

Escenarios de estrés en portafolios de inversiones: Un enfoque empírico

Superintendencia de Bancos, Departamento de Estudios Económicos

Stefan Bolta, FRM.

Junio 30, 2025

Abstract

Esta investigación presenta un proceso de construcción de escenarios de estrés siguiendo principios puramente empíricos. La aplicación se desarrolla utilizando la técnica de meta-labeling para identificar períodos con características similares en la serie de tasas de interés y, posteriormente, analizar el comportamiento del índice benchmark durante esos períodos. Los datos se aproximan a la función de densidad de probabilidad empírica mediante la solución cerrada de la familia de distribuciones Pearson Tipo IV. A partir de esto, se generan los escenarios por medio de Simulación de Monte Carlo (SMC) utilizando datos sintéticos y se interpretan los resultados. Finalmente, se proponen dos métodos para la aplicación de choques generados sobre un portafolio particular.

Palabras clave: portafolio de inversiones, riesgos financieros, prueba de estrés, simulación de Monte-Carlo.
Clasificación JEL: G00, G10, G17, G20, G21.

Metodología

Continuando sobre el marco anterior¹, nuestro principal interés consiste en explorar la posibilidad de generación de escenarios de estrés en el portafolio de inversiones de renta fija con una condición: reducir la dependencia paramétrica presente en el enfoque híbrido previamente explorado. En esta ocasión, adoptaremos un enfoque puramente empírico haciendo el uso exclusivo de la data observable para desarrollar, calibrar y validar el modelo de riesgos. Nuestra propuesta pertenece a la familia de metodologías no paramétricas. Su principal característica radica en su capacidad natural para asimilar la memoria inherente en el proceso autorregresivo de la volatilidad realizada, permitiendo capturar la dinámica subyacente del proceso generador con un nivel de complejidad reducido². Consideramos que esto tiene el potencial de robustecer la estimación de riesgos preservando una característica fundamental de los modelos GARCH: su capacidad para modelar el impacto condicional de los choques de volatilidad, y apalancándose en la flexibilidad que ofrecen los modelos empíricos. Finalmente, valoramos la interpretabilidad del modelo como una cualidad altamente deseable y necesaria para comunicar las propiedades que definen cada estado.

Las desventajas del enfoque fueron señaladas por Jorion³. La consideración más importante de todas radica en el problema de inducción: *¿la función generadora ha releveledo realmente sus verdaderas propiedades?*. Este constituye el principal factor detrás del riesgo de modelo.

¹Bolta (2024). Volatilidad realizada y el riesgo de mercado: Aplicación del Value-at-Risk (VaR) en el índice GOBIXDR.

²La complejidad inherente en la estimación GARCH y la sensibilidad al cambio en los parámetros pueden impactar la convergencia y, como resultado, distorsionar la persistencia a raíz de la existencia del "factor de confusión". Véase: Hillebrand, E. (2005). Neglecting parameter changes in GARCH models. *Journal of Econometrics*, 129(1-2), 121-138.

³Global Association of Risk Professionals. (2007). *Financial risk manager handbook*. John Wiley and Sons.

Table 1: Taxonomía modelo

Métodos No Paramétricos	
Simulación Histórica	Simple Bootstrap Densidad no paramétrica
Simulación Histórica Ponderada	Ponderada por el tiempo Ponderada por volatilidad Ponderada por correlación Filtrada

Table 2: Características familiares

Características	Simulación Monte Carlo
Método de Estimación	Completo
Distribución	
Tipo	General
Eventos Extremos	Posible
Implementación	
Facilidad estimación	No
Facilidad comunicación	Difícil
Precisión	Adecuada (con suficientes iteraciones)
Mayor debilidad	Riesgo de modelo

El propósito de la prueba de estrés es evaluar la capacidad del portafolio para absorber choques derivados de condiciones adversas. Las guías y prácticas recomendadas⁴ indican que el escenario de estrés debe ser *plausible pero poco probable*. Cualquier elección de escenario debe considerarse informativa y relevante con miras al futuro⁵.

En esta investigación, seguimos el enfoque *bottom-up*⁶ con el propósito de ofrecer un ejemplo de aplicación simple y adaptable. La aplicación infiere el comportamiento de bonos gubernamentales directamente a partir de la serie de precios del índice GOBIXDR. Desde el punto de la taxonomía de modelo de riesgos, el método corresponde a la Simulación Histórica Ponderada con una combinación de la densidad no paramétrica y la ponderación por evento basado en regla (meta-label). El ejercicio de modelación tiene como objetivo informar sobre el impacto hipotético de eventos con la probabilidad de ocurrencia remota. Para responder

⁴Bank for International Settlements (2018). Stress testing principles.

⁵Esto incluye elementos de comportamiento anticíclico. Por ejemplo, si las tasas de interés han permanecido en niveles relativamente bajos y existen indicios de una aceleración en la inflación, sería razonable considerar escenarios de endurecimiento de la postura monetaria. Lo mismo aplica a contextos en los que la tendencia de los precios de los activos ha sido consistentemente al alza, haciendo necesaria la evaluación del impacto de una posible corrección. Determinar los efectos en dichos escenarios condicionales es precisamente el objetivo de un programa de prueba de estrés.

⁶Comúnmente, existen dos estrategias para el diseño de un escenario de estrés: "top-down" y "bottom-up". La primera se basa en una estructura jerárquica, relativamente rígida, que modela el impacto a partir de relaciones de causalidad previamente establecidas. Por lo general, este enfoque inicia con factores macroeconómicos cuyos efectos se transmiten hacia la economía real, y posteriormente al mercado financiero y al sector específico donde se origina el choque. En contraste, el enfoque "bottom-up" interpreta las relaciones de manera más flexible, partiendo desde los niveles más bajos de la estructura. Esto implica que los choques se aplican de forma indirecta, sin requerir una jerarquía explícita en las relaciones ni asumir una interpretación causal definida.

a esta consideración empírica y cumplir con el objetivo propuesto, se recurre al uso de una serie univariada⁷ con disponibilidad histórica que, a lo largo del tiempo, tenga la mayor probabilidad de haber asimilado distintos estados del ciclo económico, el mercado de tasas de interés, y una variedad de choques financieros. En ese contexto, el índice GOBIXDR contiene datos diarios que abarcan un período superior a 10 años⁸. Durante ese tiempo, ha registrado choques por factores tanto internos como externos: diversos ciclos de flexibilización y restricción monetaria, mercados alcistas y bajistas, el impacto de la pandemia de COVID-19 y su recuperación posterior, choques macroeconómicos —incluyendo el surgimiento inflacionario derivado de las disrupciones globales en las cadenas de suministro— así como conflictos geopolíticos y armados, entre otros. El historial ofrece una gama de situaciones que fueron asimiladas en el comportamiento del mercado de renta fija.

En el contexto de la definición de un escenarios de estrés, se hace necesario responder dos preguntas: 1) *¿De qué manera podemos definir un escenario?*, y 2) *¿Cómo elegir la probabilidad de ocurrencia?*. En el primer caso, abordamos el problema de la forma más simple posible con el objetivo de ilustrar el principio de aplicación. La información utilizada es cualitativa, con un alto nivel de significado económico, y se encuentra públicamente disponible. El indicador que define los escenarios presentados se construye a partir de las decisiones sobre el nivel de la tasa de interés de política monetaria. En segundo lugar, con el fin de aproximar la apreciación cualitativa a una escala cuantitativa, se observa una guía de evaluación de tipo militar⁹, la cual permite interpretar la probabilidad de ocurrencia de manera estructurada:

Table 3: Escala de probabilidad de ocurrencia

Rango (%)	Término utilizado
0 - 5	Probabilidad remota
10 - 20	Muy poco probable
25 - 35	Improbable
40 - 50	Probabilidad realista
55 - 75	Probable
80 - 90	Muy probable
95 - 100	Casi seguro

En cuanto a la elección de la magnitud del impacto, la literatura financiera suele enfocarse en probabilidades consideradas como remotas correspondientes a un rango de ocurrencia entre el 1% y el 5%. No obstante, para fines de informar las decisiones con rigurosidad, es importante mantener una perspectiva basada en la distribución completa. Esto se debe a que, en algunas ocasiones, el investigador pudiera estar interesado en identificar el *punto de quiebre*, como lo establecen las prácticas de *Reverse Stress-Testing*¹⁰.

Consideremos, un escenario definido como R_i , con probabilidad condicional $P(R_i | T)$, donde el estado R_i en el momento T se define según la siguiente regla:

$$R_{i,T} = \begin{cases} +1, & \text{si } r_T > r_{T-1} \\ 0, & \text{si } r_T = r_{T-1} \\ -1, & \text{si } r_T < r_{T-1} \end{cases} \quad (1)$$

⁷El lector atento notará que se está respondiendo una pregunta que, en su naturaleza, es multivariada: un portafolio de bonos puede contener un número considerable de emisiones, cada una con diferentes plazos y condiciones. A esto se suman distintas condiciones de mercado, las cuales tienden a variar en el tiempo. La realidad es que, en un mundo imperfecto, debemos adoptar aproximaciones simplificadas.

⁸Este índice es estimado y publicado diariamente por la Bolsa de Valores de la República Dominicana.

⁹Disponible: <https://www.gov.uk/government/news/defence-intelligence-communicating-probability>. Para un análisis comparativo de estándares ver: Dhami, M. K., and Mandel, D. R. (2020, May 20). UK and US policies for communicating probability in intelligence analysis: A review. <https://doi.org/10.31234/osf.io/kuyhb>

¹⁰Aikman, D., Angotti, R., Budnik, K. (2024). Stress testing with multiple scenarios: a tale on tails and reverse stress scenarios.

La variable r_T representa el nivel de la TPM en intervalos mensuales (T, T_{-1}) . Por construcción, el estado $R_{i,T}$ se encuentra restringido a tres escenarios $i = (1, 2, 3)$, que representan posibles estados de la Tasa de Política Monetaria (TPM) al momento de decisión de las autoridades, Δr_t : 1) *incremento*, 2) *permanencia* o, 3) *reducción*. Estos son observables directamente en las decisiones adoptadas en el pasado por las autoridades monetarias¹¹. El retorno del *benchmark* rb impactado por la decisión r_T , corresponde al mes calendario posterior a la decisión sobre la dirección de la tasa de interés, y se encuentra dentro del intervalo temporal $(t+1, T')$, donde rb contiene información diaria t en secuencia $(t+1, 2...n)$ hasta el fin del período T' , el cual coincide con el momento de la siguiente decisión sobre el nivel de la TPM¹². Una vez asignado el meta-label $R_{i,T}$, se examinan los retornos diarios de la muestra antes de realizar los procedimientos y las inferencias detalladas más adelante¹³. La regla definida es simple y altamente relevante. Se basa en un criterio fundamental, dado que posee el vínculo directo entre la postura monetaria de las autoridades y los fundamentos económicos que motivan la decisión sobre el nivel de tasa de interés. Al observar la acción tomada, no resulta necesario recurrir a la complejidad de modelar indicadores ni la construcción de modelos satélite para extrapolar relaciones que, en la práctica, suelen ser estadísticamente débiles.

Para resumir, la conveniencia del método elegido reside en dos aspectos: primero, su capacidad para definir criterios y segregar la muestra histórica de manera condicional; segundo, su habilidad natural para capturar la variabilidad de la función generadora, al reflejar una propiedad fundamental del proceso: la volatilidad cambiante en el tiempo (heteroscedasticidad), sin depender de una formulación explícita (y cerrada) del problema que, en muchos casos, restringe la interpretación de los cambios únicamente a variaciones en los parámetros utilizados¹⁴.

Finalmente, bajo el enfoque empírico, la definición del proceso generador evoluciona con el tiempo a medida que se incorporan nuevas observaciones. Este mecanismo tiene el efecto esperado de acercarse progresivamente a la verdadera naturaleza del proceso subyacente reflejada en la serie. En contraste, la parametrización rígida que asume procesos determinísticos para modelar el generador conlleva el riesgo de sufrir rupturas de modelo —acumulativas y discretas en el tiempo— debido a su naturaleza inflexible.

Table 4: Distribución de estados R_i

Retornos GOBIXDR	Δ TPM		
condicional	$R_{i=1}$ incremento	$R_{i=2}$ sin cambios	$R_{i=3}$ reducción
meses	13	104	19
% muestra	9.56%	76.47%	14.97%
observaciones	272	2106	398

¹¹Las estrategias de gestión afectan directamente el nivel de reservas y liquidez del sistema en sentido amplio, el costo del dinero (tasa) o el flujo en movimiento de capitales. Para estos fines, la magnitud de los cambios no fue considerada.

¹²Las decisiones de política monetaria se anuncian ordinariamente el último día de cada mes y, por lo general, entran en vigor al inicio del siguiente período calendario. No obstante, en situaciones excepcionales, estas pueden derivar de reuniones extraordinarias. Por ejemplo, la más reciente ocurrió durante la pandemia de COVID-19, cuando el 18 de marzo de 2020, el Banco Central redujo la TPM de 3.50 a 3.00 por ciento anual en una sesión extraordinaria.

¹³Es importante notar que, en la práctica, el meta-label $R_{i,T}$ puede ser reemplazado por el estado proveniente de cualquier otro indicador (o su transformación), por ejemplo: el nivel de tasas de interés, su transformación que captura la tendencia como es el caso de la media móvil, el nivel en el spread de crédito, el estado de condiciones financieras, la forma de la curva de rendimientos, así como cualquier medida macroeconómica relevante, entre otros.

¹⁴Particularmente, la formulación presentada se encuentra implícita en el criterio definido por el meta-label, y no —como ocurre en el caso del proceso GARCH— en una especificación predeterminada sobre la relación entre variaciones diarias en distintos momentos del tiempo. Por ejemplo, el orden autorregresivo ($p = 1$, $q = 1$) presupone una dependencia con una observación rezagada para describir el comportamiento del término de error ε_t y la evolución de la varianza σ^2 . Esta especificación puede mostrar una tendencia natural a variar conforme se redefinen los bloques de tiempo usados para entrenar y calibrar el modelo. El investigador puede modificar las ventanas de tiempo, jugar con variaciones en los parámetros, pero su descripción estructural permanece restringida a la especificación del modelo.

Retornos diarios GOBIXDR segregado por régimen R(i)

2014-04-10 / 2022-12-30

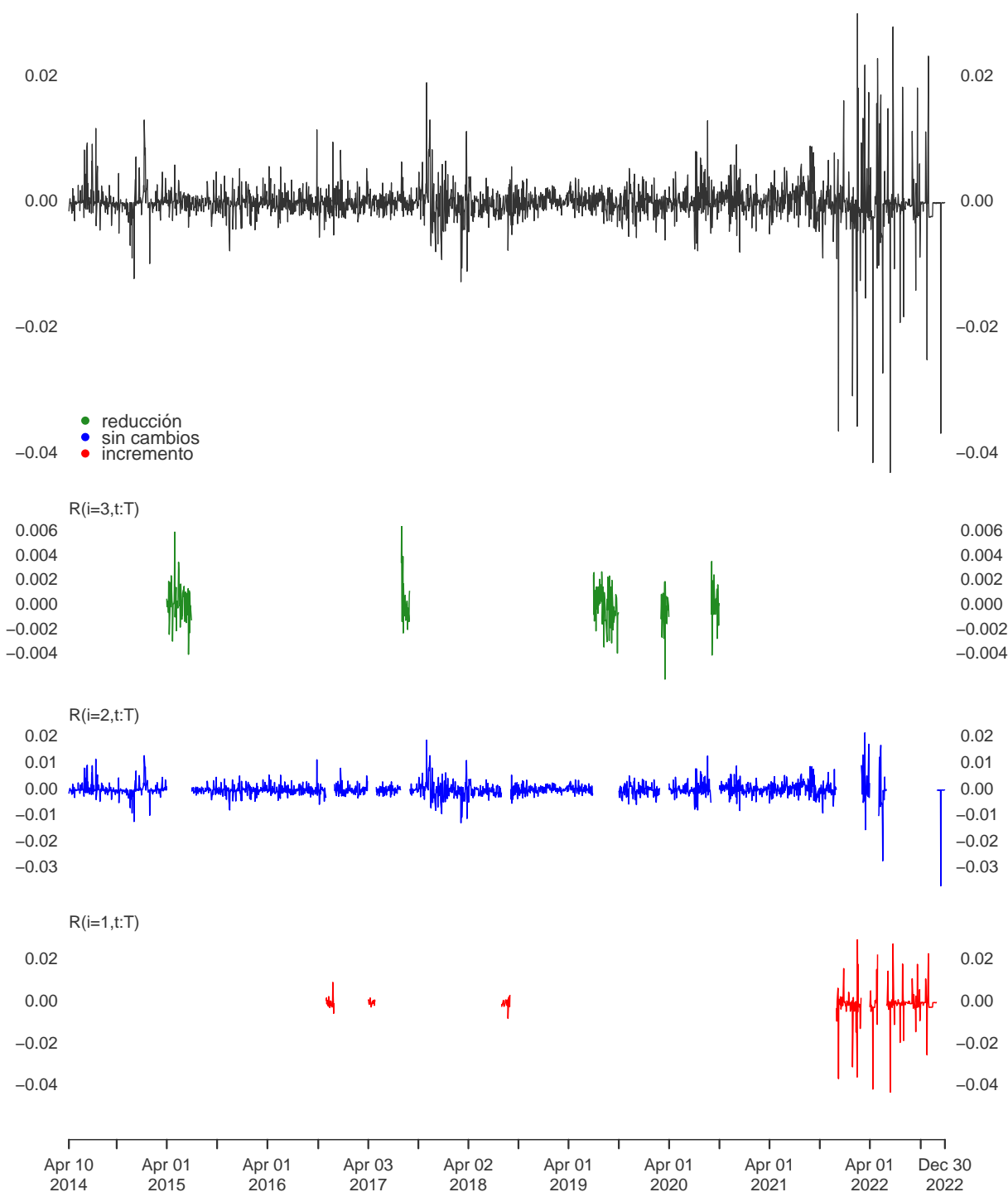


Table 5: Probabilidad de transición entre regímenes TPM

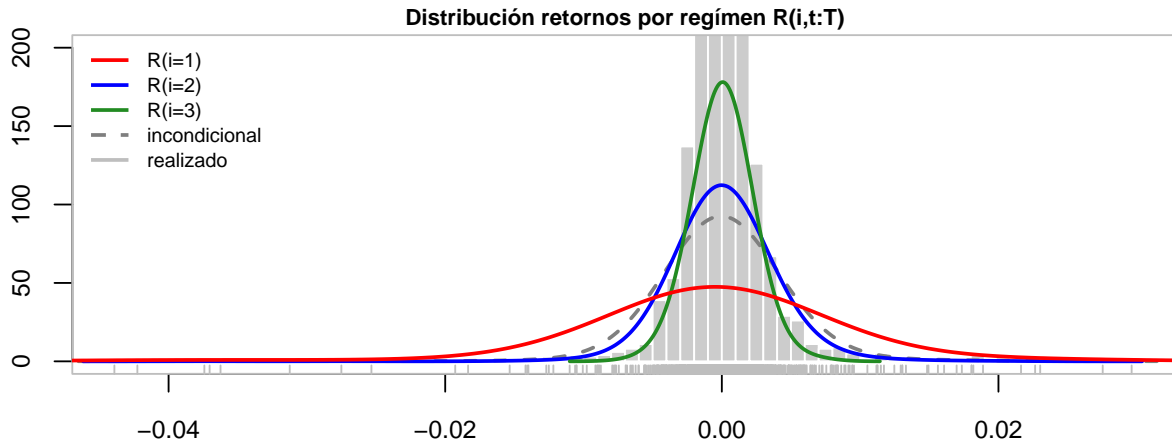
	$R(i=3,t+1)$	$R(i=2,t+1)$	$R(i=1,t+1)$
$R(i=3,t)$	0.5263	0.4737	0.0000
$R(i=2,t)$	0.0865	0.8558	0.0577
$R(i=1,t)$	0.0000	0.4615	0.5385

La data analizada contiene 136 meses de decisiones sobre la Tasa de Política Monetaria (TPM) y 2776 observaciones diarias del GOBIXDR. Se observa que la decisión más frecuente ha sido mantener sin cambios la TPM, dado que el 76.5% de la muestra corresponde al estado $r_{T=2}$, mientras que el 14.0% y 9.6% de las ocurrencias reflejan a los estados de reducción e incremento en la TPM, $r_{T=3}$ y $r_{T=1}$ respectivamente. Durante el período evaluado, se identifican cinco ciclos de reducción en la TPM y cinco ciclos de incremento¹⁵.

Al examinar la probabilidad de transición entre los distintos estados, observamos que la mayor probabilidad en $R_{i,t+1}$ corresponde a la permanencia del estado registrado en $R_{i,t}$. Por ejemplo, en la situación cuando la TPM permanece sin variación $R_{i=2,t}$, la probabilidad que en el próximo período se mantenga $R_{i=2,t+1}$ es de 85.58%. En contraste, la probabilidad de que ocurra una transición hacia una reducción en la TPM $R_{i=3,t+1}$ es de 8.65%, y hacia el incremento $R_{i=1,t+1}$ de 5.77%.

Analizando las probabilidades de migración desde estados $R_{i=1}$ y $R_{i=3}$, se puede apreciar que existe una ligera inclinación hacia la permanencia en el estado actual, con la alternativa de frenar la dirección de cambios en la TPM a $R_{i=2}$. Es decir, antes de presentar cambios en la dirección de la TPM, históricamente siempre se ha observado una pausa¹⁶. Solo en el estado de inactividad $R_{i=2,t}$ se registra una probabilidad significativa de transición hacia cualquiera de los tres estados posibles en el período siguiente $R_{i,t+1}$.

De manera ilustrativa, se puede apreciar el impacto que tiene la selección de la muestra según el criterio de regla aplicado. La diferencia en el proceso generador de los datos es visible¹⁷. En términos prácticos, esto implica que debemos tener expectativas diferenciadas sobre el comportamiento del mercado de bonos, según la dirección del movimiento de la Tasa de Política Monetaria (TPM), y en consecuencia, anticipar perfiles de riesgo distintos en cada caso.



¹⁵Cabe destacar que, en los primeros tres episodios de incremento, el impacto potencial de riesgo asociado a una subida de tasas fue relativamente modesto. La verdadera magnitud del riesgo no se evidenció hasta el ciclo posterior a la pandemia de COVID-19, iniciado a principios de noviembre de 2021, en el contexto de la lucha global contra la inflación.

¹⁶El lector perspicaz notará que este enfoque condicional también podría abordarse desde la perspectiva de un proceso markoviano con simulación. No obstante, dado que nuestro objetivo se limita a realizar estimaciones de riesgo —las cuales deben ser conservadoras por definición—, no adoptamos el enfoque de cadenas de Markov. Reconocemos, sin embargo, que dicho enfoque puede resultar útil para otras aplicaciones.

¹⁷La curva que representa la densidad marginal fue suavizada para reducir el ruido estadístico, utilizando la función kernel un parámetro de suavización $bw_i = \sigma_i$.

Table 6: Resumen parámetros: período entrenamiento

	todos	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
mean	0.0000	-0.0008	0.0001	0.0001
std.dev	0.0037	0.0075	0.0029	0.0017
skewness	-2.2717	-1.7153	-0.8411	0.1427
kurtosis	40.5154	13.7604	26.9199	1.8615

Table 7: Ljung-Box Q

	todos	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
rho1	-0.0303	-0.1279	0.0670	-0.0754
rho2	0.0180	0.0453	-0.0084	0.0350
rho3	-0.0256	-0.1364	0.0910	0.0169
rho4	0.0643	0.0523	0.0354	0.0686
rho5	-0.0313	-0.0149	-0.0329	-0.1277
rho6	0.0011	-0.0404	0.0211	0.0103
Q(6) p-value	0.0173	0.0751	0.0001	0.4719

Continuando el análisis del GOBIXDR según su respectivo estado¹⁸, en el régimen correspondiente a incrementos en la TPM $R_{i=1}$, se evidencia una dirección negativa en la expectativa de retornos, así como un sesgo originado por una cola izquierda pronunciada y rastros de autocorrelación en la serie (dentro de la zona de rechazo).

En el estado $R_{i=2}$, se observa la expectativa de retornos positivos, acompañada de una desviación estándar superior a la registrada en el estado $R_{i=3}$ y elevada curtosis con una gran proporción de observaciones concentradas en valores cercanos a cero. Se detecta presencia significativa de autocorrelación en la serie de retornos¹⁹. El comportamiento sugiere que, desde la perspectiva del mercado, la ausencia de nuevas acciones por parte de las autoridades es interpretada por el mercado como un desenvolvimiento favorable.

Finalmente, el estado $R_{i=3}$ presenta la expectativa de retorno positivo, al igual que el sesgo, además de la menor volatilidad. La autocorrelación en retornos diarios es consistente con ruido estadístico. Esto sugiere que, a pesar de la baja dispersión, la poca concentración en el centro de distribución indica presencia de incertidumbre respecto a la dirección futura de la TPM, y en consecuencia, las fluctuaciones contienen el mayor nivel de aleatoriedad. No obstante, las reacciones del mercado tienden a reflejar una asimetría que es favorable a la tenencia de bonos dado que el potencial de enfrentar caídas se encuentra restringido.

A partir de este punto, el enfoque del análisis se desplaza hacia la búsqueda iterativa de la distribución marginal que mejor se ajusta a las características empíricas observadas en la muestra. Para ello, se sigue el procedimiento propuesto por Cullen y Frey (1999)²⁰ utilizando la librería *fitdistrplus*²¹. Analíticamente, se evalúa la tipología de la distribución y, posteriormente, se estiman los parámetros correspondientes.

¹⁸Se evidencia cierta diferencia entre la tabla 6 y el gráfico presentado anteriormente, específicamente en la curtosis. Es importante señalar que los momentos estadísticos son sensibles a observaciones particulares. En este caso, el cuarto momento es el más afectado por el comportamiento del índice durante el segundo semestre de 2022, cuando se registraron varios días consecutivos sin variación.

¹⁹Esta observación capta nuestra atención por dos razones. Primero, una expectativa positiva con dependencia de retornos positiva (trending) se asocia con mercados alcistas. Estos tienden a ofrecer un potencial de apreciación importante en el valor de las inversiones y relación favorable entre el riesgo y retorno. Segundo, esta característica tiene alta relevancia cuando se considera que representa una participación superior a 76/100 de la muestra total.

²⁰Cullen, A. C., Frey, H. C. (1999). Probabilistic techniques in exposure assessment: a handbook for dealing with variability and uncertainty in models and inputs. Springer Science and Business Media.

²¹Delignette-Muller M.L., Dutang C. (2015), fitdistrplus: An R Package for Fitting Distributions. Journal of Statistical Software, 64(4), 1-34.

DISTRIBUCIÓN PEARSON IV

La distribución Pearson Tipo IV es el caso especial de la familia de distribuciones Pearson²², siendo una distribución generalizada con cola ancha y asimetría. Tiene amplio uso en ciencias naturales y modelación financiera. Entre las aplicaciones financieras podemos destacar su uso en modelación de retornos financieros²³, gestión de riesgo de mercado y el Value-At-Risk (VaR)²⁴, comportamiento de tasas de interés²⁵, optimización de portafolios²⁶, y finalmente, generación de choques y escenarios de estrés²⁷. En nuestro caso, el interés se encuentra centrado sobre esta última. La distribución Pearson Tipo IV tiene origen en la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{(a + bx)}{c_1 + c_2x + c_3x^2}f(x) = 0 \quad (2)$$

Utiliza los cuatro momentos para generar comportamientos en la masa distribucional. Los parámetros c_i definen la forma y familia particular de Pearson; siendo c_1 el parámetro de escala, c_2 la ratio entre la media y el sesgo, y c_3 la relación entre la varianza y la curtosis. Para la distribución *Tipo IV*, los parámetros deben satisfacer la condición $c_3 > 0 > c_2^2 - 4c_1c_3$ registrando el denominador siempre un número positivo. Entonces, la función se convierte en una transformación trigonométrica. El polinomio cuadrático se reescribe de la siguiente forma:

$$c_1 + c_2x + c_3x^2 = c_3 \left(x^2 + \frac{c_2}{c_3}x + \frac{c_1}{c_3} \right)$$

Elevando la raíz cuadrada:

$$x^2 + \frac{c_2}{c_3}x + \frac{c_1}{c_3} = \left(x + \frac{c_2}{2c_3} \right)^2 + \left(\frac{4c_1c_3 - c_2^2}{4c_3^2} \right)$$

Dado:

$$\beta^2 = \frac{4c_1c_3 - c_2^2}{4c_3^2}$$

$$\mu = -\frac{c_2}{2c_3}$$

Reemplazando se obtiene:

$$c_1 + c_2x + c_3x^2 = c_3 ((x - \mu)^2 + \beta^2)$$

Esta transformación permite reescribir la ecuación diferencial de Pearson:

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{(a + bx)}{(x - \mu)^2 + \beta^2}f(x) = 0 \quad (3)$$

²²Pearson, Karl (1895). "Contributions to the mathematical theory of evolution, II: Skew variation in homogeneous material" (PDF). Philosophical Transactions of the Royal Society. 186: 343–414

²³Pizzutilo, F. (2012). "Use of the Pearson System of Frequency Curves for the Analysis of Stock Return Distribution: Evidence and Implications for the Italian Market." Economics Bulletin, Vol. 32 No. 1, pp. 272-281

²⁴Andreev, A., Kanto, A., Martikainen, T. (2005). "Simple Approach for Distribution Selection in the Pearson System." Helsinki School of Economics.

²⁵Rich, N., Greene, L., Graham, R. (1971). "The Pearson's System of Frequency Curves Digital Computer Program." U.S. Army Missile Command, Redstone Arsenal, Alabama.

²⁶Kotz, S., Johnson, N. L. (1985). "Moment Ratio Diagrams." Encyclopedia of Statistical Sciences, Vol. 5, pp. 602-604

²⁷Herrerías, R., Callejón, J. (2001). "Los sistemas de Pearson como generadores de distribuciones de probabilidad. Aplicaciones estadísticas y económicas." Universidad de Granada, España

El resultado de la solución general:

$$f(x) \propto \left(1 + \frac{(x - \mu)^2}{\beta^2}\right)^{-\nu} e^{-\eta \tan^{-1}((x - \mu)/\beta)} \quad (4)$$

De aquí podemos observar cómo la función de densidad de probabilidad (PDF) de la distribución Pearson Tipo IV está estructurada, incorporando una decadencia tipo potencia y una dependencia exponencial de la función arco tangente.

La solución en forma cerrada de la ecuación diferencial está dada por Johnson, Kotz, y Balakrishnan (1994)²⁸:

$$f(x) = K \left(1 + \frac{(x - \mu)^2}{\beta^2}\right)^{-\nu} e^{-\eta \tan^{-1}((x - \mu)/\beta)} \quad (5)$$

$$\nu = \frac{5}{2} + \frac{3}{g_2 - \frac{3}{2}} \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{g_1}{\sqrt{g_2 - \frac{3}{2}}} \quad (7)$$

$$\eta = \lambda \cdot \nu \quad (8)$$

Donde:

- K es una constante de normalización para aproximar el resultado de la integral a 1²⁹
- μ indica el centro de la distribución
- β controla la dispersión
- λ es una derivación del sesgo y de la curtosis para estimar ν y η
- ν caracteriza el ancho en la cola de distribución
- η indica la estimación del sesgo ajustada por la asimetría y la cola ancha
- g_1 representa el parámetro del sesgo de la distribución
- g_2 representa el parámetro de la curtosis de la distribución³⁰

El término $\left(1 + \frac{(x - \mu)^2}{\beta^2}\right)^{-\nu}$ controla la forma de la distribución y define el nivel de de grosor de las colas, mientras que el término $e^{-\eta \tan^{-1}(\frac{x - \mu}{\beta})}$ introduce la asimetría en la distribución. La combinación de ambos permite capturar adecuadamente los choques conforme a la naturaleza específica de cada estado que define el escenario simulado³¹.

²⁸Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. (1995). Continuous univariate distributions, volume 2 (Vol. 2). John Wiley and sons.

²⁹La K se puede elegir de varias formas: 1) si se utiliza la distribución estandarizada (media = 0, varianza = 1), existen valores precomputados de K en tablas. Ver Rhind, A. (1909). "Tables to facilitate the computation of the probable errors of the chief constants of skew frequency distributions"; 2) en cálculos numéricos, K se estima empíricamente; 3) K se puede determinar por vía de integración numérica. La estimación correcta asegura que la densidad de Pearson IV integre a 1, garantizando que sea una distribución de probabilidad válida.

³⁰Es importante indicar que la solución resulta válida bajo la condición $g_2 > 1.5$ ya que el denominador se basa en $g_2 - \frac{3}{2}$, y también debe cumplir que $g_2 > g_1^2 + 1$ para que la distribución Pearson IV exista y tenga colas definidas. Si si $g_2 < 1.5$, entonces $g_2 - \frac{3}{2} < 0$, lo cual haría que ν se vuelva negativa o indefinida.

³¹No obstante, es necesario tomar en consideración que esto constituye una aproximación numérica por lo que produce un resultado distinto que la simulación histórica por bootstrap.

Table 8: Parámetros estimados

	todos	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
mu	0.0000	-0.0009	-0.0008	0.0001	0.0001
beta	0.0037	0.0085	0.0075	0.0029	0.0017
g1	-2.2732	-1.3817	-1.7248	-0.8418	0.1438
g2	43.5551	12.1336	16.8848	29.9545	4.9129
nu	2.5713	2.7821	2.6950	2.6054	3.3790
eta	-0.9014	-1.1788	-1.1851	-0.4112	0.2631
lambda	-0.3505	-0.4237	-0.4397	-0.1578	0.0778
K	186.3145	82.1158	90.6083	259.1230	546.7689

EL PROCESO DE ENTRENAMIENTO, SIMULACIÓN

Acorde con la regla definida en la ecuación (1), se identificaron los períodos correspondientes a cada estado R_i . En adición a estos, se creó un cuarto estado *BIII* con características especiales incorporando condiciones de mercado bajo estrés severo experimentadas en el ciclo de ajuste de tasas posterior a la pandemia COVID-19. Hemos destinado el período entre años 2014 y 2022 para fines del entrenamiento, mientras que la data de los años 2023-2024 fue reservada para la ejecución de la simulación *out-of-sample*. La lectura inicial de los parámetros de la densidad marginal se obtuvo durante la fase de entrenamiento. Las estimaciones se construyen de dos formas.

La primera simulación se realizó con un horizonte fijo de 250 días, lo que equivale aproximadamente a un año calendario. Este plazo constituye el estándar y es ampliamente utilizado en las regulaciones contemporáneas, ya que permite modelar el impacto en un horizonte lo suficientemente amplio como para incorporar diversas condiciones de mercado. Esto lo hace especialmente útil para fines de planificación del consumo de capital —incluyendo el costo de inventariar el riesgo en posiciones estructurales— y para informar decisiones relacionadas con el apetito de riesgo. La simulación representa una estimación de la probabilidad de incurrir en cierto nivel de pérdida bajo distintos contextos derivados de las decisiones adoptadas por las autoridades monetarias correspondientes a distintos estados económicos³².

La segunda estimación cumple un objetivo distinto. Su finalidad es construir expectativas para observar la situación del mercado en el corto plazo, con el propósito de apoyar decisiones de gestión de riesgos de carácter táctico y aproximar —de manera indicativa— el consumo hipotético de riesgo para evaluar la actividad de *trading*. En este caso, se ha adoptado un horizonte temporal más corto: los próximos treinta (30) días. Para formular un proceso adecuado que evite el contagio en las predicciones, el sistema fue restringido a utilizar únicamente la información disponible en el momento t , actualizándose progresivamente a medida que se incorporan nuevas observaciones al historial³³. Es decir, en el proceso de simulación, en cada paso de la iteración $t + 1$ se ejecutará la actualización de los cuatro momentos (media, varianza, sesgo y curtosis). Con ese resultado se estimarán nuevamente los parámetros de la distribución Pearson IV, antes de proceder a correr la Simulación Monte Carlo (SMC).

En ambos casos, la Simulación Monte Carlo (SMC) consta de 10,000 iteraciones y representa los retornos hipotéticos del portafolio de bonos gubernamentales. Para estimar el impacto potencial de pérdidas fue aplicado el Valor en Riesgo (VaR), considerando probabilidades de ocurrencia del 1%, 2.5% y 5%. Al ejercicio de simulación, se incluye el comportamiento realizado en el futuro del índice para fines de contrastar las estimaciones. Se reportan los parámetros y se comentan las características observadas en el comportamiento simulado. Finalmente, en los anexos se produce una demostración de la aplicación del resultado la prueba de estrés a un portafolio teórico.

³²Por ejemplo, el régimen de flexibilización monetaria suele representar momentos de baja inflación y una economía con menor dinamismo del deseado. En el caso de endurecimiento monetario, sucede lo contrario: la economía presenta señales de sobrecalentamiento con impacto directo en el nivel de inflación.

³³Esto responde al riesgo de data leakage y puede comprometer la validez de los resultados si se utiliza información futura en la calibración del modelo. Véase De Prado, M. L. (2018). *Advances in financial machine learning*. John Wiley and Sons.

Resultados

Entre las principales características observadas en el período 2014–2022, destacamos lo siguiente: la dispersión presenta un comportamiento coherente con lo esperado. En el contexto de restricción monetaria (incremento en la TPM, $R_{i=1}$), la volatilidad en el mercado de bonos tiende a incrementarse. En cambio, bajo escenarios de flexibilización monetaria (reducción en la TPM, $R_{i=3}$), se valida el comportamiento contrario. El régimen sin cambios en la postura monetaria $R_{i=2}$, se posiciona como era previsible, entre $R_{i=1}$ y $R_{i=3}$. En relación con el sesgo, se identifica un valor altamente negativo en $R_{i=1}$ y moderadamente negativo en $R_{i=2}$, mientras que en el régimen $R_{i=3}$ se presenta un sesgo sólidamente positivo. En cuanto al grosor de las colas de la distribución, la situación es menos clara. La curtosis resulta elevada para la muestra completa; sin embargo, la simulación revela que la curtosis tiende a disminuir conforme se produce la transición desde un régimen de restricción hacia la flexibilización. Al analizar los demás momentos, se aprecia que, mientras esto sucede, la dispersión se reduce, lo cual indica que la incertidumbre sobre ese parámetro particular disminuye. Interpretando las características por tipo de régimen podemos destacar:

Table 9: Parámetros estimados

	todos	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
media (ann.)	0.0023	-0.2267	-0.1924	0.0313	0.0162
std.dev (ann.)	0.0597	0.1356	0.1194	0.0467	0.0267
skewness	-2.2748	-1.3893	-1.7344	-0.8425	0.1450
kurtosis	43.6505	12.3254	17.1669	30.0360	4.9960

$R_{i=1}$ (Incremento de TPM): En escenarios de incremento en la tasa de política monetaria, la distribución de retornos del GOBIX se bifurca entre períodos con muy poco movimiento³⁴ y saltos esporádicos, provocando que la volatilidad más que se duplique. Al mismo tiempo, el *drift* se torna negativo, indicando expectativas de registrar pérdidas acumulativas a medida que transcurre el tiempo. La magnitud de las pérdidas esperadas en los portafolios de inversiones durante este período supera -19.2% y produce un ratio Sharpe teórico de -1.61. La cola izquierda se extiende, reflejando mayor probabilidad de caídas extremas. Si el mercado de bonos permanece bajo este régimen durante un período prolongado, el impacto sobre la posición de capital se vuelve considerable³⁵. Este comportamiento se puede asociar con un mercado en condiciones de estrés. En la variante que denota un escenario de estrés adverso *BIII* presenta características similares a $R_{i=1}$ con mayor expectativa de pérdidas³⁶ superando -22.6% sobre el horizonte de 1 año, con desviación estándar superior a 13.5% y el Sharpe teórico de -1.67.

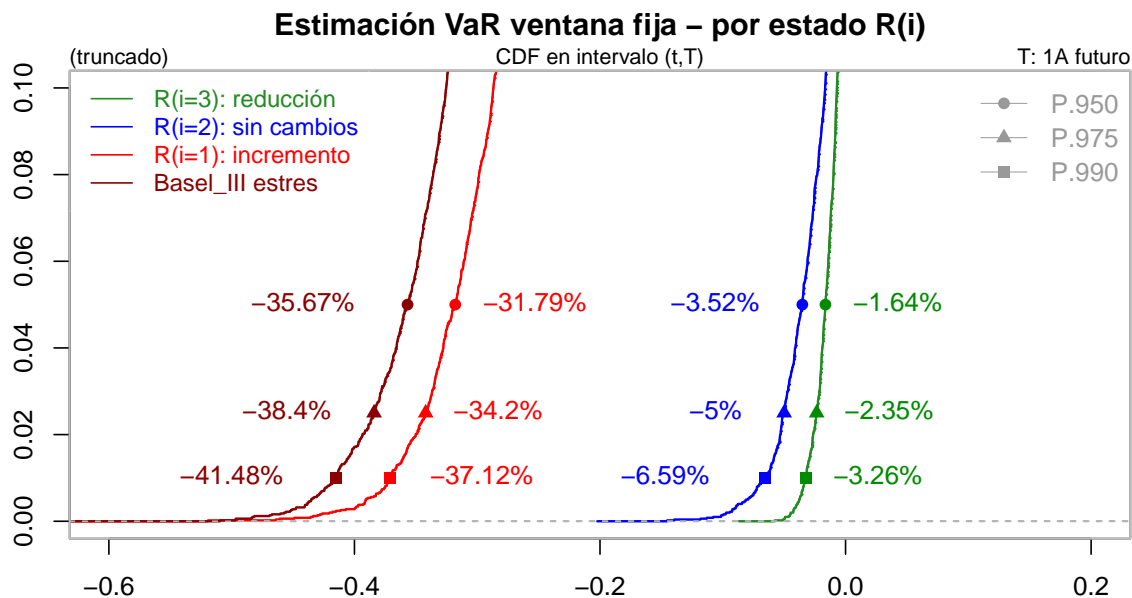
$R_{i=2}$ (Estabilidad en TPM): En situaciones donde no se registran cambios en la postura monetaria, la curtosis y su dispersión se reducen. La volatilidad permanece en un nivel intermedio entre $R_{i=1}$ y $R_{i=3}$. El *drift* es ligeramente positivo con un retorno esperado de 3.1%, desviación estándar superior a 4.6% (Sharpe de 0.67). El sesgo negativo observado se refleja en la extensión de la cola izquierda indicando una mayor influencia de caídas atípicas. Este comportamiento está ampliamente documentado en estudios sobre inversiones financieros en condiciones de mercado normal.

$R_{i=3}$ (Reducción de TPM): Cuando la tasa de política monetaria se reduce, la distribución de retornos presenta menor curtosis y la dispersión con volatilidad esperada menor de 2.7% anualizado. El sesgo permanece positivo, una característica favorable para el desempeño del índice y sus componentes con el retorno esperado de 1.6% (Sharpe 0.61). El desempeño observado valida el atractivo de los bonos como instrumento de inversión durante ciclos de baja en la tasa de referencia. Claramente, el régimen $R_{i=3}$ constituye el estado más favorable de los tres.

³⁴Se destaca el período entre junio y diciembre 2022 que marca el pico del ciclo de endurecimiento monetario que tuvo como objetivo establecer el control de la inflación en la economía dominicana. Este coincidió con el ciclo global de política monetaria más intenso desde la década de los 1980.

³⁵Dadas estas características, es importante considerar que el nivel de pérdida potencial de un portafolio de bonos locales está condicionado por la duración (t, T) del régimen.

³⁶Por definición, el *BIII* es un subconjunto dentro de la muestra de $R_{i=1}$.



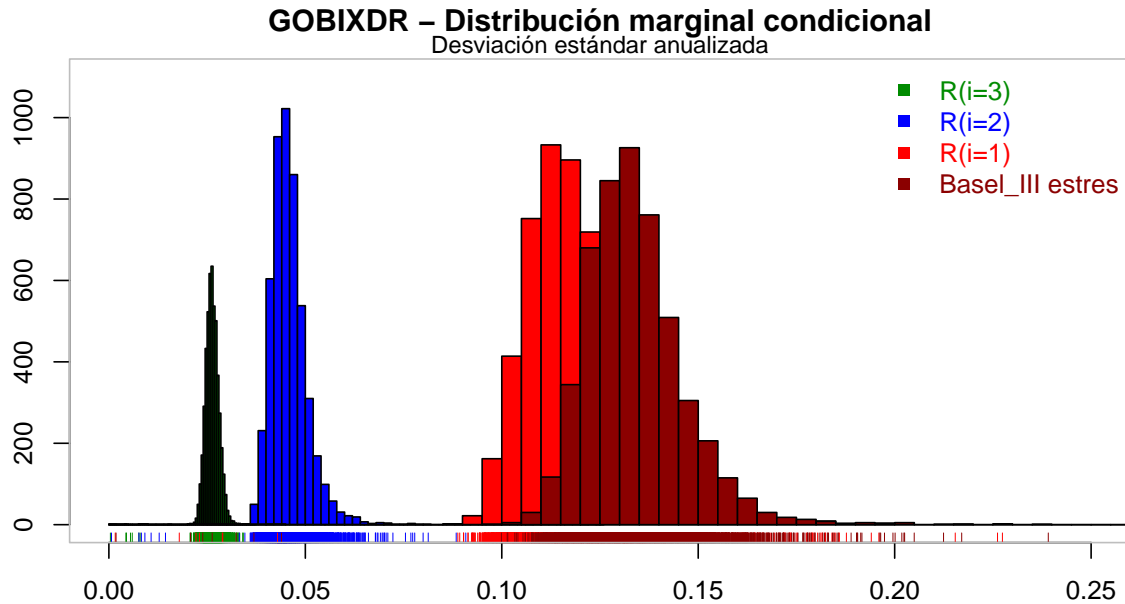
Los resultados de la simulación (SMC) sobre el horizonte fijo de 250 días ofrecen son informativos³⁷. En primer lugar, el resultado se puede separar en dos grupos. Los regímenes $R_{i=2}$ y $R_{i=3}$ agrupan comportamientos similares, con pérdidas potenciales relativamente moderadas en el rango [-1.6%, -6.6%] para distintos niveles de confianza. Estos escenarios pueden fungir como línea base en la definición del estrés y corresponden al *estado de negocio normal*. En cambio, bajo el régimen $R_{i=1}$ o $R_{i=BIII}$, las pérdidas tienden a incrementar en un factor superior a 4 y hasta 6 veces, alcanzando niveles de impacto acumulativo en el rango [-31.8%, -41.5%]. Los resultados identifican el nivel de sensibilidad del portafolio representativo del mercado ante los cambios en la política monetaria y constituyen lo que en la práctica se considera mínimamente como *escenario adverso* o *escenario extremo* condicionado al nivel de probabilidad elegido. Ante una situación de este tipo observamos el ingreso generado por el devengo de cupones (carry) ofrece un atractivo considerablemente reducido dado que enfrenta costos elevados en forma de la magnitud de pérdidas potenciales que enfrenta. En este escenario, los participantes suelen reducir la duración como un mecanismo de mitigación, establecer posiciones cortas y mecanismos de cobertura que actúan como métodos de transferencia del riesgo de precio.³⁸

Al descomponer el impacto del ejercicio de simulación identificamos que el principal contribuyente al estrés generado es la dispersión en el segundo momento, con registros en el nivel de volatilidad anualizada esperado de 2.63% en el régimen $R_{i=1}$, 4.59% en $R_{i=2}$ y 11.72% para $R_{i=3}$. En el caso del escenario más severo $BIII$ alcanza 13.38%³⁹.

³⁷Se puede apreciar que, entre otras cosas, entre enero y marzo 2023 el índice ha presentado movimientos bruscos superando la banda de estimación del VaR con el 1 por ciento de confianza en los escenarios $R_{i=2}$ y $R_{i=3}$ en tres ocasiones. A partir de marzo de 2023, el mercado de bonos gubernamentales muestra señales de recuperación, alcanzando un retorno acumulado positivo para el año. Este comportamiento es relevante, dado que la Tasa de Política Monetaria (TPM) no había experimentado cambios hasta mayo de 2023, cuando se adoptó una decisión de reducción en la tasa.

³⁸Bajo el procedimiento ejecutado, es necesario recordar que la simulación presume indirectamente la continuación del mismo régimen sobre un período continuo de 12 meses, resultando útil para fines del ejercicio de generación de choques. Responde a la pregunta simple: "si el régimen R_i continuase durante el período completo de la simulación, la pérdida esperada en el nivel de confianza α se espera no exceda el resultado presentado".

³⁹El resultado resulta útil por lo siguiente: en primer lugar, ofrece orientación acerca de los insumos que pueden ser utilizados para realizar estimaciones con modelos simples —por ejemplo, el modelo más simple y simétrico: gaussiano. Tomando la lectura del parámetro estimado σ se puede ejecutar una simulación en MS Excel con el siguiente código en la celda = `NORMINV(RAND(),0, σ)`. En segundo lugar, deja abierta la posibilidad de extrapolar nuevas distribuciones a partir de las que fueron ya identificadas, comúnmente denominadas como modelos de mezcla o "mixture models".



Ampliando el análisis al comportamiento observado en ambas colas⁴⁰ en la distribución del VaR simulado, se identifican algunas propiedades útiles desde la perspectiva de la relación “riesgo-retorno”⁴¹. En esta ocasión⁴², en el eje horizontal se presentan los retornos esperados de la cola derecha para distintos niveles de confianza, mientras que en el eje vertical se observan las pérdidas en de la cola izquierda. A simple vista, los regímenes $R_{i=2}$ y $R_{i=3}$ revelan poca diferenciación, ambos presentan una la relación temporal ligeramente sesgada hacia el lado favorable entre ambas colas. Esto evidencia asimetría inherente en el comportamiento direccional de la serie. No obstante, las escalas que presentan son distintas. Por ejemplo, en $R_{i=3}$ la banda del VaR muestra una relación aproximadamente de 4:1 hacia el lado favorable, al registrarse una pérdida de -1% en la cola izquierda frente a una ganancia potencial de +4% en la cola derecha para el mismo nivel de confianza. En $R_{i=2}$ este ratio se reduce, aunque sigue indicando un perfil de riesgo-retorno favorable. En en estado $R_{i=1}$ ocurre lo contrario. La relación entre el nivel de pérdidas en ambas colas se encuentra sesgada en su escala hacia la cola izquierda, con un ratio variable que puede superar relación de 15:1. El comportamiento de esta asimetría resulta particularmente interesante: comienza de forma lineal, pero una vez superado cierto punto en el tiempo, se produce una inflexión. Las pérdidas en la cola izquierda se aceleran, mientras que el potencial de obtener ganancias hipotéticas en la cola derecha tiende a disiparse. Este patrón describe un estado de mercado caracterizado, en términos relativos, por una escasa compensación a las actividades de asunción de riesgo, junto con una creciente vulnerabilidad del portafolio de bonos ante escenarios de endurecimiento monetario. La situación tiene implicaciones prácticas importantes para la gestión del portafolio⁴³: la decisión de incrementar la exposición en momentos en que el mercado de bonos experimenta retrocesos bajo los regímenes $R_{i=1}$ y *BIII* debe tomar en consideración que, a-priori, la expectativa de retornos es estadísticamente negativa y altamente desfavorable desde el lente de la relación riesgo-retorno.

En la segunda simulación, con el objetivo de lograr una estimación con ajuste dinámico, los niveles de Valor en Riesgo (VaR) fueron reestimados de forma continua a medida que se actualizaban los parámetros, y el punto de proyección se redefinió en función del último nivel registrado por el índice GOBIX. Es decir, en

⁴⁰Estos se conoce como "Lower Partial Moments" y "Upper Partial Moments" por sus siglas (LPM y UPM). Véase: Bawa, V. S., and Lindenberg, E. B. (1977). Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework. *Journal of financial economics*, 5(2), 189-200. Nawrocki, D. N. (1999). A brief history of downside risk measures. *Journal of Investing*, 8, 9-25.

⁴¹La principal propiedad que llama la atención es la asimetría. La segunda es la escala que relaciona magnitudes en ambas dimensiones.

⁴²Véase el Anexo II.

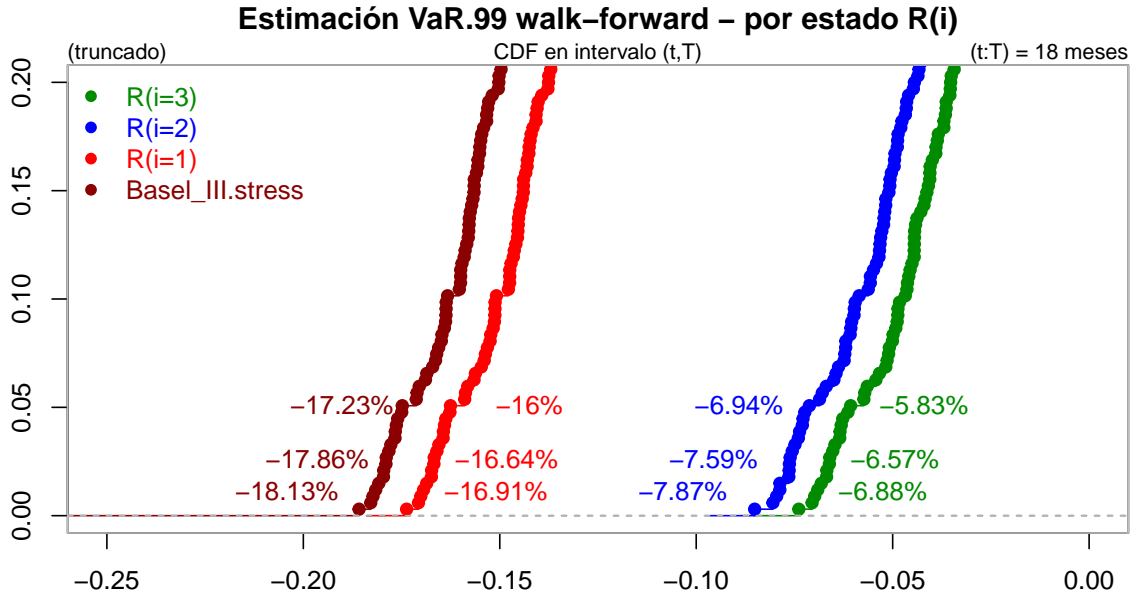
⁴³El posicionamiento, la duración, el tamaño de las exposiciones, así como el control de los límites de pérdidas tolerables (stop-loss) y estrategias de cobertura. El nivel de monitoreo y la gestión activa de estos elementos son esenciales para proteger la posición de capital frente a pérdidas que pueden escalar rápidamente en contextos adversos.

cada momento t , a partir del nivel $P(t)$ se re-estimó el percentil α correspondiente a la fecha $t + 30$, y posteriormente fue proyectado el nivel de precio futuro en $P(t + 30)$. Esto permitió observar directamente el desempeño de las estimaciones.

Table 10: Resumen simulación walk-forward - percentil 50

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-0.1048	-0.0946	-0.0234	-0.0175
VaR.975	-0.1214	-0.1096	-0.0280	-0.0209
VaR.990	-0.1413	-0.1285	-0.0341	-0.0256

Identificamos que la estimación mediana se mantiene relativamente baja para los estados $R_{i=2}$ y $R_{i=3}$. En cambio, al producirse una potencial situación de cambio en la postura monetaria, la expectativa de enfrentar pérdidas incrementa en consistencia con lo observado en el análisis estático previamente comentado. Siguiendo el análisis en dirección del extremo en la cola izquierda⁴⁴, es decir, en un escenario con probabilidad de 1% de ocurrencia, se identifican pérdidas acumulativas sobre el horizonte de 30 días en el rango [-5.83%, -7.87%] para los regímenes $R_{i=2}$ y $R_{i=3}$ presentando un incremento relevante al compararse con la estimación mediana. En los casos de $R_{i=1}$ y R_{BIII} , el VaR se sitúa en el rango [-16.0%, -18.14%] dependiendo del nivel de confianza utilizado. Esto es marginalmente mayor que la mediana⁴⁵ y es indicativo que, bajo ciertas condiciones de mercado la absorción de pérdidas puede ser abrupta. Cabe señalar que, durante el período *out-of-sample*, no se han observado rupturas en los límites determinados por el modelo. En el proceso de actualización de los parámetros que determinan la estimación de la distribución Pearson IV hubo cambios leves correspondientes al régimen $R_{i=3}$, pero sin cambio material en las estimaciones.



⁴⁴Funcionalmente, el procedimiento es comparable bajo la técnica Extreme Value Theory (EVT), un método paramétrico utilizado para la estimación del VaR.

⁴⁵Es importante destacar que los rangos indicados corresponden a la probabilidad realizada de experimentar una pérdida acumulativa en la cola de la distribución durante el período de 18 meses.

Conclusiones

En esta investigación se desarrolló un caso de aplicación de prueba de estrés en portafolios de bonos gubernamentales utilizando una serie univariada del índice precio-retorno como benchmark de referencia. El enfoque adoptado se enmarca dentro de la taxonomía de métodos no paramétricos. La construcción de escenarios se basó en fundamentos teóricos, a partir de información públicamente disponible y siguiendo principios estrictamente empíricos. Se aplicó la técnica de meta-labeling para identificar períodos con características similares y definir los regímenes de mercado. A partir de las características identificadas, se procedió a generar choques condicionales a cada régimen mediante la Simulación de Monte Carlo (SMC). Posteriormente, se comentaron las propiedades reveladas de la función generadora.

En primer lugar, el análisis ha proporcionado la evidencia de una fortaleza inesperada bajo el régimen que no presenta cambios en la Tasa de Política Monetaria (TPM), lo cual interpretamos como un indicio del carácter alcista del mercado de bonos experimentado en el período 2015-2022.

Segundo, los resultados obtenidos en las simulaciones revelan el impacto consistente con las estimaciones previamente reportadas en la literatura⁴⁶⁴⁷ y, en sentido amplio, alineados con los estudios sobre el comportamiento de esta clase de inversiones en mercados emergentes. Bajo un régimen de endurecimiento monetario, el portafolio de bonos sufre un impacto adverso significativo, cuya magnitud supera los ingresos devengados por los cupones corridos. La tentación comportamental que tienen los inversionistas de incrementar la exposición durante caídas de mercado solo resulta favorable cuando está condicionada a una predicción acertada sobre un cambio en la postura monetaria. El fallo en anticipar correctamente resulta en el deterioro en la relación riesgo-retorno y aceleración de pérdidas.

En tercer lugar, dada la incertidumbre sobre el comportamiento futuro de la función generadora, el análisis sugiere que, incluso en condiciones monetarias favorables, es recomendable mantener un colchón prudencial respecto a las estimaciones, con el fin de absorber pérdidas potenciales y mitigar el riesgo de modelo inherente.

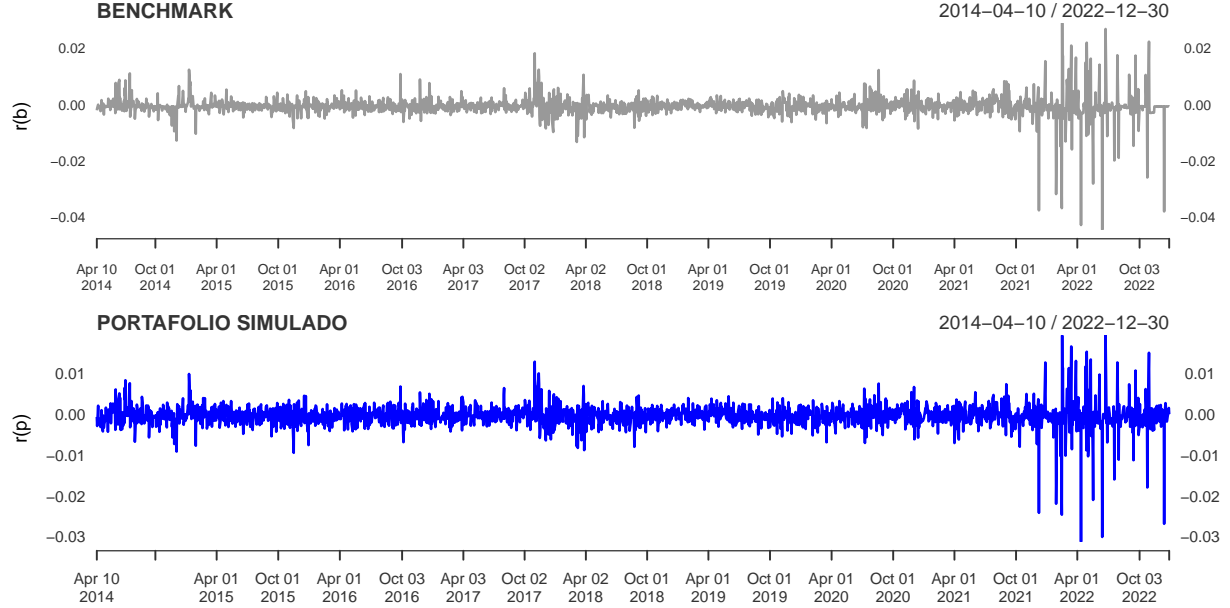
Finalmente, dado que el ejercicio responde a la pregunta “¿cuánto podría perder el mercado bajo distintas condiciones?”, los resultados tienen implicaciones directas para el costeo de líneas de negocio y la asignación presupuestaria de riesgos (*risk budgeting*).

⁴⁶Pimentel, A. Reyes, V (2020). Caracterización del riesgo de tasa de interés de la cartera de inversión de los bancos múltiples y su importancia en el análisis de Estabilidad Financiera en la República Dominicana.

⁴⁷Bolta (2024).

ANEXO I: CONSIDERACIONES PARA LA APLICACIÓN

La metodología presentada requiere algunas consideraciones para su aplicación. La principal pregunta que necesita ser respondida: *¿de qué forma realizar el mapeo de la serie del GOBIXDR al portafolio particular, tomando en cuenta que no se publica la canasta de bonos que componen el índice, ni su principal característica de riesgo (duración), y que ambas características suelen cambiar en el tiempo?*. Dado que estos tres elementos son desconocidos, proponemos trabajar sobre esta limitación observando el comportamiento histórico del portafolio para estudiar la relación entre la razón de cambio del portafolio y el *benchmark*⁴⁸.



En primer paso en el proceso es calcular los retornos diarios para el índice rb y el portafolio correspondiente rp (9). Luego, se obtienen las respectivas desviaciones (10) y se estima la correlación (11). Finalmente, cuantificamos a la relación entre el índice y el portafolio. En este caso, aplicamos la regresión lineal (12).

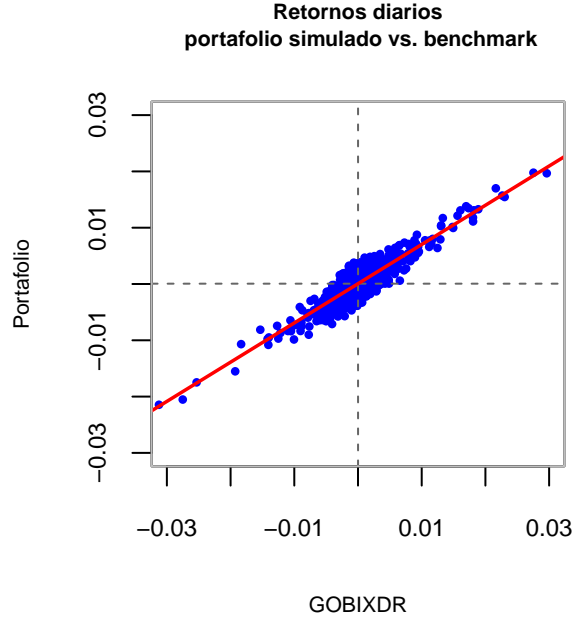
$$r_{i,t} = \log\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad (9)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{\mu})^2} \quad (10)$$

$$\rho_{b,p} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_b - \bar{r}_b)(r_p - \bar{r}_p)}{\sigma_{r_b} \sigma_{r_p}} \quad (11)$$

$$r_p = \alpha + \beta \cdot r_b + \epsilon \quad (12)$$

⁴⁸Particularmente, al tratarse de un ejercicio de estrés, es necesario enfocarse en la sensibilidad de los movimientos diarios del portafolio con respecto al índice benchmark y en la relación entre sus respectivas volatilidades. Ambas afectan directamente la magnitud y el potencial de la fluctuación hipotética que impacta el valor del portafolio en un horizonte de tiempo determinado. Por ejemplo, en el caso de un portafolio con baja sensibilidad al índice y menor volatilidad relativa, aplicar directamente el escenario de estrés modelado a partir del benchmark sería excesivo. De forma similar, si el portafolio presenta alta sensibilidad y una volatilidad superior a la del índice, el resultado de este proceso tendería a subestimar el impacto potencial.



Siguiendo con el ejemplo, si el portafolio P presenta un $\beta = 0.715$, $\rho_{b,p} = 0.879$, la volatilidad histórica $\sigma_p = 0.305\%$ y $\sigma_b = 0.375\%$, se muestra menos sensible al movimiento que el benchmark ($\beta_p < 1$) y registra menor volatilidad diaria ($\sigma_p < \sigma_b$). Intuitivamente, esto sugiere que ese portafolio tiene una menor exposición a los factores de riesgo de manera agregada (riesgo de crédito, duración, liquidez). Como se ha señalado previamente, la estimación del escenario de estrés debe incorporar esta consideración fundamental. El procedimiento para realizar dicho ajuste es el siguiente:

$$Estres_{(p|X)} = X \cdot \left[\hat{\beta} \frac{\sigma_p}{\sigma_b} \right] \quad (13)$$

Donde, X es la matriz $[n \times R]$ que contiene las estimaciones de percentiles n (filas) y regímenes definidos R_i (columnas). Se presenta en la siguiente tabla.

Table 11: Simulación estrés benchmark

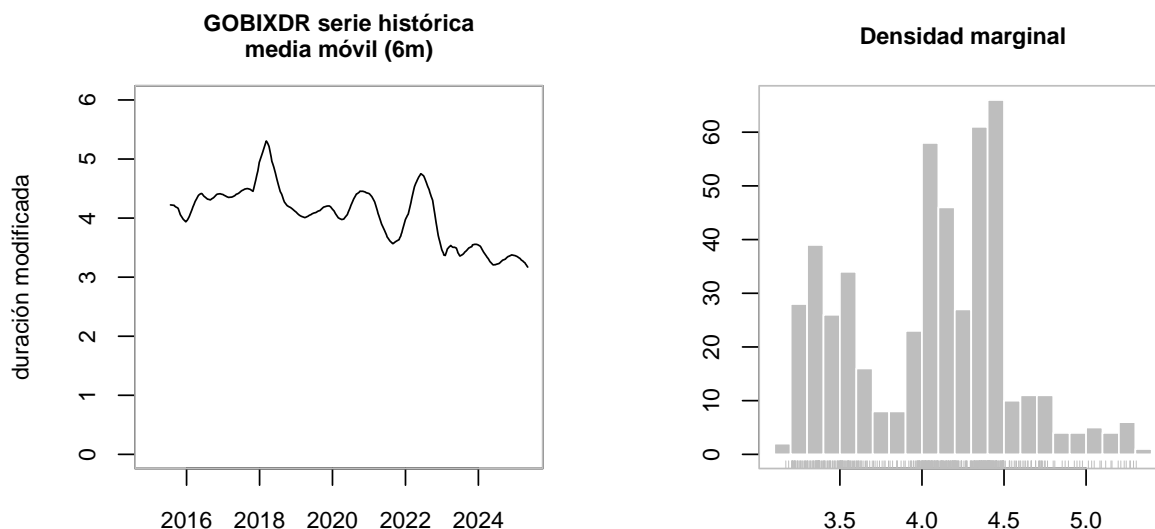
	BIII.estres	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-35.58	-31.72	-3.51	-1.63
VaR.975	-38.36	-34.11	-4.97	-2.34
VaR.990	-41.48	-37.11	-6.59	-3.22

Table 12: Estimación estrés portafolio ajustado (beta)

	BIII.estres	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-19.54	-17.42	-1.93	-0.90
VaR.975	-21.06	-18.73	-2.73	-1.28
VaR.990	-22.78	-20.38	-3.62	-1.77

La segunda forma de aplicar el ajuste es en proporción a la duración del portafolio P con respecto al índice al momento t . Bajo este esquema, el supuesto teórico es que la volatilidad utilizada para realizar la estimación del VaR es proporcional a la duración del portafolio. A mayor duración mayor será la volatilidad potencial que enfrenta el portafolio, por lo que será necesario contar con mayor nivel de “buffer” en el capital.

En el cuadro (abajo), se presenta la serie histórica de la duración modificada del GOBIXDR y la distribución marginal de la misma⁴⁹. Vemos que la tendencia que presenta la serie ha sido en declive desde el año 2018⁵⁰.



Supongamos, $dur_{b,t} = 4.00$ y $dur_{p,t} = 2.72$. En ese caso, se ejecuta el ajuste:

$$Estres_{(p|X)} = X \cdot \left[\frac{dur_p}{dur_b} \right] \quad (14)$$

El resultado final del procedimiento aplicado se aprecia en el siguiente cuadro.

Table 13: Estimación estrés portafolio ajustado (duración)

	BIII.estres	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-24.19	-21.57	-2.39	-1.11
VaR.975	-26.08	-23.19	-3.38	-1.59
VaR.990	-28.21	-25.23	-4.48	-2.19

⁴⁹Fuente: Bolsa de Valores de la República Dominicana. Las estimaciones son propias.

⁵⁰Debemos considerar que en el caso del GOBIXDR se trata de un índice retorno-precio con dos emisores estatales (BCRD y MH), que por consutrucción depende de la oferta y demanda del mercado en un momento preciso. El GOBIXDR se puede ver afectado por cambios en la composición de emisiones y las estrategias de los emisores.

ANEXO II: CARACTERÍSTICAS DE LOS RÉGIMENES $R(i,t)$

Table 14: GOBIXDR (2014-2023): Estadísticas resumizadas

	todos	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.044	-0.044	-0.044	-0.037	-0.006
max	0.030	0.030	0.030	0.022	0.006
range	0.074	0.074	0.074	0.059	0.012
sum	0.020	-0.132	-0.204	0.211	0.012
median	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.000
mean	0.000	-0.001	-0.001	0.000	0.000
SE.mean	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
CI.mean.0.95	0.000	0.002	0.001	0.000	0.000
var	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
std.dev	0.004	0.010	0.007	0.003	0.002
coef.var	409.713	-9.602	-9.930	23.911	26.387
skewness	-2.272	-0.954	-1.715	-0.841	0.143
skew.2SE	-21.725	-2.167	-5.796	-7.149	0.406
kurtosis	40.515	5.326	13.760	26.920	1.862
kurt.2SE	193.820	6.099	23.330	114.476	2.660
normtest.W	0.652	0.787	0.606	0.794	0.976
normtest.p	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

Table 15: Parámetros estimados

	todos	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
mu	0.0000	0.0001	0.0001	-0.0008	-0.0009
beta	0.0037	0.0017	0.0029	0.0075	0.0085
g1	-2.2732	0.1438	-0.8418	-1.7248	-1.3817
g2	43.5551	4.9129	29.9545	16.8848	12.1336
nu	2.5713	3.3790	2.6054	2.6950	2.7821
eta	-0.9014	0.2631	-0.4112	-1.1851	-1.1788
lambda	-0.3505	0.0778	-0.1578	-0.4397	-0.4237
K	186.3145	546.7689	259.1230	90.6083	82.1158

El gráfico de sesgo-curtosis propuesto por Cullen y Frey (1999) para la distribución empírica también se conoce como el diagrama de los sistemas de Pearson (I–IV). Muestra las distribuciones de los tipos I, III, VI, V y IV en términos de β_1 (sesgo al cuadrado) y β_2 (curtosis tradicional). La interpretación comienza en la esquina superior derecha con la distribución Pearson Tipo I. El área sombreada en gris corresponde a la distribución Pearson Tipo II, mientras que el espacio entre las dos líneas punteadas define a la familia Pearson Tipo III. A partir de ese punto, las distribuciones se clasifican como Pearson Tipo IV.

En este gráfico, también se incluyen los valores correspondientes a distribuciones comunes para fines ilustrativos. Para algunas distribuciones (normal, uniforme, logística, exponencial, por ejemplo), solo existe un valor posible para el sesgo y la curtosis, y por lo tanto, la distribución se representa como un punto en el gráfico. Para otras distribuciones, se representan áreas de valores posibles, consistentes en líneas (como en el caso de las distribuciones gamma y lognormal), o áreas más amplias (como para la distribución beta). La distribución Weibull no se representa en el gráfico, pero debe considerarse que, en términos prácticos puede adoptar formas cercanas a las distribuciones lognormal y gamma.

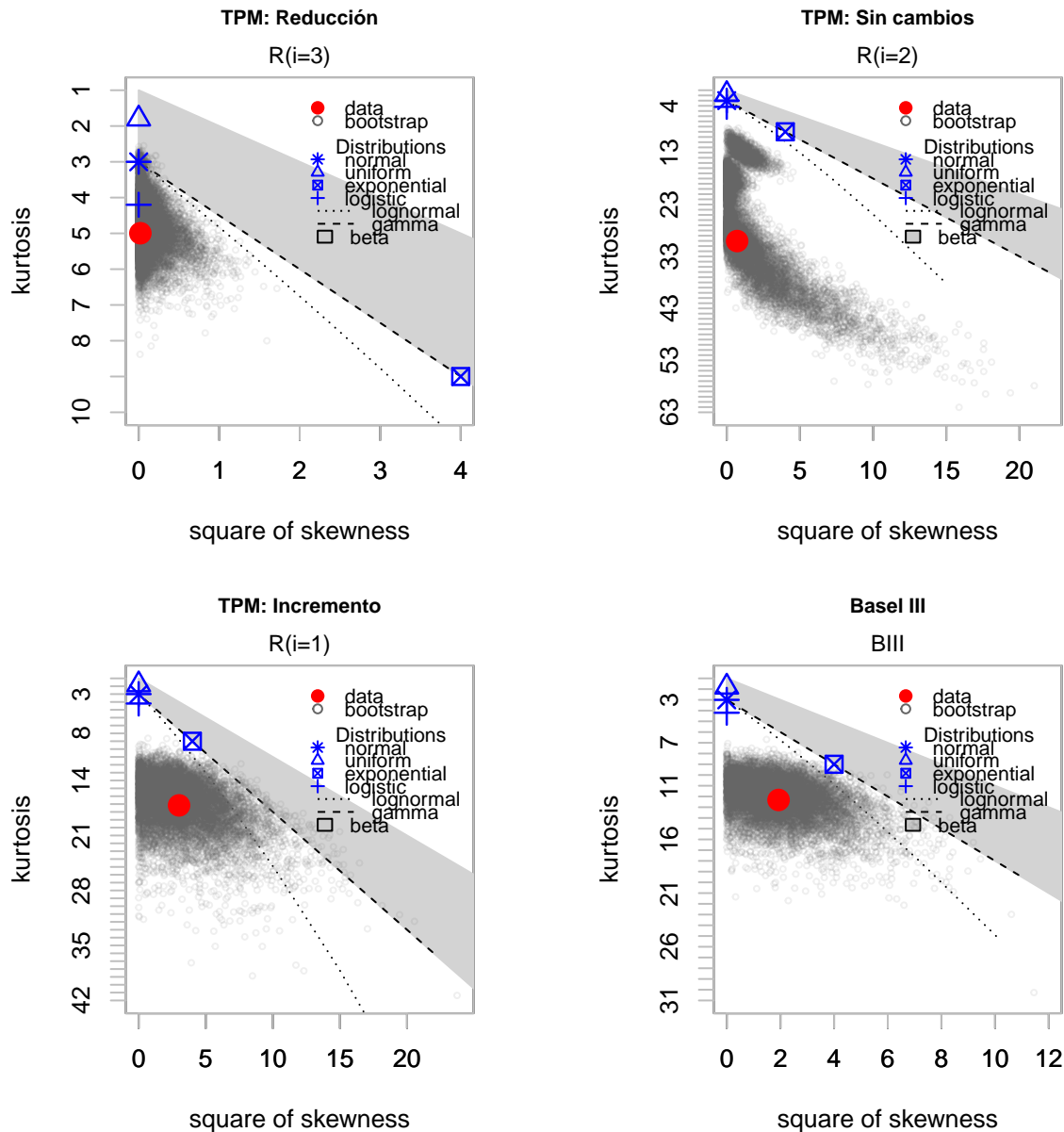


Table 16: Distribución: media

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.0458	-0.0471	-0.0107	-0.0045
max	0.017	0.0125	0.0113	0.0066
mean	-0.0145	-0.0123	0.0019	0.001
p.50	-0.0143	-0.0121	0.0019	0.001
stdev	0.0086	0.0075	0.0029	0.0017
skewness	-0.0719	-0.1396	-0.1314	0.0169
kurtosis	2.9321	2.9555	3.094	2.85

Table 17: Distribución: std dev

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	0.0018	0.0016	7e-04	4e-04
max	0.2888	0.3159	0.1246	0.0375
mean	0.1338	0.1178	0.0459	0.0263
p.50	0.1324	0.1161	0.0452	0.0262
stdev	0.0134	0.0136	0.0052	0.0018
skewness	0.6948	1.5117	2.3464	-1.8267
kurtosis	16.7643	19.8255	33.435	28.7847

Table 18: Distribución: sesgo

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-12.0474	-12.7902	-12.9939	-4.1672
max	2.3335	2.9076	8.5374	5.4521
mean	-1.1996	-1.4298	-0.6301	0.1133
p.50	-1.0335	-1.2057	-0.4933	0.0995
stdev	0.8008	0.9458	1.0478	0.4221
skewness	-3.2959	-3.0996	-2.4965	0.4821
kurtosis	25.2456	20.0159	25.3659	16.4857

Table 19: Distribución: curtosis

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	2.6905	2.8459	2.7517	2.596
max	173.7421	188.0221	192.5328	62.4672
mean	7.9232	9.196	8.4402	4.6463
p.50	5.8128	6.3394	5.9603	4.113
stdev	7.8397	9.9056	9.6727	2.2932
skewness	7.3579	5.961	8.2169	8.2946
kurtosis	94.4225	57.7778	106.0751	136.1696

Las siguientes estadísticas descriptivas corresponden a las estimaciones con ventana móvil (walk-forward).

Table 20: Estadísticas resumidas - VaR.95

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.15123	-0.14160	-0.07421	-0.06706
max	-0.08594	-0.07558	-0.00271	0.00467
range	0.06528	0.06602	0.07151	0.07173
median	-0.10479	-0.09463	-0.02343	-0.01752
mean	-0.10783	-0.09771	-0.02677	-0.02031
std.dev	0.01263	0.01278	0.01383	0.01362
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.37112	-1.29270
skew.2SE	-5.12402	-5.12402	-5.14544	-4.85117
kurtosis	1.62617	1.62617	1.62028	1.57538
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.04913	2.96462
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87339	0.89009

Table 21: Estadísticas resumidas - VaR.975

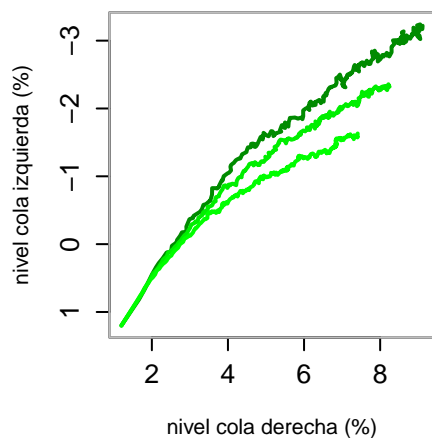
	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.16696	-0.15576	-0.07896	-0.06975
max	-0.10289	-0.09082	-0.00763	0.00147
range	0.06407	0.06493	0.07133	0.07122
median	-0.12138	-0.10957	-0.02801	-0.02094
mean	-0.12437	-0.11259	-0.03137	-0.02377
std.dev	0.01240	0.01256	0.01378	0.01333
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.37579	-1.30088
skew.2SE	-5.12402	-5.12402	-5.16299	-4.88187
kurtosis	1.62617	1.62617	1.61792	1.60370
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.04468	3.01792
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87208	0.88906

Table 22: Estadísticas resumidas - VaR.99

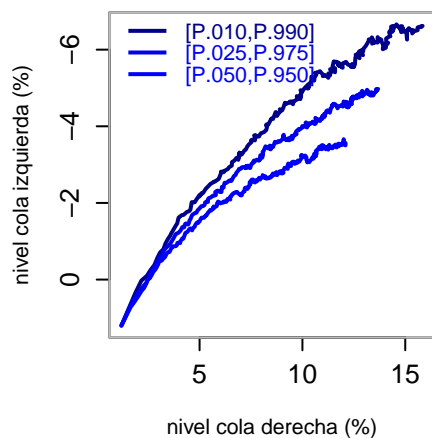
	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.18582	-0.17371	-0.08513	-0.07389
max	-0.12320	-0.11016	-0.01403	-0.00256
range	0.06262	0.06355	0.07110	0.07133
median	-0.14127	-0.12850	-0.03413	-0.02563
mean	-0.14419	-0.13147	-0.03720	-0.02846
std.dev	0.01212	0.01230	0.01368	0.01310
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.36543	-1.29217
skew.2SE	-5.12402	-5.12402	-5.12409	-4.84917
kurtosis	1.62617	1.62617	1.59775	1.63591
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.00672	3.07854
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87460	0.89228

En los siguientes cuadros se presenta la asimetría en el “riesgo-retorno” entre distintos regímenes. Refleja el potencial de ganancia (pérdida) en términos porcentuales (%) y corresponde a la probabilidad remota de ocurrencia dentro del marco VaR presentado.

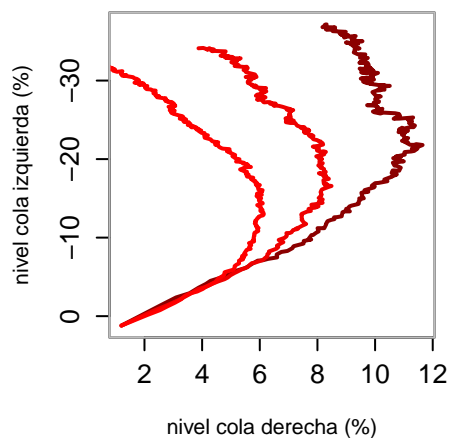
R(i=3)



R(i=2)



R(i=1)



En los siguientes cuadros se presenta la evolución de los parámetros de distribución generados durante de la prueba *out-of-sample*. Observamos que en el período no se presentaron decisiones de incremento en la tasa de política monetaria, por lo que los regímenes $R_i = 1$ y $BIII$ no presentaron cambios. Se aprecia el incremento en el sesgo (positivo) a partir de la flexibilización monetaria ejecutada durante el año 2023.

