**近似算法**

Ex1. G中最大团的size为a当且仅当Gm 里最大团的size是ma

证明：首先我们来证明充分性：G中的最大团的size是a，那么根据最大团的定义，我们设最大团为G’，G中的边集合为E，那么对于任意的顶点u属于G-G’，必须顶点v属于G’，使得边uv不属于E。Gm是G的m次拷贝，并且不同副本之间的任意两个顶点相连，所以每个副本的a个最大团的顶点是相连的，就能形成size是ma的团。所以Gm最大团的size至少是ma。有可能大于ma么？不失一般性，我们考虑ma+1。要使得Gm的最大团是ma+1，那么根据容斥原理，至少有一个图中有团a+1，这与条件矛盾。其他情况类似，Gm的最大团不会超过ma。所以Gm的最大团的size是ma。

现在来证明必要性：Gm里的最大团的size是ma。那么这ma个顶点必定是由m个G副本中的最大团的顶点组成，所以G的最大团的size为ma/m=a。为什么这ma个顶点一定是由m个副本中的最大团的顶点组成，我们从两个方面进行考虑。对于任意一个顶点，如果它属于Gm的最大团但是不属于G的最大团，那么根据Gm和团的定义该顶点一定属于它所在的G副本的最大团的顶点集，与假设矛盾。因此Gm的最大团中的顶点一定是由m个G副本中的最大团的顶点组成的。此外，对于任意的一个顶点，假设它属于G的最大团但是不属于Gm，那么根据Gm的定义，该顶点与Gm里最大团的所有顶点都是相连的，就可以把该顶点加进去，此时Gm的最大团的size变成了ma+1，与条件矛盾。所以Gm的最大团的ma个顶点是由m个G副本中的最大团的顶点组成，所以G中最大团的大小为a。

综上所述G中最大团的size为a当且仅当Gm里的最大团的size是ma。

EX2.完善LPT算法的性能（近似）比：RLPT=4/3-1/(3m)的证明

证明：当m=1时，因为A(I)=OPT(I)，所以A(I)/OPT(I) = 1= 4/3-1/3，显然成立

当m>1时，假设定理不成立，即有：A(I)/OPT(I)>4/3-1/(3m)

根据ppt上的证明结果，易知，对于违反该定理具有最少作业数的实例I，有：

A(I)/OPT(I)=1<=4/3-1/(3m)

与假设矛盾。换句话说，对于违反该定理的实例集合，必然存在具有最少作业数的实例I，使其不违反定理，矛盾。如果不存在这样的实例I，因为I具有最少作业数，那么也就说明这个违反定理的实例集合为空。所以当m>1时，不存在违反该定理的实例。

综上所述，LPT算法的性能比为RLPT=4/3-1/(3m)