因果推断经验研究中的敏感性分析

江　艇

[摘　要] 在因果推断经验研究中，因果效应的识别依赖于不同的识别假设，而识别假设在本质上是不可验证的。因此，讨论因果效应的估计对于识别假设的可能违背是否敏感，就显得尤为重要。如果在识别假设可能违背的合理范围内，仍然能够确认因果效应的存在，则说明因果效应的估计结果是稳健的。本文首先阐述了敏感性分析的必要性，然后介绍了敏感性分析的基本原理以及定性的判别方法，接着根据敏感性参数构造的不同方式，重点介绍了线性结构模型中基于可观测变量选择性假设下敏感性分析的几种主要定量方法，讨论了不同方法之间的区别和联系，并用统一的例子展示了其实际应用。

[关键词] 因果推断　敏感性分析　可观测变量的选择性　线性结构模型

[中图分类号] F064.1 [文献标识码] A [文章编号] 1000－114X（2023）05－0036－15

引　言

社会科学中因果关系的识别很大程度上是一项假设驱动的工作，而关键的识别假设是无法从数学上或统计上严格证明的，因此研究者需要寻找特定的研究情境，并且借助社会科学理论试图论证，这一研究情境下的数据生成过程满足特定的识别假设，从而适用相应的因果推断实证研究方法。[1]Angrist and Pischke（2010）认为，实证经济学“可信性革命”的核心是对研究设计（research design）的强调、改进和更清晰的表述，而研究设计就是识别策略。[2]Hull et al.（2022）则交代得更清楚：研究设计就是对一项经济处理（treatment）的变动性来源的认识，以及利用这种认识构造合适的控制组的实证研究取径。[3]这样一种基于设计（design-based）的研究取径，其最

作者简介：江　艇，中国人民大学经济学院副教授，经济学博士。北京　100872

①江艇：《因果推断经验研究中的中介效应与调节效应》，《中国工业经济》2022年第5期。

②Joshua D. Angrist and Jörn-Steffen Pischke, “The Credibility Revolution in Empirical Economics: How Better Research Design is Taking the Con out of Econometrics,” *Journal of Economic Perspectives*, vol. 24, no. 2, 2010, pp. 3-30.

③Peter Hull, Michal Kolesar and Christopher Walters, “Labor by Design: Contributions of David Card, Joshua Angrist, and Guido Imbens,” *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 124, no. 3, 2022, pp.603-645.

大的特点就是，使得主导实证研究结论的关键假设能够清晰地显露出来，并且规范对假设的证实或证伪。

在一项随机实验中，研究者招募一批被试，将其随机划分为两组，对处理组个体实施处理，对控制组个体不实施处理。考虑如下线性结构模型：

$$Y_i = \beta D_i + \varepsilon_i \tag{1}$$

其中，Y_i表示结果变量，D_i表示处理变量（核心解释变量），ε_i表示影响结果的其他因素，β为研究者关心的未知的总体因果效应参数。尽管每位被试的ε_i各不相同，但随机分组保证了处理组和控制组的ε分布相同，因此两组个体结果的平均差异即反映因果效应。随机实验的识别假设可以正式表述为：

假设1：核心解释变量与扰动项均值独立。

$$E\left(\varepsilon_i | D_i\right) = E\left(\varepsilon_i\right) \tag{2}$$

在随机实验中，通过随机分组，研究者主动介入了数据生成过程，以确保假设1的成立。绝大多数社会科学数据都是观测数据，在这样的观测性研究中，研究者是数据生成过程的被动观测者。此时，处理变动性的合意来源往往是“自然实验”，即接受处理的方式或决定处理的因素是近似随机的，或受到了未预期的冲击。但在很多时候，数据生成过程背后的人类行动是选择的结果而不是分配的结果，即人们自选择（self-select）接受某项处理，D部分地由ε决定，因此ε的分布因D而异，处理组和控制组结果的组间均值比较不再能够反映因果效应。处理的选择性，是观测性研究的根本挑战。选择性分为两种：

第一种，基于可观测变量的选择性（Selection on Observables, SO）。这是指个体是否接受某项处理，只受到可观测变量的影响，给定这些可观测变量，接受处理与否可视作近似随机。此时因果推断的关键，就是寻找这些造成选择性的可观测变量，然后将处理组与控制组的比较局限在这些可观测变量相同的子总体内。这种有条件的比较可以是参数式的，也可以是非参数式的。以参数式的控制回归方法为例，考虑到ε中的X因素既影响Y又影响D，将它明确地控制在线性结构模型中：

$$Y_i = \beta D_i + \beta_X X_i + \varepsilon_i' \tag{3}$$

如果原ε和D的相关性可以由X和D的相关性完全捕捉，在X相同的子总体内，新ε'和D不再相关，新ε'在处理组和控制组的分布再次趋同——近似随机分组，那么X相同的子总体内处理组和控制组结果的平均差异就能够反映因果效应。这一识别假设可以正式表述为（在不引起歧义的前提下，将ε'仍记作ε）：

假设2：给定可观测的选择性变量，核心解释变量与扰动项条件均值独立。

$$E\left(\varepsilon_i | D_i, X_i\right) = E\left(\varepsilon_i | X_i\right) \tag{4}$$

这一假设在文献中也被称作非混淆性（unconfoundedness）、可忽略性（ignorability）或可交换性（exchangeability）假设。

第二种，基于不可观测变量的选择性（Selection on Unobservables, SU）。这是指至少有一部分造成选择性的变量是不可观测的，因此无法“给定”这些变量，即假设2不成立，无法将组间比较局限在这些变量相同的子总体内以考察因果效应。

由于假设2涉及不可观测变量ε，因此无法通过数据直接加以验证，而只能基于对研究情境的

充分认识和对可观测的选择性变量X的妥善选择，从理论上加以论证。在这个意义上，也可以说，社会科学中因果关系的识别是理论驱动的。但这正是对实证研究结果的阐释可能产生分歧的根源所在，因为理论认识或外部信息可能是不完美的。对于任何一个观测性研究情境，我们几乎总能设想存在影响处理的未被测度的或不可观测的，甚至难以良好定义的因素，这种混杂因素造成了处理和结果之间额外的相关，使得处理对结果的因果效应难以从处理和结果的总体相关中分离出来。

一个很自然的问题是，如果假设2不成立，给定当前的可观测控制变量，核心解释变量与遗漏在扰动项中的不可观测变量不满足条件均值独立，此时的因果效应估计结果还可信吗？也就是说，因果效应的估计对于潜在的基于不可观测变量的选择性是否敏感？直观上可知，这不是一个非此即彼的问题。考察如下线性结构模型：

$$Y = \beta D + \beta_X X + \gamma W + \varepsilon \tag{5}$$

满足$E(\varepsilon|D,X,W) = E(\varepsilon)$，因此，如果$X$和$W$是可观测的，可以在回归中控制起来，就能够得到$\beta$的一致估计，这样的回归称为完整回归。如果$W$是不可观测的，研究者实际进行的是不控制$W$的受限回归：

$$Y = \beta^R D + \beta_X^R X + \varepsilon^R \tag{6}$$

$B = \beta^R - \beta$即为估计偏误。敏感性分析指的就是根据数据提供的关于β^R的信息和关于B的取值可能性的敏感性假设，来推断$\beta = \beta^R - B$。在这个模型中，导致B非零的根本原因是W一方面与Y相关，另一方面与D相关，因此敏感性假设通常是关于W与Y的相关性以及W与D的相关性的假设。

对均值独立假设的可能违背进行敏感性分析的思想至少可以追溯到Cornfield et al.（1959），该文讨论了抽烟对肺炎的因果影响，并论证两者的相关性足够强，以至于无法完全归因于不可观测变量的混淆作用。①基于模型的（model-based）敏感性分析框架主要受到Rosenbaum and Rubin（1983）的开创性工作的启发。②本文在社会科学经验研究工作者最常采用的线性结构模型框架下，首次系统总结了敏感性分析的主要方法，讨论了不同方法之间的区别和联系，强调了对分析结果的正确解读，以帮助读者在不同的研究场景中准确运用敏感性分析工具。

一、敏感性分析的原理与定性方法

考察如下线性结构模型：

$$Y = \beta D + \gamma W + \varepsilon \tag{7}$$

满足$Cov(D,\varepsilon) = Cov(W,\varepsilon) = 0$，也就是说，如果$W$是可观测的，那么在控制$W$的回归中，可以得到$D$对$Y$的因果效应$\beta$的一致估计。反之，如果控制$W$不可行，$Y$对$D$的回归将得到$\beta$的有偏估计：

---

①Jerome Cornfield, William Haenszel, E. Cuyler Hammond, Abraham M. Lilienfeld, Michael B. Shimkin, and Ernst L. Wynder, "Smoking and Lung Cancer: Recent Evidence and a Discussion of Some Questions," *Journal of the National Cancer Institute*, vol. 22, 1959, pp. 173-203.

②Paul R. Rosenbaum and Donald B. Rubin, "Assessing Sensitivity to an Unobserved Binary Covariate in an Observational Study with Binary Outcome," *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, vol. 45, no. 2, 1983, pp. 212-218.

$$\hat{\beta} = \frac{\widehat{Cov(Y,D)}}{\widehat{Var(D)}} \to_p \beta + \gamma \frac{Cov(W,D)}{Var(D)} \tag{8}$$

上式最后一项即为不可观测变量W所导致的β估计的选择性偏误，它由两部分的乘积组成，一部分是γ，表示不可观测变量本身对Y的影响；另一部分是$\frac{Cov(W,D)}{Var(D)}$，表示不可观测变量与核心解释变量的相关性，事实上它等于W对D的线性投影系数（linear projection coefficient）。

这一选择性偏误公式有助于我们对估计结果的敏感性做出初步判断。如果我们能够从理论上推测γ的符号以及W与D相关性的方向，就可以分情形讨论：

1.若$\hat{\beta}$与$\gamma\frac{Cov(W,D)}{Var(D)}$同号，则意味着$|\hat{\beta}| > |\beta|$，即$\hat{\beta}$高估了真实的因果效应，这是我们所不愿意看到的；

2.若$\hat{\beta}$与$\gamma\frac{Cov(W,D)}{Var(D)}$异号，则意味着$|\hat{\beta}| < |\beta|$，即$\hat{\beta}$低估了真实的因果效应，说明我们当前得到的结果是更保守的，有理由对因果关系的存在持更乐观的立场。

如果加入控制变量以后，核心解释变量系数估计的绝对值变小，说明这一控制可能解决了重要的选择性偏误。反之，如果核心解释变量系数估计结果对于控制变量的选择毫不敏感，这可能是好事——说明核心解释变量的选择性很小，其变动足够外生；也可能是坏事——说明当前控制的变量不是真正决定核心解释变量变动的选择性变量。

如果控制了关键控制变量以后，核心解释变量的系数估计不再随着更多控制变量的加入而发生大幅变化，说明核心解释变量可能已经解决了大部分选择性偏误，由可观测变量造成的选择性偏误已经很小了。对此，Krauth（2016）总结道："使用控制变量的观测性研究……通常会报告一个简单回归，一个包含研究者所偏好的控制变量的'偏好的回归'，以及一些包含额外控制变量的作为'稳健性检验'的回归。然后研究者将表明，估计结果在简单回归和偏好的回归之间发生了实质性的改变，但在偏好的回归和稳健性检验之间变化不大。"[①]

正式地，在（7）式方程右边控制关键控制变量X，此时如果在回归中忽略了W，则

$$\hat{\beta} \to_p \frac{Cov(Y^{\perp X},D^{\perp X})}{Var(D^{\perp X})} = \beta + \gamma \frac{Cov(W^{\perp X},D^{\perp X})}{Var(D^{\perp X})} \tag{9}$$

其中，$Y^{\perp X}$，$D^{\perp X}$和$W^{\perp X}$分别为Y，D和W对X回归得到的残差。如果$\frac{Cov(W^{\perp X},D^{\perp X})}{Var(D^{\perp X})}$比较小，那么即使$\gamma$不为零，选择性偏误也会比较小。比较（8）式和（9）式，这也就是说，X能够捕捉相当一部分W和D之间的相关性，以至于在控制X以后，W和D的残余相关性足够小，是否进一步控制W对β的估计影响不大。

据此我们可以总结敏感性分析的原理：控制了关键控制变量之后，新加入的控制变量对核心解释变量系数估计结果的影响比较小，意味着其与核心解释变量的相关性比较小，那么有理由相信，倘若存在遗漏的选择性变量，其与核心解释变量的相关性也会比较小，核心解释变量系数估

①Brian Krauth, "Bounding a Linear Causal Effect Using Relative Correlation Restrictions," *Journal of Econometric Methods*, vol. 5, no. 1, 2016, pp. 117-141.

计结果对于其是否遗漏将不再敏感。也就是说，我们用核心解释变量与控制变量之间的低相关来作为支持识别假设——核心解释变量与扰动项的不相关——的证据。

在实际研究中，我们会进行不断增加控制变量的多个回归，但这种逐步回归的目的，不是进行方程设定形式的选择（specification search），而是作为敏感性分析的定性手段。我们希望看到，如果不控制关键控制变量，核心解释变量的系数估计结果对于控制变量的不同组合比较敏感，估计值的方向、大小和统计显著性在不同的方程设定下并不稳定；而一旦控制关键控制变量，核心解释变量的系数估计结果对于额外控制变量的不同组合将不再敏感。因此敏感性分析有时也被称作系数稳定性理论。

我们能够观察到的只是估计结果对于可观测变量加入与否的敏感性，也就是基于可观测变量选择性的大小；但我们真正希望推测的是估计结果对于不可观测变量加入与否的敏感性，也就是基于不可观测变量选择性的大小。敏感性分析的实质，就是根据可观测变量的选择性程度去推测不可观测变量的选择性程度，进而考察核心解释变量的系数估计结果如何受到后者的影响。

二、敏感性分析的定量方法

本文介绍五种方法，都通过构造表示不可观测变量选择性程度的敏感性参数来展开分析，其构造思路大致分为两类，前三种方法用不可观测变量在处理组和控制组间分布的不平衡性来表示不可观测变量的选择性程度，具体体现为不可观测变量对处理变量的线性投影系数；后两种方法则利用一组表示线性回归中解释变量对被解释变量额外解释力的偏拟合优度，来表示不可观测变量的选择性程度，分别是处理变量的决定方程中不可观测变量的偏拟合优度，以及结果变量的决定方程（即完整回归）中不可观测变量的偏拟合优度。

（一）基于线性投影系数的Bellows-Miguel方法

这一方法由Bellows 和 Miguel（2009）提出（以下简称BM方法）。[①]需要先进行两个受限回归，一个是包含部分控制变量（X_1）的短回归，核心解释变量的系数估计值记为$\hat{\beta}^S$；另一个是包含全部控制变量（X_1和X_2）的长回归，核心解释变量的系数估计值记为$\hat{\beta}^L$。

下面讨论$\hat{\beta}^S > \hat{\beta}^L > 0$的情形（小于0的情形类似）。这表明$X_2$的加入确实剔除了一部分可观测变量的选择性偏误，将其直接表示为系数估计值的差异：

$$SO = \hat{\beta}^S - \hat{\beta}^L \tag{10}$$

但包含全部控制变量的估计结果仍然有可能受到不可观测变量的选择性偏误的影响：

$$\hat{\beta}^L \rightarrow_p \beta + SU \tag{11}$$

其中，β表示真实的因果效应。现在面临的问题是，如果要推翻整个故事，把核心解释变量的效应全部归因于不可观测变量的选择性偏误，即$\beta = 0$，则SU相对于SO必须达到多大？由此可以构造选择性比率（Selection Ratio, SR）：

$$SR = \frac{SU}{SO} = \frac{\hat{\beta}^L}{\hat{\beta}^S - \hat{\beta}^L} \tag{12}$$

分母越小，说明估计值受可观测变量的选择性影响越小，则不可观测变量（相对于可观测变

①John Bellows and Edward Miguel, “War and Local Collective Action in Sierra Leone,” *Journal of Public Economics*, vol. 93, no. 11-12, 2009, pp. 1144-1157.

量）的选择性必须更大才能完全解释整个效应；分子越大，说明需要解释的效应越大。选择性比率越大，表示要推翻整个故事所需要的SU越大，其可能性也就越小；那么反过来说，就越有可能存在非零的因果效应（$\beta \neq 0$）。

那么选择性比率多大才算足够大呢？一般认为SR至少不能小于1，也就是说，当不可观测变量的选择性比可观测变量的选择性更大，才能将当前的估计结果完全解释为是由不可观测变量造成的偏误，那么这一估计结果可以被认为对不可观测变量的选择性不敏感。

BM方法直觉式地把选择性定义在系数估计值的差异上，下面给这种定义提供一个正式的理解。考虑结构模型：

$$Y = \beta D + \varepsilon \tag{13}$$

$$\text{plim}\,\hat{\beta}^{S} = \beta + \frac{Cov(\varepsilon,D)}{Var(D)} \tag{14}$$

若存在可观测的控制变量X，可以将ε分解为与X相关的部分和与X不相关的部分，

$$\varepsilon = \delta X + \varepsilon^{\perp X} \tag{15}$$

则

$$\text{plim}\,\hat{\beta}^{L} = \beta + \frac{Cov(\varepsilon^{\perp X},D^{\perp X})}{Var(D^{\perp X})} \tag{16}$$

不失一般性，假定$\beta \geq 0$，$\frac{Cov(\varepsilon,D)}{Var(D)} > \frac{Cov(\varepsilon^{\perp X},D^{\perp X})}{Var(D^{\perp X})} > 0$，

$$\text{plim}\frac{\hat{\beta}^{L}}{\hat{\beta}^{S} - \hat{\beta}^{L}} > \frac{Cov(\varepsilon^{\perp X},D^{\perp X})}{Cov(\varepsilon,D) - Cov(\varepsilon^{\perp X},D^{\perp X})} = \frac{Cov(\varepsilon^{\perp X},D)}{Cov(\delta X,D)} = \frac{Cov(\varepsilon^{\perp X},D)/Var(D)}{Cov(\delta X,D)/Var(D)} \tag{17}$$

上式最后一项是不可观测部分$\varepsilon^{\perp X}$对D的线性投影系数与可观测部分δX对D的线性投影系数之比，它刻画了不可观测变量选择性相对于可观测变量选择性的强度，而$\frac{\hat{\beta}^{L}}{\hat{\beta}^{S} - \hat{\beta}^{L}}$提供了这个比率的一个上界。如果这个上界比较大，则说明不可观测变量选择性的相对强度要达到很大才能使得$\beta = 0$。

这种理解还可以提供两个理由支持以1作为SR的临界值。其一，如果研究者是从影响Y的全部变量集合中随机选取可观测变量，那么可观测变量的选择性将与不可观测变量的选择性相同，而考虑到研究者实际为寻找可观测变量付出了努力，预期后者更可能小于前者。其二，此处谈论的不可观测变量$\varepsilon^{\perp X}$已经剔除了其与可观测变量相关的部分，而δX中既包含可观测变量本身，也包含其与不可观测变量相关的部分，因此$\varepsilon^{\perp X}$造成的选择性理应小于δX造成的选择性。

Nunn and Wantchekon（2011）（以下简称NW文）指出，非洲历史上的奴隶贸易引发了邻居、朋友甚至亲属之间的绑架、诱骗和贩卖，并被作为当权者刑罚和营利的手段，因此造成了人际间的不信任，而由于文化的缓慢演变，以及文化和制度的互补与自我实施，这种不信任有可能一直延续至今。[①]作者使用2005年非洲民意调查数据进行了检验，被解释变量为受访者报告的各种信任指标（分别度量受访者对亲属、邻居、当地政府、族群内个体、族群外个体的信任程度），核心

①Nathan Nunn and Leonard Wantchekon, "The Slave Trade and the Origins of Mistrust in Africa," *The American Economic Review*, vol. 101, no. 7, 2011, pp. 3221-3252.

解释变量为受访者所在种族历史上的奴隶出口数量。基准回归中控制了一系列个体、种族、区域的基本特征。个体特征包括年龄及其平方、性别、是否居住在城市、生活条件、受教育水平、宗教、职业；种族—区域特征包括区域内同种族人口；区域特征包括区域内的种族分化程度；此外还控制了国家固定效应。作者进一步认为，基准回归中最重要的遗漏变量可能是殖民统治，因此需要控制种族层面的殖民统治的影响，作者由此构造了两组关键控制变量，一组是决定殖民统治变动性的变量，包括初始疾病环境以及前殖民时期的发展水平（人口密度、是否有城市、聚落形态、司法层级）；另一组是反映殖民统治影响的变量，包括是否有铁路、是否有欧洲探险家经过以及欧洲传教士数量。

随后作者借鉴BM方法，尝试用可观测变量的选择性评估不可观测变量的选择性。应用这一方法，需要定义短回归和长回归，然后使用两个回归系数估计值构造选择性比率。比如在短回归中可以只控制国家固定效应，而在长回归中，除了控制国家固定效应，还要进一步控制前述的基本特征和殖民统治变量。作者发现，对于不同的被解释变量（信任指标），得到的选择性比率均大于1，平均在4以上，因此很难把奴隶贸易对今天的人际信任的影响完全归因于不可观测变量造成的偏误。[①]

（二）基于线性投影系数的Altonji-Elder-Taber方法

BM方法的灵感实际上来自Altonji, Elder and Taber（2005），下面介绍该文如何构造选择性比率指标（以下简称AET方法）。[②]同样考虑：

$$Y = \beta D + \delta X + \varepsilon^{\perp X} \tag{18}$$

分别定义基于不可观测变量的选择性和基于可观测变量的选择性：

$$SU = \frac{Cov\left(\varepsilon^{\perp X}, D\right) / Var(D)}{Var\left(\varepsilon^{\perp X}\right)}, SO = \frac{Cov(\delta X, D) / Var(D)}{Var(\delta X)} \tag{19}$$

它实际上是把$\varepsilon^{\perp X}$和δX对D的线性投影系数，用$\varepsilon^{\perp X}$和δX各自的方差进行标准化。[③]

选择性比率则定义为：

$$SR = \frac{SU}{SO} = \frac{Cov\left(\varepsilon^{\perp X}, D\right) / Var\left(\varepsilon^{\perp X}\right)}{Cov(\delta X, D) / Var(\delta X)} \tag{20}$$

可以计算要想使得D对Y的因果效应β完全消失，SU至少是SO的多少倍。先用D对X回归：

$$D = \theta X + D^{\perp X} \tag{21}$$

代入（18）式，得到：

$$Y = \beta D^{\perp X} + (\beta\theta + \delta) X + \varepsilon^{\perp X} \tag{22}$$

因为$D^{\perp X}$与X不相关，因此在Y对$D^{\perp X}$的回归中省略X不影响$D^{\perp X}$系数的估计，因此

---

①由于这一选择性比率是跨方程回归系数的非线性组合，可以采用样本堆叠回归方式对其进行统计推断。参见江艇：《因果推断经验研究中的中介效应与调节效应》，《中国工业经济》2022年第5期。

②Joseph G. Altonji, Todd E. Elder, and Christopher R. Taber, "Selection on Observed and Unobserved Variables: Assessing the Effectiveness of Catholic Schools," *Journal of Political Economy*, vol. 113, no. 1, 2005, pp. 151–184.

③Krauth（2016）则用可观测变量和不可观测变量的标准差对两者对D的线性投影系数进行了标准化，进而构造选择性比率，由于这种方法在经验研究中应用较少，此处限于篇幅不再展开介绍。

$$\hat{\beta} \rightarrow_{p} \beta + \frac{Cov\left(\varepsilon^{\perp X}, D^{\perp X}\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} = \beta + \frac{Cov\left(\varepsilon^{\perp X}, D\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} \tag{23}$$

若要$\beta = 0$，则

$$\hat{\beta} = \frac{Cov\left(\varepsilon^{\perp X}, D\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} = \frac{Var\left(\varepsilon^{\perp X}\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} \cdot \left[\frac{Cov(\delta X, D)}{Var(\delta X)}\right] \cdot SR \tag{24}$$

当原假说$\beta = 0$为真时，由（22）式可知，Y对X的回归可以一致地估计δ。因此，可以通过如下步骤计算SR：

1. Y对D和X回归，得到$\hat{\beta}$；

2. Y对X回归，得到拟合值$\hat{\delta}X$，以及残差的方差$Var\left(\widehat{\varepsilon^{\perp X}}\right)$；

3. D对$\hat{\delta}X$回归，得到系数估计值$\frac{Cov\left(\hat{\delta}X, D\right)}{Var\left(\hat{\delta}X\right)}$；

4. D对X回归，得到残差的方差$Var\left(\widehat{D^{\perp X}}\right)$；

5. 根据（24）式计算SR。

如果实际计算得到的SR远大于1，则可以认为结果对于不可观测变量的选择性不敏感。

我们可以用AET方法重新考察NW文估计结果的敏感性，取被解释变量为对邻居的信任为例，在不同的控制变量组合下计算当因果效应为零时的选择性比率，如表1所示。

表1　对Nunn and Wantchekon（2011）的敏感性分析：AET方法

	被解释变量：对邻居的信任				
奴隶出口数量的系数估计	−0.114	−0.231	−0.233	−0.192	−0.202
国家固定效应		X	X	X	X
年龄及其平方、性别			X	X	X
其他基本特征				X	X
殖民统治变量					X
选择性比率	不适用	0.580	0.667	0.407	0.123

从表1可以看到，对于各种不同的控制变量组合，不可观测变量的选择性相对于这些可观测的控制变量的选择性的比率均远小于1，就足以将奴隶贸易与人际信任之间的相关性完全归因于不可观测变量的选择性偏误。因此根据AET方法，奴隶贸易损害人际信任的结论强烈依赖于奴隶贸易变量与扰动项条件均值独立的假设，估计结果对于该假设的可能违背比较敏感。

（三）Oster的双参数方法

根据敏感性分析的原理，一个稳健的估计结果出现在当控制关键控制变量以后，该结果不再随着更多控制变量的加入而发生大幅波动。但Oster（2019）指出，直接观察核心解释变量的系数估计稳定性是不够的，因为即使可观测变量完全不能反映关于不可观测变量的信息，但是由于可观测变量对Y的解释力比较弱，在加入可观测变量前后，也能观察到核心解释变量的系数估计很稳定。[①]也就是说，我们可以通过在估计方程右边加入完全无关的控制变量，来伪装成通过了敏感

①Emily Oster, "Unobservable Selection and Coefficient Stability: Theory and Evidence," *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 37, no. 2, 2019, pp. 187-204.

性分析。因此，不但需要观察可观测变量的加入对系数估计的影响，还需要观察其对模型拟合程度的影响，必须要保证新加入的可观测变量确实是Y的影响因素。在这个意义下，Oster方法对只关注系数估计的BM方法做出了改进。此外，AET方法只能在$\beta = 0$的原假说下计算因果效应为零所需要的最大的相对选择性，不能对任意的真实值β适用，而且无法对系数估计进行偏误修正，在这个意义下，Oster方法也对AET方法做出了改进。与BM方法和AET方法相比，Oster方法不但构造了表示不可观测变量相对选择性的选择性比率作为敏感性参数，而且构造了表示不可观测变量对Y的解释力的（完整回归的）拟合优度作为额外的敏感性参数，因此这一方法可以被称作双参数方法。Oster方法已经成为经济学经验研究文献中应用最为广泛的敏感性分析工具。

考虑如下的结构模型：

$$Y = \beta D + \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2 + W + \varepsilon \tag{25}$$

其中，x_1和x_2为可观测变量，令$X \equiv \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2$，注意$X$是不可观测的（因为系数$\psi_1$和$\psi_2$的真实值是未知的）；$W$为不可观测变量。方便起见，假定$x_1$与$x_2$不相关，进一步假定$W$与$x_1$和$x_2$均不相关，因此$W$也应该被理解为不可观测变量中剔除与可观测变量相关的部分后剩余的部分。

定义一些方差和协方差：$\sigma_{XD} \equiv Cov(X,D)$，$\sigma_{WD} \equiv Cov(W,D)$，$\sigma_X^2 \equiv Var(X)$，$\sigma_W^2 \equiv Var(W)$，$\sigma_D^2 \equiv Var(D)$，$\sigma_Y^2 \equiv Var(Y)$。上述统计量中，只有$D$的方差$\sigma_D^2$和$Y$的方差$\sigma_Y^2$是可观测的，其余都是不可观测的。

文章对选择性的定义与AET方法一致，

$$SU = \frac{\sigma_{WD}}{\sigma_D^2} \bigg/ \sigma_W^2, SO = \frac{\sigma_{XD}}{\sigma_D^2} \bigg/ \sigma_X^2, SR = \frac{SU}{SO} = \frac{\sigma_{WD} / \sigma_W^2}{\sigma_{XD} / \sigma_X^2} \tag{26}$$

令β^L表示长回归——即Y对D和x_1，x_2回归——时D的系数，R_L^2表示这一回归的拟合优度；令β^S表示短回归——即Y仅对D回归——时D的系数，R_S^2表示这一回归的拟合优度；令B表示估计偏误，则$\beta^L \rightarrow_p \beta + B$；最后，令$R_F^2$表示完整回归——即$Y$对$D$，$x_1$，$x_2$和$W$回归——时的拟合优度。注意，在这组定义中，$\beta^L$，$R_L^2$，$\beta^S$，$R_S^2$可以通过两组回归得到，而$B$和$R_F^2$是未知的。

在一定的限制性假设下，B的近似解为：

$$B \approx SR \cdot \left(\beta^S - \beta^L\right) \frac{R_F^2 - R_L^2}{R_L^2 - R_S^2} \tag{27}$$

因此偏误修正后的系数为：

$$\beta^* \approx \beta^L - SR \cdot \left(\beta^S - \beta^L\right) \frac{R_F^2 - R_L^2}{R_L^2 - R_S^2} \tag{28}$$

由此可以看到Oster方法与BM方法、AET方法之间的联系。BM方法相当于假定$R_F^2 - R_L^2 = R_L^2 - R_S^2$，即不可观测变量和可观测变量对方程拟合程度的影响相同，然后计算当$\beta^* = 0$（推翻整个故事）时的SR，恰有$SR = \dfrac{\beta^L}{\beta^S - \beta^L}$。

而比较（18）式和（25）式可知，AET方法相当于假定（25）式中的ε不存在，即所有的可观测变量和不可观测变量可以完美拟合Y，也即$R_F^2 = 1$，然后计算当$\beta^* = 0$时的SR。

在限制性假设不成立的一般情形中，可以得到以SR和R_F^2为参数，以σ_X^2，σ_{XD}和B为未知数的一个非线性方程组，并且这一方程组可以化简为关于B的一元三次方程。

有两种做法来实际应用Oster方法。第一种做法，计算给定SR和R_F^2时的偏误B，以及偏误修正后的$\beta^* = \beta^L - B$。关于SR，与前文类似，通常设定$SR = 1$，此时前述方程退化为一元二次方程，其判别式大于0，因此必有两个实数解，B取其中一个解。关于R_F^2，理想的情况是$R_F^2 = 1$。但考虑到被解释变量的测量误差或纯粹的随机性，R_F^2有可能小于1。Oster（2019）通过数值模拟，建议可以选取$R_F^2 = 1.3R_L^2$。[①]关于解的选择，当两个解异号时，选择与β^L同号的解作为B，表示总是向下修正因果效应的估计；当两个解均与β^L同号时，在偏误不会过大的假定下，通常选择绝对值较小的解作为B。最后，我们希望偏误修正后的β^*落在β^F的置信区间之内，也可以采用自抽样的方法计算β^*的标准误。

第二种做法，计算给定B和R_F^2时的SR，此时SR的解是唯一的。通常令$B = \beta^L$，也就是计算因果效应为零所需要的最大的相对选择性。R_F^2仍可按前述标准选取。我们希望$SR \gg 1$。

Oster方法可以通过Stata程序包psacalc实现。可以用Oster方法再次考察NW文估计结果的敏感性，如表2所示。

表2　对Nunn and Wantchekon（2011）的敏感性分析：Oster方法

信任指标	亲属	邻居	当地政府	族群内	族群外
β^S	−0.194	−0.231	−0.177	−0.208	−0.145
R_S^2	0.106	0.115	0.176	0.121	0.093
β^L	−0.178	−0.202	−0.129	−0.188	−0.115
R_L^2	0.130	0.160	0.206	0.155	0.119
B（BM）	{1.063，−0.076}	{1.257，−0.132}	{0.750，−0.166}	{1.299，−0.094}	{0.756，−0.124}
β^*（BM）	−0.102	−0.070	0.037	−0.094	0.009
B（Oster）	{0.246，−0.535}	{1.128，−0.156}	{0.312，−0.823}	{0.586，−0.285}	{0.448，−0.288}
β^*（Oster）	0.357	−0.046	0.694	0.097	0.173
SR（Oster）	0.742	0.972	0.362	0.838	0.631

表2第1、2行是仅控制国家固定效应时奴隶贸易变量的系数估计值和回归的拟合优度，第3、4行是控制包括国家固定效应、基本特征以及殖民统治变量在内的所有可观测变量时奴隶贸易变量的系数估计值和回归的拟合优度。可以发现，奴隶贸易效应的估计始终为负，但在控制更多可观测变量后，效应的绝对值变小，并且更多的可观测变量确实提高了回归的拟合优度。那么β^L中究竟有多少可以被归因于不可观测变量的选择性偏误呢？这取决于对SR和R_F^2的假设。当按照BM方法，假设$SR = 1$且$R_F^2 - R_L^2 = R_L^2 - R_S^2$时，可以求得关于$B$的一元二次方程的两个解，见第5行，取其中的负数解并修正β^L的估计偏误得到第6行，可见对于五个信任指标中的三个，修正后的奴隶贸易效应估计仍然为负。而当按照Oster的建议，假设$SR = 1$且$R_F^2 = 1.3R_L^2$时，同样可以求得关于B的一元二次方程的两个解，并取其中的负数解得到偏误修正后的效应估计，分别见第7、8行，此时五个信任指标中，只有对邻居的信任，奴隶贸易的效应仍然为负。我们也可以计算当$R_F^2 = 1.3R_L^2$且$\beta^* = 0$时所允许的最大的相对选择性，发现对于所有五个信任指标，SR都小于1。因此，

①Emily Oster, "Unobservable Selection and Coefficient Stability: Theory and Evidence," *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 37, no. 2, 2019, pp. 187–204.

按照Oster方法的标准，奴隶贸易效应的估计对于潜在的不可观测变量的选择性是敏感的。

（四）基于拟合优度的Imbens方法

Oster方法已经使用了拟合优度作为敏感性参数之一，但在另一类方法中，用拟合优度来同时刻画不可观测变量与结果变量的相关性，以及它与处理变量的相关性，这方面的早期实践来自Imbens（2003）。[①]该方法考虑单个不可观测变量W，假定其服从二项分布：

$$Pr(W=1)=Pr(W=0)=\frac{1}{2} \tag{29}$$

处理变量由可观测变量X和不可观测变量W同时决定，服从Logistic分布：

$$Pr(D|X,W)=\frac{exp(\theta X+\alpha W)}{1+exp(\theta X+\alpha W)} \tag{30}$$

结果变量的决定方程仍为（5）式，但额外假设扰动项服从正态分布：

$$\varepsilon|X,W\sim N(0,\sigma^2) \tag{31}$$

给定(α,γ)的取值，可以采用极大似然方法估计剩余参数。但无法直观地给出(α,γ)的取值范围，无法用(α,γ)直接作为敏感性参数，因此考虑将拟合优度表示为(α,γ)的形式。

用$R_Y^2(\alpha,\gamma)$表示Y对D,X,W的完整回归的拟合优度：

$$R_Y^2(\alpha,\gamma)=1-\frac{\hat{\sigma}^2(\alpha,\gamma)}{\sigma_Y^2} \tag{32}$$

其中，σ_Y^2表示Y的方差，$R_Y^2(0,0)$即表示Y对D,X的受限回归的拟合优度。

用偏拟合优度$R_{Y\sim W}^2(\alpha,\gamma)$表示$W$对$Y$的额外解释力：

$$R_{Y\sim W}^2(\alpha,\gamma)=\frac{R_Y^2(\alpha,\gamma)-R_Y^2(0,0)}{1-R_Y^2(0,0)}=\frac{\hat{\sigma}^2(0,0)-\hat{\sigma}^2(\alpha,\gamma)}{\hat{\sigma}^2(0,0)} \tag{33}$$

然后构造类似指标来表示不可观测变量与处理变量的相关性。假定X和W不相关，则$\theta X+\alpha W$方差等于$\theta^2\sigma_X^2+\alpha^2/4$，其中$\sigma_X^2$表示$X$的方差。Logistic分布的方差为$\pi^2/3$，因此$X$和$W$对$D$的拟合优度$R_D^2(\alpha,\gamma)$可以定义为：

$$R_D^2(\alpha,\gamma)=\frac{\hat{\theta}^2(\alpha,\gamma)\sigma_X^2+\alpha^2/4}{\hat{\theta}^2(\alpha,\gamma)\sigma_X^2+\alpha^2/4+\pi^2/3} \tag{34}$$

而W对D的额外解释力$R_{D\sim W}^2(\alpha,\gamma)$则可以定义为：

$$R_{D\sim W}^2(\alpha,\gamma)=\frac{R_D^2(\alpha,\gamma)-R_D^2(0,0)}{1-R_D^2(0,0)} \tag{35}$$

首先计算β的极大似然估计$\hat{\beta}=0$所对应的所有(α,γ)组合，然后计算相应的$\left(R_{Y\sim W}^2(\alpha,\gamma),R_{D\sim W}^2(\alpha,\gamma)\right)$组合，再将其与可观测变量所能提供的解释力进行比较。换言之，对于一个或几个关键控制变量（也可以是全部控制变量），同样计算类似的$R_{Y\sim X}^2$和$R_{D\sim X}^2$，如果两者分别远小于$\hat{\beta}=0$所对应的$R_{Y\sim W}^2(\alpha,\gamma)$和$R_{D\sim W}^2(\alpha,\gamma)$，则认为因果效应$\beta$的估计结果对于不可观测变量的选择性不敏感。Imbens方法可以通过Stata程序包isa实现。

---

①Guido W. Imbens, "Sensitivity to Exogeneity Assumptions in Program Evaluation," *The American Economic Review*, vol. 93, no. 2, 2003, pp. 126-132.

（五）基于拟合优度的Cinelli-Hazlett方法

Cinelli and Hazlett（2020）提出的一系列敏感性分析工具，其思想源于Imbens（2003），但不需要关于变量的分布假设（以下简称CH方法）。[①]考虑完整回归（5）式和受限回归（6）式：

$$\beta^R = \beta + \gamma \frac{Cov\left(D^{\perp X}, W^{\perp X}\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} \tag{36}$$

可以利用偏拟合优度改写估计偏误B：

$$|B| = \left| \frac{Cov\left(Y^{\perp D,X}, W^{\perp D,X}\right)}{Var\left(W^{\perp D,X}\right)} \cdot \frac{Cov\left(D^{\perp X}, W^{\perp X}\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)} \right| = \sqrt{\frac{R^2_{Y\sim W|D,X} R^2_{D\sim W|X}}{1 - R^2_{D\sim W|X}}} \cdot \sqrt{\frac{Var\left(Y^{\perp D,X}\right)}{Var\left(D^{\perp X}\right)}} \tag{37}$$

其中，$R^2_{Y\sim W|D,X}$表示Y对D,X,W的完整回归中，W对Y的偏拟合优度：

$$R^2_{Y\sim W|D,X} = 1 - \frac{Var\left(Y^{\perp W,D,X}\right)}{Var\left(Y^{\perp D,X}\right)} \tag{38}$$

$R^2_{D\sim W|X}$则表示D对X,W的回归中，W对D的偏拟合优度，可以类似定义。

下面以$\beta^R > 0$，$B > 0$为例加以说明。可以根据β^R及其估计标准误和t值写出β及其t值的表达式：

$$\beta = \beta^R - B = \beta^R - se\left(\beta^R\right)\sqrt{\frac{R^2_{Y\sim W|D,X} R^2_{D\sim W|X}}{1 - R^2_{D\sim W|X}} \cdot df} \tag{39}$$

$$t_\beta = \frac{\beta}{se(\beta)} = t_{\beta^R}\sqrt{\frac{1 - R^2_{D\sim W|X}}{1 - R^2_{Y\sim W|D,X}} \cdot \frac{df - 1}{df}} - \sqrt{\frac{R^2_{Y\sim W|D,X} R^2_{D\sim W|X}}{1 - R^2_{Y\sim W|D,X}} \cdot \left(df - 1\right)} \tag{40}$$

其中，df表示受限回归的自由度。

Cinelli and Hazlett（2020）提出了三种敏感性分析工具。

工具一：稳健值（Robustness Value，RV）。假设不可观测变量与D和Y的相关性强度相同，则这一强度要达到多少才会使得因果效应完全消失。即令$R^2_{Y\sim W|D,X} = R^2_{D\sim W|X}$，计算其在$\beta = 0$时的取值，记为$RV$。或者问：这一强度要达到多少才会使得因果效应估计在α水平下不再显著。同样地，令$R^2_{Y\sim W|D,X} = R^2_{D\sim W|X}$，计算其在$t_\beta = t^*_{\alpha,df-1}$时的取值，记为$RV_\alpha$，其中$t^*_{\alpha,df-1}$表示双边$t$检验的临界值。

工具二：极端情形分析。若加入不可观测变量能够解释Y的全部变动性，即$R^2_{Y\sim W|D,X} = 1$，则该变量与D的相关性达到多少会使得因果效应完全消失。这一假设类似于Oster方法中的$R^2_F = 1$。由$R^2_{Y\sim W|D,X} = 1$和$\beta = 0$恰可以解得$R^2_{D\sim W|X} = R^2_{Y\sim D|X}$，也就是说，受限回归中$D$对$Y$的偏拟合优度$R^2_{Y\sim D|X}$可以作为极端情形分析的比较基准。

工具三：利用可观测变量来限定不可观测变量的选择性强度。定义

$$k_D \equiv \frac{R^2_{D\sim W|X_{-j}}}{R^2_{D\sim X_j|X_{-j}}}, k_Y \equiv \frac{R^2_{Y\sim W|D,X_{-j}}}{R^2_{Y\sim X_j|D,X_{-j}}} \tag{41}$$

其中，X_{-j}表示X中除X_j之外的所有其他控制变量。如果研究者有理由相信最重要的选择性变量X_j已经被控制，不可观测的选择性变量与D和Y的相关性不会超过X_j与D和Y的相关性，则$k_D, k_Y \leqslant 1$。假设W与X不相关，可以把$R^2_{D\sim W|X}$的取值表示成k_D的表达式，还可以推导出$R^2_{Y\sim W|D,X}$取

①Carlos Cinelli and Chad Hazlett, “Making Sense of Sensitivity: Extending Omitted Variable Bias,” *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, vol. 82, no. 1, 2020, pp. 39-67.

值的上限，并将其表示成k_D和k_Y的表达式。

可以把CH方法的敏感性分析步骤总结如下：

1. 报告稳健值RV和RV_α。

2. 报告极端情形的基准值$R^2_{Y\sim D|X}$。

3. 选择一个或多个关键的控制变量（可以是全部控制变量），报告$k_D = k_Y = 1$（或取更大值）时的$R^2_{D\sim W|X}$和$R^2_{Y\sim W|D,X}$的上限。

理想的情况是，RV和RV_α大于$R^2_{D\sim W|X}$和$R^2_{Y\sim W|D,X}$的上限，以及$R^2_{Y\sim D|X}$大于$R^2_{D\sim W|X}$的上限。

CH方法可以通过Stata程序包sensemakr实现。我们可以用CH方法继续考察NW文估计结果的敏感性。以对邻居的信任作为被解释变量为例，控制变量集合X包括国家固定效应、基本特征以及殖民统治变量。

表3　对Nunn and Wantchekon（2011）的敏感性分析：CH方法

	系数估计$\hat{\beta}^R$	标准误$se(\hat{\beta}^R)$	$t_{\hat{\beta}^R}$	$R^2_{Y\sim D\|X}$	RV	$RV_{0.05}$
奴隶出口数量（D）	−0.202	0.014	−14.08	0.0118	0.1035	0.0898

稳健值RV的计算结果表明，不可观测的选择性变量如果能解释10.35%的结果变量和处理变量的残余变动性，估计得到的因果效应就会消失。反过来说，只要在现有的控制变量之外，不可观测变量能够额外提供的对结果变量和处理变量的解释力小于10.35%，就存在不为零的因果效应。不可观测变量的控制也许未必令因果效应的估计下降为零，但可能使其数值过小而在统计上不显著。对于5%的显著性水平，使得因果效应不显著的稳健值$RV_{0.05}$为8.98%，这一数值略小于令因果效应完全消失的稳健值RV。$R^2_{Y\sim D|X}$的计算结果提供了极端情形下的敏感性分析：如果不可观测变量可以解释结果变量的全部残余变动性，那么它们至少要解释处理变量1.18%的残余变动性，才能让因果效应消失。

然后选择反映殖民统治影响的控制变量（是否有铁路、是否有欧洲探险家经过、欧洲传教士数量）作为关键控制变量，讨论当不可观测变量的选择性达到关键控制变量的一定倍数时，因果效应估计结果的敏感性。由表4第1行可知，当以偏拟合优度衡量的不可观测变量的选择性强度与关键控制变量的选择性强度相当时，偏误修正后的奴隶贸易效应仍然显著为负。这一结论也可以结合表3得到。表3中的$RV = 0.1035$大于表4第1行中的$R^2_{D\sim W|X} = 0.0589$，说明令因果效应消失的不可观测变量的选择性大于关键解释变量的选择性，也就是说不可观测变量的选择性等于关键解释变量的选择性时，尚不足以解释全部的因果效应。并且表3中的$R^2_{Y\sim D|X} = 0.0118$大于表4第1行中$R^2_{Y\sim W|D,X}$的上限0.0003，同样说明，在不可观测变量可以解释结果变量全部残余变动性的极端情形中，令因果效应消失所需要的不可观测变量与处理变量的相关性大于关键解释变量与处理变量的相关性。所以，如果反映殖民统治影响的控制变量是合适的比较基准的话，不可观测变量对结果变量和处理变量的解释力只要小于这一基准，因果效应的估计结果就是不敏感的。事实上，表4第2至3行表明，即使不可观测变量对结果变量和处理变量的解释力达到关键解释变量的2到3倍，这一结论依然成立。

表4 对Nunn and Wantchekon（2011）的敏感性分析：CH方法（续一）

	$R^2_{D\sim W\mid X}$	$R^2_{Y\sim W\mid D,X}$的上限	修正后的系数估计$\hat{\beta}$	修正后的标准误$se(\hat{\beta})$	$t_{\hat{\beta}}$	置信区间
$k_D=k_Y=1$	0.0589	0.0003	−0.1945	0.0148	−13.16	[−0.2234, −0.1655]
$k_D=k_Y=2$	0.1178	0.0005	−0.1864	0.0153	−12.21	[−0.2163, −0.1565]
$k_D=k_Y=3$	0.1768	0.0008	−0.1777	0.0158	−11.25	[−0.2087, −0.1467]

但这一结论取决于关键解释变量的定义。如果选取所有殖民统治控制变量作为关键解释变量，结果见表5。可以看到，当与所有殖民统治控制变量进行比较时，如果不可观测变量的选择性强度是所有殖民统治控制变量的一半，奴隶贸易效应依然显著为负；但当不可观测变量的选择性提高到与所有殖民统治控制变量的选择性相当时，负向的奴隶贸易效应就不复存在了。NW文还为奴隶贸易变量寻找了工具变量，表3至表5的结果表明，控制回归方法整体上没有通过敏感性分析，进一步使用工具变量方法识别奴隶贸易对信任的因果效应可能确实是有必要的。

表5 对Nunn and Wantchekon（2011）的敏感性分析：CH方法（续二）

	$R^2_{D\sim W\mid X}$	$R^2_{Y\sim W\mid D,X}$的上限	修正后的系数估计$\hat{\beta}$	修正后的标准误$se(\hat{\beta})$	$t_{\hat{\beta}}$	置信区间
$k_D=k_Y=0.5$	0.2353	0.0059	−0.1235	0.0164	−7.55	[−0.1555, −0.0914]
$k_D=k_Y=1.0$	0.4707	0.0147	0.0088	0.0196	0.45	[−0.0295, 0.0472]
$k_D=k_Y=1.5$	0.7060	0.0331	0.3188	0.0260	12.26	[0.2678, 0.3697]

三、结　语

本文对因果推断经验研究的操作建议是明确的：每一项基于可观测变量选择性的经验研究都有必要正式讨论因果效应估计结果在多大程度上受到不可观测变量的选择性偏误（即通常所说的遗漏变量偏误）的影响，其影响程度是否足以推翻研究所主张的因果关系。这种讨论可以以定性判断的方式展开，也可以综合使用本文提到的各种定量方法。

由于不同的定量方法依赖于敏感性参数的不同假设，其效力本质上依赖于不可知的真实数据生成过程，因此方法之间并没有严格的优劣之分。相较而言，BM方法和限制性假设下的Oster方法可以在已有回归结果基础上直接计算，最为方便；AET方法最为严格，但只能以所有现有的控制变量作为比较的基准；Oster方法应用最为广泛，但对R^2_F的选取并没有严格的理论基础；CH方法能够直接给出偏误修正后的系数估计及其置信区间，但依赖于结构扰动项的条件同方差假设；Imbens方法适用于处理变量的决定为离散选择模型的情形，也可以方便地推广至结果变量的决定为离散选择模型的情形，但需要额外的分布假设。

本文的讨论仅限于线性结构模型，被估计量可以表示为线性回归系数的形式，这是社会科学因果推断研究中使用最为广泛的结果建模（outcome modeling）方式。对条件均值独立假设进行非参形式放松的敏感性分析可以参见Masten et al.（2023）。[①]更灵活的结果模型下的敏感性分析可以

①Matthew A. Masten, Alexandre Poirier and Linqi Zhang, "Assessing Sensitivity to Unconfoundedness: Estimation and Inference," *Journal of Business & Economic Statistics*, forthcoming, 2023.

参见 Franks et al.（2020）。[①]此外，我们也可以完全放弃均值独立假设和点识别，转而对因果效应参数进行区间识别（bound identification），例如 Manski（1990）。[②]

本文关注的识别假设是基于可观测变量选择性的假设，这方面敏感性分析的研究成果最为丰富。但在其他基于不可观测变量选择性的实证研究方法中，类似的敏感性分析方法也正在被开发出来。例如，Cinelli and Hazlett（2022）将 CH 方法拓展到工具变量情形中，[③]Conley et al.（2012）则讨论了工具变量估计结果对排斥性约束可能违背的敏感性。[④]在双重差分方法中，Rambachan and Roth（2023）对平行趋势假设的可能违背施加限制，讨论了在这类限制下如何识别因果参数。[⑤]

社会科学因果推断研究的关键假设往往是不可验证的，因此经验证据往往是“弱证据”，此时展示证据的稳健性——证据所传达的明确信息并不依赖于假设的严格成立——显得尤为重要。希望本文能够帮助社会科学因果推断经验研究工作者了解敏感性分析这一辅助性的技术工具在理论上的进展和应用前景，提高经验研究的规范性和可信性。

［责任编辑　吴大磊］

---

①Alexander M. Franks, Alexander D’Amour and Avi Feller, “Flexible Sensitivity Analysis for Observational Studies Without Observable Implications,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 115, no. 532, 2020, pp. 1730–1746.

②Charles F. Manski, “Nonparametric Bounds on Treatment Effects,” *The American Economic Review*, vol. 80, no. 2, 1990, pp. 319–323.

③Carlos Cinelli and Chad Hazlett, “An Omitted Variable Bias Framework for Sensitivity Analysis of Instrumental Variables,” working paper, 2022.

④Timothy G. Conley, Christian B. Hansen and Peter E. Rossi, “Plausibly Exogenous,” *The Review of Economics and Statistics*, vol. 94, no. 1, 2012, pp. 260–272.

⑤Ashesh Rambachan and Jonathan Roth, “A More Credible Approach to Parallel Trends,” *The Review of Economic Studies*, forthcoming, 2023.