## Escenarios de estrés en portafolios de inversiones: Un enfoque empírico

Superintendencia de Bancos, Departamento de Estudios Económicos

Stefan Bolta, FRM.

Junio 30, 2025

#### Abstract

Esta investigación presenta un proceso de construcción de escenarios de estrés siguiendo principios puramente empíricos. La aplicación se desarrolla utilizando la técnica de meta-labeling para identificar períodos con características similares en la serie de tasas de interés y, posteriormente, analizar el comportamiento del índice benchmark durante esos períodos. Los datos se aproximan a la función de densidad de probabilidad empírica mediante la solución cerrada de la familia de distribuciones Pearson Tipo IV. A partir de esto, se generan los escenarios por medio de Simulación de Monte Carlo (SMC) utilizando datos sintéticos y se interpretan los resultados.

## Metodología

Continuando sobre el marco anterior<sup>1</sup>, nuestro principal interés consiste en explorar la posibilidad de generación de escenarios de estrés en el portafolio de inversiones de renta fija con una condición: reducir la dependencia paramétrica presente en el enfoque híbrido previamente explorado. En esta ocasión, adoptaremos un enfoque puramente empírico que, en términos generales, hace el uso únicamente de la data observable para desarollar, calibrar y validar el modelo de riesgos. Esta propuesta pertenece a la familia de metodologías no paramétricas. Su principal característica radica en su capacidad natural para incorporar la memoria inherente al proceso autorregresivo de la volatilidad realizada, permitiendo capturar la dinámica subyacente del proceso generador con un nivel de complejidad reducido<sup>2</sup>. Consideramos que esto tiene el potencial de robustecer la estimación de riesgos. En el proceso, procuramos mantener una importante característica de los modelos GARCH: su capacidad para modelar el impacto de los choques de volatilidad como un comportamiento condicional. Aprovechamos, además, la conveniencia y flexibilidad de los modelos empíricos<sup>3</sup>. Adicionalmente, valoramos la interpretabilidad del modelo como una característica altamente deseable. Aspiramos a lograr mayor claridad y facilidad para comunicar las propiedades que definen cada estado, diferenciando los escenarios tanto en términos cuantitativos como cualitativos.

Las desventajas potenciales de nuestro enfoque fueron señaladas por Jorion<sup>4</sup>. La consideración más importante de todas radica en el problema de inducción: ¿la función generadora ha relevelado realmente sus verdaderas propiedades?. Este constituye el principal factor detrás del riesgo de modelo.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Bolta (2024). Volatilidad realizada y el riesgo de mercado: Aplicación del Value-at-Risk (VaR) en el índice GOBIXDR.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>La complejidad inherente en la estimación GARCH y el proceso iterativo de búsqueda de parámetros para lograr la convergencia numérica puede representar un desafío en su implementación.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Por ejemplo, la posibilidad de analizar probabilidades de ocurrencia de diferentes escenarios y estudiar las características del proceso generador. Aplicada correctamente, esta metodología permite formular expectativas y ofrecer una alternativa a herramientas tradicionales de análisis de series de tiempo.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Global Association of Risk Professionals. (2007). Financial risk manager handbook. John Wiley and Sons.

Table 1: Taxonomía modelo

Métodos No Paramétricos	
Simulación Histórica	
	Simple
	Bootstrap
	Densidad no paramétrica
Simulación Histórica Ponderada	
	Ponderada por el tiempo
	Ponderada por volatilidad
	Ponderada por correlación
	Filtrada

Table 2: Características familiares

Características	Simulación Monte Carlo
Método de Estimación	Completo
Distribución	
Tipo	General
Eventos Extremos	Posible
Implementación	
Facilidad estimación	No
Facilidad comunicación	Difícil
Precisión	Adecuada (con suficientes iteraciones)
Mayor debilidad	Riesgo de modelo

El propósito de la prueba de estrés es evaluar la capacidad del portafolio para absorber choques derivados de condiciones adversas. Las guías y prácticas recomendadas<sup>5</sup> indican que el escenario de estrés debe ser plausible pero poco probable. Cualquier elección de escenario debe considerarse informativa y relevante con miras al futuro<sup>6</sup>.

En esta investigación, seguimos el enfoque bottom-up<sup>7</sup> con el propósito de ofrecer un ejemplo de aplicación simple y adaptable. La aplicación infiere el comportamiento de bonos gubernamentales directamente a partir de la serie de precios del índice GOBIXDR. Por taxonomía de modelo de riesgos, nuestro metódo corresponde a la Simulación Histórica Ponderada con una combinación de la densidad no paramétrica y la ponderación por evento, que es representada por el meta-label. El ejercicio de modelado tiene como objetivo informar sobre el impacto hipotético de eventos con la probabilidad de ocurrencia remota. Para responder

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Bank for International Settlements (2018). Stress testing principles.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Esto incluye elementos de comportamiento anticíclico. Por ejemplo, si las tasas de interés han permanecido en niveles relativamente bajos y existen indicios de una aceleración en la inflación, sería razonable considerar escenarios de endurecimiento de la postura monetaria. Lo mismo aplica a contextos en los que la tendencia de los precios de los activos ha sido consistentemente al alza, haciendo necesaria la evaluación del impacto de una posible corrección. Determinar los efectos en dichos escenarios condicionales es precisamente el objetivo de un programa de prueba de estrés.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Comúnmente, existen dos estrategias de diseño para definir un escenario de estrés: "top-down" y "bottom-up". La primera se basa en una estructura jerárquica, y por tanto, relativamente rígida, que modela el impacto a partir de relaciones de causalidad previamente estudiadas. Frecuentemente, comienza con factores macroeconómicos cuyos efectos se transmiten a la economía real, y posteriormente al mercado financiero (y al sector particular) donde se genera el choque. En contraste, un enfoque "bottom-up" interpreta las relaciones de manera más flexible y parte desde los niveles más bajos de la estructura. Esto implica que los choques se aplican de forma indirecta, sin necesidad de asumir una jerarquía en las relaciones ni de ofrecer una interpretación causal explícita.

a esta consideración empírica y cumplir con el objetivo propuesto, se recurre al uso de una serie univariada con disponibilidad histórica que, a lo largo del tiempo, tenga la mayor probabilidad de haber asimilado distintos estados del ciclo económico, el mercado de tasas de intéres, y una variedad de choques financieros. En ese contexto, el índice GOBIXDR contiene datos diarios que abarcan un período superior a 10 años<sup>9</sup>. Durante ese tiempo, ha registrado choques por factores tanto internos como externos: diversos ciclos de flexibilización y restricción monetaria, mercados alcistas y bajistas, el impacto de la pandemia de COVID-19 y su recuperación posterior, choques macroeconómicos —incluyendo el surgimiento inflacionario derivado de las disrupciones globales en las cadenas de suministro— así como conflictos geopolíticos y armados, entre otros. El historial ofrece una gama de situaciones que fueron asimiladas en el comportamiento del mercado de renta fija.

En el contexto de la definición de un escenarios de estrés, se hace necesario responder dos preguntas: 1)  $\dot{\delta}De$  qué manera podemos definir un escenario?, y 2)  $\dot{\delta}C\acute{o}mo$  elegir la probabilidad de ocurrencia?. En primer lugar, abordamos el problema de la forma más simple posible con el objetivo de ilustrar el principio de aplicación. La información utilizada es cualitativa, con un alto nivel de significado económico, y se encuentra públicamente disponible. El indicador que define los escenarios presentados se construye a partir de las decisiones sobre el nivel de la tasa de interés de política monetaria. En segundo lugar, con el fin de aproximar la apreciación cualitativa a una escala cuantitativa, se observa una guía de evaluación de tipo militar<sup>10</sup>, la cual permite interpretar la probabilidad de ocurrencia de manera estructurada:

Table 3: Escala de probabilidad de ocurrencia

Rango (%)	Término utilizado
0 - 5	Probabilidad remota
10 - 20	Muy poco probable
25 - 35	Improbable
40 - 50	Probabilidad realista
55 - 75	Probable
80 - 90	Muy probable
95 - 100	Casi seguro

En cuanto a la elección de la magnitud del impacto, la literatura financiera suele enfocarse en probabilidades consideradas como remotas, correspondientes a un rango de ocurrencia entre el 1% y el  $5\%^{11}$ . No obstante, para fines de informar las decisiones con rigurosidad, es importante mantener una perspectiva basada en la distribución completa. Esto se debe a que, en algunas ocasiones, el investigador pudiera estar interesado en identificar el punto de quiebre, como lo establecen las prácticas de Reverse Stress-Testing  $^{12}$ .

Consideremos, un escenario definido como  $R_i$ , con probabilidad condicional  $P(R_i \mid T)$ , donde el estado  $R_i$  en el momento T se define según la siguiente regla:

$$R_{i,T} = \begin{cases} +1, & \text{si } r_T > r_{T-1} \\ 0, & \text{si } r_T = r_{T-1} \\ -1, & \text{si } r_T < r_{T-1} \end{cases}$$
 (1)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>El lector atento notará que se está respondiendo una pregunta que, en su naturaleza, es multivariada: un portafolio de bonos puede contener un número considerable de emisiones, cada una con diferentes plazos y condiciones. A esto se suman distintas condiciones de mercado, las cuales tienden a variar en el tiempo. La realidad es que, en un mundo imperfecto, debemos adoptar aproximaciones simplificadas.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Este índice es estimado y publicado diariamente por la Bolsa de Valores de la República Dominicana.

 $<sup>^{10} \</sup> Ve \'ase \ https://www.gov.uk/government/news/defence-intelligence-communicating-probability.$ 

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Otro aspecto relevante, y objeto de amplias discusiones académicas, se refiere al tratamiento particular que se debe otorgar a las probabilidades ubicadas en las colas de la distribución. En específico, cómo deben manejarse las instancias de exceso y si la estimación debería ser condicionada a dicho hecho.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Aikman, D., Angotti, R., Budnik, K. (2024). Stress testing with multiple scenarios: a tale on tails and reverse stress scenarios.

La variable  $r_T$  representa el nivel de la TPM en intervalos mensuales  $(T, T_{-1})$ . Por construcción, el estado  $R_{i,T}$  se encuentra restringido a tres escenarios i=(1,2,3), que representan posibles estados de la Tasa de Política Monetaria (TPM) al momento de decisión de las autoridades,  $\Delta r_t$ : 1) incremento, 2) permanencia o, 3) reducción. Estos son observables directamente en las decisiones adoptadas en el pasado por las autoridades monetarias<sup>13</sup>. El retorno del benchmark rb impactado por la decisión  $r_T$ , corresponde al mes calendario posterior a la decisión sobre la dirección de la tasa de interés, y se encuentra dentro del intervalo temporal (t+1,T'), donde rb contiene información diaria t en secuencia (t+1,2...n) hasta el fin del período T', el cual coincide con el momento de la siguiente decisión sobre el nivel de la TPM<sup>14</sup>. Una vez asignado el meta-label  $R_{i,T}$ , se examinan los retornos diarios de la muestra antes de realizar los procedimientos y las inferencias detalladas más adelante<sup>15</sup>. La regla definida es simple y altamente relevante. Se basa en un criterio fundamental, dado que posee el vínculo directo entre la postura monetaria de las autoridades y los fundamentos económicos que motivan la decisión sobre el nivel de tasa de interés. Al observar la acción tomada, no resulta necesario recurrir a la complejidad de modelar indicadores ni la construcción de modelos satélite para extrapolar relaciones que, en la práctica, suelen ser estadísticamente débiles.

Para resumir, la conveniencia del método elegido reside en dos aspectos: primero, su capacidad para definir criterios y segregar la muestra histórica de manera condicional; segundo, su habilidad natural para capturar la variabilidad de la función generadora, al reflejar una propiedad fundamental del proceso: la volatilidad cambiante en el tiempo (heteroscedasticidad), sin depender de una formulación explícita (y cerrada) del problema que, en muchos casos, restringe la interpretación de los cambios únicamente a variaciones en los parámetros utilizados<sup>16</sup>.

Finalmente, bajo el enfoque empírico, la definición del proceso generador evoluciona con el tiempo a medida que se incorporan nuevas observaciones. Este mecanismo tiene el efecto esperado de acercarse progresivamente a la verdadera naturaleza del proceso subyacente reflejada en la serie. En contraste, la parametrización rígida que asume procesos determinísticos para modelar el generador conlleva el riesgo de sufrir rupturas de modelo —acumulativas y discretas en el tiempo— debido a su naturaleza inflexible.

Retornos GOBIXDR	$\Delta$ TPM		
condicional	$R_{i=3}$ reducción	$R_{i=2}$ sin cambios	$R_{i=1}$ incremento
meses % muestra observaciones	19 14.97% 398	104 76.47% 2106	13 9.56% 272

Table 4: Distribución de estados  $R_i$ 

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Las estrategias de gestión afectan directamente el nivel de reservas y liquidez del sistema en sentido amplio, el costo del dinero (tasa) o el flujo en movimiento de capitales. Para estos fines, la magnitud de los cambios no fue considerada.

<sup>14</sup> Las decisiones de política monetaria se anuncian ordinariamente el último día de cada mes y, por lo general, entran en vigor al inicio del siguiente período calendario. No obstante, en situaciones excepcionales, estas pueden derivar de reuniones extraordinarias. Por ejemplo, la más reciente ocurrió durante la pandemia de COVID-19, cuando el 18 de marzo de 2020, el Banco Central redujo la TPM de 3.50 a 3.00 porciento anual en una sesión extraordinaria.

 $<sup>^{15}</sup>$ Es importante notar que, en la práctica, el meta-label  $R_{i,T}$  puede ser reemplazado por el estado proveniente de cualquier otro indicador (o su transformación), por ejemplo: el nivel de tasas de interés, su transformación que captura la tendencia como es el caso de la media móvil, el nivel en el spread de crédito, el estado de condiciones financieras, la forma de la curva de rendimientos, así como cualquier medida macroeconómica relevante, entre otros.

 $<sup>^{16}</sup>$ Particularmente, la formulación presentada se encuentra implícita en el criterio definido por el meta-label, y no —como ocurre en el caso del proceso GARCH— en una especificación predeterminada sobre la relación entre variaciones diarias en distintos momentos del tiempo. Por ejemplo, el orden autorregresivo (p = 1, q = 1) presupone una dependencia con una observación rezagada para describir el comportamiento del término de error $\varepsilon$  y la evolución de la varianza  $\sigma^2$ . Esta especificación puede mostrar una tendencia natural a variar conforme se redefinen los bloques de tiempo usados para entrenar y calibrar el modelo. El investigador puede modificar las ventanas de tiempo, jugar con variaciones en los parámetros, pero su descripción estructural permanece restringida a la especificación del modelo.

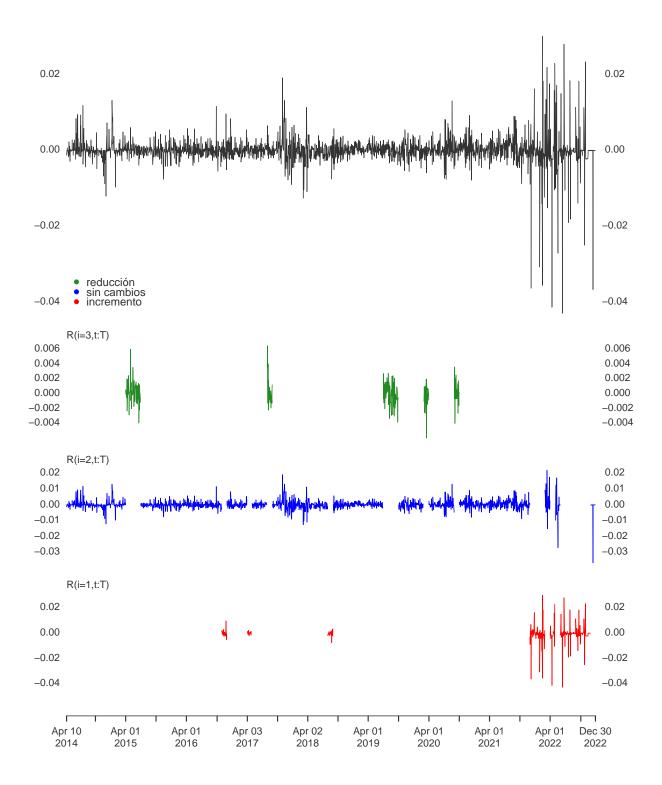


Table 5: Probabilidad de transición entre regímenes TPM

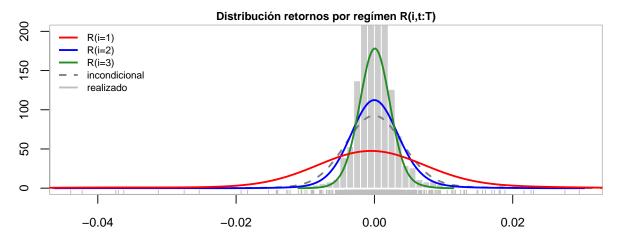
(i=3,t+1)	R(i=2,t+1)	R(i=1,t+1)
$0.5263 \\ 0.0865$	$0.4737 \\ 0.8558$	$0.0000 \\ 0.0577$
	0.5263	0.5263       0.4737         0.0865       0.8558

La data analizada contiene 136 meses de decisiones sobre la Tasa de Pólitica Monetaria (TPM) y 2776 observaciones diarias del GOBIXDR. Se observa que la decisión más frecuente ha sido mantener sin cambios la TPM, dado que el 76.5% de la muestra corresponde al estado  $r_{T=2}$ , mientras que el 14.0% y 9.6% de las ocurrencias reflejan a los estados de reducción e incremento en la TPM,  $r_{T=3}$  y  $r_{T=1}$  respectivamente. Durante el período evaluado, se identifican cinco ciclos de reducción en la TPM y cinco ciclos de incremento  $^{17}$ .

Al examinar la probabilidad de transición entre los distintos estados, observamos que la mayor probabilidad en  $R_{i,t+1}$  corresponde a la permanencia del estado registrado en  $R_{i,t}$ . Por ejemplo, en la situación cuando la TPM permanece sin variación  $R_{i=2,t}$ , la probabilidad que en el próximo período se mantenga  $R_{i=2,t+1}$  es de 85.58%. En contraste, la probabilidad de que ocurra una transición hacia una reducción en la TPM  $R_{i=3,t+1}$  es de 8.65%, y hacia el incremento  $R_{i=1,t+1}$  de 5.77%.

Analizando las probabilidades de migración desde estados  $R_{i=1}$  y  $R_{i=3}$ , se puede apreciar que existe una ligera inclinación hacia la permanencia en el estado actual, con la alternativa de frenar la dirección de cambios en la TPM a  $R_{i=2}$ . Es decir, antes de presentar cambios en la dirección de la TPM, históricamente siempre se ha observado una pausa<sup>18</sup>. Solo en el estado de inactividad  $R_{i=2,t}$  se registra una probabilidad significativa de transición hacia cualquiera de los tres estados posibles en el período siguiente  $R_{i,t+1}$ .

De manera ilustrativa, se puede apreciar el impacto que tiene la selección de la muestra según el criterio de regla aplicado. La diferencia en el proceso generador de los datos es visible<sup>19</sup>. En términos prácticos, esto implica que debemos tener expectativas diferenciadas sobre el comportamiento del mercado de bonos, según la dirección del movimiento de la Tasa de Política Monetaria (TPM), y en consecuencia, anticipar perfiles de riesgo distintos en cada caso.



<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Cabe destacar que, en los primeros tres episodios de incremento, el impacto potencial de riesgo asociado a una subida de tasas fue relativamente modesto. La verdadera magnitud del riesgo no se evidenció hasta el ciclo posterior a la pandemia de COVID-19, iniciado a principios de noviembre de 2021, en el contexto de la lucha global contra la inflación.

<sup>18</sup> El lector perspicaz notará que este enfoque condicional también podría abordarse desde la perspectiva de un proceso markoviano con simulación. No obstante, dado que nuestro objetivo se limita a realizar estimaciones de riesgo —las cuales deben ser conservadoras por definición—, no adoptamos el enfoque de cadenas de Markov. Reconocemos, sin embargo, que dicho enfoque puede resultar útil para otras aplicaciones.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>La curva que representa la densidad marginal fue suavizada para reducir el ruido estádistico, utilizando la función kernel un parámetro de suavización  $bw_i = \sigma_i$ .

Table 6: Resumen parámetros: período entrenamiento

	todos	R(i=3)	R(i=2)	R(i=1)
mean	0.0000	0.0001	0.0001	-0.0008
std.dev	0.0037	0.0017	0.0029	0.0075
skewness	-2.2717	0.1427	-0.8411	-1.7153
kurtosis	40.5154	1.8615	26.9199	13.7604

Table 7: Ljung-Box Q

	todos	Ri=2	Ri=3	Ri=1
rho1	-0.0303	-0.0754	0.0670	-0.1279
rho2	0.0180	0.0350	-0.0084	0.0453
rho3	-0.0256	0.0169	0.0910	-0.1364
rho4	0.0643	0.0686	0.0354	0.0523
rho5	-0.0313	-0.1277	-0.0329	-0.0149
rho6	0.0011	0.0103	0.0211	-0.0404
Q(6) p-value	0.0173	0.4719	0.0001	0.0751

Continuando el análisis del GOBIXDR según su respectivo estado<sup>20</sup>, en el régimen correspondiente a incrementos en la TPM  $R_{i=1}$ , se evidencia una dirección negativa en la expectativa de retornos, así como un sesgo originado por una cola izquierda pronunciada y rastros de autocorrelación en la serie (dentro de la zona de rechazo).

En el estado  $R_{i=2}$ , se observa una elevada curtosis acompañada de una desviación estándar superior a la registrada en el estado  $R_{i=3}$ , y la ausencia de autocorrelación. Esto sugiere que, aunque la mayoría de las observaciones se concentra en valores cercanos a cero, persiste incertidumbre respecto a la dirección futura de la TPM, y en consecuencia, los movimientos presentan mayor presencia de aleatoriedad y sin una tendencia clara.

Finalmente, el estado  $R_{i=3}$  presenta la expectativa de retorno positivo, al igual que el sesgo, además de la menor volatilidad, y autocorrelación positiva (significativa). Esta última es una característica fundamental asociada a mercados con tendencia alcista, es decir, con potencial de apreciación en el valor de las inversión (eng: trending)<sup>21</sup>.

A partir de este punto, el enfoque del análisis se desplaza hacia la búsqueda iterativa de la distribución marginal que mejor se ajusta a las características empíricas observadas en la muestra. Para ello, se sigue el procedimiento propuesto por Cullen y Frey  $(1999)^{22}$  utilizando la librería *fitdistrplus*<sup>23</sup>. Analíticamente, se evalúa la tipología de la distribución y, posteriormente, se estiman los parámetros correspondientes<sup>24</sup>.

 $<sup>^{20}</sup>$ Se evidencia cierta diferencia entre la tabla 6 y el gráfico presentado anteriormente, especificamente en la curtosis. Es importante señalar que los momentos estadísticos son sensibles a observaciones particulares. En este caso, el cuarto momento es el más afectado por el comportamiento del índice durante el segundo semestre de 2022, cuando se registraron varios días consecutivos sin variación. No obstante, estas observaciones forman parte del comportamiento empírico observado, por lo que no son excluidas.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>El mercado definido de esta forma tiende a ofrecer una relación favorable entre el riesgo y retorno.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup>Cullen, A. C., Frey, H. C. (1999). Probabilistic techniques in exposure assessment: a handbook for dealing with variability and uncertainty in models and inputs. Springer Science and Business Media.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup>Delignette-Muller M.L., Dutang C. (2015), fit distrplus: An R Package for Fitting Distributions. Journal of Statistical Software, 64(4), 1-34.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>Ver anexos para detalles técnicos y resultados específicos.

### DISTRIBUCIÓN PEARSON IV

La distribución Pearson Tipo IV es el caso especial de la familia de distribuciones Pearson<sup>25</sup>, siendo una distribución generalizada con cola ancha y asimetría. Tiene amplio uso en ciencias naturales y modelación financiera. Entre las aplicaciones financieras podemos destacar su uso en modelación de retornos financieros<sup>26</sup>, gestión de riesgo de mercado y el Value-At-Risk (VaR)<sup>27</sup>, comportamiento de tasas de interés<sup>28</sup>, optimización de portafolios<sup>29</sup>, y finalmente, generación de choques y escenarios de estrés<sup>30</sup>. En nuestro caso, el interés se encuentra centrado sobre esta última. La distribución Pearson Tipo IV tiene origen en la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{(a+bx)}{c_1 + c_2 x + c_3 x^2} f(x) = 0$$
 (2)

Utiliza los cuatro momentos para generar comportamientos en la masa distribucional. Los parametros  $c_i$  definen la forma y familia particular de Pearson; siendo  $c_1$  el parametro de escala,  $c_2$  la ratio entre la media y el sesgo, y  $c_3$  la relación entre la varianza y la curtosis. Para la distribución  $Tipo\ IV$ , los parametros deben satisfacer la condición  $c_3 > 0 > c_2^2 - 4c_1c_3$  registrando el denominador siempre un número positivo. Entonces, la función se convierte en una transformación trigonométrica. El polinomio cuadrático se reescribe de la siguiente forma:

$$c_1 + c_2 x + c_3 x^2 = c_3 \left( x^2 + \frac{c_2}{c_3} x + \frac{c_1}{c_3} \right)$$

Elevando la raíz cuadrada:

$$x^{2} + \frac{c_{2}}{c_{3}}x + \frac{c_{1}}{c_{3}} = \left(x + \frac{c_{2}}{2c_{3}}\right)^{2} + \left(\frac{4c_{1}c_{3} - c_{2}^{2}}{4c_{3}^{2}}\right)$$

Dado:

$$\beta^2 = \frac{4c_1c_3 - c_2^2}{4c_3^2}$$

$$\mu = -\frac{c_2}{2c_3}$$

Reemplazando se obtiene:

$$c_1 + c_2 x + c_3 x^2 = c_3 ((x - \mu)^2 + \beta^2)$$

Esta transformación permite reescribir la ecuación diferencial de Pearson:

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{(a+bx)}{(x-\mu)^2 + \beta^2} f(x) = 0$$
 (3)

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup>Pearson, Karl (1895). "Contributions to the mathematical theory of evolution, II: Skew variation in homogeneous material" (PDF). Philosophical Transactions of the Royal Society. 186: 343–414

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup>Pizzutilo, F. (2012). "Use of the Pearson System of Frequency Curves for the Analysis of Stock Return Distribution: Evidence and Implications for the Italian Market." Economics Bulletin, Vol. 32 No. 1, pp. 272-281

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup>Andreev, A., Kanto, A., Martikainen, T. (2005). "Simple Approach for Distribution Selection in the Pearson System." Helsinki School of Economics.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup>Rich, N., Greene, L., Graham, R. (1971). "The Pearson's System of Frequency Curves Digital Computer Program." U.S. Army Missile Command, Redstone Arsenal, Alabama.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup>Kotz, S., Johnson, N. L. (1985). "Moment Ratio Diagrams." Encyclopedia of Statistical Sciences, Vol. 5, pp. 602-604

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup>Herrerías, R., Callejón, J. (2001). "Los sistemas de Pearson como generadores de distribuciones de probabilidad. Aplicaciones estadísticas y económicas." Universidad de Granada, España

El resultado de la solución general:

$$f(x) \propto \left(1 + \frac{(x-\mu)^2}{\beta^2}\right)^{-\nu} e^{-\eta \tan^{-1}((x-\mu)/\beta)}$$
 (4)

De aquí podemos observar cómo la función de densidad de probabilidad (PDF) de la distribución Pearson Tipo IV está estructurada, incorporando una decadencia tipo potencia y una dependencia exponencial de la función arco tangente.

La solución en forma cerrada de la ecuación diferencial está dada por Johnson, Kotz, y Balakrishnan (1994)<sup>31</sup>:

$$f(x) = K \left( 1 + \frac{(x-\mu)^2}{\beta^2} \right)^{-\nu} e^{-\eta \tan^{-1}((x-\mu)/\beta)}$$
 (5)

$$\nu = \frac{5}{2} + \frac{3}{g_2 - \frac{3}{2}} \tag{6}$$

$$\lambda = \frac{g_1}{\sqrt{g_2 - \frac{3}{2}}}\tag{7}$$

$$\eta = \lambda \cdot \nu \tag{8}$$

Donde:

- K es una constante de normalización para aproximar el resultado de la integral a  $1^{32}$
- $\mu$  indica el centro de la distribución
- $\beta$  controla la dispersión
- $\lambda$  es una derivación del sesgo y de la curtosis para estimar  $\nu$  y  $\eta$
- $\nu$  caracteriza el ancho en la cola de distribución
- $\eta$  indica la estimación del sesgo ajustada por la asimetría y la cola ancha
- $g_1$  representa el parámetro del sesgo de la distribución
- $g_2$  representa el parámetro de la curtosis de la distribución  $^{33}$

El término  $\left(1+\frac{(x-\mu)^2}{\beta^2}\right)^{-\nu}$  controla la forma de la distribución y define el nivel de de grosor de las colas, mientras que el término  $e^{-\eta \tan^{-1}\left(\frac{x-\mu}{\beta}\right)}$  introduce la asimetría en la distribución. La combinación de ambos permite capturar adecuadamente los choques conforme a la naturaleza específica de cada estado que define el escenario simulado<sup>34</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup>Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. (1995). Continuous univariate distributions, volume 2 (Vol. 2). John wiley and sons.

 $<sup>^{32}</sup>$ La K se puede elegir de varias formas: 1) si se utiliza la distribución estandarizada (media = 0, varianza = 1), existen valores precomputados de K en tablas. Ver Rhind, A. (1909). "Tables to facilitate the computation of the probable errors of the chief constants of skew frequency distributions"; 2) en cálculos numéricos, K se estima empíricamente; 3) K se puede determinar por vía de integración numérica. La estimación correcta asegura que la densidad de Pearson IV integre a 1, garantizando que sea una distribución de probabilidad válida.

 $<sup>^{33}</sup>$ Es importante indicar que la solución resulta válida bajo la condición  $g_2 > 1.5$  ya que el denominador se basa en  $g_2 - \frac{3}{2}$ , y también debe cumplir que  $g_2 > g_1^2 + 1$  para que la distribución Pearson IV exista y tenga colas definidas. Si si  $g_2 < 1.5$ , entonces  $g_2 - \frac{3}{2} < 0$ , lo cual haría que  $\nu$  se vuelva negativa o indefinida.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup>No obstante, es necesario tomar en consideración que esto constituye una aproximación númerica por lo que produce un resultado distinto que la simulación histórica por bootstrap.

Table 8: Parámetros estimados

	todos	Ri=3	Ri=2	Ri=1	BIII
mu	0.0000	0.0001	0.0001	-0.0008	-0.0009
beta	0.0037	0.0017	0.0029	0.0075	0.0085
g1	-2.2732	0.1438	-0.8418	-1.7248	-1.3817
g2	43.5551	4.9129	29.9545	16.8848	12.1336
nu	2.5713	3.3790	2.6054	2.6950	2.7821
eta	-0.9014	0.2631	-0.4112	-1.1851	-1.1788
lambda	-0.3505	0.0778	-0.1578	-0.4397	-0.4237
K	186.3145	546.7689	259.1230	90.6083	82.1158

### EL PROCESO DE ENTRENAMIENTO, SIMULACIÓN

Acorde con la regla definida en la ecuación (1), se identificaron los períodos correspondientes a cada estado  $R_i$ . En adición a estos, se creó un cuarto estado BIII con características especiales, que incorpora de 1 año en condiciones de mercado bajo estrés severo. Luego, se destinó el período entre años 2014 y 2022 para fines del entrenamiento, mientras que la data de los años 2023-2024 fueron reservados para la ejecución de la simulación out-of-sample. La lectura inicial de los parámetros de la densidad marginal se obtuvo durante la fase de entrenamiento. Las estimaciones se construyen de dos formas.

La primera es una simulación sobre el horizonte fijo de 250 días. Equivale aproximadamente a un (1) año calendario. Este plazo constituye el estándar y es ampliamente utilizado en las regulaciones contemporaneas dado que responde a la necesidad de modelar el impacto en un horizonte suficientemente amplio para asimilar distintas condiciones de mercado, resultando útil para fines de planificación de consumo de capital (incluyendo el costo de inventariar el riesgo en posiciones estructurales) y para informar decisiones relacionadas con el apetito de riesgo. La simulación estima la probabilidad de incurrir en cierto nivel de pérdida bajo distintos contextos derivados de las decisiones adoptadas por las autoridades monetarias, que corresponden a distintos estados económicos<sup>35</sup>.

La segunda estimación cumple un objetivo distinto. Su finalidad es analizar la situación del mercado en el corto plazo, con el propósito de apoyar decisiones de gestión de riesgos de carácter táctico y aproximar —de manera indicativa— el consumo hipotético de riesgo para evaluar la actividad de trading. En este caso, para fines del ejercicio se adopta un horizonte temporal más corto: los próximos treinta (30) días. Para formular un proceso empírico adecuado, el sistema debe reflejar toda la información disponible en el momento t, por lo que deberá actualizarse conforme se incorporen nuevas observaciones al historial<sup>36</sup>. Es decir, en el proceso de simulación, en cada paso de la iteración t+1 se ejecutará la actualización de los cuatro momentos (media, varianza, sesgo y curtosis). Con ese resultado se estimarán nuevamente los parámetros de la distribución Pearson IV, antes de proceder a correr la Simulación Monte Carlo (SMC).

En ambos casos, la Simulación Monte Carlo (SMC) consta de 10,000 iteraciones y representa los retornos hipotéticos del portafolio de bonos gubernamentales. Para estimar el impacto potencial de pérdidas, se aplica el Valor en Riesgo (VaR), considerando probabilidades de ocurrencia del 1%, 2.5% y 5%. Al ejercicio de simulación, se incluye el comportamiento realizado en el futuro del índice para fines de contrastar las estimaciones. Se reportan los parámetros y se comentan las características observadas en el comportamiento simulado. Finalmente, en los anexos se produce una demostración de la aplicación del resultado la prueba de estrés a un portafolio teórico.

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup>Por ejemplo, el régimen de flexibilización monetaria suele representar momentos de baja inflación y una economía con menor dinamismo del deseado. En el caso de endurecimiento monetario, sucede lo contrario: la economía presenta señales de sobrecalentamiento con impacto directo en el nivel de inflación.

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup>Esto responde al riesgo de data leakage, que puede comprometer la validez de los resultados si se utiliza información futura en la calibración del modelo.

#### Resultados

Entre las principales características observadas en el período 2014–2022, destacamos lo siguiente: la dispersión presenta un comportamiento coherente con lo esperado. En el contexto de restricción monetaria (incremento en la TPM,  $R_{i=1}$ ), la volatilidad en el mercado de bonos tiende a incrementarse. En cambio, bajo escenarios de flexibilización monetaria (reducción en la TPM,  $R_{i=3}$ ), se valida el comportamiento contrario. El régimen sin cambios en la postura monetaria  $R_{i=2}$ , se posiciona como era previsible, entre  $R_{i=1}$  y  $R_{i=3}$ . En relación con el sesgo, se identifica un valor altamente negativo en  $R_{i=1}$  y moderadamente negativo en  $R_{i=2}$ , mientras que en el régimen  $R_{i=3}$  se presenta un sesgo sólidamente positivo. En cuanto al grosor de las colas de la distribución, la situación es menos clara. La curtosis resulta elevada para la muestra completa; sin embargo, la simulación revela que la curtosis tiende a disminuir conforme se transita desde un régimen de restricción hacia uno de flexibilización. Al analizar los demás momentos, se aprecia que, mientras esto sucede, la dispersión se reduce, lo cual indica que la incertidumbre sobre ese parámetro particular disminuye. Interpretando las características por tipo de régimen podemos destacar:

	todos	R(i=3)	R(i=2)	R(i=1)	BIII
media (ann.)	0.0023	0.0162	0.0313	-0.1924	-0.2267
std.dev (ann.)	0.0597	0.0267	0.0467	0.1194	0.1356
skewness	-2.2748	0.1450	-0.8425	-1.7344	-1.3893
kurtosis	43.6505	4.9960	30.0360	17.1669	12.3254

Table 9: Parámetros estimados

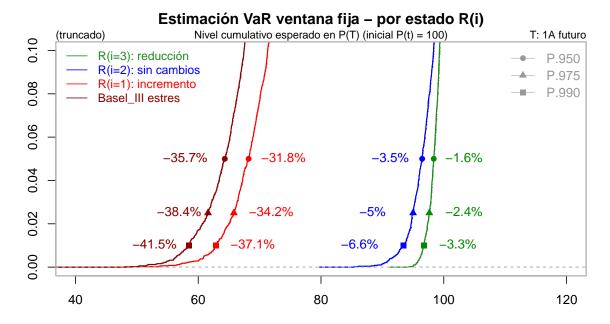
 $R_{i=1}$  (Incremento de TPM): En escenarios de incremento en la tasa de política monetaria, la distribución de retornos del GOBIX se bifurca entre períodos con muy poco movimiento<sup>37</sup> y saltos espóradicos, provocando que la volatilidad más que se duplique. Al mismo tiempo, el drift se torna negativo, indicando expectativa de registrar pérdidas cumulativas. La magnitud (anualizada) de las pérdidas esperadas en los portafolios de inversiones durante este período supera -19.2% y produce un ratio Sharpe teórico de -1.61. La cola izquierda se extiende, reflejando una mayor probabilidad de caídas extremas. Si el mercado de bonos permanece bajo este régimen durante un período prolongado, el impacto sobre la posición de capital se vuelve considerable<sup>38</sup>. Este comportamiento se puede asociar con un mercado en condiciones de estrés. En la variante del estrés generado BIII, se presentan características similares a  $R_{i=1}$ . De hecho, el BIII es un subconjunto dentro de la muestra de  $R_{i=1}$ . En consecuencia, las pérdidas esperadas en este escenario superan -22.6% con desviación estándar superior a 13.5% registrando el Sharpe teórico de -1.67.

 $R_{i=2}$  (Estabilidad en TPM): En situaciones donde no se registran cambios en la postura monetaria, la curtosis y su dispersión se reducen. La volatilidad permanece en un nivel intermedio entre  $R_{i=1}$  y  $R_{i=3}$ . El drift es ligeramente positivo con un retorno esperado de 3.1%, desviación estándar superior a 4.6% (equivale al Sharpe de 0.67), y sín presencia de autocorrelación. El sesgo negativo observado se refleja en la extensión de la cola izquierda, indicando una mayor influencia de caídas atípicas. Este comportamiento está ampliamente documentado en estudios sobre inversiones financieros en condiciones de mercado normal.

 $R_{i=3}$  (Reducción de TPM): Cuando la tasa de política monetaria se reduce, la distribución de retornos presenta menor curtosis y la dispersión con volatilidad esperada menor de 2.7% anualizado. El sesgo permanece positivo, una característica favorable para el desempeño del índice y sus componentes con el retorno esperado de 1.6% (Sharpe 0.61). Se registra la presencia significativa de autocorrelación. Este comportamiento valida el atractivo de los bonos como instrumento de inversión durante ciclos de baja en la tasa de referencia. Claramente, el régimen  $R_{i=3}$  constituye el estado más favorable de los tres y suele identificarse como un mercado alcista.

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup>Se destaca el período entre junio y diciembre 2022 que marca el pico del ciclo de endurecimiento monetario que tuvo como objetivo establecer el control de la inflación en la economía dominicana. Este coincidió con el ciclo global de política monetaria más intenso desde la década de los 1980.

 $<sup>^{38}</sup>$ Dadas estas características, es importante considerar que el nivel de pérdida potencial de un portafolio de bonos locales está condicionado por la duración (t,T) del régimen.



Los resultados de la simulación (SMC) sobre el horizonte fijo de 250 días ofrecen información interesante<sup>39</sup>. En primer lugar, el resultado se puede separar en dos grupos. Los regímenes  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$  agrupan comportamientos similares, con pérdidas potenciales relativamente moderadas en el rango [-1.6%, -6.6%] para distintos niveles de confianza. Estos escenarios pueden fungir como línea base en la definición del estrés y corresponden al estado de negocio normal. En cambio, bajo él régimen  $R_{i=1}$  o  $R_{i=BIII}$ , las pérdidas tienden a incrementar en un factor superior a 4 y hasta 6 veces, alcanzando niveles de impacto cumulativo en el rango [-31.8%,-41.5%]. Los resultados identifican el nivel de sensibilidad del portafolio representativo del mercado ante los cambios en la política monetaria y constituyen lo que en la práctica se considera mínimamente como escenario adverso o escenario extremo dependiendo del nivel de probabilidad elegido. Ante una situación de este tipo, evidenciamos que el ingreso generado por el devengo de cupones (carry) ofrece un atractivo considerablemente reducido dado que enfrenta la magnitud significativa de pérdidas potenciales  $^{4041}$ .

Al descomponer el impacto del ejercicio de simulación, observamos que el principal contribuyente al estrés generado es la dispersión en el segundo momento registrando el nivel de volatilidad anualizada esperado de 2.63% en el regimen  $R_{i=1}$ , 4.59% en  $R_{i=2}$  y 11.72% para  $R_{i=3}$ . En el caso del escenario más severo BIII alcanza  $13.38\%^{42}$ .

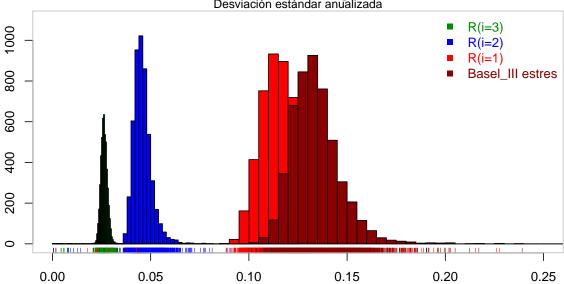
 $<sup>^{39}</sup>$ Se puede apreciar, entre otras cosas, que entre enero y marzo 2023 el índice ha presentado movimientos bruscos superando la banda de estimación del VaR con el 1 porciento de confianza en los escenarios  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$  en tres ocasiones. A partir de marzo de 2023, el mercado de bonos gubernamentales muestra señales de recuperación, alcanzando un retorno acumulado positivo para el año. Este comportamiento es relevante, dado que la Tasa de Política Monetaria (TPM) no había experimentado cambios hasta mayo de 2023, cuando se adoptó una decisión de reducción en la tasa.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup>Indistintamente del nivel de exposición, en el contexto de endurecimiento de la postura monetaria se refuerza la necesidad de monitorear activamente las condiciones de mercado. En este escenario, los participantes suelen reducir la duración como un mecanismo de mitigación, establecer posiciones cortas y mecanismos de cobertura que actúan como métodos de transferencia del riesgo de precio.

 $<sup>^{41}</sup>$ Bajo el procedimiento ejecutado, es necesario recordar que la simulación presume indirectamente la continuación del mismo regímen sobre un período continuo de 12 meses, resultando útil para fines del ejercicio de generación de choques. Responde a la pregunta simple: "si el regímen  $R_i$  continúase durante el período completo de la simulación, la pérdida esperada en el nivel de confianza  $\alpha$  se espera no exceda el resultado presentado".

 $<sup>^{42}</sup>$ El resultado es interesante por dos razones: en primer lugar, ofrece orientación acerca de los insumos que pueden ser utilizados para realizar estimaciones con modelos simples —por ejemplo, el modelo más simple y simétrico: gaussiano. Es decir, tomando la lectura del parámetro  $\sigma$  se puede ejecutar una simulación en MS Excel con el siguiente código en la celda =  $NORMINV(RAND(), 0, \sigma)$ . En segundo lugar, deja abierta la posibilidad de extrapolar nuevas distribuciones a partir de las ya identificadas, comúnmente denominadas como modelos de mezcla o "mixture models".

#### GOBIXDR – Distribución marginal condicional Desviación estándar anualizada



Ampliando el análisis al comportamiento observado en ambas colas<sup>43</sup> en la distribución del VaR simulado, se identifican algunas propiedades útiles desde la perspectiva de la relación "riesgo-retorno" <sup>44</sup>. En esta ocasión<sup>45</sup>, en el eje horizontal se presentan los retornos esperados de la cola derecha para distintos niveles de confianza, mientras que en el eje vertical se obsevan las pérdidas en de la cola izquierda. A simple vista, los regímenes  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$  revelan poca diferenciación, ambos presentan una la relación temporal lígeramente sesgada hacia el lado favorable entre ambas colas. Esto evidencia asimetría inherente en el comportamiento direccional de la serie. No obstante, las escalas que presentan son distintas. Por ejemplo, en  $R_{i=3}$  la banda del VaR muestra una relación aproximadamente de 4:1 hacia el lado favorable, al registrarse una pérdida de -1% en la cola izquierda frente a una ganancia potencial de +4% en la cola derecha para el mismo nivel de confianza. En  $R_{i=2}$  este ratio se reduce, aunque sigue indicando un perfil de riesgo-retorno favorable. En en estado  $R_{i=1}$  ocurre lo contrario. La relación entre el nivel de pérdidas en ambas colas se encuentra sesgada en su escala hacia la cola izquierda, con un ratio variable que puede superar relación de 15:1. El comportamiento de esa asimetría resulta particularmente interesante: inicia de forma lineal, pero una vez superado cierto punto en el tiempo, ocurre una inflexión; las pérdidas en la cola izquierda aceleran, mientras que el potencial de experimentar las ganancias hipotéticas en la cola derecha tienden a disiparse. Este patrón describe un estado de mercado con poca recompensa para las actividades de asunción de riesgos, implicando un incremento en la vulnerabilidad del portafolio ante escenarios de endurecimiento monetario. La situación tiene implicaciones prácticas importantes para la gestión del portafolio<sup>46</sup>: aumentar la exposición o incorporar nuevas posiciones en momentos en que el mercado de bonos experimenta retrocesos bajo los regímenes  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$  presenta una tentación engañosa ya que, a-priori, observamos una expectativa estadísticamente negativa y altamente desfavorable desde el punto de vista riesgo-retorno.

Continuando con el segundo caso de estimación, el propósito es subsanar la limitación del análisis estático presente en la estimación con ventana fija. Para lograr la estimación con un ajuste dinámico, los niveles estimados del VaR son continuamente reestimados con nuevos parámetros y su punto de proyección se redefine a partir del último nivel registrado por el GOBIX. Es decir, en cada momento t, a partir del nivel

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup>Estos se conoce como "Lower Partial Moments" y "Upper Partial Moments" por sus siglas (LPM y UPM). Véase: Bawa, V. S., and Lindenberg, E. B. (1977). Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework. Journal of financial economics, 5(2), 189-200. Nawrocki, D. N. (1999). A brief history of downside risk measures. Journal of Investing, 8, 9-25.

 $<sup>^{44}</sup>$ La principal propiedad que llama la atención es la asimetría. La segunda es la escala que relaciona magnitudes en ambas dimensiones.

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup>Véase el Anexo II.

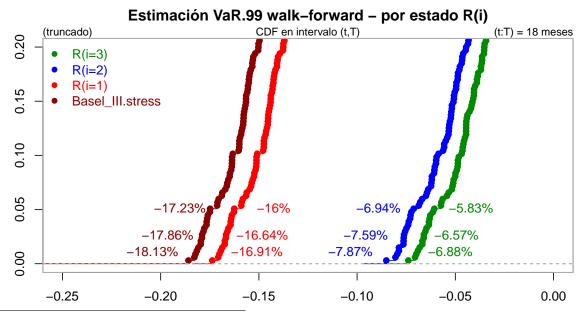
<sup>&</sup>lt;sup>46</sup>El posicionamiento, la duración, el tamaño de las exposiciones, así como el control de los límites de pérdidas tolerables (stop-loss) y estrategias de cobertura. El nivel de monitoreo y la gestión activa de estos elementos son esenciales para proteger la posición de capital frente a pérdidas que pueden escalar rápidamente en contextos adversos.

P(t) se estima el percentil  $\alpha$  correspondiente a la fecha t+30, y posteriormente se proyecta el nivel de precio futuro en P(t+30). Esto permite observar directamente el desempeño de las estimaciones<sup>47</sup>.

Table 10: Resumen simulación walk-forward - percentil 50

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-0.1048	-0.0946	-0.0234	-0.0175
VaR.975	-0.1214	-0.1096	-0.0280	-0.0209
VaR.990	-0.1413	-0.1285	-0.0341	-0.0256

Observamos que la estimación mediana se mantiene relativamente baja para los estados  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$ . En cambio, al producirse una potencial situación de cambio en la postura monetaria, la expectativa de enfrentar pérdidas incrementa en consistencia con lo observado en el análisis estático previamente comentado. Siguiendo el análisis en dirección del extremo en la cola izquierda el compararse con probabilidad de 1% de ocurrencia, se identifican pérdidas cumulativas sobre el horizonte de 30 días en el rango [-5.83%,-7.87%] para los regímenes  $R_{i=2}$  y  $R_{i=3}$  presentando un incremento relevante al compararse con la estimación mediana. Esto indica que, aún en condiciones monetarias favorables, y tomando en consideración la incertidumbre sobre el futuro comportamiento de la función generadora, el análisis out-of-sample indica que mantener un colchon es una decisión prudente. En los casos de  $R_{i=1}$  y  $R_{BIII}$ , el VaR se sitúa en el rango [-16.0%,-18.14%] dependiendo del nivel de confianza utilizado. Esto es marginalmente mayor que la mediana  $^{49}$  y es indicativo que, bajo ciertas condiciones de mercado, la obsorción de pérdidas puede ser abrupta y de tal magnitud que podría ser mayor que el nivel de ingresos devegados por los cupones por períodos prolongados (más del año calendario). Cabe señalar que, durante el período out-of-sample, no se han observado rupturas en los límites determinados por el modelo  $^{50}$ . Finalmente, en el proceso de actualización de los parámetros que definen la estimación de la distribución Pearson IV, no hubo cambios significativos en la evolución de los mismos.



 $<sup>^{47}</sup>$ Por ahora, este es un ejercicio meramente analítico dada la insuficiencia de observaciones, y el hecho que no fue posible desplazar mas hacia el pasado la fase de entrenamiento de modelo tomando en consideración el trade-off implícito en la captura de propiedades en el proceso generador del régimen R(i=1), que cambió de manera marcada en el ciclo de ajuste de tasas 2021-2023.

<sup>&</sup>lt;sup>48</sup>Funcionalmente, el procedimiento es comparable bajo la técnica Extreme Value Theory (EVT), un método paramétrico utilizado para la estimación del VaR.

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup>Es importante destacar que los rangos indicados corresponden a la probabilidad realizada de experimentar una pérdida cumulativa en la cola de la distribución durante el período de 18 meses.

 $<sup>^{50}\</sup>mathrm{V\acute{e}ase}$  an exos.

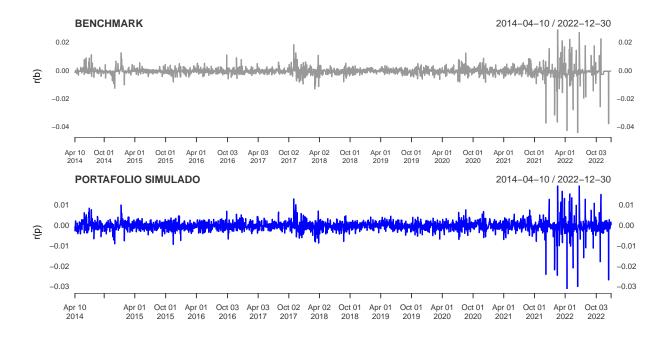
#### Conclusiones

En esta investigación se ha desarrollado un caso de aplicación prueba de estrés en portafolios de bonos gubernamentales. El enfoque adoptado corresponde a la taxonomía de métodos no paramétricos. La construcción de escenarios se basó en fundamentos teóricos, utilizando información públicamente disponible y siguiendo principios estrictamente empíricos. Se aplicó la técnica de meta-labeling para identificar períodos con características similares y definir los distintos regímenes de mercado.

A partir de los estados construidos, se estudiaron las propiedades de la función generadora. Posteriormente, con base en los parámetros observados, se procedió a generar choques condicionales a cada régimen mediante la técnica de Simulación de Monte Carlo (SMC). Para concluir, se presentó un modelo de aplicación sobre un portafolio hipotético. En términos generales, los resultados obtenidos muestran rangos de pérdidas consistentes con las estimaciones previamente realizadas en Bolta (2024) y alineados con la literatura sobre el comportamiento de esta clase de inversiones en mercados emergentes.

## ANEXO I: CONSIDERACIONES PARA LA APLICACIÓN

La metodología presentada requiere algunas consideraciones para su aplicación. La principal pregunta que necesita ser respondida: ¿de qué forma realizar el mapeo de la serie del GOBIXDR al portafolio particular, tomando en cuenta que no se publica la canasta de bonos que componen el índice, ni su principal característica de riesgo (duración), y que ambas características suelen cambiar en el tiempo?. Dado que estos tres elementos son desconocidos, proponemos trabajar sobre esta limitación observando el comportamiento histórico del portafolio para estudiar la relación entre la razón de cambio del portafolio y el  $benchmark^{51}$ .



En primer paso en el proceso es calcular los retornos diarios para el índice rb y el portafolio correspondiente rp (9). Luego, se obtienen las respectivas desviaciones (10) y se estima la correlación (11). Finalmente, cuantificamos a la relación entre el índice y el portafolio. En este caso, aplicamos la regresión lineal (12).

$$r_{i,t} = log(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}) \tag{9}$$

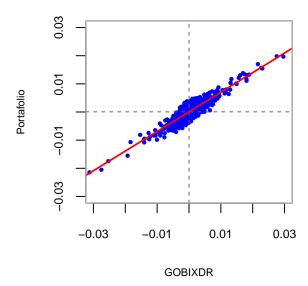
$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{\mu})^2}$$
 (10)

$$\rho_{b,p} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (r_b - \bar{r_b})(r_p - \bar{r_p})}{\sigma_{rb}\sigma_{rp}}$$
(11)

$$r_p = \alpha + \beta \cdot r_b + \epsilon \tag{12}$$

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup>Particularmente, al tratarse de un ejercicio de estrés, es necesario enfocarse en la sensibilidad de los movimientos diarios del portafolio con respecto al índice benchmark y en la relación entre sus respectivas volatilidades. Ambas afectan directamente la magnitud y el potencial de la fluctuación hipotética que impacta el valor del portafolio en un horizonte de tiempo determinado. Por ejemplo, en el caso de un portafolio con baja sensibilidad al índice y menor volatilidad relativa, aplicar directamente el escenario de estrés modelado a partir del benchmark sería excesivo. De forma similar, si el portafolio presenta alta sensibilidad y una volatilidad superior a la del índice, el resultado de este proceso tendería a subestimar el impacto potencial.

Retornos diarios portafolio simulado vs. benchmark



Siguiendo con el ejemplo, si el portafolio P presenta un  $\beta=0.715$ ,  $\rho_{b,p}=0.879$ , la volatilidad histórica  $\sigma_p=0.305\%$  y  $\sigma_b=0.375\%$ , se muestra menos sensible al movimiento que el benchmark ( $\beta_p<1$ ) y registra menor volatilidad diaria ( $\sigma_p<\sigma_b$ ). Intuitivamente, esto sugiere que ese portafolio tiene una menor exposición a los factores de riesgo de manera agregada (riesgo de crédito, duración, liquidez). Como se ha señalado previamente, la estimación del escenario de estrés debe incorporar esta consideración fundamental. El procedimiento para realizar dicho ajuste es el siguiente:

$$Estres_{(p|X)} = X \cdot \left[ \hat{\beta} \frac{\sigma_p}{\sigma_b} \right]$$
 (13)

Donde, X es la matriz  $[n \times R]$  que contiene las estimaciones de percentiles n (filas) y regímenes definidos  $R_i$  (columnas). Se presenta en la siguiente tabla.

Table 11: Simulación estrés benchmark

	BIII.estres	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-35.58	-31.72	-3.51	-1.63
VaR.975	-38.36	-34.11	-4.97	-2.34
VaR.990	-41.48	-37.11	-6.59	-3.22

Table 12: Estimación estrés portafolio ajustado

	BIII.estres	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
VaR.950	-19.54	-17.42	-1.93	-0.90
VaR.975	-21.06	-18.73	-2.73	-1.28
VaR.990	-22.78	-20.38	-3.62	-1.77

# ANEXO II: CARACTERÍSTICAS DE LOS RÉGIMENES R(i,t)

Table 13: GOBIXDR (2014-2023): Estadísticas sumarizadas

	todos	R(i=3)	R(i=2)	R(i=1)	BIII
min	-0.044	-0.006	-0.037	-0.044	-0.044
max	0.030	0.006	0.022	0.030	0.030
range	0.074	0.012	0.059	0.074	0.074
sum	0.020	0.012	0.211	-0.204	-0.132
median	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001
mean	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001
SE.mean	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
CI.mean.0.95	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002
var	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
std.dev	0.004	0.002	0.003	0.007	0.010
coef.var	409.713	26.387	23.911	-9.930	-9.602
skewness	-2.272	0.143	-0.841	-1.715	-0.954
skew. $2SE$	-21.725	0.406	-7.149	-5.796	-2.167
kurtosis	40.515	1.862	26.920	13.760	5.326
kurt.2SE	193.820	2.660	114.476	23.330	6.099
normtest.W	0.652	0.976	0.794	0.606	0.787
normtest.p	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000

Table 14: Parámetros estimados

	todos	Ri=3	Ri=2	Ri=1	BIII
mu	0.0000	0.0001	0.0001	-0.0008	-0.0009
beta	0.0037	0.0017	0.0029	0.0075	0.0085
g1	-2.2732	0.1438	-0.8418	-1.7248	-1.3817
g2	43.5551	4.9129	29.9545	16.8848	12.1336
nu	2.5713	3.3790	2.6054	2.6950	2.7821
eta	-0.9014	0.2631	-0.4112	-1.1851	-1.1788
lambda	-0.3505	0.0778	-0.1578	-0.4397	-0.4237
K	186.3145	546.7689	259.1230	90.6083	82.1158

El gráfico de sesgo-curtosis propuesto por Cullen y Frey (1999) para la distribución empírica también se conoce como el diagrama de los sistemas de Pearson (I–IV). Muestra las distribuciones de los tipos I, III, VI, V y IV en términos de  $\beta_1$  (sesgo al cuadrado) y  $\beta_2$  (curtosis tradicional). La interpretación comienza en la esquina superior derecha con la distribución Pearson Tipo I. El área sombreada en gris corresponde a la distribución Pearson Tipo II, mientras que el espacio entre las dos líneas punteadas define a la familia Pearson Tipo III. A partir de ese punto, las distribuciones se clasifican como Pearson Tipo IV.

En este gráfico, también se incluyen los valores correspondientes a distribuciones comunes para fines ilustrativos. Para algunas distribuciones (normal, uniforme, logística, exponencial, por ejemplo), solo existe un valor posible para el sesgo y la curtosis, y por lo tanto, la distribución se representa como un punto en el gráfico. Para otras distribuciones, se representan áreas de valores posibles, consistentes en líneas (como en el caso de las distribuciones gamma y lognormal), o áreas más amplias (como para la distribución beta). La distribución Weibull no se representa en el gráfico, pero debe considerarse que, en términos prácticos puede adoptar formas cercanas a las distribuciones lognormal y gamma.

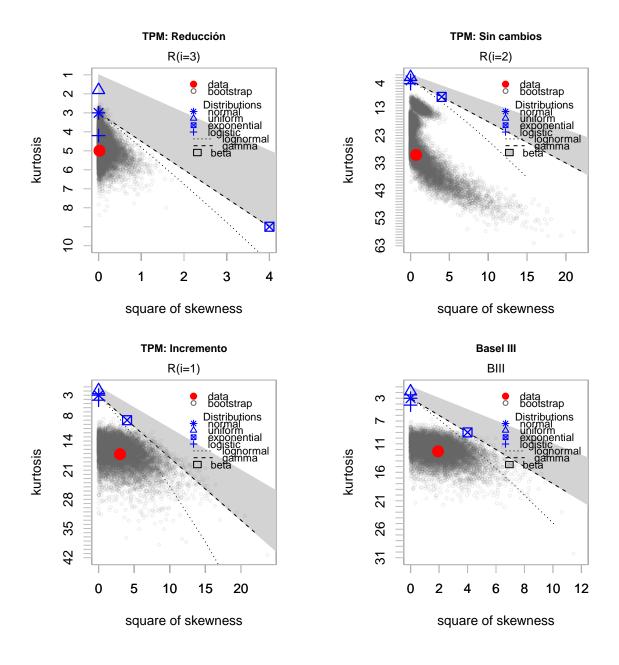


Table 15: Distribución: media

	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)	R(i=4)
min	-0.0045	-0.0107	-0.0471	-0.0458
max	0.0066	0.0113	0.0125	0.017
mean	0.001	0.0019	-0.0123	-0.0145
p.50	0.001	0.0019	-0.0121	-0.0143
stdev	0.0017	0.0029	0.0075	0.0086
skewness	0.0169	-0.1314	-0.1396	-0.0719
kurtosis	2.85	3.094	2.9555	2.9321

Table 16: Distribución: std dev

	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)	R(i=4)
min	4e-04	7e-04	0.0016	0.0018
max	0.0375	0.1246	0.3159	0.2888
mean	0.0263	0.0459	0.1178	0.1338
p.50	0.0262	0.0452	0.1161	0.1324
stdev	0.0018	0.0052	0.0136	0.0134
skewness	-1.8267	2.3464	1.5117	0.6948
kurtosis	28.7847	33.435	19.8255	16.7643

Table 17: Distribución: sesgo

	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)	R(i=4)
min	-4.1672	-12.9939	-12.7902	-12.0474
max	5.4521	8.5374	2.9076	2.3335
mean	0.1133	-0.6301	-1.4298	-1.1996
p.50	0.0995	-0.4933	-1.2057	-1.0335
stdev	0.4221	1.0478	0.9458	0.8008
skewness	0.4821	-2.4965	-3.0996	-3.2959
kurtosis	16.4857	25.3659	20.0159	25.2456

Table 18: Distribución: curtosis

	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)	R(i=4)
min	2.596	2.7517	2.8459	2.6905
max	62.4672	192.5328	188.0221	173.7421
mean	4.6463	8.4402	9.196	7.9232
p.50	4.113	5.9603	6.3394	5.8128
stdev	2.2932	9.6727	9.9056	7.8397
skewness	8.2946	8.2169	5.961	7.3579
kurtosis	136.1696	106.0751	57.7778	94.4225

Las siguientes estadísticas descriptivas corresponden a las estimaciones con ventana móvil (walk-forward).

Table 19: Estadísticas sumarizadas - Va<br/>R.95

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.15123	-0.14160	-0.07421	-0.06706
max	-0.08594	-0.07558	-0.00271	0.00467
range	0.06528	0.06602	0.07151	0.07173
median	-0.10479	-0.09463	-0.02343	-0.01752
mean	-0.10783	-0.09771	-0.02677	-0.02031
std.dev	0.01263	0.01278	0.01383	0.01362
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.37112	-1.29270
skew. $2SE$	-5.12402	-5.12402	-5.14544	-4.85117
kurtosis	1.62617	1.62617	1.62028	1.57538
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.04913	2.96462
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87339	0.89009

Table 20: Estadísticas sumarizadas - Va<br/>R.975

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.16696	-0.15576	-0.07896	-0.06975
max	-0.10289	-0.09082	-0.00763	0.00147
range	0.06407	0.06493	0.07133	0.07122
median	-0.12138	-0.10957	-0.02801	-0.02094
mean	-0.12437	-0.11259	-0.03137	-0.02377
std.dev	0.01240	0.01256	0.01378	0.01333
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.37579	-1.30088
skew.2SE	-5.12402	-5.12402	-5.16299	-4.88187
kurtosis	1.62617	1.62617	1.61792	1.60370
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.04468	3.01792
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87208	0.88906

Table 21: Estadísticas sumarizadas - Va<br/>R.99  $\,$ 

	BIII	R(i=1)	R(i=2)	R(i=3)
min	-0.18582	-0.17371	-0.08513	-0.07389
max	-0.12320	-0.11016	-0.01403	-0.00256
range	0.06262	0.06355	0.07110	0.07133
median	-0.14127	-0.12850	-0.03413	-0.02563
mean	-0.14419	-0.13147	-0.03720	-0.02846
std.dev	0.01212	0.01230	0.01368	0.01310
skewness	-1.36541	-1.36541	-1.36543	-1.29217
skew. $2SE$	-5.12402	-5.12402	-5.12409	-4.84917
kurtosis	1.62617	1.62617	1.59775	1.63591
kurt.2SE	3.06021	3.06021	3.00672	3.07854
normtest.W	0.87512	0.87512	0.87460	0.89228

En los siguientes cuadros se presenta la asimetría en el "riesgo-retorno" entre distintos regímenes. Refleja el potencial de ganancia (pérdida) en términos porcentuales (%) y corresponde a la probabilidad remota de ocurrencia dentro del marco VaR presentado.

