ÖDEV #1

Ödevlerinizi kâğıtta yazılı olarak elden ya da elektronik ortamda e-postayla **30 Ekim 2012 Salı** gününe kadar teslim ediniz. Ödevleriniz birbirinizinkine birbirinizden alındığını düşündürtecek kadar benzemememelidir. Aksi halde o sorudan alınan bir kişilik puan bu öğrenciler arasında paylaştırılır.

1) Kâğıt(k)-taş(t)-makas(m) oyununda kazanan veya berabere kalınan seçimi A={k,t,m} üzerinde tanımlı Δ işleminin sonucu olarak tanımlarsak, yani

Δ	k	t	m
k	k	k	m
t	k	t	t
m	m	t	m

ise (A, Δ) bir değişmeli bir grup mudur?

2) A boş olmayan bir küme ve A 'nın bütün altkümelerinden oluşan küme (evrensel küme) E olsun.

a) (E, $\bigcup$) değişmeli bir grup mudur?

b) (E, $\bigcap$) değişmeli bir grup mudur?

3) D = {d | d = a + b$\sqrt{3}$ biçiminde yazılabilen sayılar, a ve b rasyonel olmak üzere} kümesi bilinen toplama ve çarpma işlemleriyle bir cisim midir? Gösteriniz.

4) B = {p, q, r} kümesi ile birlikte bir cisim oluşturacak iki işlem ($\oplus$ ve $\otimes$) tanımlayınız. Yani

$p \oplus q = ?$	$p \otimes q = ?$
$p \oplus r = ?$	$p \otimes r = ?$
$q \oplus r = ?$	$q \otimes r = ?$

$-p = ?$ $-q = ?$ $-r = ?$

$p^{-1} = ?$ $q^{-1} = ?$ $r^{-1} = ?$ (Sıfır olanı hariç)

5) F bir cisim ve V = $\{f \mid f : F \rightarrow F\}$ vektör uzayı olsun. (V, F) vektör uzayının iki alt kümesi de

$V_T = \{f \mid \text{Her } x \in F \text{ için } f(-x) = -f(x)\}$ (Tek fonksiyonlar kümesi)

$V_Ç = \{f \mid \text{Her } x \in F \text{ için } f(-x) = f(x)\}$ (Çift fonksiyonlar kümesi)

olarak tanımlanıyor. V_T ve $V_Ç$ altuzay mıdır? Gösteriniz.

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

ÖDEV #2

Ödevlerinizi kâğıtta yazılı olarak elden ya da elektronik ortamda e-postayla **06 Kasım 2012 Salı** gününe kadar teslim ediniz. Ödevleriniz birbirinizinkine birbirinizden alındığını düşündürtecek kadar benzememelidir. Aksi halde o sorudan alınan bir kişilik puan bu öğrenciler arasında paylaştırılır.

1) Bilinen toplama ve çarpma işlemleriyle tanımlı $\Re$ cismi üzerinde fonksiyonların bilinen toplama ve reel sayıyla çarpım işlemleriyle tanımlı

V = { f | f: $\Re \rightarrow \Re$ olan 3. dereceye kadarki polinom fonksiyonlar }

Vektör uzayını ele alalım. Bu vektör uzayı için $\mathcal{B}$ ve $\mathcal{B}$' sıralı tabanları şöyle tanımlanıyor:

$\mathcal{B} = \{ 1, x , x^2, x^3 \}$ $\qquad\qquad$ $\mathcal{B}' = \{ 1, (x+a) , (x+a)^2, (x+a)^3 \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x reel sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

$\mathcal{B}$ tabanına göre koordinat vektörünü $\mathcal{B}$' tabanına göre koordinat vektörüne dönüştüren matrisi bulunuz. Yani $[f]_{\mathcal{B}'} = P\cdot [f]_{\mathcal{B}}$ için gereken P matrisini bulunuz. (Kısa yol gösterme: Taylor serisine açma kuralından faydalanarak daha kolay çözebilirsiniz.)

2) 1. sorudaki V vektör uzayı üzerinde Laplace dönüşümünün ($\mathcal{L}$) matris gösterimini verilen sıralı tabanlar için bulunuz. Şöyle ki:

$$\mathcal{L} : V \rightarrow W$$

V için sıralı taban : $\mathcal{B} = \{ 1, x , x^2, x^3 \}$, $\qquad$ W için sıralı taban : $\mathcal{B}' = \{ \frac{1}{s} , \frac{1}{s^2} , \frac{1}{s^3} , \frac{1}{s^4} \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x veya *s* reel veya karmaşık sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

3) Size özel olarak verilen A matrisinin görüntü uzayı için bir taban bulunuz.

4) Size özel olarak verilen A matrisinin sıfır uzayı için bir taban bulunuz.

<u>İsminizin kısaltmasına göre kişiye özel A matrisleri:</u>

M.U. için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

İ.B. için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

B.K. için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

A.K. için:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 4 & -4 & -7 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & -4 & 4 & 7 & -4 & 0 \\ -5 & -1 & -2 & 1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & -4 & -6 & 5 & 7 & -6 & -3 \\ 0 & 3 & -7 & -6 & -2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Yard. Doç. Dr. Ata SEVİNÇ

Varsa başka öğrenci için:

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & -5 & -6 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & -2 & 2 & -5 \\ 4 & 0 & 3 & -5 & -8 & 5 & -3 \\ 5 & 9 & -1 & 4 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$