

LAPORAN PRAKTIKUM 1
ANALISIS ALGORITMA



Disusun oleh :
Muhammad Zulfikar Ali
140810180064

PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
2020

Pendahuluan

Stable Matching Problem (SMP) adalah problem algoritmik yang memberikan ilustrasi mengenai berbagai tema yang dipelajari di analisis algoritma ini. Algoritma ini muncul dari beberapa problem praktis. Oleh karena itu supaya problemnya jelas dan penyelesaian tepat perlu dilakukan 3 langkah berikut:

- Mencermati problem
- Memformulasikan problem
- Mendesain algoritma

Stable Matching Problem berasal, sebagian, pada tahun 1962, ketika David Gale dan Lloyd Shapley, dua matematika ekonom, mengajukan pertanyaan:

Bisakah seseorang merancang sebuah perguruan tinggi proses penerimaan, atau proses perekrutan pekerjaan, itu mandiri (otomatis)?

Inti dari proses aplikasi adalah interaksi antara dua jenis pihak yang berbeda: **perusahaan dan pelamar**.

Setiap pelamar memiliki daftar preferensi perusahaan yang ingin dimasuki, dan setiap perusahaan-setelah aplikasi masuk-membentuk daftar preferensi akan pelamarnya. Berdasarkan preferensi ini, perusahaan memberikan penawaran kepada beberapa pelamar mereka, pelamar memilih penawaran mana yang akan mereka terima.

Bagaimana jika tidak dilakukan secara otomatis? Kemungkinan resiko kecurangan tinggi.

Jadi inilah pertanyaan yang diajukan Gale dan Shapley: Diberikan seperangkat preferensi di antara pemberi kerja dan pelamar, dapatkah kami menetapkan pelamar untuk pemberi kerja sehingga untuk setiap pemberi kerja E , dan setiap pelamar A yang tidak dijadwalkan bekerja untuk E , setidaknya satu dari dua hal berikut ini yang terjadi?

- (i) E lebih memilih setiap satu dari daftar pelamar yang diterima (A); atau
- (ii) A lebih suka situasinya saat ini daripada bekerja untuk pemberi kerja E

Jika ini berlaku, hasilnya stabil: kepentingan pribadi individu akan mencegah kesepakatan pemohon/pemberi kerja dibuat dibalik layar. Gale dan Shapley mengembangkan solusi algoritmik yang tajam untuk problem ini, yang akan kita pelajari.

Studi Kasus

SMP ini dapat dilihat juga sebagai problem menyusun sistem dimana setiap pria dan wanita akhirnya bisa berpasangan.

Jadi pertimbangkan satu set $M = \{N_1, \dots, N_n\}$ dari n pria, dan satu set $W = \{w_1, \dots, w_n\}$ dari n wanita. Produk kartesius $M \times W$ menunjukkan set dari semua pasangan bentuk yang mungkin dipesan (N, w) , di mana $N \in M$ dan $w \in W$.

Matching S adalah seperangkat pasangan yang dipesan, masing-masing dari $M \times W$, dengan properti yang masing-masing anggota M dan setiap anggota W muncul di paling banyak satu pasangan di S .

Dipandu oleh motivasi awal kita dalam hal pemberi kerja dan pelamar, kita harus khawatir tentang situasi berikut: Ada dua pasangan (N, w) dan (N', w') dalam S (seperti yang digambarkan pada Gambar 1.1) dengan properti bahwa N lebih suka w' daripada w , dan w' lebih suka N ke N' . Dalam hal ini, tidak ada yang bisa menghentikan N dan w' meninggalkan pasangan mereka saat ini dan

pergi bersama; set pernikahan menjadi tidak self-enforcing.

Tujuan kita adalah mengembalikan serangkaian pasangan tanpa ketidakstabilan (harus stabil). Kita akan mengatakan bahwa S stabil jika

- (1) Perfect (1 laki-laki tepat berhubungan dengan satu perempuan), dan
- (2) tidak ada ketidakstabilan sehubungan dengan S

Syarat:

- Perfect Match: semua orang dicocokkan secara monogami.
 - (1) Setiap pria mendapatkan satu wanita.
 - (2) Setiap wanita mendapatkan satu pria.
- Stable Matching: pencocokan sempurna tanpa pasangan tidak stabil.

Stable Matching Problemnya:

Dengan daftar preferensi pria dan wanita, temukan sebuah stable matching jika ada.

Contoh 1

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-C, Y-B, dan Z-A, apakah stabil?

	favorite ↓			least favorite ↓				favorite ↓				least favorite ↓
	1st	2nd	3rd			1st	2nd	3rd				
Xavier	Amy	Bertha	Clare		Amy	Yancey	Xavier	Zeus				
Yancey	Bertha	Amy	Clare		Bertha	Xavier	Yancey	Zeus				
Zeus	Amy	Bertha	Clare		Clare	Xavier	Yancey	Zeus				
Men's Preference Profile					Women's Preference Profile							

- Jawaban: Tidak. Bertha & Xavier akan putus

Contoh 2

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-A, Y-B, dan Z-C, apakah stabil?

	favorite ↓			least favorite ↓				favorite ↓				least favorite ↓
	1st	2nd	3rd			1st	2nd	3rd				
Xavier	Amy	Bertha	Clare		Amy	Yancey	Xavier	Zeus				
Yancey	Bertha	Amy	Clare		Bertha	Xavier	Yancey	Zeus				
Zeus	Amy	Bertha	Clare		Clare	Xavier	Yancey	Zeus				
Men's Preference Profile					Women's Preference Profile							

- Jawaban: Ya

Tugas Praktikum

Worksheet 1

Tahap	Man	Woman	Free
1	Victor	Bertha	
2	Wyatt	Diane	
3	Xavier	Bertha	Victor
4	Victor	Amy	
5	Yancey	Amy	Yancey
6	Yancey	Diane	Wyatt
7	Wyatt	Bertha	Wyatt
8	Wyatt	Amy	Wyatt
9	Wyatt	Clare	
10	Zeus	Bertha	Zeus
11	Zeus	Diane	Yancey
12	Yancey	Clare	Yancey
13	Yancey	Bertha	Yancey
14	Yancey	Erika	

Analisis Algoritma

1. Apakah jawaban Anda di Worksheet 01 dan Program sama persis? Jika Tidak? Kenapa?

Iya, sama.

Anda diminta untuk membuktikan algoritma G-S benar dengan menjawab pertanyaan berikut:

Fakta (1.1):

Seorang wanita tetap bertunangan dari titik di mana dia menerima proposal pertamanya; dan urutan mitra yang bertunangan dengannya menjadi lebih baik dan lebih baik lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi wanita). → tidak perlu dipertanyakan

Fakta (1.2):

Urutan wanita yang dilamar pria lebih buruk dan lebih buruk lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi pria). → tidak perlu dipertanyakan

Teorema (1.3):

Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak n^2 iterasi menggunakan While Loop.

Pada saat menggunakan while loop memiliki kemajuan, yaitu dimana pria melamar wanita berikutnya dalam daftar pilihannya, lalu seseorang yang belum pernah ia pilih sebelumnya. Karena ada n laki-laki dan setiap daftar preferensi memiliki panjang n , ada paling banyak n^2 yang dapat terjadi. Jadi jumlah dalam iterasi yang bisa terjadi paling banyak adalah n^2

Buktikan!

Algoritma

Teorema (1.4):

Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan.

Buktikan!

Buktinya berdasarkan kontradiksi. Misalkan ada waktu tertentu dalam pelaksanaan algoritma ketika seorang pria lajang, namun telah mengusulkan kepada setiap wanita. Ini berarti, setiap wanita telah diusulkan setidaknya satu kali. Dengan teori 1, mendapatkan bahwa setiap wanita bertunangan. Jadi, kita telah melibatkan n wanita dan karenanya n laki-laki bertunangan, yang menyiratkan bahwa m juga terlibat bertunangan dengan asumsi bahwa m adalah lajang.

Teorema (1.5):

Himpunan S yang dikembalikan saat terminasi adalah *perfect matching* Buktikan!

Karena setiap laki-laki berpasangan dengan setiap wanita

Teorema (1.6):

Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan S . Set S adalah pasangan yang stabil.

Buktikan!

Menunjukkan bahwa pencocokan yang dikembalikan adalah pencocokan sempurna. Buktinya dengan kontradiksi. Misalkan tidak, maka ada seorang pria yang masih lajang di akhir algoritma. Menurut teori 2, itu berarti m belum melamar beberapa wanita. Tetapi kemudian, algoritma tidak akan keluar dari pengulangan loop, menghasilkan kontradiksi yang diinginkan.

Menunjukkan bahwa pencocokan yang dikembalikan stabil. Lagi-lagi buktinya dengan kontradiksi. Misalkan ada laki-laki m dan m' dan wanita w dan w' sehingga (m, w) dan (m', w') berada di S , tetapi m lebih suka w' ke w dan w' lebih suka m ke m' . Dengan algoritma, w adalah wanita terakhir yang saya ajukan. Karena m lebih suka w' ke w , m harus sudah mengusulkan ke w' sebelum usulannya ke w . Pada saat itu, atau nanti, w' bertunangan dengan seorang pria, katakanlah m'' , yang ia sukai lebih dari m . Pada akhirnya, w' bertunangan dengan m' . Oleh teori 1, menemukan bahwa w' lebih memilih m' daripada m'' dan lebih memilih m'' daripada m ; ini menyiratkan bahwa w' lebih suka m' daripada m , bertentangan dengan asumsi bahwa w' lebih memilih m daripada m' .

