Jakub Holý
holyjak1@fit.cvut.cz

MI-PAA

úkol č.3

Řešení problému batohu dynamickým programováním, metodou větví a hranic a aproximativním algoritmem

Zadání

Naprogramujte řešení problému batohu:

1. metodou větví a hranic (B&B) tak, aby omezujícím faktorem byla hodnota optimalizačního kritéria.
2. metodou dynamického programování
3. modifikujte tento program tak, aby pracoval s omezenou přesností zobrazení vah nebo cen - aproximativní algoritmus.

Řešení

Branch and Bound

K původní implementaci vytvořené k úkolu č.1 byly přidány omezující podmínky – průběžně bylo kontrolováno, zda již neexistuje lepší řešení, či zda jistě není možné lepšího řešení dosáhnout.

Dynamické programování

Zvolil jsem metodu dekompozice dle váhy, pro měření byla každá instance měřena vícekrát po sobě, jinak by nebylo možné naměřit hodnoty větší než chyba měření.

Dynamické programování s omezenou přesností

Původní řešení bylo rozšířeno o možnost omezení uvažovaných bitů – bity byly odstřihávány od nejmenšího, pro snadnou implementaci to fakticky znamenalo vydělení libovolným číslem a zaokrouhlení dolů.

Implementace

Pro implementaci byl použit jazyk C++ na platformě GNU/Linux. Údaje byly měřeny na desktopové stanici s dostatečným množstvím DDR2 1066MHz paměti, procesorem je Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU E8400 @ 3.00GHz.

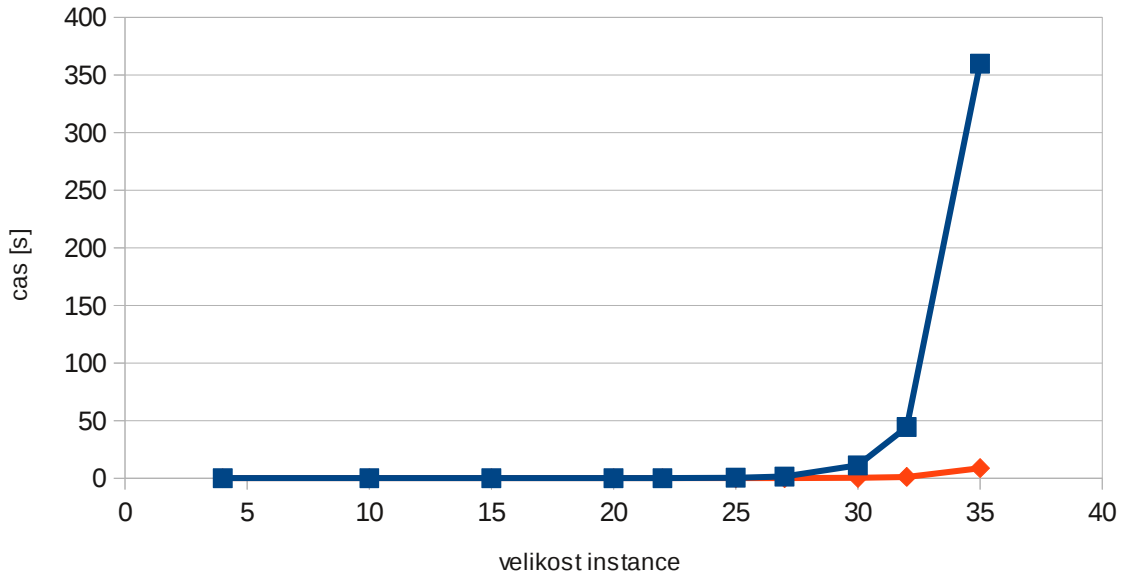
Naměřené výsledky

Zde nejsou výsledky měření s omezenou přesností, budou v samostatné části.

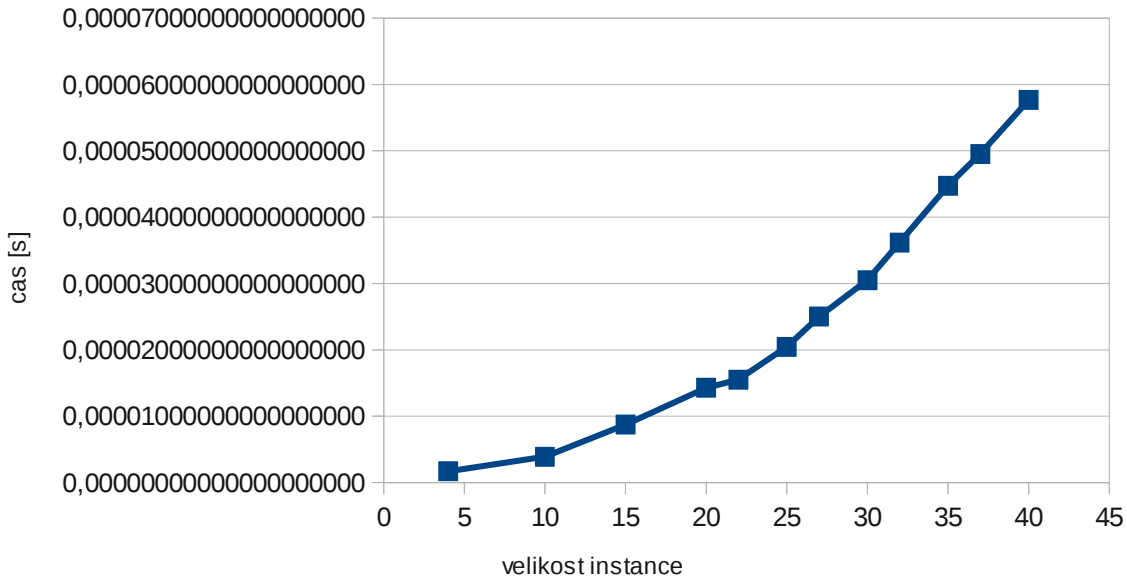
velikost instance	prumerny cas brute force [s]	prumerny cas dynamicky [s]	prumerny cas b&b [s]
4	0,00000030754505157474	0,00000169930076599000	0,00000041484800000000
10	0,00001055717470000000	0,00000389735155106000	0,00000294685400000000
15	0,00033995151522000000	0,00000874921636581000	0,00001245498700000000
20	0,01077801227566000000	0,00001428734745979000	0,00031929493000000000
22	0,04590893268584000000	0,00001551963763237000	0,00131704807300000000
25	0,36850724697110000000	0,00002046244339943000	0,01016110897100000000
27	1,38243263244640000000	0,00002501946840286000	0,03578955173500000000
30	11,15385844707490000000	0,00003051051964760000	0,28523491382600000000
32	44,30237143516530000000	0,00003618223886490000	1,10241454601300000000
35	359,73628925800300000000	0,00004473661155701000	8,70963089942900000000
37		0,00004953073616028000	
40		0,00005767884211540000	

~~V rámci metody Branch and Bound navzdory očekávání nedošlo v podstatě k žádnému zrychlení, což si nedokážu přesvědčivě vysvětlit. Jedním ze způsobů, jak mohlo dojít ke zrychlení, je průběžné počítání některých hodnot, jako aktuální váha a cena batohu; což si však nemyslím, že spadá přímo do této metody, neboť to považuji za vlastnosti batohu, které není třeba pokaždé znovu přepočítávat. Díky tomuto jsem měl již původní řešení hrubou silou částečně zrychlené, a je tedy možné, že díky tomuto k žádnému velkému zrychlení na daných instancích nedošlo. Je však možné, že to bylo opravdu způsobeno těmito instancemi, a na jiných by výsledky vypadaly jinak.~~

Nakonec se mi podařilo objevit chybu a opravit svou metodu Branch and bound (v grafu červeně, hrubá síla modře). Nyní zrychluje dle očekávání, tedy markantně.



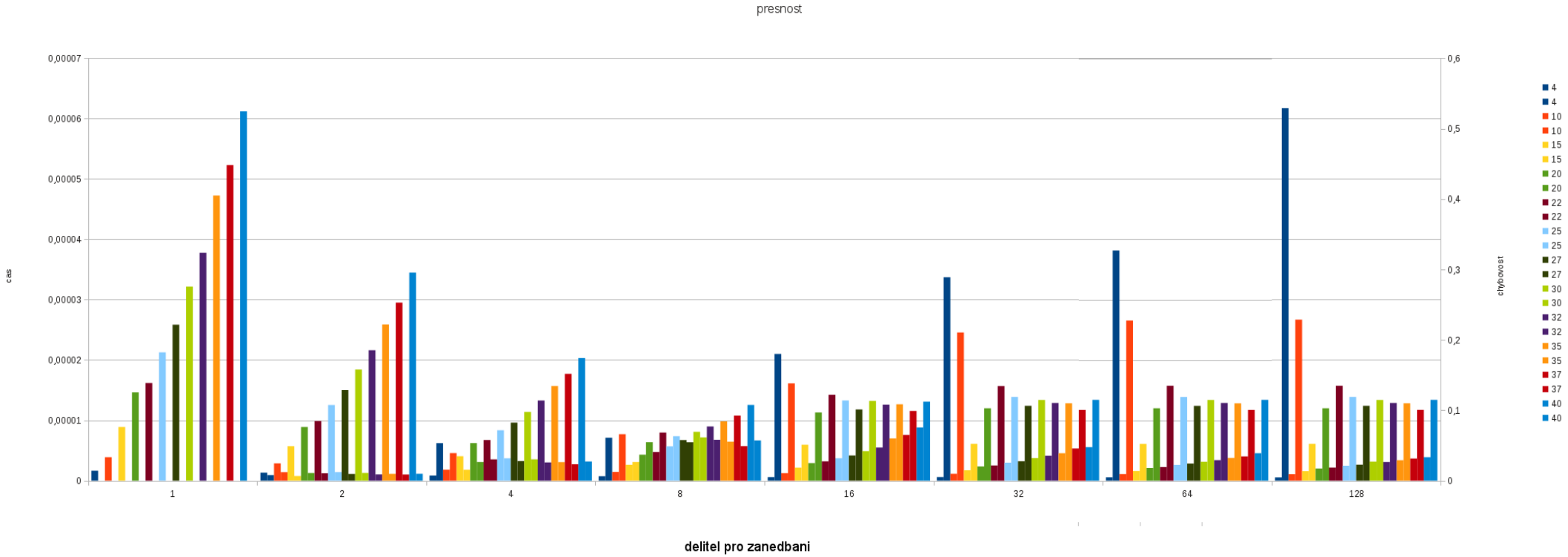
Dynamický výpočet má cca lineární tendenci, nicméně u tohoto algoritmu nezáleží pouze na počtu dostupných prvků, ale také na parametru, kterým je v mém případě maximální kapacita batohu. V grafu je vidět průměrný čas trvání výpočtu v závislosti na instanci.



V algoritmu s omezenou přesností jsem postupně umazával zanedbávané bity, a čímž se postupně i zvětšovala chyba proti původní exaktní verzi.

count	precision	time	prumerna chyba	nedelene casy
4	1	0,00000164278898239120	0	0,1642788982
4	2	0,00000131593661308280	0,0078300395	0,1315936613
4	4	0,00000084014053344760	0,0533255957	0,0840140533
4	8	0,00000073178110122640	0,0609334697	0,0731781101
4	16	0,00000058484339714080	0,1799714929	0,0584843397
4	32	0,00000059403219223140	0,2889277001	0,0594032192
4	64	0,00000056048331260640	0,3269632235	0,0560483313
4	128	0,00000053517041206340	0,5291088486	0,0535170412
10	1	0,00000389120244979820	0	0,389120245
10	2	0,00000286389622688320	0,012042215	0,2863896227
10	4	0,00000181486158371000	0,0391212954	0,1814861584
10	8	0,00000144856438636800	0,0660289088	0,1448564386
10	16	0,00000123839702606140	0,1381727328	0,1238397026
10	32	0,00000113928751945520	0,2103856957	0,1139287519
10	64	0,00000110102624893240	0,227477249	0,1101026249
10	128	0,00000107475075721800	0,2287157427	0,1074750757
15	1	0,00000889426980018540	0	0,88942698
15	2	0,00000571086144447340	0,006540472	0,5710861444
15	4	0,00000404693388938900	0,0154809032	0,4046933889
15	8	0,00000262049541473360	0,0264599391	0,2620495415
15	16	0,00000215198740959220	0,0509780924	0,215198741
15	32	0,00000171777720451400	0,0522383094	0,1717777205
15	64	0,00000160238251686040	0,0522383094	0,1602382517
15	128	0,00000157330603599580	0,0522383094	0,1573306036
20	1	0,00001462203221321120	0	1,4622032213
20	2	0,00000888813977241540	0,0108539843	0,8888139772
20	4	0,00000622496476173400	0,0264074215	0,6224964762
20	8	0,00000429881134033140	0,054584771	0,429881134
20	16	0,00000290376834869400	0,0968567048	0,2903768349
20	32	0,00000235144944190980	0,1028218704	0,2351449442
20	64	0,00000210418372154240	0,1028218704	0,2104183722
20	128	0,00000200661787986760	0,1028218704	0,200661788
22	1	0,00001618223052024840	0	1,618223052
22	2	0,00000987675929069560	0,0104876727	0,9876759291
22	4	0,00000673394284248400	0,0302332962	0,6733942842
22	8	0,00000474742674827600	0,0682161178	0,4747426748
22	16	0,00000319356060028080	0,1220092572	0,31935606
22	32	0,00000250734581947280	0,134373108	0,2507345819
22	64	0,00000225290865898060	0,1348253794	0,2252908659
22	128	0,00000215349159240760	0,1348253794	0,2153491592
25	1	0,00002126188888549820	0	2,1261888885
25	2	0,00001253543276786820	0,0121493349	1,2535432768
25	4	0,00000835348801612800	0,031699174	0,8353488016
25	8	0,00000568569045066840	0,0631235171	0,5685690451
25	16	0,00000371185841560400	0,1139118986	0,3711858416
25	32	0,00000297811322212220	0,1189622286	0,2978113222
25	64	0,00000261051368713340	0,1189622286	0,2610513687
25	128	0,00000247110614776640	0,1189622286	0,2471106148

count	precision	time	prumerna chyba	nedelene casy
27	1	0,00002583705029487640	0	2,5837050295
27	2	0,00001500319657325740	0,009482923	1,5003196573
27	4	0,00000961569433212340	0,0278482187	0,9615694332
27	8	0,00000672151608467100	0,0545530298	0,6721516085
27	16	0,00000416563501358040	0,1010779823	0,4165635014
27	32	0,00000321213517189020	0,1062820999	0,3212135172
27	64	0,00000284049987792940	0,1062820999	0,2840499878
27	128	0,00000264427165985120	0,1062820999	0,264427166
30	1	0,00003215476498603840	0	3,2154764986
30	2	0,00001840767879486080	0,0109408114	1,8407678795
30	4	0,00001138560299873420	0,0303150508	1,1385602999
30	8	0,00000809022889137300	0,0614804255	0,8090228891
30	16	0,00000489026923179600	0,1132531245	0,4890269232
30	32	0,00000373382616043020	0,1146568828	0,373382616
30	64	0,00000313273329734800	0,1146568828	0,3132733297
30	128	0,00000314901094436660	0,1146568828	0,3149010944
32	1	0,00003776525402069080	0	3,7765254021
32	2	0,00002160883460044840	0,0088582227	2,16088346
32	4	0,00001327495269775420	0,025888061	1,3274952698
32	8	0,00000897296233177240	0,0579520746	0,8972962332
32	16	0,00000547991104125940	0,1078736997	0,5479911041
32	32	0,00000412321329116840	0,1103701758	0,4123213291
32	64	0,00000339742617607060	0,1103701758	0,3397426176
32	128	0,00000308252649307240	0,1103701758	0,3082526493
35	1	0,00004724961233139020	0	4,7249612331
35	2	0,00002587586355209460	0,009695244	2,5875863552
35	4	0,00001568081383705120	0,0263077421	1,5680813837
35	8	0,00000980606150627180	0,0552920493	0,9806061506
35	16	0,00000698938708305340	0,108489424	0,6989387083
35	32	0,00000454312257766740	0,1098944704	0,4543122578
35	64	0,00000376304054260260	0,1098944704	0,3763040543
35	128	0,00000338954682350140	0,1098944704	0,3389546824
37	1	0,00005230215797424380	0	5,2302157974
37	2	0,00002950778141021660	0,00872166	2,950778141
37	4	0,00001769937644004840	0,0232483483	1,769937644
37	8	0,00001076752953529340	0,0490042668	1,0767529535
37	16	0,00000757979412078840	0,0989897993	0,7579794121
37	32	0,00000532808504104560	0,1004940537	0,5328085041
37	64	0,00000401665816307040	0,1004940537	0,4016658163
37	128	0,00000366042261123640	0,1004940537	0,3660422611
40	1	0,00006120403013229300	0	6,1204030132
40	2	0,00003447230629920980	0,0097192713	3,4472306299
40	4	0,00002031943640708920	0,0272026838	2,0319436407
40	8	0,00001254349904060320	0,0570666368	1,2543499041
40	16	0,00000881899390220620	0,112136805	0,8818993902
40	32	0,00000555189194679300	0,1147759333	0,5551891947
40	64	0,00000455152325630180	0,1147759333	0,4551523256
40	128	0,00000388875446319600	0,1147759333	0,3888754463


presnost
0,00007
0,00006
0,00005
0,00004
0,00003
0,00002
0,00001
0
cas
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
chybovost
1
2
4
8
16
32
64
128
delitel pro zanedbani
4
4
10
10
15
15
20
20
22
22
25
25
27
27
30
30
32
32
35
35
37
37
40
40

V grafu jsou pro každý typ instance dva sloupce, ten vlevo nám zobrazuje čas, který postupně roste pro rostoucí počet prvků v instanci, leč na druhou stranu s klesající přesností podle očekávání klesá. Průměrná chybovost však samozřejmě s rostoucím počtem zanedbaných částí postupně roste.

Lepší graf se mi pro výsledky nepodařilo vymyslet, a ani jak jej vytvořit, aby byl co nejlépe čitelný.

Závěry

Pro dané instance si myslím že byla nejvhodnější metoda dynamického programování, bez jakýchkoli heuristik či zobecnění/zanedbání, nicméně však s tou podmínkou, že nebyla uvažována spotřeba paměti, které bylo dostatečné množství.

V případě omezené paměti bych nejspíše volil zanedbávání bitů, což jsem již dříve mimo tento předmět využil, v rámci počítání batohu s reálnými a nikoli celými čísly.

Branch and Bounds považuji za základní a zásadní metodu, která se tedy v mém případě nijak neprojevila, nicméně počítat cokoli hrubou silou bez alespoň minimální aplikace tohoto, považuji za skutečně zbytečný výpočet.