

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/344770520>

# Filtry studie

**Method** · October 2020

DOI: 10.13140/RG.2.2.16329.36961

---

CITATIONS

0

---

READS

40

**1 author:**



**Josef Punčochář**

VSB - Technical University of Ostrava

**120** PUBLICATIONS **155** CITATIONS

SEE PROFILE

*Úkoly typu navrhnete dolní (horní) propust (Butterworth, Bessel, Čebyšev) jsou vlastně velmi jednoduché. Podstatně složitější může být, proč takový filtr vůbec navrhovat.*

### **Popis možné situace**

Na rizikovém pracovišti je izolovaný metalický systém, který umožňuje účastníkům (z kritických míst) komunikaci s dispečerem. Na stejném vedení se vyskytuje stále přítomný signál o frekvenci  $f_v = 10$  kHz a úrovni 100 mV, který indikuje například přítomnost plamene hořáku. Na vedení je rovněž rušení o frekvenci 50 Hz a 100 Hz (běžná průmyslová rušení) o úrovni cca 50 mV. Úroveň hovorového signálu je cca 700 mV. Impedance vedení je 300  $\Omega$ .

### **Úkol:**

Navrhnete filtry pro akustickou cestu!

### **Analýza situace:**

Předpokládejme, že úroveň každé rušivé složky nesmí přesáhnout 2% úrovně akustického signálu – tedy hodnotu 14 mV. Proto musí být rušení na 50 Hz a 100 Hz potlačeno nejméně  $50/14 = 3,57$  krát (o 11,06 dB) a rušení na 10 kHz musí být potlačeno nejméně  $100/14 = 7,14$  krát (o 17,1 dB).

Pro akustický hovor stačí pásmo frekvencí 300 Hz až 3500 Hz, na hraničních frekvencích může být pokles přenosu 3 dB (nejde o měřicí systém). Z tohoto hlediska vyhoví Butterworthova aproximace filtru.

Potřebujeme tedy navrhnout filtr se vstupní impedancí podstatně větší než 300  $\Omega$ , dolním kmitočtem 300 Hz s potlačením (útlumem; proti pásmu propustnosti) 11 dB na 100 Hz (bod **A** v obr. 1; 50 Hz je menší hodnota frekvence, bude potlačena více – viz dále Obr. 1); s horním kmitočtem 3500 Hz a s potlačením 17 dB (proti pásmu propustnosti) na frekvenci 10 kHz (bod **B** v obr. 1).

Situaci je zachycena na obrázku – Obr. 1.



Obr. 1 Asymptotické zobrazení „situace“

Ze zobrazení požadavků je zřejmé, že bodem A prochází asymptota se strmostí +23,5 dB/dek (změna přenosu mezi 30 a 300 Hz). Horní propust 1. řádu má strmost pouze +20 dB/dek, musíme tedy použít **horní propust 2. řádu** se strmostí +40 dB/dek a charakteristickou frekvencí 300 Hz.

Ze zobrazení požadavků je rovněž zřejmé, že bodem B prochází asymptota se strmostí -35,5 dB/dek (změna přenosu mezi 3500 a 35000 Hz). Dolní propust 1. řádu má strmost pouze -20 dB/dek, musíme tedy použít **dolní propust 2. řádu** se strmostí -40 dB/dek a charakteristickou frekvencí 3500 Hz.

Ostatně, pokud jsme zvolili Butterworthovu aproximaci, můžeme určit potřebné řády filtru i výpočtem [Theory of electronic circuits, Chapter 7 – přiloženo jako materiál „filters“; Operační zesilovače v elektronice, str. 337 a str. 339]. Potřebný řád n dolní propusti pro danou aproximaci je

$$n = \frac{\log(10^{\alpha/10} - 1)}{2 \cdot \log(\omega_1/\omega_0)} = \frac{\log(10^{\alpha/10} - 1)}{2 \cdot \log(f_1/f_0)}$$

$\alpha$  je požadovaný útlum v dB na kmitočtu  $\omega_1 > \omega_0$

$\omega_0$  je charakteristický kmitočet filtru.

Pro naše poměry je tedy  $f_0 = 3500 \text{ Hz}$ ;  $\alpha = 17 \text{ dB}$  na 10 kHz; tedy potřebný řád dolní propusti je

$$n = \frac{\log(10^{\alpha/10} - 1)}{2 \cdot \log(f_1/f_0)} = \frac{\log(10^{17/10} - 1)}{2 \cdot \log(10^4/3500)} = \frac{\log(50,12 - 1)}{2 \cdot \log(2,86)} = \frac{1,69}{0,91} = 1,85$$

Protože „umíme“ pouze celé hodnoty  $n$ , musíme použít nejbližší větší číslo, tedy 2! To odpovídá předchozímu „grafickému řešení problému“.

Pro horní propust platí vztah pro určení řádu v reciproké podobě:

$$n = \frac{\log(10^{\alpha/10} - 1)}{2 \cdot \log(\omega_0/\omega_1)} = \frac{\log(10^{\alpha/10} - 1)}{2 \cdot \log(f_0/f_1)}$$

$\alpha$  je požadovaný útlum v dB na kmitočtu  $\omega_1 < \omega_0$  (*log ve jmenovateli musí vždy „dát“ kladné číslo aby i n bylo kladné číslo!*)

$\omega_0$  je charakteristický kmitočet filtru.

Pro naše poměry je tedy  $f_0 = 300 \text{ Hz}$ ;  $\alpha = 11 \text{ dB}$  na 100 Hz; tedy potřebný řád dolní propusti je

$$n = \frac{\log(10^{1,1} - 1)}{2 \cdot \log(3)} = \frac{1,06}{0,95} = 1,11$$

Musíme tedy volit horní propust 2. řádu. Je jasné, že na frekvenci 50 Hz bude potlačení ještě větší.

Kaskádním řazením HP2 a DP2 (Butterworthova aproximace) dosáhneme požadovaných vlastností.

V tomto okamžiku jsme vlastně vyřešili tzv. **aproximační problém** pro výchozí situaci. Požadované filtry lze řešit různými způsoby, vždy však musí být realizovány HP2 a DP2 – Butterworthova aproximace.

### Realizace 1

Velmi pohodlným řešením jsou některé tabulky filtrů. Příklady viz níže:

Tabulka 27

Realizace Besselových a Butterworthových DP 2. až 4. řádu; vztaženo k  $f_3$  (frekvence poklesu přenosu o 3 dB;  $f_0$  - charakteristická frekvence v aproximačních vztazích pro požadovaný filtr - přenos na  $f_0$  dle aproximace); filtry vhodné pro reproduktorové výhybky.

Zapojení	Bessel	Butterworth	Poznámky
<p>DP 2. řádu -12 dB/okt</p>	$C_A = 0,9076 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_B = 0,6809 / [R \cdot 2\pi f_3]$	$C_A = 1,414 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_B = 0,7071 / [R \cdot 2\pi f_0]$	$C_1 \rightarrow C_B$ $C_2 \rightarrow C_A$ obr. 254
<p>DP 3. řádu -18 dB/okt</p>	$C_A = 0,9548 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_B = 0,4998 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_D = 0,7560 / [R \cdot 2\pi f_3]$	$C_A = 2 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_B = 0,5 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_D = 1 / [R \cdot 2\pi f_0]$	$C_1 \rightarrow C_B$ $C_2 \rightarrow C_A$ $C_3 \rightarrow C_D$ obr. 254 obr. 253
<p>DP 4. řádu -24 dB/okt</p>	$C_A = 0,7298 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_B = 0,6699 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_C = 1,0046 / [R \cdot 2\pi f_3]$ $C_D = 0,3872 / [R \cdot 2\pi f_3]$	$C_A = 1,0824 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_B = 0,9239 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_C = 2,6130 / [R \cdot 2\pi f_0]$ $C_D = 0,3827 / [R \cdot 2\pi f_0]$	$C_1 \rightarrow C_B$ $C_2 \rightarrow C_A$ $C_3 \rightarrow C_C$ $C_4 \rightarrow C_D$ obr. 254
	$f_3 = f_0 \cdot k_n$	$f_3 = f_0$	$R = 4k7 \text{ až } 10k$

Tabulka 30

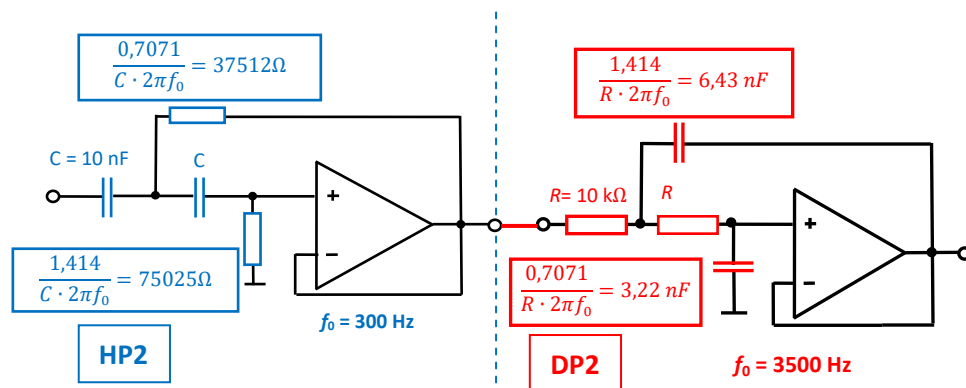
Realizace Besselových a Butterworthových HP 2. až 4. řádu (vhodné pro reproduktorové výhybky),  $f_3$  - pokles přenosu o 3 dB.

Zapojení	Bessel	Butterworth	Poznámky
<p>HP 2. řádu +12 dB/okt</p>	$R_A = 1,1017 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_B = 1,4688 / [C \cdot 2\pi f_3]$	$R_A = 0,7071 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_B = 1,414 / [C \cdot 2\pi f_0]$	$R_2 \rightarrow R_A$ $R_1 \rightarrow R_B$ obr. 262
<p>HP 3. řádu +18 dB/okt</p>	$R_A = 1,0474 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_B = 2,0008 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_D = 1,3228 / [C \cdot 2\pi f_3]$	$R_A = 0,5 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_B = 2 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_D = 1 / [C \cdot 2\pi f_0]$	$R_2 \rightarrow R_A$ $R_1 \rightarrow R_B$ $R_3 \rightarrow R_D$ obr. 262 obr. 261
<p>HP 4. řádu +24 dB/okt</p>	$R_A = 1,3701 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_B = 1,4929 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_C = 0,9952 / [C \cdot 2\pi f_3]$ $R_D = 2,5830 / [C \cdot 2\pi f_3]$	$R_A = 0,9239 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_B = 1,0824 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_C = 0,3827 / [C \cdot 2\pi f_0]$ $R_D = 2,6130 / [C \cdot 2\pi f_0]$	$R_2 \rightarrow R_A$ $R_1 \rightarrow R_B$ $R_3 \rightarrow R_C$ $R_4 \rightarrow R_D$ obr. 262
	$f_3 = f_0 \cdot k_n$	$f_3 = f_0$	$C = 4n7 \text{ až } 10n$

Poznámka k tabulkám: strmosti  $n \times 6$  dB/okt odpovídá strmosti  $n \times 20$  dB/dek; oktáva – dvojnásobek frekvence. Besselovy filtry zde již počítají s frekvencí poklesu přenosu o 3 dB, jejich charakteristický kmitočet lze dopočítat pomocí  $k_n$  – viz uváděná literatura

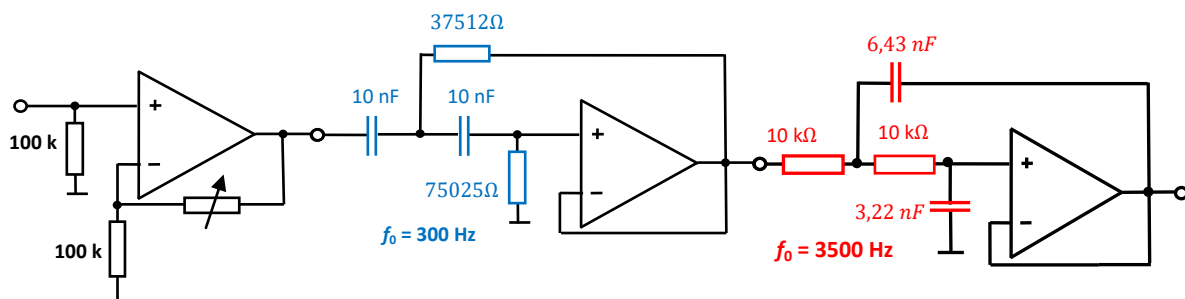
V uvedených tabulkách je přenos filtrů v pásmu propustnosti roven jedné (0 dB), potřebné vlastnosti (činitel jakosti Q) se nastavují poměrem pasivních součástek – viz uvedená literatura.

Vlastní filtrační struktura pak může vypadat podle Obr. 2:



**Obr. 2** Kaskádní řazení HP2 a DP2 požadovaných vlastností; přenos v pásmu propustnosti je 1 (0 dB)

Musíme ještě dořešit problém impedance vedení ( $300 \Omega$ ). Tento odpor by se řadil sériově s „první“ kapacitou  $C$ . To by vedlo ke změně vlastností horní propusti. Výstupní odpor zdroje signálu by měl být ideálně nulový. Proto před horní propust předřadíme například neinvertující zapojení operačního zesilovače, kde můžeme snadno zajistit značný vstupní odpor – současně můžeme nastavit i doplňkové zesílení celého řetězce. Situace pro dolní propust je dobrá, protože výstupní odpor horní propusti je velmi malý proti hodnotě  $10 \text{ k}\Omega$  - ke změně vlastností dolní propusti tedy nedochází. Výsledné zapojení se vstupním odporem například  $100 \text{ k}\Omega$  a nastavitelným přenosem v pásmu propustnosti je na Obr. 3.



**Obr. 3** Kaskádní řazení HP2 a DP2 požadovaných vlastností; přenos v pásmu propustnosti je nastavitelný vstupním oddělovacím zesilovačem

## Realizace 2

Pokud nemáme k dispozici vhodné tabulky, musíme se ponořit poněkud hlouběji do teorie. Normovaný přenos pro Butterworthovy filtry 2. řádu je [Theory of electronic circuits, Chapter7 – přiloženo jako materiál „FILTERS“]:

$$\frac{1}{s^2 + 1,414s + 1}$$

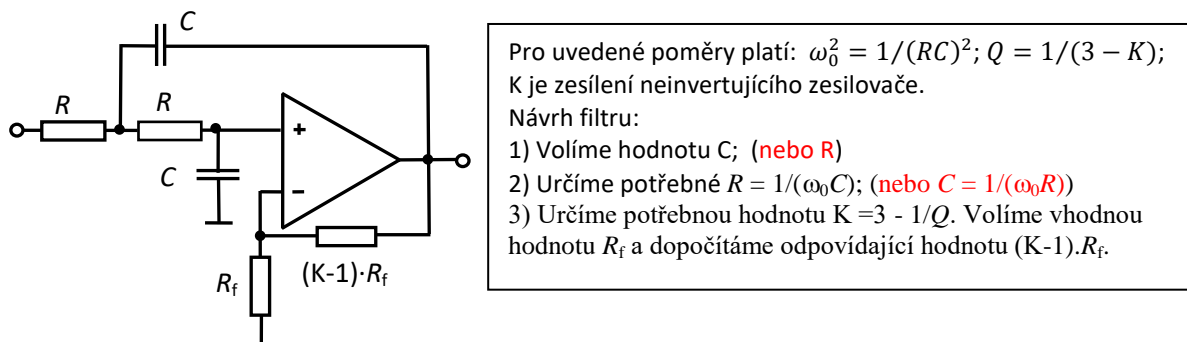
Pro dolní propust transformujeme normovaný kmitočet vztahem  $s \rightarrow p/\omega_0$

Elementárními úpravami tak dospějeme k přenosu Butterworthovské dolní propusti 2. řádu:

$$\frac{\omega_0^2}{p^2 + 1,414p\omega_0 + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + p\frac{\omega_0}{0,707} + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + p\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Musíme tedy realizovat dolní propust 2. řádu s činitelem jakosti  $Q = 0,707$ .

Tentokrát se rozhodneme pro nejčastěji používanou strukturu, která se velmi dobře nastavuje, protože nastavení činitele jakosti neovlivňuje charakteristický kmitočet – to je v praxi značná výhoda. Nemůžeme volit libovolně zesílení, to ovšem není příliš na závadu - Obr. 4.



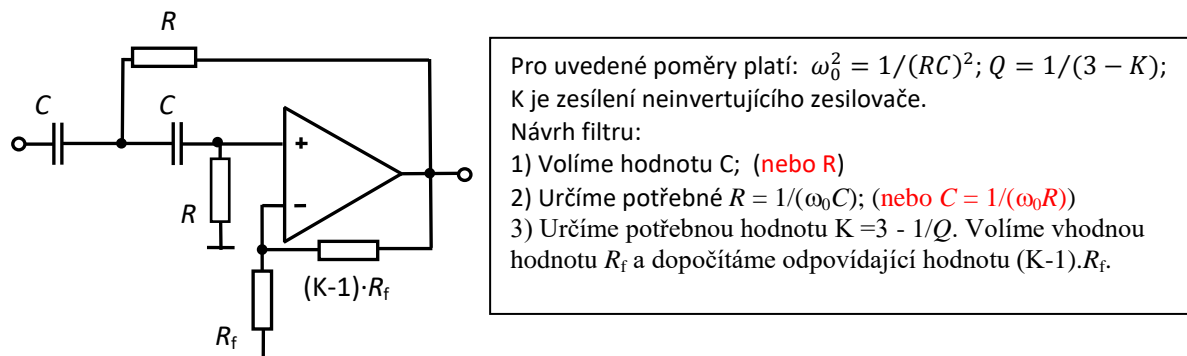
**Obr. 4** Varianta dolní propusti 2. Řádu – filtr Sallen-Key

Požadujeme dolní propust, její  $\omega_0 = 2\pi \cdot 3500$ ; volíme  $R = 10 \text{ k } \Omega$ ; potom  $C = 1/(\omega_0 R) = 1/(2\pi \cdot 3500 \cdot 10^4)$ ;  $C = 4,55 \text{ nF}$ . Potřebné zesílení je  $K = 3 - 1/Q = 3 - 1/0,707 = 3 - 1,414 = 1,586$ . Zvolíme  $R_f = 10 \text{ k } \Omega$ ; potom odpor  $(K-1) \cdot R_f = 5,86 \text{ k } \Omega$  zajistí zesílení pro zajištění potřebného činitele jakosti.

Pro horní propust transformujeme normovaný kmitočet reciprokým vztahem  $s \rightarrow \omega_0/p$ . Po jednoduchých úpravách obdržíme vztah

$$\frac{p^2}{p^2 + 1,414p\omega_0 + \omega_0^2} = \frac{p^2}{p^2 + p\frac{\omega_0}{0,707} + \omega_0^2}$$

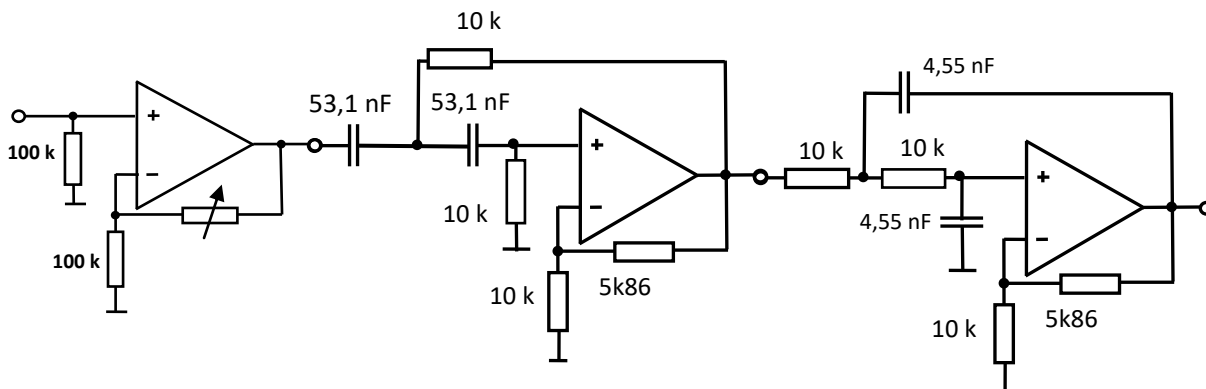
Pro Butterworthovu aproximaci musíme tedy realizovat horní propust 2. řádu s činitelem jakosti  $Q = 0,707$ . Použijeme reciproký obvod k obvodu z Obr. 4 – Obr. 5.



**Obr. 5** Varianta horní propusti 2. Řádu – filtr Sallen-Key

Požadujeme horní propust, jejíž  $\omega_0 = 2\pi \cdot 300$ ; volíme  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ; potom  $C = 1/(\omega_0 R) = 1/(2\pi \cdot 300 \cdot 10^4)$ ;  $C = 53,1 \text{ nF}$ . Potřebné zesílení je  $K = 3 - 1/Q = 3 - 1/0,707 = 3 - 1,414 = 1,586$ . Zvolíme  $R_f = 10 \text{ k}\Omega$ ; potom odpor  $(K-1) \cdot R_f = 5,86 \text{ k}\Omega$  zajistí zesílení pro zajištění potřebného činitele jakosti.

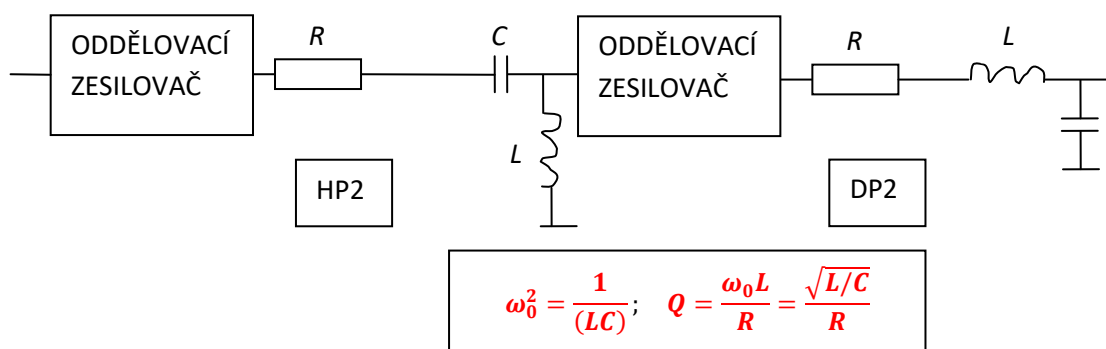
Je zřejmé, že stejný činitel jakosti pro HP2 i DP2 vyžaduje u tohoto typu (řešení) filtrů stejné zesílení  $K = 1,586$ . Znamená to, že přenos v pásmu propustnosti při kaskádním řazení nyní bude  $1,586 \times 1,586 = 2,515$  (+8 dB). Všechny útlupy vůči přenosu v pásmu propustnosti zůstávají zachovány – celý „modrý“ průběh na Obr. 1 se jednoduše posune o 8 dB nahoru.



**Obr. 6** Kaskádní řazení HP2 a DP2 požadovaných vlastností, kde přenos v pásmu propustnosti je +8 dB a dále nastavitelný vstupním oddělovacím zesilovačem.

### Další realizace

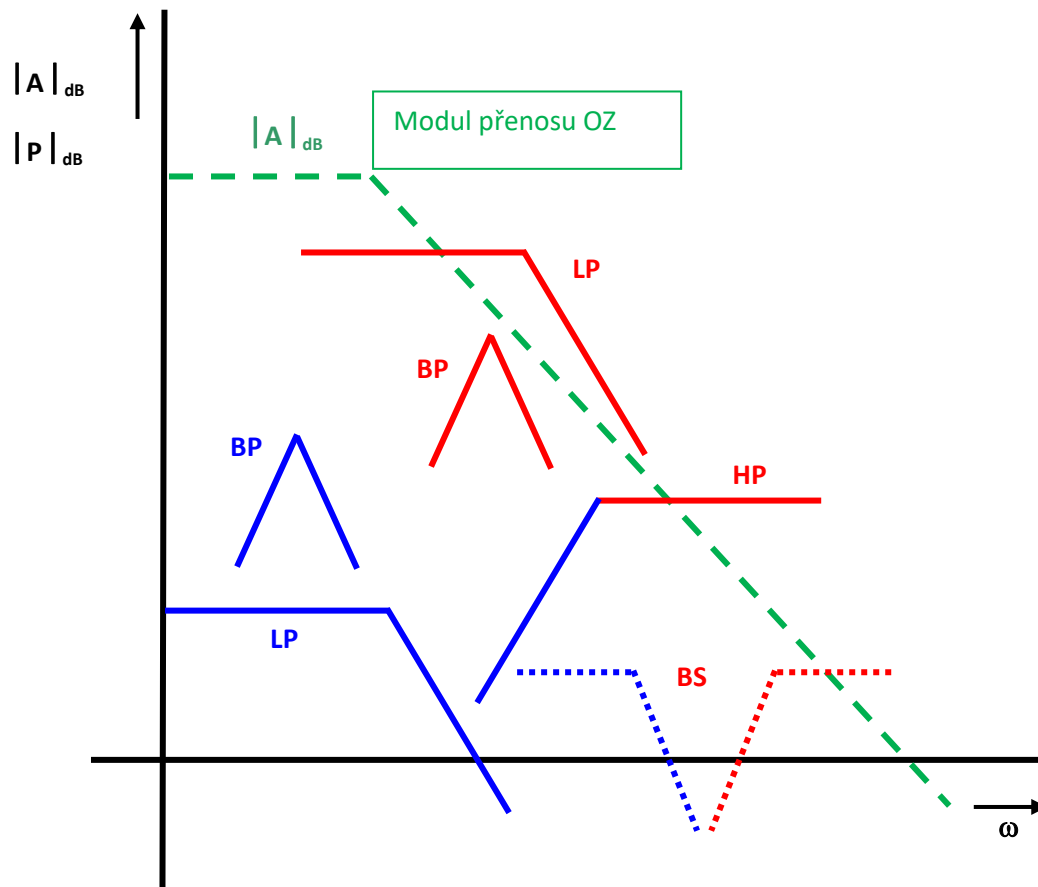
Samozřejmě jsou možné i jiné realizace přenosových funkcí. Pro Butterworthovu aproximaci 2. řádu musíme vždy zajistit činitel jakosti 0,707 a patřičnou frekvenci. Problém by šel dokonce řešit i pasivními obvody a oddělovacími zesilovači – Obr. 7. Stačí si uvědomit základní vlastnosti sériového rezonančního obvodu. Ovšem realizace indukčností, zvláště na nízkých kmitočtech, je ožehavá záležitost. Jsou rozměrné a těžké, drahé a vždy nelineární.



**Obr. 7** Kaskádní řazení pasivních propustí a oddělovacích zesilovačů

Pokud jste dospěli ve studiu až sem, umíte si představit některé elementární problémy – snad. Ve všech předchozích úvahách jsme tiše předpokládali, že použité operační zesilovače jsou ideální. To však není nikdy pravda. Analýza zapojení s reálnými zesilovači je možná, ale většinou velmi náročná.

Pro orientační posouzení požadavků na použité operační zesilovače doporučuji v prvním kroku promyslet „grafické kritérium“:



**Fig. 43 A „Graphical criterion of operational amplifier usability“:** modulus of needed transfer function is much less than modulus of OPA gain – **blue lines – satisfactory functions; red lines - not satisfactory functions**

Také můžete nahlédnout na konec Chapter 7.

Po vstřebání tohoto materiálu byste snad měli být schopni „rozumně“ pracovat alespoň s Butterworthovými aproximacemi. Pro to jsou ve studijních materiálech všechny potřebné údaje. Další rozsáhlý materiál o filtrech je obsažen v „Vybrané kapitoly...“ To už ovšem dalece přesahuje rámec tohoto kurzu – z časových a „objemových“ důvodů. Zde jde spíše o to, že dovedeme metodou zobecněných uzlových napětí analyzovat i filtry. Jedna vyhrazená přednáška – jako aplikace určité metody analýzy obvodů – nemůže nahradit systematickou výuku (běžně několikasemestrovou) teorie filtrů.