ÖDEV 2

Ödevlerinizin el yazısı görüntülerini ya "TEK bir pdf dosya olarak e-postayla", ya da "sıralı ve dikey resim dosyaları halinde 0534 827 58 86'ya WhatsApp'tan" gönderiniz. Her dosyada isim yazılı olsun. Ödevleriniz birbirinizinkine birbirinizden alındığını düşündürtecek kadar benzememelidir. Aksi halde o sorudan alınan bir kişilik puan bu öğrenciler arasında paylaştırılır. 4. ve 5. soruda ara işlemleriniz belli olacak şekilde ara sonuçları da göstererek bilgisayarla hesap yapabilirsiniz.

1) Kırmızı (R), yeşil (G), mavi (B) ışıkların parlaklıklarını temsil eden reel sayı üçlüleriyle oluşturulan RGB uzayı, bir vektör uzayı olarak düşünülebilir mi? Düşünülemezse neden? Düşünülebilirse nasıl?

2) Bilinen toplama ve çarpma işlemleriyle tanımlı $\Re$ cismi üzerinde fonksiyonların bilinen toplama ve reel sayıyla çarpım işlemleriyle tanımlı

$V = \{ f \mid f\!: \Re \rightarrow \Re$ olan 3. dereceye kadarki polinom fonksiyonlar $\}$

Vektör uzayını ele alalım. Bu vektör uzayı için $\mathcal{B}$ ve $\mathcal{B}'$ sıralı tabanları şöyle tanımlanıyor:

$\mathcal{B} = \{ 1, x, x^2, x^3 \}$ $\qquad$ $\mathcal{B}' = \{ 1, (x+a), (x+a)^2, (x+a)^3 \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x reel sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

$\mathcal{B}$ tabanına göre koordinat vektörünü $\mathcal{B}'$ tabanına göre koordinat vektörüne dönüştüren matrisi bulunuz. Yani $[\,f\,]_{\mathcal{B}'} = P \cdot [\,f\,]_{\mathcal{B}}$ için gereken P matrisini bulunuz. (Kısa yol gösterme: Taylor serisine açma kuralından faydalanarak daha kolay çözebilirsiniz.)

3) 2. sorudaki V vektör uzayı üzerinde Laplace dönüşümünün ($\mathcal{L}$) matris gösterimini verilen sıralı tabanlar için bulunuz. Şöyle ki:

$$\mathcal{L} : V \rightarrow W$$

V için sıralı taban : $\mathcal{B} = \{ 1, x, x^2, x^3 \}$, $\qquad$ W için sıralı taban : $\mathcal{B}' = \{ \frac{1}{s}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3}, \frac{1}{s^4} \}$

(Bu kümelerin elemanlarını, fonksiyonun özel bir x veya s reel veya karmaşık sayısındaki değeri olarak **değil**, fonksiyonun bütünü olarak düşünüyoruz. Sadece kolaylık için böyle yazdık.)

4) Size özel olarak verilen A matrisinin görüntü uzayı için bir taban bulunuz.

5) Size özel olarak verilen A matrisinin sıfır uzayı için bir taban bulunuz.

Kişiye özel matrisler isminizin kısaltmasına göre şöyledir:

İ.A. için:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & -1 & 0 & -3 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & 3 & -3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & 6 & 4 & 0 & 5 \\ -5 & -5 & 1 & 0 & 3 & -4 & 2 \\ -7 & -3 & -2 & -3 & 6 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

E.B.B. için:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & -3 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & -4 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & -2 & -1 & 0 & 3 & 6 \\ -4 & -2 & -2 & -1 & 4 & 4 & 8 \\ 3 & -5 & 1 & -4 & -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

M.F.K için:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 & 4 & 0 & -2 & -8 \\ 1 & 0 & 1 & 6 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & -2 & 2 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & 0 & -4 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

O.S.K. için:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 & -5 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & 1 & -8 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 0 & -8 & 2 & 4 & 8 \\ -8 & -4 & 1 & -6 & 5 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

H.K.K. için:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 4 & -4 & -7 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & -4 & 4 & 7 & -4 & 0 \\ -5 & -1 & -2 & 1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & -4 & -6 & 5 & 7 & -6 & -3 \\ 0 & 3 & -7 & -6 & -2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

D.N.T. için:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & -5 & -6 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & -2 & 2 & -5 \\ 4 & 0 & 3 & -5 & -8 & 5 & -3 \\ 5 & 9 & -1 & 4 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$