

1. (10%)說明下列函數 f 在 $x=0$ 是否可微? 請用導數極限定義說明:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

2. 求導數(30%)

(a) $g(x) = \cos^3(\tan 4x)$

(b) $f(t) = \frac{\sqrt{3t+1}}{t}$

(c) $f(x) = (3+2x) \cdot e^{-3x+1}$

(d) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{x-2}{2x+1}}$

(e) $g(t) = (t-3)^{1+\ln t}$

(f) $g(x) = e^{2x} \arccos 2x$

3. 求下列方程式圖形在 $(1, 0)$ 的切線方程式 10%

$$\arctan(x+y) = y^2 + \frac{\pi}{4}$$

4. $f(x) = 3x^{\frac{2}{5}} - 2x$, 求 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 的絕對極值. (10%)

5. 求 $f(x) = 2x - \tan x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 的相對極值及遞增、遞減區間(10%)

6. (a) 敘述 均值定理 (Mean Value Theorem)(5%)

(b) 給 $f(x) = \frac{x}{x-5}$, $x \in [1, 4]$, 將在 $(1, 4)$ 中滿足均值定理的 c 點找出來(6%)

7. 如圖，棒球場是邊長 90 呎的正方形，某選手以每秒 25 呎的速率從二壘跑向三壘，求選手在離三壘 20 呎處，選手到本壘之間距離的變化率是多少？(10%)

8. (9%) 求 $f(x) = \sin x + \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的反曲點並討論其凹性。