Случайные процессы. Прикладной поток.

Практическое задание 3

Правила:

- Выполненную работу нужно отправить на почту probability.diht@yandex.ru, указав тему письма "[СП17] Фамилия Имя Задание 5". Квадратные скобки обязательны. Вместо Фамилия Имя нужно подставить свои фамилию и имя.
- Прислать нужно ноутбук и его pdf-версию. Названия файлов должны быть такими: 5.N.ipynb и 5.N.pdf, где N ваш номер из таблицы с оценками.
- Никакой код из данного задания при проверке запускаться не будет.

Варианты:

- 0) http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/ClarkNet-HTTP.html)
- 1) http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/NASA-HTTP.html (http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/NASA-HTTP.html (http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/NASA-HTTP.html (http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/NASA-HTTP.html)
- 2) http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/Calgary-HTTP.html)
- 3) http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/Sask-HTTP.html (http://ita.ee.lbl.gov/html (<a href="http://ita

Нужно выбрать вариант $N \mod 4$, где N — ваш номер из таблицы с оценками.

Задание:

- 1. Загрузите в Питоне данные, соответствующие вашему варианту. Возможно, будет удобнее воспользоваться библиотекой pandas, в частности функцией read_csv. Некоторые записи в данных могут иметь неправильный формат, поэтому сначала файл с данными придется преобразовать. В процессе преобразовании можно проигнорировать не более 1% строк, в которых указана дата (если будете удалять, напечатайте долю удаленных строк). Строки, в которых дата не указана, нужно удалить.
- 2. Переведите дату в timestamp-число с помощью библиотеки datetime. Например, дата 24/Oct/1994:13:41:41 преобразуется в число 782995301 с помощью кода from datetime import datetime datetime.strptime("24/Oct/1994:13:41:41", "%d/%b/%Y:%H:%M:%S").timestamp() Подробнее читайте в документациях к библиотекам datetime и time.

3. Запросы, происходящие в некоторые моменты времени, образуют пуассоновский про- цесс, смысл которого — количество запросов, обработанных сервером к текущему мо- менту времени. Нарисуйте графики траектории этого пуассоновского процесса за все время и за первые сутки. Нарисуйте так же аналогичные графики составного пуассо- новского процесса, взяв в качестве значений количество байт (bytes in the reply). При построении графиков используйте код с семинара.

- 4. Проверьте полученный пуассоновский процесс на однородность за все время, а так же за некоторые другие интервалы времени (месяц, неделя, сутки, час). Имеются ли интервалы, на которых процесс однороден? Чтобы проверить корректность работы реализованных критериев, можно проверить их на сгенерированных данных. Код для генерации можно взять с семинара.
- 5. Постройте оценку функции интенсивности следующим образом. Разбейте весь вре- менной интервал на небольшие равные по длине интервалы с достаточным количе- ством событий в каждом интервале (например, интерваля длинною в час). На каждом интервале оцените значение интенсивности процесса, считая его однородным на дан- ном интервале. В какие моменты времени наблюдается наибольшая интенсивность?
- 6. Для получения дополнительных баллов исследуйте, есть ли зависимость интенсив- ности от типа хоста (host); есть ли зависимость объема запроса в байтах от времени; какой пропускной способности должны быть серверы, чтобы обрабатывать все по- ступающие запросы.

При проведении исследования учитывайте все особенности проверки статистических гипотез. Не забывайте делать выводы.

```
In [51]: import pandas as pd
    from io import StringIO
    from datetime import datetime
    import re
    import numpy as np
    import scipy.stats as sps
    import matplotlib.pyplot as plt
    import csv

from bisect import bisect_right
    from bisect import bisect_left

%matplotlib inline
```

1) Загрузите в Питоне данные, соответствующие вашему варианту. Возможно, будет удобнее воспользоваться библиотекой pandas, в частности функцией read_csv. Некоторые записи в данных могут иметь неправильный формат, поэтому сначала файл с данными придется преобразовать. В процессе преобразовании можно проигнорировать не более 1% строк, в которых указана дата (если будете удалять, напечатайте долю удаленных строк). Строки, в которых дата не указана, нужно удалить.

```
In [2]: source data = None
        with open("data source.txt", encoding="latin1") as data_file:
            formatted data io = StringIO()
            for line in data file:
                splitted = line.split('"')
                prepared = []
                prepared.append(re.sub('[\[,\]]', '{', splitted[0]))
                prepared.append('{' + '"'.join(splitted[1:-1]) + '{')
                prepared.append(splitted[-1])
                formatted data io.write("".join(prepared))
            formatted data io.seek(0)
            source data = pd.read csv(formatted data io,
                                       sep=' ', quotechar='{',
                                       header=None,
                                       error_bad_lines=False, low memory=False)
        source data.head()
```

b'Skipping line 1229617: expected 7 fields, saw 8\nSkipping line 124 2667: expected 7 fields, saw 8\nSkipping line 2099491: expected 7 fields, saw 8\nSkipping line 2099557: expected 7 fields, saw 8\nSkipping line 2099560: expected 7 fields, saw 8\n'

Out[2]:

	0	1	2	3	4	5	6
0	202.32.92.47	i	ı	01/Jun/1995:00:00:59 -0600	GET /~scottp/publish.html	200	271
1	ix-or7- 27.ix.netcom.com	i	1	01/Jun/1995:00:02:51 -0600	GET /~ladd/ostriches.html	200	205908
2	ram0.huji.ac.il	-	-	01/Jun/1995:00:05:44 -0600	GET /~scottp/publish.html	200	271
3	eagle40.sasknet.sk.ca	-	-	01/Jun/1995:00:08:06 -0600	GET /~lowey/	200	1116
4	eagle40.sasknet.sk.ca	_	-	01/Jun/1995:00:08:19 -0600	GET /~lowey/kevin.gif	200	49649

Немного подправим исходный файл в данных строчках чтобы легче было распарсить файл

```
In [9]: source data = None
        with open("data.txt", encoding="latin1") as data file:
            formatted data io = StringIO()
            for line in data file:
                splitted = line.split('"')
                prepared = []
                prepared.append(re.sub('[\[,\]]', '{', splitted[0]))
                prepared.append('{' + '"'.join(splitted[1:-1]) + '{')
                prepared.append(splitted[-1])
                formatted data io.write("".join(prepared))
            formatted data io.seek(0)
            source data = pd.read csv(formatted data io,
                                names=['Hostname', '-', 'Nickname', 'Datetime',
                                sep=' ', quotechar='{',
                                error bad lines=False, low memory=False)
        source_data.head()
```

Out[9]:

	Hostname	-	Nickname	Datetime	Request	Code
0	202.32.92.47	_	-	01/Jun/1995:00:00:59 -0600	GET /~scottp/publish.html	200
1	ix-or7- 27.ix.netcom.com	-	-	01/Jun/1995:00:02:51 -0600	GET /~ladd/ostriches.html	200
2	ram0.huji.ac.il	-	-	01/Jun/1995:00:05:44 -0600	GET /~scottp/publish.html	200
3	eagle40.sasknet.sk.ca	_	-	01/Jun/1995:00:08:06 -0600	GET /~lowey/	200
4	eagle40.sasknet.sk.ca	_	-	01/Jun/1995:00:08:19 -0600	GET /~lowey/kevin.gif	200

2) Переведите дату в timestamp-число с помощью библиотеки datetime. Например, дата 24/Oct/1994:13:41:41 преобразуется в число 782995301 с помощью кода

from datetime import datetime

datetime.strptime("24/Oct/1994:13:41:41", "%d/%b/%Y:%H:%M:%S").timestamp()

Подробнее читайте в документациях к библиотекам datetime и time.

```
In [11]: data = source_data[['Hostname', 'Datetime', 'Size']]
    data['Datetime'] = data['Datetime'].apply(
        lambda x: timestamp(str(x).split(' ')[0]))
    data['Size'] = data['Size'].apply(lambda x: integer(x))
    data = data.sort('Datetime')
```

/Library/Frameworks/Python.framework/Versions/3.5/lib/python3.5/site -packages/ipykernel/__main__.py:2: SettingWithCopyWarning:
A value is trying to be set on a copy of a slice from a DataFrame.
Try using .loc[row indexer,col indexer] = value instead

See the caveats in the documentation: http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/indexing.html#indexing-view-versus-copy (http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/indexing.html#indexing-view-versus-copy)

from ipykernel import kernelapp as app

/Library/Frameworks/Python.framework/Versions/3.5/lib/python3.5/site -packages/ipykernel/__main__.py:3: SettingWithCopyWarning:
A value is trying to be set on a copy of a slice from a DataFrame.
Try using .loc[row indexer,col indexer] = value instead

See the caveats in the documentation: http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/indexing.html#indexing-view-versus-copy (http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/indexing.html#indexing-view-versus-copy)

app.launch new instance()

/Library/Frameworks/Python.framework/Versions/3.5/lib/python3.5/site -packages/ipykernel/__main__.py:4: FutureWarning: sort(columns=....) is deprecated, use sort values(by=....)

In [12]: data[np.isnan(data['Datetime'])]

Out[12]:

	Hostname	Datetime	Size
1229616	maz3.maz.net	NaN	NaN
1242667	129.186.123.55	NaN	NaN

```
In [13]: data = data[data['Datetime'].notnull()]
```

In [14]: data.head()

Out[14]:

	Hostname	Datetime	Size
0	202.32.92.47	801950459.0	271.0
1	ix-or7-27.ix.netcom.com	801950571.0	205908.0
2	ram0.huji.ac.il	801950744.0	271.0
3	eagle40.sasknet.sk.ca	801950886.0	1116.0
4	eagle40.sasknet.sk.ca	801950899.0	49649.0

3) Запросы, происходящие в некоторые моменты времени, образуют пуассоновский процесс, смысл которого --- количество запросов, обработанных сервером к текущему моменту времени. Нарисуйте графики траектории этого пуассоновского процесса за все время и за первые сутки. Нарисуйте так же аналогичные графики составного пуассоновского процесса, взяв в качестве значений количество байт (bytes in the reply). При построении графиков используйте код с семинара.

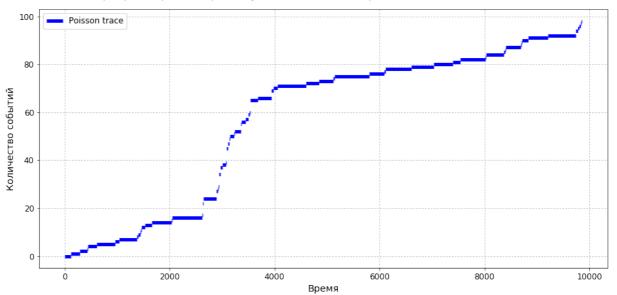
```
In [79]: def get_data(source, from_val=None, to_val=None):
    left = 0
    right = len(source)
    if from_val is not None:
        left = bisect_left(source, from_val)
    if to_val is not None:
        right = bisect_right(source, to_val)
    filtred = np.array(source[left:right])
    return filtred
```

```
In [16]: def draw trajectory(jumps, label=None, lw=5):
             plt.figure(figsize=(15, 7))
             plt.hlines(np.arange(len(jumps) - 1),
                         jumps[:-1], jumps[1:],
                        label=label, lw=lw, color='blue')
             plt.xticks(fontsize=12), plt.xlabel('Время',
                                                  fontsize=14)
             plt.yticks(fontsize=12), plt.ylabel('Количество событий',
                                                  fontsize=14)
             plt.title('График траектории пуассоновского процесса для '\
                       + str(len(jumps)) + ' событий',
                       y=1.03, fontsize=20)
             if label is not None:
                 plt.legend(fontsize=12, loc='upper left')
             plt.grid(ls=':')
             plt.show()
```

```
In [81]: def draw trajectory(jumps, values=None, label=None, lw=5):
             plt.figure(figsize=(15, 7))
             jumps = jumps - jumps[0]
             if values is None:
                 values = np.arange(len(jumps) - 1)
                 values = values[0]
             plt.hlines(values,
                        jumps[:-1], jumps[1:],
                        label=label, lw=lw, color='blue')
             plt.xticks(fontsize=12), plt.xlabel('Bpems',
                                                  fontsize=14)
             plt.yticks(fontsize=12), plt.ylabel('Количество событий',
                                                 fontsize=14)
             plt.title('График траектории пуассоновского процесса для '\
                       + str(len(jumps)) + ' СОбытий',
                       y=1.03, fontsize=20)
             if label is not None:
                 plt.legend(fontsize=12, loc='upper left')
             plt.grid(ls=':')
             plt.show()
```

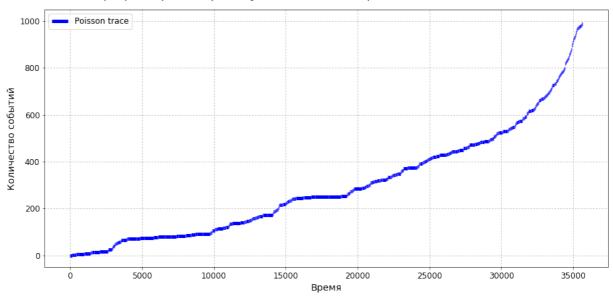
In [82]: draw_trajectory(data['Datetime'][:100], label='Poisson trace')

График траектории пуассоновского процесса для 100 событий



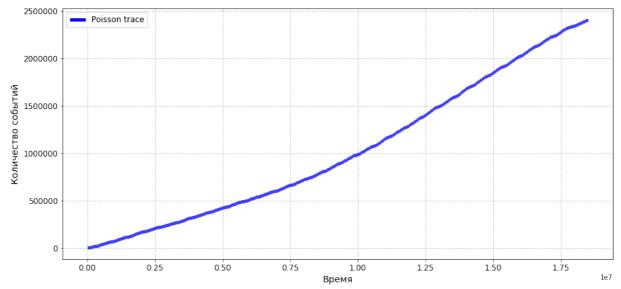
In [19]: draw_trajectory(data['Datetime'][:1000], label='Poisson trace')





In [20]: draw_trajectory(data['Datetime'], label='Poisson trace', lw=5)

График траектории пуассоновского процесса для 2408625 событий



In [95]: draw_trajectory(first_day_data['Datetime'], label='Poisson trace')

График траектории пуассоновского процесса для 5589 событий

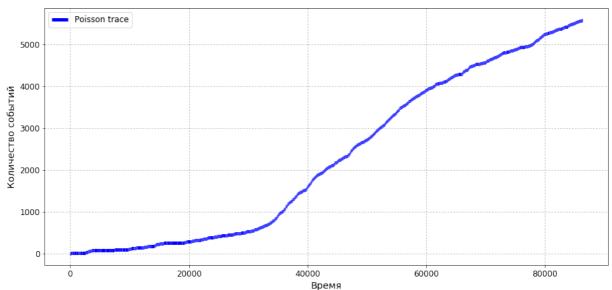
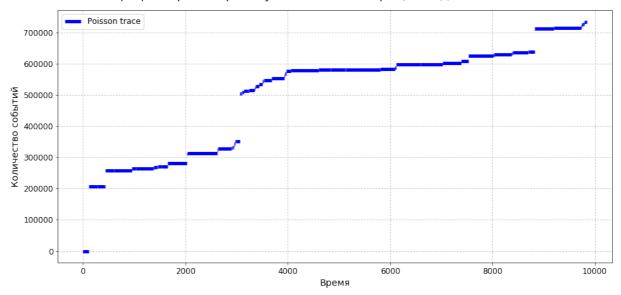
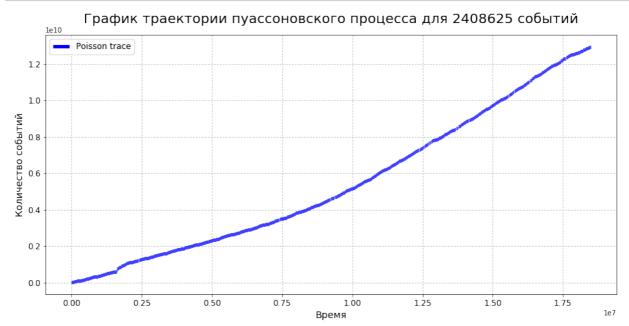
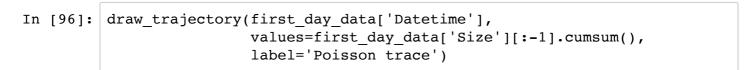


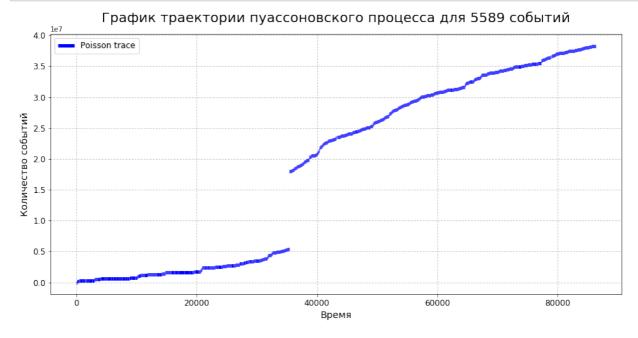
График траектории пуассоновского процесса для 100 событий











4) Проверьте полученный пуассоновский процесс на однородность за все время, а так же за некоторые другие интервалы времени (месяц, неделя, сутки, час). Имеются ли интервалы, на которых процесс однороден? Чтобы проверить корректность работы реализованных критериев, можно проверить их на сгенерированных данных. Код для генерации можно взять с семинара.

Factor and the second second and the second and th

> \bot сли предположить, что I_i --- времена скачков некоторого пуассоновского процесса с интенсивностью λ , то:

- $\tau_i (= T_i T_{i-1}) \sim Exp(\lambda)$
- $T_i \sim Gamma(n, \lambda)$ Тогда

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}}{n} \xrightarrow[n]{} \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} E[\tau_{1}] = \frac{1}{\lambda}$$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \tau_{i}} \xrightarrow[n]{} \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} \lambda$$

Рассмотрим математическое ожидание нашей оценки

Рассмотрим математическое ожидание нашей оценки
$$E\left[\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \tau_i}\right] = E\left[\frac{n}{T_n}\right] = n \int_0^{+\infty} \frac{x^{n-2}}{\Gamma(n)} \lambda^n e^{-\lambda x} dx = n \frac{\lambda \Gamma(n-1)}{\Gamma(n)} \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{x^{n-2}}{\Gamma(n-1)} \lambda^n e^{-\lambda x} dx}_{-1} dx$$

Следовательно $\lambda = \frac{n-1}{\sum_{i=1}^{n} \tau_i}$ --- несмещенная оценка

```
In [462]: def count data(sample, delim):
              sample.sort()
              counts = [0]
              for d in delim:
                  counts.append(bisect right(sample, d))
              counts = np.array(counts)
              return counts[1:] - counts[:-1]
```

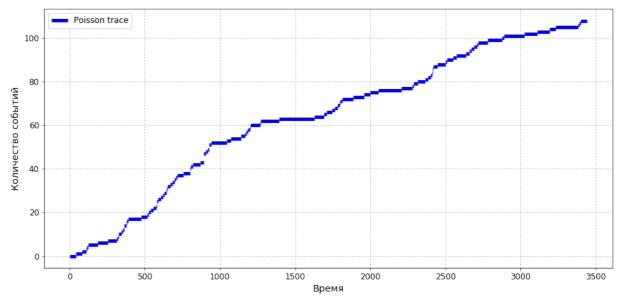
```
In [696]: def lambda_assessment(source):
              taus = source[1:] - source[:-1]
              taus sum = sum(taus)
              if taus sum != 0:
                   return (len(taus) - 1) / (sum(taus))
              return np.nan
```

```
In [887]: | def uniformity_test(source, lambd, bins=None):
              source = np.array(source)
              if bins is None:
                  bins = int(len(source) / 5)
              jumps = np.array(sorted(source[1:] - source[:-1]))
              f_exp = np.ones(bins,
                               dtype=np.float64) / bins
              delim = list(map(
                   lambda p: sps.expon(scale=1/lambd).ppf(p),
                                f exp.cumsum()))
              ctest = sps.chisquare(count_data(jumps, delim),
                                     f exp=f exp * len(jumps))
              return ctest
```

Для проверки работоспособности нашего метода проверим ее на сгенерированной

выборке

График траектории пуассоновского процесса для 110 событий



```
In [935]: def generate_poisson_process(T, lambd):
    S = 0
    xi = [0] # ТУТ БУДУТ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ \xi_i. НОЛЬ ДЛЯ УДОБСТВА
    while S < T:
        xi.append(sps.expon(scale=1/lambd).rvs())
        S += xi[-1]
    jumps = np.cumsum(xi) # МОМЕНТЫ СКАЧКОВ
    return jumps</pre>
```

Не отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отвер гается не отвергается не отвергается не отвергается н е отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отверг ается не отвергается ОТВЕРГАЕТСЯ ОТВЕРГАЕТСЯ не отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отвергае тся не отвергается не отвергается ОТВЕРГАЕТСЯ не отвергается не отве ргается не отвергается не отвер гается не отвергается не отвергается не отвергается не е отвергается не отвергается не отвергается ОТВЕРГАЕТСЯ не отвергает СЯ Не ОТВЕРГАЕТСЯ НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ НЕ ОТ вергается не отвергается не отвергается не отвергается не отвергаетс я не отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отв ергается не отвергается не отвер гается не отвергается не отвергается не отвергается н е отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отверг ается не отвергается ОТВЕРГАЕТСЯ не отвергается не отвергается не от вергается не отвергается не отвергается не отвергается не отвергаетс я не отвергается не отвергается не отвергается не отвергается не отв ергается не отвергается не отвергается не отвергается

Отвергается лишь 5 из 100

Проверим окажется ли весь процесс однородным

Отвергается

Далее проанализируем месяцы на однородность, будем сдвигать с шагом в день

```
In [938]: SECONDS_IN_HOUR = 60 * 60
           SECONDS IN DAY = SECONDS IN HOUR * 24
           SECONDS IN MOUNTH = SECONDS IN DAY * 30
In [939]: datetimes = np.array(data['Datetime'])
          begin = timestamp("01/Jun/1995:00:00:00")
               = begin + SECONDS IN MOUNTH
           left = 0
          right = 0
          not refuted mounthes = []
          while end <= datetimes[-1]:</pre>
               while left < len(datetimes) and datetimes[left] < begin:</pre>
                   left += 1
               while right < len(datetimes) and datetimes[right] <= end:</pre>
                   right += 1
               mounth times = datetimes[left:right]
               if len(mounth times) > 0:
                   mounth times -= mounth times[0]
                   ctest = uniformity test(mounth times,
                                            lambda assessment(mounth times))
                   if ctest.pvalue >= 0.05:
                       not refuted mounthes.append(begin)
               begin += SECONDS IN DAY
               end += SECONDS IN DAY
```

```
In [940]: print(len(not_refuted_mounthes))
```

Ни одного промежутка длинною в месяц не нашлось. Теперь дни

```
In [941]: | datetimes = np.array(data['Datetime'])
          begin = timestamp("01/Jun/1995:00:00:00")
                = begin + SECONDS IN DAY
           left = 0
           right = 0
           not_refuted_days = []
          while end <= datetimes[-1]:</pre>
               while left < len(datetimes) and datetimes[left] < begin:</pre>
               while right < len(datetimes) and datetimes[right] <= end:</pre>
                   right += 1
               hour_times = datetimes[left:right]
               if len(hour_times) > 0:
                   hour_times -= hour_times[0]
                   ctest = uniformity_test(hour_times,
                                            lambda assessment(hour times))
                   if ctest.pvalue >= 0.05:
                       not refuted days.append(begin)
               begin += SECONDS IN DAY
               end += SECONDS_IN_DAY
```

```
In [942]: print(len(not_refuted_days))
```

0

Дней тоже, и наконец часы но уже с шагом в час

```
In [914]: datetimes = np.array(data['Datetime'])
                               begin = timestamp("01/Jun/1995:00:00:00")
                                                = begin + SECONDS IN HOUR
                               end
                               left = 0
                               right = 0
                               not refuted = []
                               last p = 0
                               while end <= datetimes[-1]:</pre>
                                                 if int((begin - timestamp("01/Jun/1995:00:00:00")) / (datetimes[
                               #
                                                             last p = int((begin - timestamp("01/Jun/1995:00:00:00"))) / ((begin - timestamp("01/Jun/1995:00:00"))) / ((begin - timestamp("01/Jun/1995:00"))) / ((begin - timestamp("01/Jun/1995:00")) / ((begin - times
                               #
                                                             print(last p, end=' ')
                                           while left < len(datetimes) and datetimes[left] < begin:</pre>
                                                        left += 1
                                           while right < len(datetimes) and datetimes[right] <= end:</pre>
                                                       right += 1
                                           hour times = datetimes[left:right]
                                           if len(hour times) > 0:
                                                       hour times -= hour times[0]
                                                       ctest = uniformity test(hour times,
                                                                                                                                lambda assessment(hour times))
                                                        if ctest.pvalue >= 0.05:
                                                                   not refuted.append(begin)
                                           begin += SECONDS IN HOUR
                                           end += SECONDS IN HOUR
                               1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26
                               27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
                               50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72
                               73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95
```

```
In [921]: print(len(not_refuted))
```

84

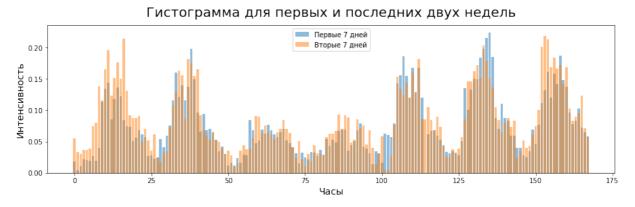
96 97 98 99

Оказывается такие часы есть

5) Постройте оценку функции интенсивности следующим образом. Разбейте весь временной интервал на небольшие равные по длине интервалы с достаточным количеством событий в каждом интервале (например, интерваля длинною в час). На каждом интервале оцените значение интенсивности процесса, считая его однородным на данном интервале. В какие моменты времени наблюдается наибольшая интенсивность?

Будем двигаться с шагом в час и собирать массив из интенсивностей по уже выведенной оценке

Построим гистограммы для первых двух недель.



Как можно обнаружить интенсивность имеет переодическую зависимость от времени, это объяснякется тем, что ночью запросов практически не наблюдается и чаще всего они где-то в середине дня. Также заметен некий спад в середине гистограммы, похоже

что данные дни были выходными (1 Июля 1995 года --- это четверг, и первый день измерения, соответственно 3 и 4 это суббота и воскресенье) поэтому и запросов было меньше.

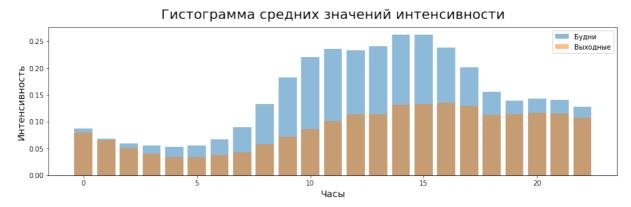
Ввиду этого факта не совсем корректно считать среднее значение интенсивности по всем дням, нужно посчитать отдельно по будням и отдельно по-выходным.

```
In [754]: work_days = []
         weekends = []
         for i, intencity in enumerate(intencitis):
             if i % 24 == 0:
                 curr day += 1
                 curr day %= 7
             if curr day < 5:</pre>
                 work days.append(intencity)
             else:
                 weekends.append(intencity)
         work days = np.array(work_days)
         weekends = np.array(weekends)
In [755]:
         work days mean = []
         weekends mean = []
          for i in range(23):
```

```
In [755]: work_days_mean = []
    weekends_mean = []
    for i in range(23):
        lambdas = work_days[i::24]
        lambdas = lambdas[~np.isnan(lambdas)]
        work_days_mean.append(lambdas.mean())

        lambdas = weekends[i::24]
        lambdas = lambdas[~np.isnan(lambdas)]
        weekends_mean.append(lambdas.mean())
```

Для средних значений также построим гистограмму



Итого в среднем пик активности достигается между 14:00 и 16:00 часов вечера в будние дни и между 14:00 и 18:00 для выходных (хотя для выходных во времена с 14:00 примерно одинаковая интенсивность)

Теперь вполне понятно почему дни, месыцы были не однородными

6) Для получения дополнительных баллов исследуйте, есть ли зависимость интенсивности от типа хоста (host); есть ли зависимость объема запроса в байтах от времени; какой пропускной способности должны быть серверы, чтобы обрабатывать все поступающие запросы.