

ロジスティクス工学

11 展開形ゲーム

宮本 裕一郎

miyamoto あつと sophia.ac.jp

上智大学 理工学部 情報理工学科

目次

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解
おもちゃをねだる子供と軽口
建築家との契約とコミットメント
コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム
演習問題

完全情報の展開形ゲーム

- ▶ プレイヤー，行動の候補，各プレイヤーの行動の結果として得られる利得，がすべてのプレイヤーにわかっているゲームを**完備情報 (complete information)** ゲームという．
- ▶ プレイヤーが1人ずつ順番に行動し，自分の前に行動したプレイヤーが何を選択したかがわかるゲームを**完全情報 (perfect information) の展開形ゲーム**という．
 - ▶ より一般には，行動は1人ずつとは限らない展開形ゲームもある．

今回は完全情報の展開形ゲームだけを扱う．

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解

おもちゃをねだる子供と軽口

建築家との契約とコミットメント

コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

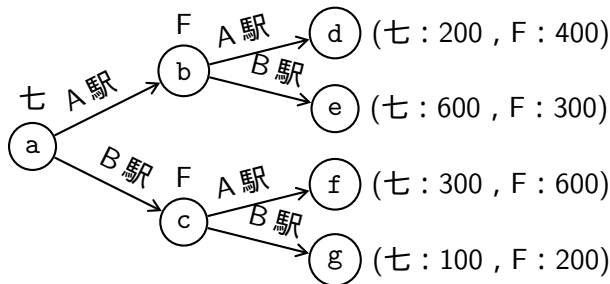
演習問題

コンビニ戦争 Part4

- ▶ とある住宅地は A 駅と B 駅のそれぞれからアクセス可能である．
- ▶ 大手コンビニチェーン「七」と「F」がそれぞれどちらかの駅に出店予定である．
- ▶ A 駅のコンビニ利用客予想数は 600 人 / 日，B 駅のコンビニ利用客予想数は 300 人 / 日である．
- ▶ 七と F が同じ駅に出店すれば F が七の 2 倍の客を獲得する．どちらかのチェーンのみが出店すれば，その駅の客は全てその店を利用する．
- ▶ 利用客を多く獲得するには，七と F はそれぞれどちらの駅に出店すれば良い？
- ▶ ただし，七は今月意思決定する．
- ▶ F は，七の意思決定を知った上で，来月意思決定する．

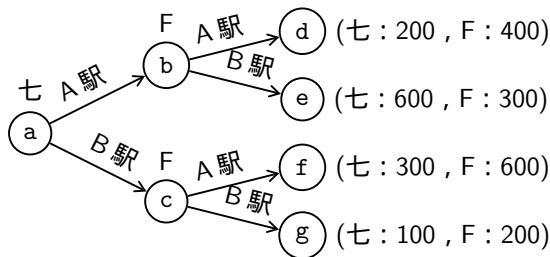
まとめると，これは七が先手，F が後手の完全情報ゲームである．結末はどう予想されるであろうか？ どちらが有利なのだろうか？

ゲームの木



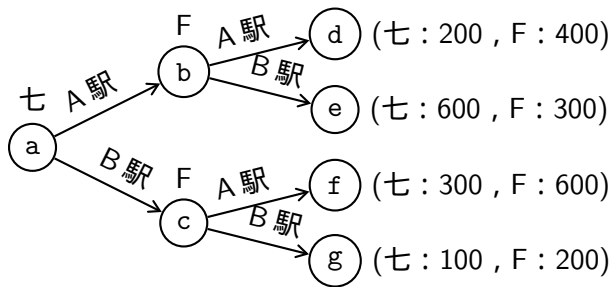
- ▶ 展開形ゲームは，上図のような，ゲームの木で考える．
- ▶ ゲームの木の構成要素
 - ▶ 点
 - ▶ 例えば上図の a, b, c, d, e, f, g .
 - ▶ 枝
 - ▶ 例えば上図の $(a, b), (a, c), (b, d), (b, e), (c, f), (c, g), \dots$
 - ▶ ラベル
 - ▶ 例えば上図の点や枝の近くの文字列，七，F，A 駅，B 駅など $(a, b), (a, c), (b, d), (b, e), (c, f), (c, g), \dots$

ゲームの木の点の分類



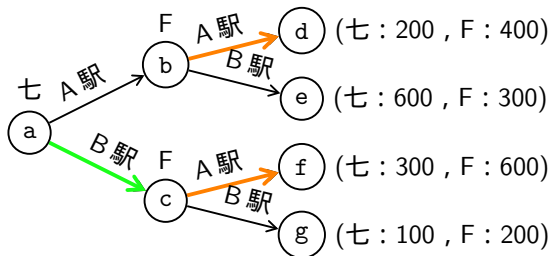
- ▶ 少なくとも直後に 1 つ以上の点がある点 (グラフ理論の用語では根付き木の内点) を意思決定点という。
 - ▶ 例えば上図の a, b, c .
- ▶ 直後の点が存在しない点 (グラフ理論の用語では根付き木の葉) を終点という。
 - ▶ 例えば上図の d, e, f, g .
- ▶ 直前の点が存在しない点 (グラフ理論の用語では根付き木の根) を初期点という。
 - ▶ 例えば上図の a .

ゲームの木の書き方



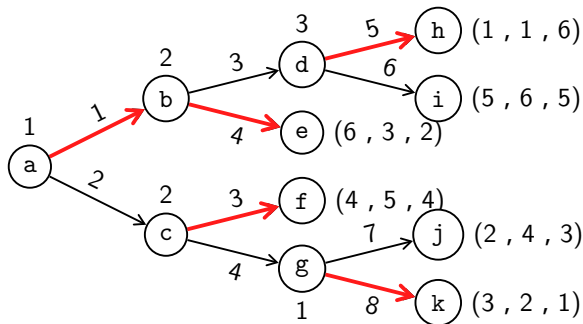
- ▶ 点と枝から木を作る．
- ▶ 意思決定点（例えば a, b, c ）に対応するプレイヤー（例えば七, F）を書く．
- ▶ 枝に対応する行動の名前（例えば A 駅, B 駅）を書く．
- ▶ 終点に対応する利得を書く．どれがどのプレイヤーの利得であるかも書いておくといい．

展開形ゲームの解



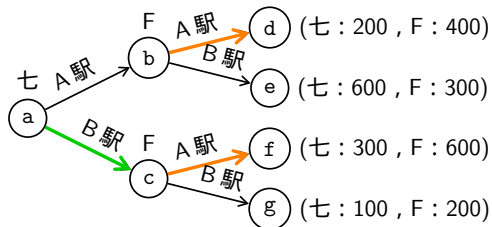
- ▶ ゲームの木は先読みで解く．すなわち，ゲームの木は後ろから（終点の方から）どの選択枝が選択されるかを決定していく．それぞれの意思決定点では，それぞれのプレイヤーは最終的な利得が高い選択枝を選ぶものとする．この操作を backward induction という．
 - ▶ 例えば上記のゲームの木の場合，まず（オレンジで示した）Fにとって最良の選択枝をマークし，
 - ▶ 次にその結果を加味して（緑で示した）七にとって最良の選択枝をマークする．
 - ▶ 最後に，初期点から終点までのパスの枝が予想される結果に対応している．

ここで少しだけ演習



- ▶ 上記のゲームの解をマークしてみよう．ただし，プレイヤーは1, 2, 3の三者であり，行動も数字であり，利得は（プレイヤー1の利得，プレイヤー2の利得，プレイヤー3の利得）として表記されている．

展開形ゲームの解とその結果



- ▶ 展開形ゲームの解は、すべての点でどのような選択が行われているかを示すことである。コンビニ戦争 Part4 の解は、下記のような表で記せる。

七	a	B 駅
F	b	A 駅
	c	A 駅

- ▶ コンビニ戦争 Part4 の結果は「七が B 駅に出店し、F が A 駅に出店する」という具合に記述する。

展開形ゲームの解とその結果

展開形ゲームの解は、すべての意思決定点でどのような選択が行われているかを示すことである。ゲームの結果とゲームの解を区別することが大切である。

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解

おもちゃをねだる子供と軽口

建築家との契約とコミットメント

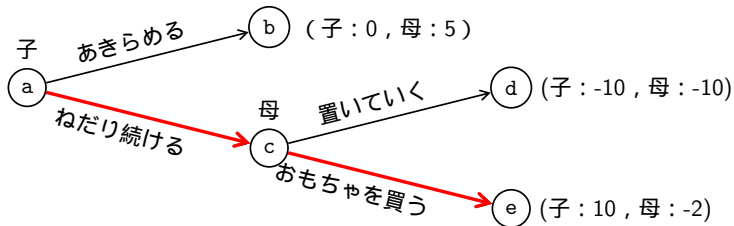
コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

演習問題

おもちゃをねだる子供

- ▶ おもちゃをねだる子供が駄々をこねている．
- ▶ お母さんは「いい加減にしないと置いていきますよ」と言っている．
- ▶ 子供の選択肢は「あきらめる」あるいは「ねだり続ける」であるとする．
- ▶ お母さんの選択肢は「おもちゃを買う」あるいは「置いていく」であるとする．
- ▶ 子供がおもちゃをあきらめる場合の利得は（子供：0，母：5）であり，母親がおもちゃを買う場合の利得は（子供：10，母：-2）であり，母親が子供置いていく場合の利得は（子供：-10，母：-10）であるとする．
- ▶ この場合はどうなるか，ゲームの木を書いて考えてみる．

おもちゃをねだる子供のゲームの木



- ▶ おもちゃをねだる子供の解は，下記のような表で記せる．

子	a	ねだり続ける
母	c	おもちゃを買う

- ▶ 悲しいこと(？)に，このゲームの結末は最初から分かりきっている．

軽口

利得を変化させない事前のコミュニケーションを**軽口 (cheap talk)**という．利得を変化させないコミュニケーションはゲームの結果を変えない．

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解

おもちゃをねだる子供と軽口

建築家との契約とコミットメント

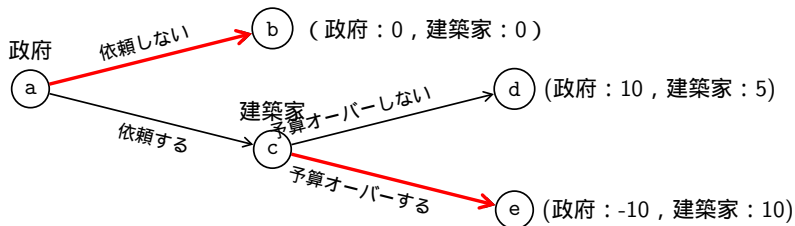
コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

演習問題

建築家との契約

- ▶ 政府が国家の威信をかけた建築物の設計を有名な建築家に依頼しようとしている。
- ▶ その建築家は、作品の出来は素晴らしいものの、予算オーバーすることである。
- ▶ 政府「予算オーバーは絶対にしませんよね？」建築家「ええ、絶対に大丈夫ですよ」などというやり取りがあったらしいが、予算オーバーした際の罰金などを設定しなかった。
- ▶ 政府の選択は「(建築家に)依頼する」あるいは「(建築家に)依頼しない」である。
- ▶ 建築家の選択は「予算オーバーしない」あるいは「予算オーバーする」である。
- ▶ 政府が依頼しない場合の利得は(政府:0, 建築家:0)であり、政府が依頼して建築家が予算オーバーしない場合の利得は(政府:10, 建築家:5)であり、政府が依頼して建築家が予算オーバーする場合の利得は(政府:-10, 建築家:10)であるとする。
- ▶ この場合はどうなるか、ゲームの木を書いて考えてみる。

建築家との契約のゲームの木



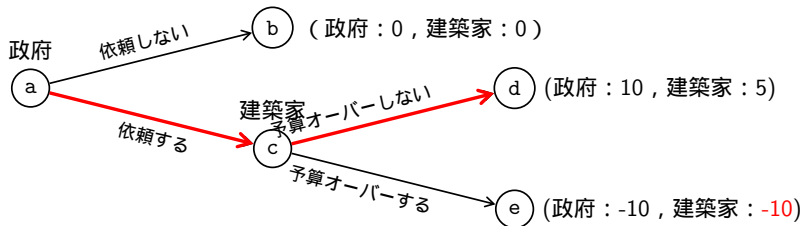
- ▶ 建築家との契約の解は、下記のような表で記せる .

政府	a	依頼しない
建築家	c	予算オーバーする

- ▶ 政府・建築家双方にとって良いのは利得が (政府 : 10, 建築家 : 5) の場合なのに.....

利得に影響を与えない軽口や「拘束力のない口約束」は効果がない .

建築家との契約とコミットメント



- ▶ 予算オーバーしたら建築家が罰金を払うという契約に変更する。このとき、建築家との契約の解は、下記のような表で記せる。

政府	a	依頼する
建築家	c	予算オーバーしない

- ▶ ゲームを変える前と比べても、建築家が損をするわけではないというのが重要である。

コミットメント

自分の将来の行動・選択を縛ったり、狭めたりすることで、ゲームを自分に有利な方向へ持っていくことができる(場合がある)。この方法を**コミットメント (commitment)**という。

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解

おもちゃをねだる子供と軽口

建築家との契約とコミットメント

コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

演習問題

コンビニ戦争 Part3

- ▶ とある住宅地は A 駅と B 駅のそれぞれからアクセス可能である．
- ▶ 大手コンビニチェーン「七」と「F」がそれぞれどちらかの駅に出店予定である．
- ▶ A 駅のコンビニ利用客予想数は 600 人 / 日，B 駅のコンビニ利用客予想数は 750 人 / 日である．
- ▶ 七と F が同じ駅に出店すれば F が七の 2 倍の客を獲得する．どちらかのチェーンのみが出店すれば，その駅の客は全てその店を利用する．
- ▶ 利用客を多く獲得するには，七と F はそれぞれどちらの駅に出店すれば良い？
- ▶ ただし，両者は相手の意思決定はわからないまま，同時に意思決定するものとする．
- ▶ 利得行列を以下に記す．

		F が	
		A 駅に出店	B 駅に出典
七 が	A 駅に出店	(200, 400)	(600, 750)
	B 駅に出店	(750, 600)	(250, 500)

コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

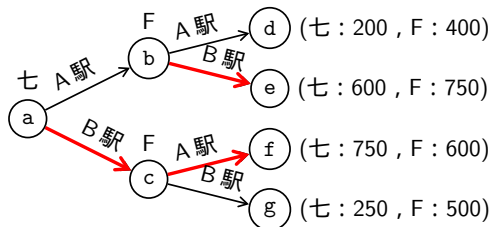
		F が	
		A 駅に出店	B 駅に出典
七 が	A 駅に出店	(200, 400)	(600, 750)
	B 駅に出店	(750, 600)	(250, 500)

- ▶ コンビニ戦争 Part3 における最適反応戦略を吟味すると，上記の赤い利得に対応するところがナッシュ均衡であるとわかる．

チキンゲーム

プレイヤーが2人，戦略が2つずつのゲームにおいて，ナッシュ均衡が2つ存在し，それぞれの均衡が異なるプレイヤーに有利な利得をもたらすが，両方が自分に有利な戦略を選ぶと双方に不利な結果となってしまうゲームを**チキンゲーム (chicken game)**という．

七が先手のコンビニ戦争 Part3



- この、七が先手のコンビニ戦争 Part3 の解は、下記のような表で記せる．

七	a	B 駅
F	b	B 駅
	c	A 駅

同時のゲームを交互のゲームに変える

チキンゲームのようなナッシュ均衡が複数ある戦略形ゲームにおいては、自分が先手を取って交互のゲームに変えることで、自分に有利なナッシュ均衡に導くことができる．

展開形ゲームとは？

コンビニ戦争 Part4 と展開形ゲームの木，展開形ゲームの解

おもちゃをねだる子供と軽口

建築家との契約とコミットメント

コンビニ戦争 Part3 とチキンゲーム

演習問題

演習問題

問題 自分が後手の展開形ゲームに変えると自分が有利になるような戦略形ゲームはあるだろうか？ あるならばその利得行列を書いてみよう．

解答例 例えば，じゃんけんはそのような戦略形ゲームである．以下にじゃんけんの利得行列を再掲する．

		二郎が		
		グー	チョキ	パー
一郎が	グー	$(0, 0)$	$(1, -1)$	$(-1, 1)$
	チョキ	$(-1, 1)$	$(0, 0)$	$(1, -1)$
	パー	$(1, -1)$	$(-1, 1)$	$(0, 0)$

参考文献

- [1] 渡辺隆裕. ゼミナール ゲーム理論入門. 日本経済新聞社, 2008 年 .