高斯模糊实现小结

zdd　zddmail@gmail.com

高斯模糊是一种图像滤波器，它使用正态分布(高斯函数)计算模糊模板，并使用该模板与原图像做卷积运算，达到模糊图像的目的。

N 维空间正态分布方程为：

$$G(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}^N} e^{-r^2/(2\sigma^2)} \quad (1\text{-}1)$$

其中，σ 是正态分布的标准差，σ 值越大，图像越模糊(平滑)。r 为模糊半径，模糊半径是指模板元素到模板中心的距离。如二维模板大小为 m*n，则模板上的元素(x,y)对应的高斯计算公式为：

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-m/2)^2+(y-n/2)^2}{2\sigma^2}} \quad (1\text{-}2)$$

在二维空间中，这个公式生成的曲面的等高线是从中心开始呈正态分布的同心圆。分布不为零的像素组成的卷积矩阵与原始图像做变换。每个像素的值都是周围相邻像素值的加权平均。原始像素的值有最大的高斯分布值，所以有最大的权重，相邻像素随着距离原始像素越来越远，其权重也越来越小。这样进行模糊处理比其它的均衡模糊滤波器更高地保留了边缘效果。

理论上来讲，图像中每点的分布都不为零，这也就是说每个像素的计算都需要包含整幅图像。在实际应用中，在计算高斯函数的离散近似时，在大概 3σ 距离之外的像素都可以看作不起作用，这些像素的计算也就可以忽略。通常，图像处理程序只需要计算 $(6\sigma+1)\times(6\sigma+1)$ 的矩阵就可以保证相关像素影响。

1、使用给定高斯模板平滑图像函数

$\sigma = 0.84089642$ 的 7 行 7 列高斯模糊矩阵为：

表 1　7*7 高斯模板

0.0000006	0.0000229	0.0001911	0.0003877	0.0001911	0.0000229	0.0000006
0.0000229	0.0007863	0.0065596	0.0133037	0.0065596	0.0007863	0.0000229
0.0001911	0.0065596	0.0547215	0.1109816	0.0547215	0.0065596	0.0001911
0.0003877	0.0133037	0.1109816	0.2250835	0.1109816	0.0133037	0.0003877
0.0001911	0.0065596	0.0547215	0.1109816	0.0547215	0.0065596	0.0001911
0.0000229	0.0007863	0.0065596	0.0133037	0.0065596	0.0007863	0.0000229
0.0000006	0.0000229	0.0001911	0.0003877	0.0001911	0.0000229	0.0000006

注：该矩阵来源于维基百科‘高斯模糊’词条。

现使用该模板对源图像做模糊处理，其函数如下：

```
//高斯平滑
//未使用sigma，边缘无处理
void GaussianTemplateSmooth(const Mat &src, Mat &dst, double sigma)
{
	//高斯模板(7*7)，sigma = 0.84089642
	static const double gaussianTemplate[7][7] =
	{
{0.00000067, 0.00002292, 0.00019117, 0.00038771, 0.00019117, 0.00002292, 0.00000067},
{0.00002292, 0.00078633, 0.00655965, 0.01330373, 0.00655965, 0.00078633, 0.00002292},
{0.00019117, 0.00655965, 0.05472157, 0.11098164, 0.05472157, 0.00655965, 0.00019117},
{0.00038771, 0.01330373, 0.11098164, 0.22508352, 0.11098164, 0.01330373, 0.00038771},
{0.00019117, 0.00655965, 0.05472157, 0.11098164, 0.05472157, 0.00655965, 0.00019117},
{0.00002292, 0.00078633, 0.00655965, 0.01330373, 0.00655965, 0.00078633, 0.00002292},
{0.00000067, 0.00002292, 0.00019117, 0.00038771, 0.00019117, 0.00002292, 0.00000067}
	};

	dst.create(src.size(), src.type());
	uchar* srcData = src.data;
	uchar* dstData = dst.data;

	for(int j = 0; j < src.cols-7; j++)
	{
		for(int i = 0; i < src.rows-7; i++)
		{
			double acc = 0;
			double accb = 0, accg = 0, accr = 0;
			for(int m = 0; m < 7; m++)
			{
				for(int n = 0; n < 7; n++)
				{
					if(src.channels() == 1)
						acc += *(srcData + src.step * (i+n) +
src.channels() * (j+m)) * gaussianTemplate[m][n];
					else
					{
						accb += *(srcData + src.step * (i+n) +
```

```
src.channels() * (j+m) + 0) * gaussianTemplate[m][n];
                                        accg += *(srcData + src.step * (i+n) +
src.channels() * (j+m) + 1) * gaussianTemplate[m][n];
                                        accr += *(srcData + src.step * (i+n) +
src.channels() * (j+m) + 2) * gaussianTemplate[m][n];
                                }
                        }
                }
                if(src.channels() == 1)
                        *(dstData + dst.step * (i+3) + dst.channels() *
(j+3))=(int)acc;
                else
                {
                        *(dstData + dst.step * (i+3) + dst.channels() * (j+3) +
0)=(int)accb;
                        *(dstData + dst.step * (i+3) + dst.channels() * (j+3) +
1)=(int)accg;
                        *(dstData + dst.step * (i+3) + dst.channels() * (j+3) +
2)=(int)accr;
                }
        }
}
```

其效果如图 1 所示，7*7 的高斯模板与源图像做卷积运算时，会产生半径为 3 的边缘，在不精确的图像处理中，可用源图像像素填充，或者去掉边缘。

图 1 7*7 矩阵的高斯模糊

注：本文中出现的图片大小都为 216*216 的 lena 图像。

2、二维高斯模糊函数

上述的例子中，如何求得高斯模糊矩阵是高斯模糊的关键。根据高斯函数的性质，图像处理程序只需要计算 $(6\sigma+1)\times(6\sigma+1)$ 的矩阵就可以保证相关像素影响。因此，可根据 σ 的值

确定高斯模糊矩阵的大小。高斯矩阵可利用公式(1-2)计算，并归一化得到。归一化是保证高斯矩阵的值在[0,1]之间。

其处理函数如下：

```
//只处理灰度图
void GaussianSmooth2D(const Mat &src, Mat &dst, double sigma)
{
	if(src.channels() != 1)
		return;
	//确保sigma正
	sigma = sigma > 0 ? sigma : 0;
	//高斯模板的大小a(6*sigma+1)*(6*sigma+1)
	//确保ksize为奇数
	int ksize = cvRound(sigma * 3) * 2 + 1;

	if(ksize == 1)
	{
		src.copyTo(dst);
		return;
	}

	dst.create(src.size(), src.type());
	//计算高斯矩阵核
	double *kernel = new double[ksize*ksize];

	double scale = -0.5/(sigma*sigma);
	const double PI = 3.141592653;
	double cons = -scale/PI;

	double sum = 0;
	for(int i = 0; i < ksize; i++)
	{
		for(int j = 0; j < ksize; j++)
		{
			int x = i-(ksize-1)/2;
			int y = j-(ksize-1)/2;
			kernel[i*ksize + j] = cons * exp(scale * (x*x + y*y));

			sum += kernel[i*ksize+j];
			cout << " " << kernel[i*ksize + j];
		}
		cout <<endl;
	}
	//归一化
	for(int i = ksize*ksize-1; i >=0; i--)
	{
		*(kernel+i) /= sum;
	}

	uchar* srcData = src.data;
	uchar* dstData = dst.data;
```

```
        //图像卷积运算
        for(int j = 0; j < src.cols-ksize; j++)
        {
                for(int i = 0; i < src.rows-ksize; i++)
                {
                        double acc = 0;
                        for(int m = 0; m < ksize; m++)
                        {
                                for(int n = 0; n < ksize; n++)
                                {
                                        acc += *(srcData + src.step * (i+n) + src.channels()
* (j+m)) * kernel[m*ksize+n];
                                }
                        }
                        *(dstData + dst.step * (i + (ksize - 1)/2) + (j + (ksize -1)/2)) =
(int)acc;
                }
        }

        delete []kernel;
}
```

利用该函数，取$\sigma = 0.84089642$，即可得到上例中 7*7 的模板，该模板数据存在 kernel 中。利用该函数计算的归一化后的 3*3，5*5 阶高斯模板如表 2,3 所示：

表 2 3*3 的高斯模板

1.47169e-005	0.00380683	1.47169e-005
0.00380683	0.984714	0.00380683
1.47169e-005	0.00380683	1.47169e-005

表 3 5*5 的高斯模板

6.58573e-006	0.000424781	0.00170354	0.000424781	6.58573e-006
0.000424781	0.0273984	0.109878	0.0273984	0.000424781
0.00170354	0.109878	0.440655	0.109878	0.00170354
0.000424781	0.0273984	0.109878	0.0273984	0.000424781
6.58573e-006	0.000424781	0.00170354	0.000424781	6.58573e-006

由上表可以看出，高斯模板是中心对称的。

模糊效果如图 2 所示。

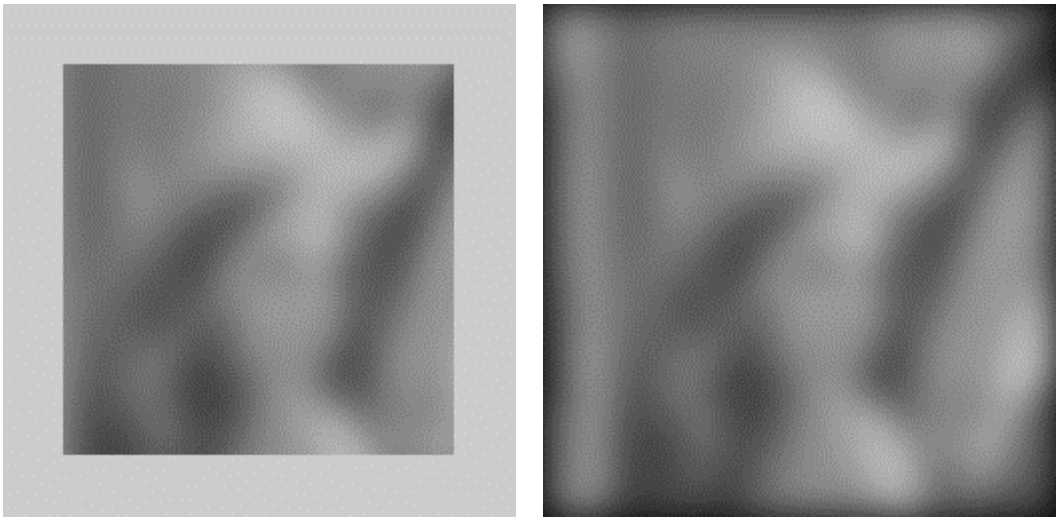
图 2 二维高斯模糊效果图

对图 2 中边缘的处理：

```
int center = (ksize-1) /2;
        //图?像?卷i积y运?算?
        for(int j = 0; j < src.cols; j++)
        {
                for(int i = 0; i < src.rows; i++)
                {
                        double acc = 0;

                        for(int m = -center, c = 0; m <= center; m++, c++)
                        {
                                for(int n = -center, r = 0; n <= center; n++, r++)
                                {
                                        if((i+n) >=0 && (i+n) < src.rows && (j+m) >=0 && (j+m)
< src.cols)
                                        {
```

```
                                        acc += *(srcData + src.step * (i+n) +
src.channels() * (j+m)) * kernel[r*ksize+c];

                                    }
                                }
                            }


                            *(dstData + dst.step * (i) + (j)) = (int)acc;
                        }
                    }
```

结果图：



a 边缘无处理　　b 边缘处理

图 2.1 处理边缘($\sigma = 10.0$)

如上图所示，边缘明显变窄，但是存在黑边。

3、改进的高斯模糊函数

上述的二维高斯模糊函数 GaussianSmooth2D 达到了高斯模糊图像的目的，但是如图 2 所示，会因模板的关系而造成边缘图像缺失，σ 越大，缺失像素越多，额外的边缘处理会增加计算量。并且当σ 变大时，高斯模板(高斯核)和卷积运算量将大幅度提高。根据高斯函数的可分离性，可对二维高斯模糊函数进行改进。

高斯函数的可分离性是指使用二维矩阵变换得到的效果也可以通过在水平方向进行一维高斯矩阵变换加上竖直方向的一维高斯矩阵变换得到。从计算的角度来看，这是一项有用的特性，因为这样只需要 $O(n \times M \times N) + O(m \times M \times N)$ 次计算，而二维不可分的矩阵则需要 $O(m \times n \times M \times N)$ 次计算，其中，m,n 为高斯矩阵的维数，M,N 为二维图像的维数。

另外，两次一维的高斯卷积将消除二维高斯矩阵所产生的边缘。

改进的高斯模糊函数如下：

```
void GaussianSmooth(const Mat &src, Mat &dst, double sigma)
{
	if(src.channels() != 1 && src.channels() != 3)
		return;
	//
	sigma = sigma > 0 ? sigma : -sigma;
	//高斯核矩阵的大小为a(6*sigma+1)*(6*sigma+1)
	//ksize为奇数
	int ksize = ceil(sigma * 3) * 2 + 1;

	if(ksize == 1)
	{
		src.copyTo(dst);
		return;
	}

	//计算一维高斯核
	//本例中水平方向和垂直方向的高斯核维度相同，也可取不同的高斯核。
	double *kernel = new double[ksize];

	double scale = -0.5/(sigma*sigma);
	const double PI = 3.141592653;
	double cons = 1/sqrt(-scale / PI);

	double sum = 0;
	int kcenter = ksize/2;
	int i = 0, j = 0;
	for(i = 0; i < ksize; i++)
	{
		int x = i - kcenter;
		*(kernel+i) = cons * exp(x * x * scale);//一维高斯函数
		sum += *(kernel+i);
	}
	//归一化,确保高斯权值在[0,1]之间
	for(i = 0; i < ksize; i++)
	{
		*(kernel+i) /= sum;
	}

	dst.create(src.size(), src.type());
	Mat temp;
	temp.create(src.size(), src.type());

	uchar* srcData = src.data;
	uchar* dstData = dst.data;
	uchar* tempData = temp.data;

	//x方向一维高斯模糊
	for(int y = 0; y < src.rows; y++)
	{
```

```
                for(int x = 0; x < src.cols; x++)
                {
                        double mul = 0;
                        sum = 0;
                        double bmul = 0, gmul = 0, rmul = 0;
                        for(i = -kcenter; i <= kcenter; i++)
                        {
                                if((x+i) >= 0 && (x+i) < src.cols)
                                {
                                        if(src.channels() == 1)
                                        {
                                                mul +=
*(srcData+y*src.step+(x+i))*(*(kernel+kcenter+i));
                                        }
                                        else
                                        {
                                                bmul +=
*(srcData+y*src.step+(x+i)*src.channels() + 0)*(*(kernel+kcenter+i));
                                                gmul +=
*(srcData+y*src.step+(x+i)*src.channels() + 1)*(*(kernel+kcenter+i));
                                                rmul +=
*(srcData+y*src.step+(x+i)*src.channels() + 2)*(*(kernel+kcenter+i));
                                        }
                                        sum += (*(kernel+kcenter+i));
                                }
                        }
                        if(src.channels() == 1)
                        {
                                *(tempData+y*temp.step+x) = mul/sum;
                        }
                        else
                        {
                                *(tempData+y*temp.step+x*temp.channels()+0) = bmul/sum;
                                *(tempData+y*temp.step+x*temp.channels()+1) = gmul/sum;
                                *(tempData+y*temp.step+x*temp.channels()+2) = rmul/sum;
                        }
                }
        }


        //y方向一维高斯模糊
        for(int x = 0; x < temp.cols; x++)
        {
                for(int y = 0; y < temp.rows; y++)
                {
                        double mul = 0;
                        sum = 0;
                        double bmul = 0, gmul = 0, rmul = 0;
                        for(i = -kcenter; i <= kcenter; i++)
                        {
                                if((y+i) >= 0 && (y+i) < temp.rows)
                                {
```

```
                                        if(temp.channels() == 1)
                                        {
                                                mul +=
*(tempData+(y+i)*temp.step+x)*(*(kernel+kcenter+i));
                                        }
                                        else
                                        {
                                                bmul +=
*(tempData+(y+i)*temp.step+x*temp.channels() + 0)*(*(kernel+kcenter+i));
                                                gmul +=
*(tempData+(y+i)*temp.step+x*temp.channels() + 1)*(*(kernel+kcenter+i));
                                                rmul +=
*(tempData+(y+i)*temp.step+x*temp.channels() + 2)*(*(kernel+kcenter+i));
                                        }
                                        sum += (*(kernel+kcenter+i));
                                }
                        }
                        if(temp.channels() == 1)
                        {
                                *(dstData+y*dst.step+x) = mul/sum;
                        }
                        else
                        {
                                *(dstData+y*dst.step+x*dst.channels()+0) = bmul/sum;
                                *(dstData+y*dst.step+x*dst.channels()+1) = gmul/sum;
                                *(dstData+y*dst.step+x*dst.channels()+2) = rmul/sum;
                        }

                }
        }

        delete[] kernel;
}
```

该函数中使用的水平方向和垂直方向的高斯矩阵为同一矩阵，实际计算时可根据需要取不同。

模糊效果如图 3 所示：

原图　　$\sigma = 2.0$

图 3 分离高斯模糊效果

比较

使用GetTickCount()进行比较，GetTickCount()函数的精度为1ms。

以下表格中的数据均为作者机器上的某两次运行结果取均值，编程环境为vs2010+opencv2.2。

表4 比较结果(lena512*512灰度图, $\sigma = 0.84089642$)

版本 \ 运行时间 (ms) \ 函数名称	GaussianTemplateSmooth	GaussianSmooth2D	GaussianSmooth
Debug	2109	1609	500
Release	31	63	31

上表中 Debug 版本的 GaussianTemplateSmooth 竟然比 GaussianSmooth2D 运行时间长，难道是二维数组比不上一维指针，或者是 Debug 版本的问题？实验结果确实如上。

将本文所写函数与 opencv2.2 提供的高斯模糊函数 GaussianBlur 一起进行比较。

表4 比较结果(lena512*512灰度图)

版本 \ ms \ 函数 \ σ	σ	GaussianSmooth2D	GaussianSmooth	GaussianBlur
Debug	1.6	3906	781	16
	2.6	9031	1125	16
	3.6	16062	1547	31
	16.0	210203	5953	125
Release	1.6	109	47	0
	2.6	218	63	0
	3.6	390	94	0
	16.0	6531	375	32

表5 比较结果(lena512*512彩图)

函数 / 版本 / σ / ms	σ	GaussianSmooth	GaussianBlur
Debug	1.6	2453	47
	2.6	3672	78
	3.6	4860	94
	16.0	19031	375
Release	1.6	94	15
	2.6	125	16
	3.6	172	31
	16.0	656	93

结论

如上表4,5所示，对GaussianSmooth2D的改进函数GaussianSmooth,当σ 越大时，提速效果越明显，这种速度的改进在Debug模式下尤为明显。无论是在Debug,还是在Release模式下，Opencv2.2提供的GaussianBlur完胜本文所用的函数。建议在学习算法时参考本文内容，实际项目中使用GaussianBlur。

zdd
2012年4月11日11:53:40