

# 宽零点约束的宽带波束形成

李 宁, 韦 文, 余 吉, 彭应宁

(清华大学 电子工程系, 北京 100084)

**摘 要:** 为解决在空间指定区域内形成宽零点抑制宽带干扰的问题, 该文提出了一种宽零点约束的宽带波束形成方法。该方法首先利用宽零点约束的窄带波束形成得到频域权值, 再利用时域、频域宽带波束形成的等价性求解相应的时域波束形成权值。该方法能够在指定区域内形成期望深度的宽零点, 数值实验结果证明了该方法的有效性。该文的方法具有权值计算复杂度低、滤波处理延迟小的特点, 适合应用于实际的数字宽带阵列系统中。

**关键词:** 宽带波束形成; 宽零点约束; 离散 Fourier 变换

**中图分类号:** TN 957.54

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-0054(2009) 08-1168-04

## Broadband beamforming with broad null constraints

LI Ning, WEI Wen, YU Ji, PENG Yingning

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University,  
Beijing 100084, China)

**Abstract** Digital array radar uses broadband beamforming with broad null constraints to form nulls in the specified spatial sectors. A broadband beamforming method with broad null constraints was developed based on the equivalence of the time-domain broadband beamformers, the frequency-domain broadband beamformer and the narrowband beamformer with broad null constraints. The method utilizes frequency-domain broadband beamforming to calculate the weighting with time-domain broadband beamforming to implement the filtering. The method is less complex with less processing latency, which are appropriate for real radar systems.

**Key words** broadband beamforming; broadband null constraint; discrete Fourier transform

为了输出空间宽带信号、抑制空间宽带干扰, 需要采用宽带波束形成处理<sup>[1-3]</sup>。通常, 需要根据干扰的变化自适应地调整波束形成权值、抑制干扰。但在某些应用场合中, 比如干扰方向可以预先估计或在某段相对较长的时间内空间干扰方向基本不变时, 只需要采用零点约束波束形成<sup>[4-7]</sup>。

文[4]给出了一种零点约束的宽带波束形成方

法。该方法是在指定的空间方向上形成窄零点, 当信号的相对带宽较大时很难保证权值在指定的方向上保持零点响应。文[5]给出了一种宽零点约束的宽带波束形成方法, 由于形成的零点较宽, 宽带波束形成权值能在整个带宽内、在指定方向上保持零点响应, 有效地对抗干扰的位置变化。但该方法在计算权值时需要求解多个非线性方程, 计算的复杂度较高。文[6-7]中也讨论了类似的宽零点约束波束形成方法, 但同样存在权值计算复杂度较高的问题, 限制了它在实际系统中的应用。

文[8]介绍了一种低电平约束的窄带波束形成方法, 该方法可得到满足低电平约束的波束形成权值。该方法在计算权值时采用递归处理, 降低了算法的复杂度, 适合在实际系统中应用。事实上, 该方法也可以用于宽零点约束的波束形成。然而, 目前该方法只针对窄带波束形成的情况。

为实现计算复杂度小的宽零点约束宽带波束形成方法, 考虑到根据实现结构的不同, 宽带波束形成可以分为基于空时二维滤波处理的时域宽带波束形成和基于离散 Fourier 变换 (discrete Fourier transform, DFT) 的频域宽带波束形成<sup>[2-3]</sup>。本文将文[8]中的方法推广到时域宽带波束形成中。提出一种新的宽零点约束的宽带波束形成方法。该方法首先利用文[8]的策略计算满足约束条件的频域宽带波束形成权值, 再根据时域宽带波束形成和频域宽带波束形成的等价性得到相应的时域宽带波束形成权值, 并利用该时域权值进行宽带波束形成处理。该方法既降低了权值计算的复杂度又具有较小的处理延时。

收稿日期: 2008-05-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60602048)

作者简介: 李宁 (1982-), 男 (汉), 河南, 博士研究生。

通讯联系人: 彭应宁, 教授, E-mail: ynpeng@tsinghua.edu.cn

### 1 宽零点约束的窄带波束形成

作为基础首先介绍低电平约束的窄带波束形成。通过合理的设置约束区域和电平可得到宽零点约束的窄带波束形成。为了讨论方便,考虑阵元个数为  $N$  的一维线性阵列。记波束形成权值为  $\mathbf{w}$ , 对于窄带波束形成,  $\mathbf{w}$  为  $N \times 1$  维的列矢量。记  $\mathbf{w}$  对应的波束方向图为  $P(\theta)$ 。其中,  $\theta$  定义为方位角, 以法线方向为方位  $0^\circ$ 。  $P(\theta)$  表示了波束形成权值在不同空间方向  $\theta$  上的电平响应。对于窄带波束形成, 波束方向图只表示电平和方位角之间的关系。为了抑制干扰或减小旁瓣, 需要波束方向图  $P(\theta)$  满足某些电平约束, 并求解约束条件下的波束形成权值  $\mathbf{w}$ 。

波束形成权值对应的方向性定义为

$$D = \left[ \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} |P(\theta)|^2 d\theta \right]^{-1} = \left[ \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathbf{w}^H \mathbf{v}(\theta)|^2 d\theta \right]^{-1} = [\mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w}]^{-1}, \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{A} = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{v}(\theta) \mathbf{v}^H(\theta) d\theta$ , 为  $N \times N$  维的矩阵;  $\mathbf{v}(\theta)$  为  $\theta$  方向上的阵列流型矢量, 为  $N \times 1$  维的列矢量。

对于给定的波束形成权值, 方向性决定了权值对于阵列系统中的滤波器误差、阵元位置及信号来波方向等误差的敏感程度<sup>[8]</sup>。方向性越大, 波束形成权值对上述误差的敏感程度就越小, 即该权值对误差具有较好的鲁棒性。由于实际系统中总是不可避免地存在各种误差, 因此在设计波束形成权值时方向性是一个十分重要的参数。

低电平约束的窄带波束形成权值求解以最大化方向性为目标函数, 约束期望信号无失真的输出, 约束波束方向图在某些区域内的电平小于指定值<sup>[8]</sup>。假设存在  $r$  个需要电平约束的区域, 第  $i$  个区域记为  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, r$ 。约束  $K_i$  上的电平不大于  $L_i$ 。假设期望信号的入射方向为  $\theta_s$ , 则满足上述约束条件的窄带波束形成权值可以通过求解如下方程组得到:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w}, \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{v}(\theta_s) = 1, \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{Q}_i \mathbf{w} \leq L_i, \quad i = 1, \dots, r. \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Q}_i = \int_{K_i} \mathbf{v}(\theta) \mathbf{v}^H(\theta) d\theta$  为  $N \times N$  维的矩阵。利用 Lagrange 乘数法求解出满足上述条件的权值  $\mathbf{w}$  为

$$\mathbf{w} = \mathbf{A} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v}(\theta_s) [\mathbf{v}^H(\theta_s) \mathbf{A} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v}(\theta_s)]^{-1}, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A} = \mathbf{A} + \sum_{i=1}^r \lambda_i \mathbf{Q}_i$

存在一组系数  $\lambda_i$  对应于最优权值  $\mathbf{w}$ 。直接计算  $\lambda_i$  需要求解复杂的非线性方程, 文 [8] 给出了一种递归的计算方法, 大大降低了算法的复杂度。

文 [8] 中, 电平约束区域设置为波束方向图的旁瓣区域, 得到了低旁瓣加权的窄带波束形成权值。事实上, 若将约束区域设置为空间某个区域, 减小约束区间的宽度和递归计算时的步长即可利用该方法得到宽零点约束的窄带波束形成权值。

下面通过实验来进一步说明。考虑一个阵元个数  $N = 16$  的一维均匀线性阵列, 阵元间距为半波长。期望在空间区域  $[-60^\circ, -55^\circ]$  和  $[-45^\circ, -35^\circ]$  内形成深度为  $-60$  dB 的宽零点。为了精确地控制约束电平区域, 每个约束区间  $K_i$  的宽度设为  $0.005^\circ$ , 每个区间上的约束电平设为  $L_i = 10^{-6}$ 。经过数次迭代后得到满足约束条件的窄带波束形成权值, 对应的波束方向图如图 1 所示。

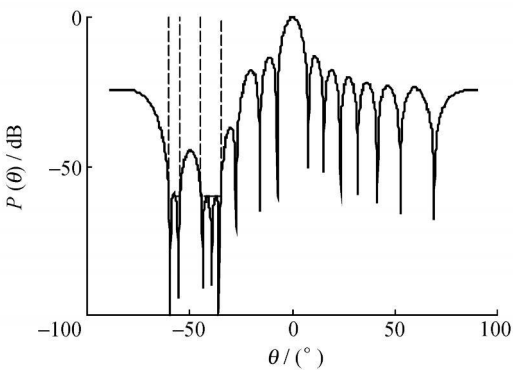


图 1 宽零点约束的窄带波束形成方向图

从图 1 可以看出, 波束方向图在指定区域内形成了  $-60$  dB 的宽零点, 满足了设计要求, 得到了宽零点约束的窄带波束形成权值。

上述讨论针对的是窄带的情况, 下面将该方法推广到宽带波束形成中。

### 2 宽零点约束的宽带波束形成

#### 2.1 时域和频域宽带波束形成

根据实现结构的不同, 宽带波束形成可以分为时域宽带波束形成和频域宽带波束形成<sup>[2-3,8]</sup>。时域宽带波束形成基于空时二维滤波处理, 波束形成权值为  $NM \times 1$  维的矢量, 其中,  $M$  为时域宽带波束形成中 FIR (finite impulse response) 滤波器的阶数。由于需要求解高维权矢量, 权值计算的复杂度较高。对于时域宽带波束形成, 每得到一个时刻的时域快拍矢量即可进行一次处理, 因此时域宽带波束形成的处理延迟较小。频域宽带波束形成首先对若干个

时刻的时域快拍矢量进行 Fourier 变换 (DFT) 运算, 将宽带信号划分为若干窄带频率柜, 再在各个频率柜上进行窄带波束形成处理, 最后逆离散 Fourier 变换 (inverse DFT, IDFT) 得到宽带波束形成的结果。频域宽带波束形成权值为  $N \times 1$  维的权矢量, 只需要求解低维权值, 权值求解的复杂度较小。对于频域宽带波束形成, 需要得到多个时刻的时域快拍矢量才进行一次处理, 因此处理延迟相对较大。

无论是时域方法还是频域方法, 宽带波束形成处理的信号都占据一定的带宽, 其对应的波束方向图为方位和频域的二维函数, 记为  $P(\theta, f)$ , 其中,  $f$  表示信号的频率。

文 [2] 分析指出, 某些条件下时域宽带波束形成和频域宽带波束形成的性能是等价的。假设在时域宽带波束形成中, 每个阵元上的 FIR 滤波器的阶数为  $M$ , 滤波器的节拍延时为信号带宽的倒数, 记第  $n$  个阵元上第  $m$  阶 FIR 滤波器系数为  $w_{n,m}$ ,  $n=0, 1, \dots, N-1$ ,  $m=0, 1, \dots, M-1$ 。假设在频域宽带波束形成中 DFT 运算的点数为  $M$  (宽带信号划分为  $M$  个窄带频率柜), 采样率为信号带宽的倒数, 记第  $m$  个频率柜上的第  $n$  个阵元滤波器系数为  $h_n(m)$ 。当满足条件

$$w_{n,m}^* = \text{DFT} \left[ \frac{1}{M} h_n^*(l) \right] \quad (4)$$

时 2 种宽带波束形成方法等价。其中,  $\text{DFT}[\cdot]$  表示 DFT 运算,  $(\cdot)^*$  表示共轭运算。

## 2.2 宽零点约束的宽带波束形成

可以直接将文 [8] 中的方法推广到时域宽带波束形成中, 此时, 需要将式 (2) 中的优化目标函数和约束条件中的窄带波束形成权值替换为时域宽带波束形成权值。但是, 时域宽带波束形成权值为  $N \times M \times 1$  维矢量, 计算复杂度较高。

前面介绍宽带波束形成的 2 种实现结构时指出: 频域宽带波束形成权值求解的复杂度相对较低, 且频域和时域结构之间存在等价性。如果能先利用频域处理结构求解频域宽带波束形成权值, 再利用等价性求解相应的时域宽带波束形成权值, 并利用时域权值进行滤波处理, 那么就既可以降低权值计算的复杂度, 又具有较小的处理延迟。

具体算法步骤如下:

**步骤 1** 首先确定电平约束的区域, 即需要形成宽零点的区域。由于宽带波束形成的波束方向图为空、频二维电平响应, 因此还需要确定在频域上的电平约束区域。

**步骤 2** 确定频域宽带波束形成中的频率柜个数  $M$ , 同时该值也是时域宽带波束形成中 FIR 滤波器的阶数。

**步骤 3** 对于需要进行宽零点约束的频域范围, 在相应的窄带频率柜上利用式 (2) 和 (3) 求解满足约束条件的权值。对于在宽零点约束的频率范围之外的频率柜, 利用无失真输出的静态权值, 得到  $M$  个频率柜上的频域宽带波束形成权值。

**步骤 4** 利用式 (4) 求解相应的时域宽带波束形成权值。

**步骤 5** 利用上一步中得到的时域权值进行宽带波束形成处理。

当空域约束区域不变, 只有频域约束区域发生变化时, 该方法只需计算相应频率柜上的权值, 进而更新相应的时域波束形成权值, 避免了直接重新求解高维权值的复杂度。

## 3 仿真结果

下面通过数值仿真实验验证该方法的有效性。

考虑一个  $N=16$  的一维均匀线性阵列, 阵元间距为信号最高频率对应波长的一半。对于时域宽带波束形成, 假设每个阵元上 FIR 滤波器的阶数  $M=16$ 。假设宽带信号的相对带宽 (信号带宽比上信号载频) 为  $B_f=0.1$ 。假设期望信号的来波方向为  $0^\circ$ , 需要在  $[-40^\circ, -35^\circ]$  和  $[35^\circ, 40^\circ]$  的区域内形成  $-60$  dB 的宽零点。为了简化讨论, 假设在上述空间区域所对应的整个信号带宽范围内都需要形成宽零点。

利用本文方法计算时域宽带波束形成权值, 其对应的宽带波束方向图如图 2 所示。图 2 中的频率定义为相对频率, 即信号频率/信号载频, 记为  $b_f$ 。

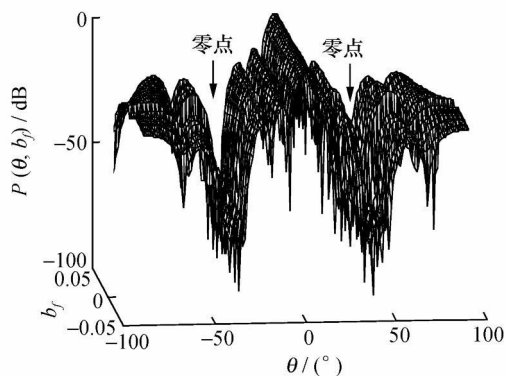


图 2 宽零点约束的宽带波束方向图

为了进一步说明宽带波束形成在指定区域内形成的宽零点, 图 3 给出了图 2 中的波束方向图在方位向上投影的结果, 即所有信号频率的空间响应情况。可以看出, 波束方向图在指定区域内形成了  $-60$  dB

的宽零点,满足了设计要求,得到了宽零点约束的宽带波束形成权值

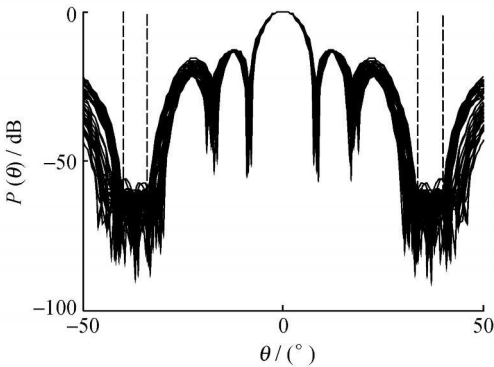


图 3 图 2 中的方向图在方位向上投影的结果

4 结 论

本文讨论了一种宽零点约束的宽带波束形成方法。该方法基于时域和频域宽带波束形成的等价性,利用频域结构求解权值,利用时域结构进行滤波处理,既降低了权值求解的复杂度又保证了较小的波束形成处理延时。数值仿真结果证明该方法能在期望区域形成满足设计要求的宽零点。该方法适合应用于实际的数字宽带阵列系统中。

参考文献 (References)

[1] Frost O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1972, **60**(8): 926– 935.

[2] Godara L C. Application of the fast Fourier transform to broadband beamforming [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, **98**(7): 230 – 240.

[3] Koh C L. A comparison of adaptive beamforming implementations for wideband scenarios [C]// 2nd IEE/EURASIP Conference on DSP-enabled Radio. London, UK: IEE Press, 2005: 9 – 13.

[4] Godara L C. An efficient null steering broadband beamformer [C]// International Symposium on Signals, Circuits and Systems 2005. Iasi, Romania: IEEE Press, 2005: 111 – 114.

[5] Jahromi M R S, Godara L C. Broadband antenna array pattern synthesis with specified null constraints [C]// IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 2005. Washington, DC, USA: IEEE Press, 2005: 790 – 793.

[6] Shore R A. A sector nulling technique revised [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 2001, **49**(5): 833 – 844.

[7] Er M H. Linear antenna array pattern synthesis with prescribed broad nulls [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 1990, **38**(9): 1496 – 1498.

[8] Van Trees H L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002.