МФТИ, ФИВТ, сложность вычислений, 02.12.2017, 595 б Крохалев Арсений Михайлович КТ, индивидуальные задачи.

Решения этих задач оцениваются в 5 баллов и принимаются в письменном виде до контрольной 15/19.12.2017. Набранные баллы прибавляются к баллам, набранным на контрольной за задачу с тем же номером, но сумма не может превышать 8 (или 16 для задачи 4–5). Преподаватель имеет право попросить рассказать любую задачу устно.

- **1.** Придумайте **NP**-полный язык A и **coNP**-полный язык B, такие что  $A \cap B \in \mathbf{P}$ .
- **3.** Докажите, что функция  $\mathcal{BB}_{01}(n)$ , возвращающая максимальное число блоков 01 подряд в ответе машины Тьюринга с n состояниями на пустом входе, растёт быстрее любой вычислимой функции.
- **4–5.** Классифицируйте как можно точнее в полиномиальной иерархии язык ARROWING =  $\{(F,G,H) \mid$ для любой раскраски F в красный и зелёный цвета найдётся либо красный подграф, изморфный G, либо зелёный подграф, изморфный H $\}$ . Будет ли он полон в соответствующем классе? (Если будет, докажите, если не будет, любым способом аргументируйте).
- **6.** Докажите **PSPACE**-полноту языка SIFT =  $\{(A,B,X) \mid B$  игре в фильтр на (A,B,X) при правильной игре выигрывает первый игрок $\}$ . Здесь X конечное множество,  $A \subset 2^X$ ,  $B \subset 2^X$ ,  $A \cap B = \varnothing$ . Игра происходит так: игроки по очереди отмечают одну из неотмеченных вершин X. Первый игрок выигрывает, если множество отмеченных вершин пересекается со всеми множествами из B, и при этом, если первый игрок сделал последний ход, пересекается не со всеми множествами из A.