

2
 Переформулируем задачу: найдите экстремумов
 др-ии ab^2c^3 при условии $a+b+c=6$.
 Составим др-ию Лагранжа:
 $L = f(a,b,c) + \lambda g(a,b,c); g(a,b,c) = a+b+c-6$
 $f(a,b,c) = ab^2c^3$
 $L = ab^2c^3 + \lambda(a+b+c-6)$
 $\frac{\partial L}{\partial a} = b^2c^3 + \lambda$ $\frac{\partial L}{\partial b} = 2abc^3 + \lambda$ $\frac{\partial L}{\partial c} = 3ab^2c^2 + \lambda$
 $\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c} = 0 \\ a+b+c-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2c^3 + \lambda = 0 \text{ (1) при условии} \\ 2abc^3 + \lambda = 0 \text{ (2) } a \neq 0, c \neq 0. \\ 3ab^2c^2 + \lambda = 0 \text{ (3) разделим} \\ a+b+c-6=0 \text{ (4) на (1),} \end{cases}$
 получим:
 $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{2a}{b} = 1 \Rightarrow 2a = b$; аналогичные образы
 $\frac{(3)}{(1)} \Rightarrow \frac{3a}{c} = 1 \Rightarrow 3a = c$
 разделим
 Фигура:
 $\begin{cases} 3a = c \\ 2a = b \\ a+b+c=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow$ Стая. точка $M(1; 2; 3)$
 Проверим, что M - стая. точка. Составим
 дифференциальное 2-е порядка; по условию необо-
 димо найти пол. др-ии, тогда: где дифф. выд.
 $d^2L = L''_{aa}(da)^2 + 2L''_{ab}dada + L''_{bb}(db)^2 + L''_{ac}(da)dc + 2L''_{bc}dbdc + L''_{cc}(dc)^2$
 $M(1; 2; 3)$ вычислится: $d^2L < 0$
 Составим полный дифф. др-ии 3-х перемен-
 ных:
 $d^2L = L''_{aa}(da)^2 + L''_{bb}(db)^2 + L''_{cc}(dc)^2 + 2L''_{ab}dada +$
 $+ 2L''_{ac}dadc + 2L''_{bc}dbdc$

$$\begin{aligned} L^1_{aa} &= 0 & L^1_{ab} &= 2bc^3 \\ L^1_{bb} &= 2ac^3 & L^1_{ac} &= 3b^2c^2 \\ L^1_{cc} &= 6ab^2c & L^1_{bc} &= 6abc^2 \end{aligned}$$

$$d^2L = 2ac^3(db)^2 + 6ab^2c(cde)^2 + 4b^3cdaclb + 6b^2c^2dadc + 12abc^2dbdc$$

Вычисляем групп. ℓ $M(1,2,3)$

$$(1) d^2L(M) = 54(db)^2 + 72(cde)^2 + 216daclb + 216dadc + 216dbdc$$

$$(2) d(10a^2b^2c^2 - 6) = d(10a^2b^2c^2) = 20a^2b^2c^2 = 20a^2b^2c^2$$

Получаем $(2) \in \mathbb{R}$ сразу раскроем и приведем к нулю:

$$d^2L(M) = -162(dy)^2 - 144(dz)^2 - 216dydz$$

Используем данные из формулы:

$$M = \begin{pmatrix} -162 & -108 \\ -108 & -144 \end{pmatrix} \quad \text{Совм. предельно симб.}$$

$$1) \delta_1 = -162 < 0$$

$$2) \delta_2 = 162 + 144 - 108 - 108 > 0 \quad // \Rightarrow M(1,2,3) - \text{форм. максимума (т.е. } d^2L < 0)$$

Поэтому максимумов нет, минимум есть

$$10a^2b^2c^2 = 108 \text{ ед.}$$

$$\text{Ответ: } \delta = 108$$