}}^t = -2\cos t + 2\sin t$$

Sonra:

$$y(t) = \begin{cases} 2\cos t - 2\sin t & t < 0 \text{ ise} \\ 4 - 2\cos t - 2\sin t & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \text{ ise} \\ -2\cos t + 2\sin t & t \geq \frac{\pi}{2} \text{ ise} \end{cases}$$

$$5) \quad \lambda^2 + 4 = 0 \quad \rightarrow \lambda_{1,2} = \mp j2$$

$t < 3$ iin $y(t) = 0$ olupu belli.

$t \geq 3$ iin:

$$y_h(t) = A \cos 2(t-3) + B \sin 2(t-3)$$

(Başlangıç şartları $t=3$ iin verildiğinden böyle yazmak kolaylık.)

$$\ddot{y} + 4y = e^{-(t-3)} \rightarrow -1 \notin \{\lambda_1, \lambda_2\} \rightarrow y_s(t) = c e^{-(t-3)}$$

üss katsayısi, t

$$\ddot{y}_s = -c e^{-(t-3)} \rightarrow \ddot{y}_s = c e^{-(t-3)}$$

$$\ddot{y}_s + 4y_s = e^{-(t-3)} \rightarrow (c + 4c)e^{-(t-3)} = e^{-(t-3)}$$

$$c = \frac{1}{5}$$

$$y(t) = A \cos(2t-6) + B \sin(2t-6) + \frac{1}{5} e^{-(t-3)}$$

$$y(3) = A + \frac{1}{5} = 0 \rightarrow A = -\frac{1}{5}$$

$$\dot{y}(t) = -2A \sin(2t-6) + 2B \cos(2t-6) - \frac{1}{5} e^{-(t-3)}$$

$$\dot{y}(3) = 2B - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow B = \frac{1}{10}$$

Sonuç:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-2 \cos(2t-6) + \sin(2t-6) + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$

Şöyleden de bulunabilirdi:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-2 \cos 6 \cos 2t - 2 \sin 6 \sin 2t + \cos 6 \sin 2t - \sin 6 \cos 2t + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$

Diger bir ifadeyle:

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(-(2 \cos 6 + \sin 6) \cos 2t + (\cos 6 - 2 \sin 6) \sin 2t + 2e^{-(t-3)} \right) u(t-3)$$