

基于压缩感知的单快拍自适应波束形成算法

李洪涛, 贺亚鹏, 顾 陈, 朱晓华

(南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

摘 要:针对空间干扰信号在空域内稀疏的特性,提出一种单快拍自适应波束形成算法。首先建立一种压缩感知阵列模型,并验证其感知矩阵满足约束等容条件,然后采用丹茨格估计算法在单快拍下重构干扰信号矩阵,最后利用干扰预处理技术形成有效波束。仿真结果表明该算法可在少量的前端通道数和单快拍下对任意相干性的干扰信号进行有效抑制,且无需估计干扰个数,并提高了波束形成输出的信噪比,验证了算法的有效性和优越性。

关键词:压缩感知;波束形成;单快拍;自适应

中图分类号:TN911.7 **文章编号:**1005-9830(2012)01-0091-05

Compressive Sensing Based Single-snapshot Adaptive Beamforming Algorithm

LI Hong-tao, HE Ya-peng, GU Cheng, ZHU Xiao-hua

(School of Electric Engineering and Optoelectronic Technology, NUST, Nanjing 210094, China)

Abstract: Considering sparsity of the spatial interferences, a novel compressive sensing (CS) based single-snapshot adaptive beamforming (CS-SAB) algorithm is presented. The proposed algorithm builds an array module based on the CS, in which the sensing matrix is verified to satisfy the restricted isometry property (RIP). The interference matrix is recovered by Danzing Selector (DS) algorithm with only one snapshot, and at last the beam can be formed by the preprocessing technology. Simulation results show that the proposed algorithm can suppress interferences with any coherence under the condition of few former channels and only one snapshot, needing no estimation of the number of spatial interferences, and improving the output signal to interference plus noise ratio (SINR), thus confirming the validity and superiority of the proposed algorithm.

Key words: compressive sensing; beamforming; single-snapshot; adaptive

收稿日期: 2011-06-02 修回日期: 2011-10-11

基金项目: 南京理工大学自主科研专项计划(2010ZYTS028); 南京理工大学科研启动基金(2010ZDJH05)

作者简介: 李洪涛(1979-), 男, 博士生, 主要研究方向: 阵列信号处理、自适应信号处理等, E-mail: floodlee@126.com; 通讯作者: 朱晓华(1966-), 男, 博士生导师, 教授, 主要研究方向: 雷达系统、高速实时数字信号处理等, E-mail: zxh@mail.njust.edu.cn。

自适应波束形成技术作为阵列信号处理中一种被广泛应用的工具,在雷达、声纳、无线通信系统等诸多领域有着广泛的应用^[1,2]。自 20 世纪 60 年代以来,学者们提出了大量行之有效的自适应波束形成算法,主要有最小方差无畸变响应^[3](Minimum variance distortionless response, MVDR)算法、最小均方误差^[4](Minimum mean square error, MMSE)算法、广义旁瓣相消器 (Generalized sidelobe canceller, GSC)^[5,6]以及子空间类算法^[7]等。上述自适应波束形成算法可以有效增强有用目标信号,并抑制非相干干扰,但对相干干扰无法有效抑制,在低快拍情况下,存在副瓣电平较高等稳健性问题。

压缩感知^[8-12](Compressive sensing, CS)已成为信息论和信号处理的重要研究内容之一,被广泛应用于无线图像处理^[13]、无线通信^[14]和雷达^[15-20]等诸多工程领域。CS 理论指出当信号可压缩或稀疏时,可采用低于奈奎斯特频率的采样率对信号进行非自适应随机投影测量,随后通过求解一个 l_1 范数优化问题使原信号能够以很高的概率精确重建^[8]。

实际干扰信号仅占据少量的角度分辨单元,故目标在空域内是稀疏的^[21],由此文献[22]采用 CS 对阵列接收信号进行时域压缩采样,降低了阵列接收的时域采样点数,提出了一种基于 CS 的波束形成算法,但该算法要求阵列接收为已知形式的可压缩信号,且对任意相干性的信号不适用。

针对上述问题,本文提出一种基于 CS 的单快拍自适应波束形成算法 (Compressive sensing based single-snapshot adaptive beamforming, CS-SAB)。该算法利用目标在空域的稀疏性,根据压缩感知理论,采用随机阵列对空域稀疏信号进行压缩采样,由此构建了新的波束形成压缩感知模型,其感知矩阵满足约束等容 (Restricted isometry property, RIP) 条件;算法可利用单快拍数据对任意相关性的干扰信号进行抑制,且具有更窄的主峰和更低的旁瓣,并可有效减少前端通道数量,利于工程实现。

1 信号模型

1.1 阵列接收信号稀疏性分析

考虑有 K 个远场窄带信号入射到 L 元阵列上,不考虑噪声时,天线接收信号为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \mathbf{a}_k \quad (1)$$

式中: $s_k(t)$, $k=1, 2, \dots, K$ 是信号复包络; $\mathbf{a}_k = [e^{j\omega_0 \tau_{1k}} \ e^{j\omega_0 \tau_{2k}} \ \dots \ e^{j\omega_0 \tau_{Lk}}]^T$ 为信号导向矢量, τ_{lk} , $l=1, 2, \dots, L$ 表示第 l 阵元接收的 k 个信号到参考阵元的相对时延。

当采用均匀线性阵列且阵元间隔 $d=\lambda/2$ 时, $\mathbf{a}_k = [e^{j\pi f \theta_k} \ e^{j2\pi f \theta_k} \ \dots \ e^{jL\pi f \theta_k}]^T$, 其中 θ_k 为入射信号与阵列法线的夹角,且

$$f_{\theta_k} = \sin \theta_k \quad (2)$$

若将 \mathbf{a}_k 视为一个频率为 f_{θ_k} 的单频信号,则 $\mathbf{x}(t)$ 是多个单频信号的叠加。设 $\mathbf{x}(t)$ 在频域的表示为 $\mathbf{v}(f)$, \mathbf{F} 为 $L \times L$ 维的傅里叶变换矩阵,则

$$\mathbf{v}(f) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

或

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{v}(f) \quad (4)$$

将式(2)代入式(3)可得

$$\mathbf{s}(\theta) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t) \quad (5)$$

或

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{s}(\theta) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{s}(\theta) = \mathbf{v}(\sin(\theta))$, 其非零值位置表示目标的方向,大小表示目标信号的幅度估计,非零值个数表示目标的个数,由此称 $\mathbf{s}(\theta)$ 为方位信息矢量。在此假设目标个数 K 远小于阵元个数 L , 即 $\|\mathbf{s}(\theta)\|_0 = K \leq L$, 因此 $\mathbf{x}(t)$ 在方位域是 K 稀疏信号。

1.2 空间采样阵列模型及 RIP 条件分析

由于 $\mathbf{x}(t)$ 为方向域的 K 稀疏信号,因此仅需采用少量的天线阵元对 $\mathbf{x}(t)$ 进行空域随机采样就可完全恢复信号 $\mathbf{s}(\theta)$, 减少了空域接收阵列的通道个数,降低了系统的复杂度。

设信号 $\mathbf{x}(t)$ 随机采样的 L 个阵元的位置 q_l , $l=1, 2, \dots, L$ 在 $[0, Q]$ 范围内随机分布,阵列接收信号 $\mathbf{y}(t)$ 可表示为对 $\mathbf{x}(t)$ 相应的行随机抽取。定义对应的行随机抽取矩阵为 \mathbf{D} , 则

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}(\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t)) \quad (7)$$

将式(6)代入式(7)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{D}(\mathbf{F}^{-1} \mathbf{s}(\theta) + \mathbf{n}(t)) = \mathbf{D} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{s}(\theta) + \\ &\quad \mathbf{w}(t) = \mathbf{\Theta} \mathbf{s}(\theta) + \mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{n}(t)$ 为方差为 σ^2 的高斯白噪声矢量, $\mathbf{\Theta} = \mathbf{D} \mathbf{F}^{-1}$ 为傅里叶逆变换阵的按行随机抽取子阵, $\mathbf{w}(t) = \mathbf{D} \mathbf{n}(t)$ 为 $N \times 1$ 维的噪声矢量。因此,采用随机阵列对空间信号进行采样可看作在空域对稀疏信号 $\mathbf{s}(\theta)$ 进行随机投影测量,且感知矩阵 $\mathbf{\Theta}$ 为傅里叶逆变换阵的行随机抽取子阵,满足 RIP 条件,保证了采用压缩感知重构算法进行自适应波束形成的有效性和稳健性。

2 基于 CS 的自适应波束形成算法

2.1 CS 优化求解

当压缩采样方式选定后,为了从含有噪声的观测值矢量 $y(t)$ 中对多目标信息矢量 s 进行估计,在此可采用丹茨格估计器^[23] (Danzing selector, DS),即

$$\hat{s} = \min \|s\|_1 \quad (9)$$

$$\text{s. t. } \|\Theta^H(y - \Theta s)\|_\infty \leq \mu$$

\hat{s} 中非零值位置给出了空间目标信息,大小则给出了目标信号的幅度估计信息。

文献[23]指出若 $\mu = (1+t^{-1})\sqrt{2\lg L\sigma^2}\sigma_{\max}$,则 DS 估计器可在单快拍下以很高的概率恢复 s 。其中 t 为一个正标量, σ_{\max} 为感知矩阵 Θ 各列 2 范数的最大值, σ^2 为式(8)中噪声 w 的方差。如果 $DD^H = I$,则 $\sigma^2 = \sigma^2$ 。同时,也要保证 $\sqrt{2\lg L\sigma^2}\sigma_{\max} < \mu < \|\Theta^H y\|_\infty$,如果 μ 值取的太大则会导致解为平凡解 $\hat{s}_c = 0$ 。实际中,可使用蒙特卡洛仿真来预先确定 μ 的最优值^[23]。

在低信噪比情况下,DS 估计器在抑制噪声的同时损失了目标信号的能量,使得估计出的目标能量有所下降,此时需要对能量信息进行校正,校正采用后向投影的方法,即

$$\hat{s}_\beta = (\Theta_\beta^H \Theta_\beta)^{-1} \Theta_\beta^H \hat{s}_c \quad (10)$$

式中 $\beta = \{i: \hat{s}_{c_i} \neq 0\}$ 为 \hat{s}_c 中非零元素对应的序号, Θ_β 由 Θ 中对应序号为集合 β 中元素的各列组成, \hat{s}_β 为修正后的目标能量信息矢量,具有更高的估计精度。

2.2 基于 CS 的自适应波束形成算法

当接收信号仅存在干扰信号时,得到的空间目标信息即为干扰信息,利用预处理技术可以抑制干扰,形成有效波束。

由 CS 估计得到干扰的个数为

$$K = |\text{supp}(\hat{s}_\beta)| \quad (11)$$

式中: $|\cdot|$ 表示集合的势。则干扰矩阵 G 为

$$G = F^{-1}(:, \text{supp}(\hat{s}_\beta)) \quad (12)$$

式中: $\text{supp}(\hat{s}_\beta) = \{i | s. t. \hat{s}_\beta(i) \neq 0, i \in [1, \dots, L]\}$ 表示向量 \hat{s}_β 的支撑, $F^{-1}(:, \text{supp}(\hat{s}_\beta))$ 表示矩阵 F^{-1} 由集合 $\text{supp}(\hat{s}_\beta)$ 索引的列向量组成的矩阵。

对于干扰矩阵 G 进行 SVD 分解得

$$G = U A V^H = U \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H \quad (13)$$

式中: U, V 分别为 $L \times L, K \times K$ 阶左、右奇异矢量构成的酉矩阵, A 为 $L \times K$ 阶矩阵。

对 U 按照奇异值大小进行分解可以得到

$$U = [U_s \quad U_p] \quad (14)$$

式中: U_s, U_p 分别为干扰子空间及其正交补空间矩阵。 U_s 由 K 个大奇异值对应的左奇异特征值矢量组成, U_p 由其余左奇异特征值矢量组成。

令变换矩阵 $T = U_p$, 则

$$T^H U_s = 0 \quad (15)$$

因 U_s 的列向量与干扰导向向量张成同一子空间,因此使用变换矩阵对接收数据进行处理,相当于对干扰进行了自适应抑制。

对经过变换矩阵 T 处理后的数据进行最大信噪比 (Signal to noise ratio, SNR) 意义下的波束形成^[24],可以得到基于 CS 的波束形成输出

$$y = \omega_T^H T^H x = a^H(\theta_0) T T^H x \quad (16)$$

式中: $\omega_T = T^H a(\theta_0)$ 为经过变换矩阵处理后在最大 SNR 意义下加权矢量。因此,CS-SAB 算法的加权矢量为

$$\omega_{\text{CS-SAB}} = T T^H a(\theta_0) \quad (17)$$

3 计算机仿真分析

本节通过非相干信号、相干信号等多种信号模型,与传统的 MVDR 算法、子空间类算法进行对比,验证算法的有效性。仿真中空间信号采样阵元个数 $L=16$,阵元间距在 $[0, 4L\lambda]$ 范围内随机分布,快拍数为 1。

实验 1 设空间存在两个非相干干扰信号,入射角分别为 $\theta_1 = -10^\circ$ 和 $\theta_2 = 10^\circ$,干扰的干噪比 (Interference to noise ratio, INR) 均为 10 dB。图 1 为 CS-SAB 算法的空域谱估计输出,其中虚线为干扰实际方向。由图 1 可以看出,CS-SAB 算法可以精确估计出干扰的位置,并对噪声进行了有效地抑制,因此其副瓣很低,平均达到 -200 dB。

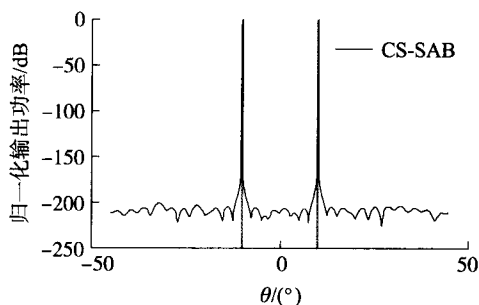


图 1 非相干信号的空域谱估计输出

实验2 设空间存在两个非相干干扰信号,其入射角分别为 $\theta_1 = 15^\circ$ 和 $\theta_2 = -5^\circ$, INR 均为 30 dB,期望信号方向为 0° 。图2为各算法在 INR 为 30 dB 时的波束方向图对比,可以看出,CS-SAB 算法不仅可以对干扰形成零陷,且零陷深度、副瓣电平以及主瓣宽度均优于另外两种算法;传统 MVDR 算法在快拍数小于阵元数的情况下,主瓣、副瓣已经无法分辨,性能严重下降;子空间类算法虽然可以形成主瓣,但副瓣电平较高,且在干扰处,零陷深度远远小于 CS-SAB 算法。

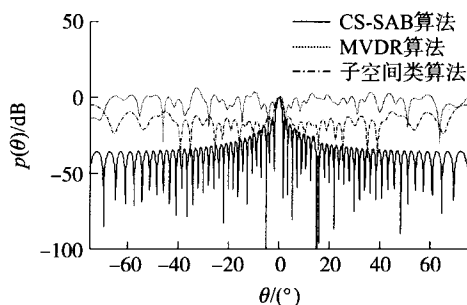


图2 非相干干扰下各算法方向图对比

实验3 设空间存在两个相干干扰信号,其入射角分别为 $\theta_1 = 10^\circ$ 和 $\theta_2 = 20^\circ$, INR 均为 10 dB,期望信号方向为 0° 。图3为各算法在 INR 为 10 dB 时的输出方向图对比,可以看出,CS-SAB 算法可以对相干干扰形成零陷,且主瓣和副瓣性能都较好;传统 MVDR 算法以及子空间类算法均无法对相干干扰形成零陷,且副瓣电平均高于 CS-SAB 算法。

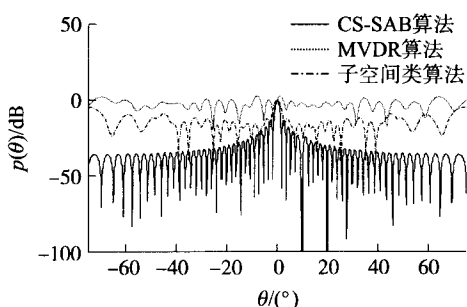


图3 相干干扰下各算法方向图对比

实验4 设空间存在两个非相干干扰信号,其入射角分别为 $\theta_1 = 10^\circ$ 和 $\theta_2 = 20^\circ$, INR 均为 10 dB,期望信号方向为 0° 。通过 500 次 Monte Carlo 试验。图4为几种算法输出信干噪比(SINR)对比,从图4中可以看出,CS-SAB 算法输出 SINR 明显高于另外两种算法,而传统 MVDR 算法在快拍数小于阵元数的情况下,输出 SINR 损失严重,子空间算法输出 SINR 介于两者之间。

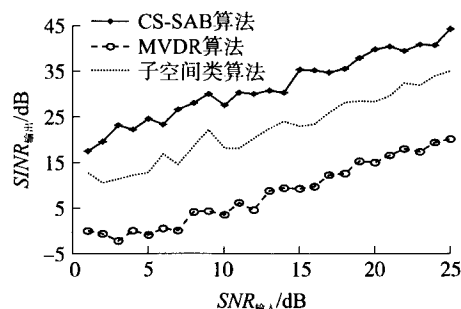


图4 几种算法输出 SINR 对比

4 结束语

对相干干扰的抑制以及在低快拍情况下波束形成的稳健性是波束形成中两个重要的问题。本文提出一种基于 CS 的单快拍自适应波束形成算法,较好地解决了上述问题。提出一种新的基于压缩感知的自适应波束形成模型,其感知矩阵满足 RIP 条件,保证了采用压缩感知重构算法进行波束形成的有效性和稳健性。提出的 CS-SAB 算法可对任意相干、非相干干扰信号进行有效抑制,且可在单快拍情况下,输出较为理想的 SINR,是一种适应性很强的自适应波束形成算法。

参考文献:

- [1] Veen B D V, Buckley K M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(2): 4-24.
- [2] 张宇,王建新. MIMO 雷达发射波束形成技术研究[J]. 南京理工大学学报, 2008, 32(3): 356-359.
- [3] Capon J. High-resolution frequency-wave number spectrum analysis[J]. Proceedings of IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [4] Widrow B, Mantey P E, Griffiths L J. Adaptive antenna systems[J]. Proceedings of IEEE, 1967, 55(12): 2143-2159.
- [5] 李洪涛,顾陈,朱晓华,等. 冲击噪声背景下归一化广义旁瓣相消器[J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(5): 677-680.
- [6] Griffiths L J, Jim C W. An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1982, 30(1): 27-34.
- [7] 李洪涛,贺亚鹏,朱晓华,等. 基于特征向量的线性约束最小方差自适应方向图控制[J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(4): 529-533.
- [8] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty

- principles; Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489–509.
- [9] Candès E J, Romberg J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207–1223.
- [10] Candès E J. Compressive sampling[A]. Proceedings of ICM2006[C]. Madrid, Spain: Association International Congress of Mathematicians, 2006: 1433–1452.
- [11] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [12] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21–30.
- [13] Romberg J. Imaging via compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 14–20.
- [14] Paredes J I, Arce G R, Wang Z M. Ultra-wideband compressed sensing: Channel estimation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(3): 383–395.
- [15] Potter L C, Ertin E, Parker J T, et al. Sparsity and compressed sensing in radar imaging[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1006–1020.
- [16] 贺亚鹏, 王克让, 张劲东, 等. 基于压缩感知的伪随机多相码连续波雷达[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(2): 418–423.
- [17] Tello A M, López-Dekker F, Mallorquí J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(9): 1–11.
- [18] Gurbuz A C, McClellan J H, Scott W R. A compressive sensing data acquisition and imaging method for stepped frequency GPRs [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2640–2650.
- [19] Sukmono A B, Bharata E, Lestari A A, et al. Compressive stepped-frequency continuous-wave ground-penetrating radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2010, 7(4): 665–669.
- [20] 贺亚鹏, 朱晓华, 庄珊珊, 等. 压缩感知雷达波形优化设计[J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(4): 529–533.
- [21] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010–3022.
- [22] Gurbuz A C, McClellan J H. A compressive beamforming method[A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing[C]. Las Vegas, USA: IEEE Press, 2008: 2617–2620.
- [23] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129–159.
- [24] 李洪涛, 贺亚鹏, 朱晓华, 等. 基于变换矩阵的自适应方向图控制[J]. 科技导报, 2011, 29(5): 41–45.