Случайные процессы. Прикладной поток.

Теоретическое задание 8.

Временные ряды. Модели типа ARIMA.

При решении можно пользоваться следующим утверждением. Временной ряд $(y_t, t \in \mathbb{Z})$, удовлетворяющий выражению

$$a(L)y_t = \alpha + b(L)\varepsilon_t,$$

где $(\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$ — гауссовский белый шум со средним 0 и дисперсией σ^2, является стационарным тогда и только тогда, когда все корни (комплексные) уравнения $a(z) = 0$ лежат вне единичного круга.

1. Пусть временной ряд $(y_t, t \in \mathbb{Z})$ задан выражением

   a) $y_t = 1 + 0.5y_{t-1} - 0.5y_{t-2} + 0.25y_{t-3} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$;

   b) $y_t = 2 + y_{t-1} - 0.5y_{t-2} + 0.5y_{t-3} + \varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$;

   c) $y_t = -1 - y_{t-2} - 0.25y_{t-4} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-3}$,

   где $(\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$ — гауссовский белый шум со средним 0 и дисперсией σ^2, который так же не зависит от $y_{t-i}, i \geqslant 1$. Являются ли ряды стационарными в широком смысле? Определите тип процесса в терминах $ARIMA(p, d, q)$. Если ряд стационарен, выпишите его $MA(\infty)$-представление в явном виде.

2. Для временного ряда из задачи 1c, вычислите математическое ожидание и дисперсию y_t.