

Projectile motion

일물실1 U분반 20250473 유태영

Abstract

본 실험은 포물선 운동을 수행하는 발사체의 운동을 분석하고, 발사각과 초기속도가 수평 도달 거리에 미치는 영향을 관찰하였다. 발사각을 30도, 45도, 60도로 설정하고, 각각에 대해 두 가지 초기속도 조건(트리거 1단과 2단)에서 실험을 수행하였다. 고속 영상 분석을 통해 얻은 위치 데이터를 기반으로 실제 궤적을 이차함수로 근사하고 이론적인 운동 방정식과 비교하였다. 실험 결과, 이론과 실제 궤적 사이에 일정한 차이가 존재했으며, 수평 도달 거리는 45도에서 최대가 됨을 확인하였다. 본 실험은 발사체의 2차원 운동이 독립적인 수평 및 수직 운동의 결합임을 실험적으로 보여준다.

I. Introduction

본 실험의 목적은 발사체의 운동을 수직 방향과 수평 방향으로 나누어 분석함으로써, 발사체가 중력의 영향을 받아 포물선 운동(parabolic motion)을 수행한다는 사실을 실증적으로 확인하는 데 있다. 특히 발사각이 수평 도달 거리에 어떤 영향을 미치는지 관찰하고, 이론적으로 예측되는 바와 같이 45도에서 최대 도달 거리를 나타내는지 실험적으로 검증한다.

이러한 포물선 운동은 등가속도 운동과 등속도 운동이 결합된 형태로, 수직 방향은 중력 가속도에 의해 변하는 등가속도 운동이며, 수평 방향은 가속도가 0인 등속도 운동으로 설명된다. 실험에서는 다양한 발사각(30도, 45도, 60도)과 초기 속도 조건(트리거 1단, 2단)을 설정하여 영상을 분석하고, 이론적 궤적과 실제 궤적을 비교함으로써 발사각에 따른 운동 특성을 정량적으로 파악한다.

II. Theoretical Background

알짜힘이 중력일 때, v_0 의 초기 속력으로 지면과 각 θ 를 이루며 발사된 질량 m 인 물체는 포물선 운동을 한다. 이때 $v_x = v_0 \cos \theta, v_y = v_0 \sin \theta - gt$ 이다.

따라서
$$x(t) = x_0 + v_0 \cos \theta t, y(t) = y_0 + v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$
이며,

$$y = y_0 + \tan \theta (x - x_0) - \frac{g(x - x_0)^2}{2(v_0 \cos \theta)^2}$$
이다.

y=0일 때 체공시간 $T = \frac{v_0 \sin \theta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gy_0}}{g}$ 이다.

III. Methods

1. Projectile motion launcher를 clamp를 이용해 단단히 고정한 후, 발사각도와 초기 속도를 설정한다.
-발사각은 각각 30도, 45도, 60도로 설정하여 세 가지 조건에서 실험을 진행한다.
-초기 속도는 발사기 트리거 1단, 2단 총 2가지로 실험한다.
2. 카메라를 켜고, 물체의 운동이 이루어지는 평면과 카메라의 중심축이 수직이 되도록 카메라를 설치한다.
3. 영상과 실제 운동 거리의 비율을 맞추기 위해, 기준 눈금 막대(54 cm)를 물체가 이동하는 경로의 평면 위에 놓는다.
4. 컴퓨터에서 PASCO Capstone 프로그램을 실행한 뒤, 기준 막대의 길이를 설정하여 영상 속 거리 단위를 실제 길이에 맞춘다.
5. 좌표계를 설정할 때는 다음과 같이 한다.
-기준 막대가 놓인 방향에 맞춰 y축을 설정한다.
-발사 장치에 표시된 기준점을 좌표의 원점으로 정한다.
6. 녹화를 시작하고 물체를 발사한 뒤, 녹화된 영상을 프레임별로 분석하여 각 위치의 데이터를 수집한다.
7. 다양한 발사각, 다양한 초기속도에 대해 동일한 방법으로 실험을 반복하여 데이터를 확보한다.

IV. Results

공의 질량은 27.1g이다.

1. 30도 - 1단

초기 속도: 3.08m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -0.6887x^2 + 0.577x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -1.53x^2 + 0.506x + 0.00516$

2. 30도 - 2단

초기 속도: 10.10m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -0.0640x^2 + 0.5774x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -0.511x^2 + 0.531x + 0.00275$

3. 45도 - 1단

초기 속도: 2.33 m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -1.8052x^2 + 1.0000x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -2.44x^2 + 0.986x + 0.00954$

4. 45도 - 2단

초기 속도: 8.90m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -0.1237x^2 + 1.0000x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -0.798x^2 + 0.993x + 0.00708$

5. 60도 - 1단

초기 속도: 2.05m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -4.6639x^2 + 1.7321x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -4.95x^2 + 1.68x + 0.0167$

6. 60도 - 2단

초기 속도: 7.97m/s

식으로 계산한 이론 이차함수: $y = -0.3086x^2 + 1.7321x$

실제 데이터로 근사해 구한 이차함수: $y = -1.64x^2 + 1.75x + 0.00984$

V. Discussion

실험에서 관찰된 실제 운동 궤적은 대부분 이론적으로 예측한 포물선 궤적과 유사하나, 계수에서 다소 차이가 존재하였다. 이러한 오차는 공기 저항, 발사 장치의 미세한 각도 오차, 초기 위치의 차이, 영상 분석의 해상도 제한 등에서 기인할 수 있다. 특히, 1단 트리거에 비해 2단 트리거를 사용할 때 오차가 작게 나타난 경향이 있었으며, 이는 속도가 빠를수록 공기 저항의 상대적 영향이 줄어드는 현상으로 해석할 수 있다. 또한, 수평 도달 거리 분석에서 이론적으로 예측된 바와 같이 45도에서 최대값이 나타났으며, 이는 발사각이 너무 작거나 클 경우 수직 및 수평 성분의 불균형으로 인해 도달 거리가 줄어들기 때문임을 확인하였다.

VI. Conclusion

본 실험을 통해 발사각과 초기속도가 발사체의 운동에 어떤 영향을 미치는지를 확인하였다. 실험 결과는 이론과 대체로 일치하며, 45도에서 수평 도달 거리가 최대가 된다는 사실을 실험적으로 입증하였다. 비록 일부 조건에서 오차가 존재하였지만, 포물선 운동의 기본 원리를 이해하고 이를 실제로 관찰하는 데 의미 있는 결과를 얻었다. 향후 실험의 정확도를 높이기 위해서는 공기 저항이나 회전 등 추가적인 요소를 고려한 모델링이 필요할 것으로 보인다.

VII. References

- [1] Essential University Physics by Richard Wolfson (Pearson Addison Wesley, 4th ed.)
- [2] General Physics Laboratory Manual Ch 2. Conservation of momentum and impulse
- [3] Galileo Galilei, Two New Sciences, Leiden, 1638, p.249