

基于稀疏重建和压缩感知波束形成的高分辨 DOA 估计

陈玉凤, 黄建国, 苏建军

(西北工业大学 航海学院, 陕西 西安, 710072)

摘 要: 利用空域目标的稀疏性, 建立了基于正弦域的 DOA 压缩感知模型, 并根据压缩感知理论设计了一种随机压缩采样方式, 从而构造了一种新的测量矩阵。同时将普适的高斯随机测量矩阵进行近似 QR 分解得到新的测量矩阵, 使得该矩阵具有更好的约束等容(RIP)常数。应用新构造的测量矩阵, 采用奇异值分解(SVD)提取信号子空间, 得到低维形式的接收数据矩阵, 从而提出了 2 种不同类别的 DOA 估计算法: 基于 QR 分解和奇异值分解的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解算法(QR-SVD-MFOCUSS)和压缩感知波束形成算法(RSVD-CSB、QRSVD-CSB)。与多测量矢量欠定系统聚焦求解(MFOCUSS)等算法相比, QR-SVD-MFOCUSS 算法在低信噪比条件下适用且运算量显著降低; 与传统的最小方差无畸变响应(MVDR)算法和压缩感知(CS)波束形成算法相比, 基于随机测量矩阵和奇异值分解的压缩感知波束形成算法(RSVD-CSB)和基于 QR 分解测量矩阵和奇异值分解的压缩感知波束形成算法(QRSVD-CSB)算法具有更高的角度分辨率、更低的均方根误差及更优的估计性能等。

关键词: 方位估计; 压缩感知; QR 分解; 波束形成

中图分类号: TJ630.34; TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1673-1948(2013)02-0110-05

High Resolution Direction-of-Arrive Estimation Based on Sparse Reconstruction and Compressive Sensing Beamforming

CHEN Yu-feng, HUANG Jian-guo, SU Jian-jun

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A novel compression perception model is established by making use of the spatial sparsity. A random compression matrix is constructed by designing a new compressive sampling way with compressive sensing(CS) theory. And another compression matrix is obtained by applying approximate QR decomposition to Gaussian random matrix in order to get a better restricted isometry property(RIP) constant. Singular value decomposition(SVD) is adopted on the data matrix to extract signal subspace for getting low dimensional form of receiving data matrix. Two different kinds of methods for DOA estimation are proposed based on the new compression matrices. One is for CS recovery, i.e. QR singular value decomposition multi-vectors FOCal undetermined system solve(QR-SVD-MFOCUSS); the other is for CS beamforming, i.e. random singular value decomposition compressive sensing beamforming(RSVD-CSB) and QR singular value decomposition compressive sensing beamforming(QRSVD-CSB). Simulation results show that, compared to the multi-vectors FOCal undetermined system solver(MFOCUSS) algorithms, QR-SVD-MFOCUSS is suitable for low signal-to-noise ratio(SNR) condition with significant reduction of computational burden; and compared to the minimum variance distortionless response(MVDR) algorithms and the CS beamforming algorithms, the proposed method possesses higher angular resolution, lower root mean square error(RMSE), better estimation performance, and so on.

Keywords: direction-of-arrival estimation; compressive sensing(CS); QR decomposition; compressive sensing(CS) beamforming

收稿日期: 2012-05-12; 修回日期: 2012-06-28.

基金项目: 国家自然科学基金(60972152); 国家重点实验室基金(9140C230309110C23); 西北工业大学基础研究基金(JC201027).

作者简介: 陈玉凤(1986-), 女, 在读硕士, 主要研究方向为信号与信息处理.

0 引言

波达方向估计(direction-of-arrival, DOA)是高分辨阵列信号处理的重要研究内容之一,被广泛的应用于声源定位、无线通信、雷达、声纳和无线神经网络等诸多领域^[1-2]。在过去的几十年中,有关学者研究和分析了大量有效的 DOA 估计算法,其中有 Capon 提出的波束形成方法^[3]以及 Schimdt 提出的多重信号分类法(multiple signal classification, MUSIC)^[4]为代表的子空间类算法。但是,这些方法都必须依靠数据的统计性能。因此,算法的性能会随着样本数量的减少或者是信噪比的降低而急剧下降。由 Donoho 与 Candes 等人提出的压缩感知(compressed sensing, CS)^[5-6]理论是一个充分利用信号稀疏性或可压缩性的全新信号采集、编码理论。该理论表明,当信号具有稀疏性或是可压缩性时,通过采集少量的信号投影值就可实现信号的准确或近似重构。

近几年,基于压缩感知的 DOA 估计得到了广泛的研究。文献[7]利用空间的稀疏性,提出了基于奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的 l_1 重构算法来实现 DOA 估计。该算法在已知信号源个数的先验信息条件下具有良好的估计性能,即使在信号相关或是信号的角度间距很小的情况下,依然具有较高的角度分辨率。但是,当信号源个数未知时,算法的性能则急剧下降。Cevher^[8-9]等人利用多个时刻的阵元接收数据的随机投影和由一个参考阵元得到的完整的波形记录,重构一个稀疏的角空间场景,从而实现了 DOA 估计。

随着研究的不断深入,研究人员开始采用贝叶斯模型进行信号重建。文献[10]在已知逆伽玛先验信息的前提下推导出基于多层递阶的压缩感知贝叶斯模型。而文献[11]则通过硬阈值迭代克服了基于压缩感知贝叶斯模型的 DOA 估计中的协方差矩阵奇异的缺点。

本文通过对基于压缩感知的 DOA 估计的研究,提出了 2 种新的基于压缩感知的高分辨 DOA 估计算法,其中一种根据压缩感知理论,利用空域信号的稀疏性,采用构造的压缩测量矩阵对空间信号进行压缩采样;另一种是基于 QR 分解和奇异值分解的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求

解(QR singular value decomposition multivectors FOCal undetermined system solver, QR-SVD-MFOCUSS)算法、基于最小方差无畸变响应(minimum variance distortionless response, MVDR)的压缩感知波束形成和基于随机测量矩阵和奇异值分解的压缩感知波束形成(random singular value decomposition compressive sensing beamforming, RSVD-CSB)算法及基于 QR 分解测量矩阵和奇异值分解的压缩感知波束形成(QR singular value decomposition compressive sensing beamforming, QRSVD-CSB)算法。与多测量矢量欠定系统聚焦求解(multi-vectors FOCal undetermined system solver, MFOCUSS)算法比,QR-SVD-MFOCUSS 算法在低信噪比下适用且运算量显著降低;与传统的 MVDR 算法和 CS 波束形成算法相比,RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法具有更高的角度分辨率和更优的性能。

1 CS 基本原理和信号建模

1.1 CS 基本原理

压缩感知的基本原理如下^[5,12]。对假设复矢量信号 $\mathbf{x} \in C^N$ 为 $N \times 1$ 维的信号,它可以表示为一组正交基矢量的线性组合: $\mathbf{x} = \Psi \mathbf{z}$, 其中 Ψ 是一个 $N \times N$ 的稀疏基, \mathbf{z} 是一个 $N \times 1$ 维的具有 K ($K \ll N$)稀疏的向量。压缩感知理论表明,利用与稀疏基 Ψ 不相关的 $M \times N$ 维($M = KO(\lg N)$)非自适应线性测量矩阵 Φ 可以精确或近似地重建信号。Donoho 指出测量矩阵 Φ 一定要服从一定类型一致分布的随机投影(uniform random projection, URP)或者有限等距性质(restricted isometry property, RIP),并指出高斯随机分布和贝努利随机分布是满足上述条件的测量矩阵。测量向量 \mathbf{y} 可表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{z} \quad (1)$$

考虑加性噪声,式(1)可进一步表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

对于 K 稀疏信号,感知矩阵 Φ 遵循 RIP,并与 RIP 常数 δ_K 满足

$$(1 - \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (3)$$

1.2 问题描述

考虑 K 个远场窄带点目标入射到阵元数为 M 的均匀线列阵,阵元间距 d 为中心频率对应

波长 λ 的一半。假设阵列接收到的加性噪声相互独立, 且为平稳、零均值的复高斯白噪声, 则阵列在 t 时刻的输出数据矢量为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{w}(t) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_k)$ 为导向矢量, 具有如下结构

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \exp(-j\alpha) \cdots \exp(-j(M-1)\alpha)]^T \quad (5)$$

其中, $\alpha = 2\pi d/\lambda \sin(\theta_k)$ 代表第 k 个信号源入射到线性阵列上的相移。将式(4)写成矢量形式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \cdots \mathbf{a}(\theta_K)]$ 表示 $M \times K$ 维阵列流行矩阵; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) s_2(t) \cdots s_K(t)]^T$ 为目标源复振幅矢量。

1.3 基于正弦域的 DOA 估计模型

本文中将空间按等正弦化分为 N_s 个网格, 即: $u_n = (\sin \theta)_n = -1 + (n-1)/N_s, n=1, 2, \cdots, N_s$, 网格的点数远大于信号数 $N_s \gg K$, 并且假设所有的 DOA 都在网格点上。结合均匀线列阵的导向矢量, 定义具有 $M \times N_s$ 维的正弦域扫描矩阵的结构为

$$\Psi = [\mathbf{a}(u_1) \mathbf{a}(u_2) \cdots \mathbf{a}(u_{N_s})] \quad (7)$$

同理, 定义 $N_s \times 1$ 维的稀疏向量为

$$\mathbf{z}(t) = [z_{u_1}(t) z_{u_2}(t) \cdots z_{u_{N_s}}(t)]^T \quad (8)$$

当 u_k 方向上存在信号时, 则有 K 个非零的 $z_{u_k}(t) = s_k(t), k=1, 2, \cdots, K$, 其余 $N_s - K$ 方向上的系数为 0。因此, 离散阵列输出信号矢量模型可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \Psi \mathbf{z}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (9)$$

根据 CS 理论, 感知矩阵 Φ 可以选取 $L \times M$ ($L < M$) 维随机矩阵作为测量矩阵, 进一步得到测量矢量为

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{x}(t) = \Phi \Psi \mathbf{z}(t) + \Phi \mathbf{w}(t) \quad (10)$$

由于目标在空间是稀疏的, 在 N 个快拍期间, 目标并未跨角度单元移动, 即 $\mathbf{z}(i) = \mathbf{z}(j), i \neq j$ 非零位置相同, 故将式(10)再次写为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} = \Phi \Psi \mathbf{Z} + \Phi \mathbf{W} = \Theta \mathbf{Z} + \mathbf{N} \quad (11)$$

其中: $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1) \cdots \mathbf{y}(N)]$ 为 $L \times N$ 维测量矢量; $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1) \cdots \mathbf{x}(N)]$ 为 $M \times N$ 维信号矢量; $\mathbf{Z} =$

$[\mathbf{z}(1) \cdots \mathbf{z}(N)]$ 为 $N_s \times N$ 维稀疏信号矢量; $\mathbf{W} = [\mathbf{w}(1) \cdots \mathbf{w}(N)]$ 为 $M \times N$ 维噪声矢量; 且 $N = \Phi \mathbf{W}$ 。

由等正弦划分得到的阵列流行矩阵比等角度划分得到的阵列流行具有更加显著的近似正交性和更小的相关性因子, 因此更加满足 RIP 和互不相干特性(mutual incoherence property, MIP)条件, 稀疏重建性能更优。

2 测量矩阵的构造

压缩感知的关键要素有信号的稀疏表示、随机测量以及重构算法, 其中随机测量是压缩感知的关键过程。目前较为常用的测量矩阵有以下几种: 1) 高斯随机测量矩阵, 矩阵中的每个元素均服从 $N(0, 1/N)$ 的正态分布; 2) 随机贝努利矩阵, 矩阵中的每个元素独立服从对称的贝努利分布; 3) 部分正交矩阵, 先生成 $N \times N$ 的正交矩阵 \mathbf{U} (如傅里叶矩阵), 然后在矩阵 \mathbf{U} 中随机的选取 M 行, 对得到矩阵的列向量进行单位化得到测量矩阵等。

根据压缩感知理论中对测量矩阵的要求设计了 2 种新的测量矩阵。

2.1 随机测量矩阵

本节提出了一种新的压缩采样的方式, 该采样方法有效地减小了阵列结构的尺寸, 降低了运算量。对应测量矩阵构造过程如下。

1) 定义映射 $\gamma: \mathbf{I} \rightarrow \mathbf{M}$, 对所有 $\mathbf{I} = \{1, 2, \cdots, m\}$, $\mathbf{M} = \{1, 2, \cdots, M\}$ 有 $i \in \mathbf{I}$, 且 $\gamma(i) \in \mathbf{M}, \gamma(j) \neq \gamma(k)$, iff $j \neq k, j, k \in \mathbf{I}$;

2) 构造 $M \times 1$ 维单位列矢量 $\mathbf{e}_i = [0 \cdots 1 \cdots 0]^T$, \mathbf{e}_i 的第 γ_i 个分量为 1;

3) 取测量矩阵 $\Phi = [\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \cdots \mathbf{e}_m]^T$ 。

显然本节的测量矩阵符合 RIP 条件。

2.2 基于 QR 分解的高斯矩阵

通过近似 QR 分解可以增大矩阵的奇异值而不改变测量矩阵的性质从而改善 CS 重构算法的有效性。CandeS 和 Tao 等证明^[5-6], 独立同分布的高斯随机测量矩阵可以成为普适的压缩感知测量矩阵。因此, 本文将对高斯随机测量矩阵进行近似的 QR 分解以获取更好的压缩感知性能。相较

于标准的 QR 分解算法, 可对归一化的高斯随机测量矩阵进行如下处理: 对测量矩阵进行标准的 QR 分解, 得到一个上三角矩阵 R 和一个方阵 Q , 则测量矩阵可以表示为 $\Phi^T = QR$ 。由于主对角线上的元素远大于其他元素, 因此将非主对角线上的元素设置为 0, 从而得到一个新的上三角矩阵 \tilde{R} 。新的测量矩阵可以表示为 $\tilde{\Phi} = \tilde{R}^T \cdot Q^T$ 。

$\tilde{\Phi}$ 的最大奇异值要比 Φ 的最大奇异值要小, 而 $\tilde{\Phi}$ 的最小奇异值要比 Φ 的最小奇异值大。从文献[13]和文献[14]的分析可知, 近似的 QR 分解很好地缩小高斯测量矩阵奇异值的取值区间, 使得新的测量矩阵具有更好的 RIP 常数。

3 SVD-MFOCUSS 和 CS 波束形成

3.1 SVD-MFOCUSS

对式(11)的阵列接收数据进行 SVD 分解

$$Y = U_A V^H = [U_S \ U_N] A V^H \quad (12)$$

其中: U_S 代表信号子空间; U_N 代表噪声子空间。这里假设目标个数 K 已知或者已被正确估计。 U_S 是由 K 个大奇异值对应的左奇异特征向量组成, 而 U_N 则为 $M - K$ 个小特征值对应的左奇异特征向量组成。进一步推导得

$$U_S = Y V D_K \quad (13)$$

其中: $D_K = [A_{K \times K}^{-1} \ \theta_{K \times (N-K)}^H]^H$; $A_{K \times K}$ 由 K 个大特征值组成的对角矩阵。令 $Y_S = U_S$, $Z_S = Z V D_K$, $N_S = N V D_K$, 式(11)可重新表示为

$$Y_S = \Theta Z_S + N_S \quad (14)$$

由式(11)和(14)可知, 阵列接收数据的维数从 $M \times N$ 降到 $M \times K$, 当快拍数比较大时, 由式(13)进行求解的运算量得到了显著降低。另外, SVD 分解本身就是一个信号累积的过程, 使其在低信噪比的情况下能够采用压缩感知重构算法进行 DOA 估计。根据阵列接收数据和感知矩阵, 采用性能较好的 MFOCUSS^[15]算法重构稀疏信号, 进而得到角谱估计公式

$$P(u_i) = \|Z_S(i, :)\|_2, \quad i = 1, 2, \dots, N_s \quad (15)$$

其中, N_s 表示网格个数。

3.2 基于压缩感知的波束形成

通过波束形成的方法推导基于压缩感知的角谱估计公式。由 MVDR 算法推导出基于压缩感知的角谱估计公式

$$P_y(u) = \frac{1}{b^H(u) R_y^{-1} b(u)} \quad (16)$$

$$b(u) = \Phi a(u) \quad (17)$$

其中: $u = u_1, u_2, \dots, u_{N_s}$; R_y 是压缩阵列接收信号的空间相关矩阵; $b(u)$ 是压缩阵列的导向向量; $a(u)$ 是传统阵列的导向向量。

4 仿真结果与分析

通过仿真非相干信号的相近目标和远离目标等多种信号来验证算法的有效性, 并与传统的 MVDR 算法、CS 波束形成算法相比较分析算法性能。采用均方根误差作为算法性能的指标, DOA 估计的均方根误差定义为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\hat{\theta}_{kj} - \theta_k)^2} \quad (18)$$

式中: J 是独立蒙特卡洛实验的次数; K 是入射信号的总个数; θ_k 是第 k 个信号的真实入射角; $\hat{\theta}_{kj}$ 是对第 k 个入射信号的 j 次蒙特卡洛实验估计的角度值。

考虑 $M = 8$ 阵元的均匀线列阵, 阵元间距为窄带信号半波长。设远场目标的入射角度分别为 18° 和 20° , 2 个入射角度的间隔远小于瑞利限, 在 8 个阵元的情况下, 大约为 $1/6$ 波束宽度。快拍数 $N = 200$, 正弦域的网格划分个数为 $N_s = 181$, 扫描范围为 $-1 \sim 1$ 。

试验 1: 比较 QR-SVD-MFOCUSS 算法和 MVDR 算法分辨率的性能。当入射方位角为 $[18^\circ, 20^\circ]$ 时, 设蒙特卡洛独立运行 10 次, 信噪比为 10 dB。压缩感知采用的重构算法 SVD-MFOCUSS 的迭代次数为 60 次和 $p = 0.8$ 。

图 1 为采用 QR-SVD-MFOCUSS 算法和 MVDR 算法得到的角谱估计。从图中可看出, QR-SVD-MFOCUSS 算法能够对 2 个非常邻近的目标进行有效分辨, 而 MVDR 算法无法分辨 2 个非常邻近的目标, 说明 QR-SVD-MFOCUSS 算法比 MVDR 算法具有更高的角度分辨率。

试验 2: 图 2 分别采用 MVDR 算法、RSVD-CSB 算法、QRSVD-CSB 算法和 CSB 算法的空域谱输出对比。由图可知, 与 CSB 算法相比, RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法具有更尖

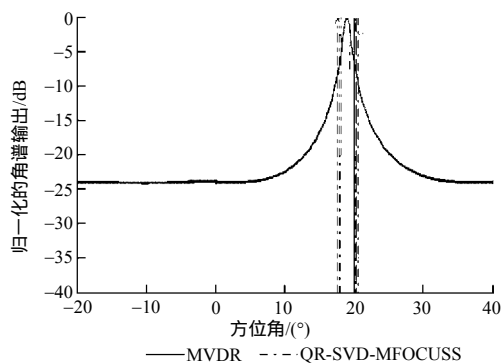


图 1 采用 QR-SVD-MFOCUSS 算法和 MVDR 算法获得的邻近非相干信号的空域谱输出

Fig. 1 Spatial spectrums of adjacent noncoherent signals obtained by QR-SVD-MFOCUSS and MVDR algorithms

锐的谱峰、更低的旁瓣；与 MVDR 算法相比，RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法具有更高的角度分辨率。

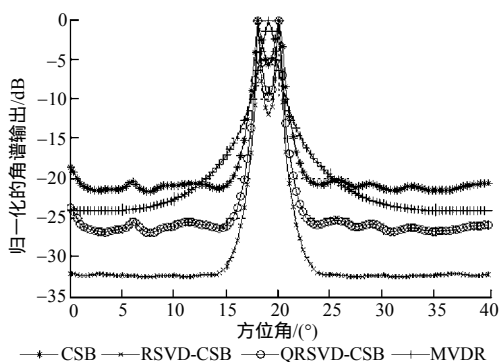


图 2 采用 MVDR, RSVD-CSB, QRSVD-CSB 和 CSB 算法所获得的邻近非相干信号的空域谱输出

Fig. 2 Spatial spectrums of noncoherent signals obtained by MVDR, RSVD-CSB, QRSVD-CSB and CSB algorithms

图 3 给出了 DOA 估计随 2 个非相干信号角度间隔变化的情况，其中入射角 $\theta_1 = 10^\circ$ ， $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ ，其中 $\Delta\theta \in [0^\circ, 20^\circ]$ ，信噪比为 10 dB。由图 3 可知，MVDR 算法虽然能够突破瑞利限，但当 2 个相邻信号的角度间隔 $\Delta\theta < 10^\circ$ 时，无法分辨两相邻目标；而 RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法的角度分辨率达到了 2° ，大约为 $1/6$ 半波束宽度，角度分辨率得到了明显的改变。

图 4 为入射方位角在 $[8^\circ, 20^\circ]$ 时，各种算法 DOA 估计的均方根误差随信噪比变化的关系曲线。从图 4 可知，当信噪比较高时，各种算法均能对目标角度进行正确估计，但是随着信噪比的

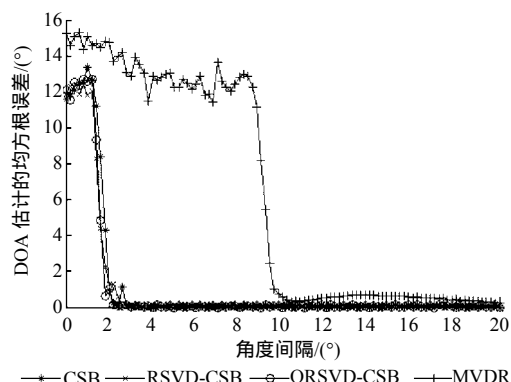


图 3 DOA 估计的均方根误差随角度间隔变化曲线
Fig. 3 Curves of RMSE of DOA estimation versus angle between the two targets

降低，MVDR 算法性能不断下降，而 RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法在低信噪比的情况下仍然具有较好的估计性能，且明显小于 MVDR 的 DOA 估计均方根误差。当信噪比低于 -15 dB 时，QRSVD-CSB 算法估计性能急剧下降。

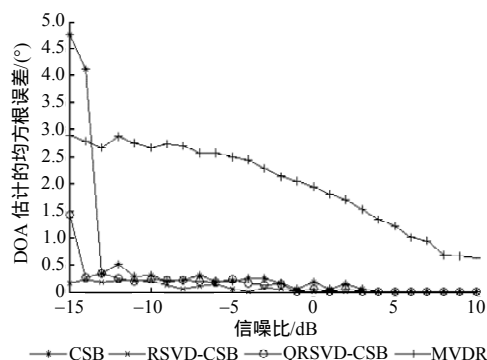


图 4 DOA 估计的均方根误差随信噪比变化曲线
Fig. 4 Curves of RMSE of DOA estimation versus signal-to-noise ratio (SNR)

5 结束语

本文提出了 2 种新的测量矩阵，一种是设计新的压缩采样方式，另一种则为基于近似 QR 分解的高斯随机测量矩阵。根据这 2 种新的测量矩阵，分别采用压缩感知的重构算法和压缩感知的波束形成算法计算角谱，从而得到 DOA 估计角度。比较传统的 MVDR 算法，本文提出的 QR-SVD-MFOCUSS 算法、RSVD-CSB 算法和 QRSVD-CSB 算法具有更高的角度分辨率，在低信噪比时具有更加稳定的性能，同时显著缩减了计算量。

(下转第 131 页)

变化过程, 基于文中建立的数学物理模型进行 1D 数值计算, 得到了燃烧器内的气相分布和液相的运动变化过程, 计算分析了不同的掺混冷却方案对含湿氢氧燃烧的影响, 经过与 3D 仿真结果对比, 液滴蒸发距离、蒸发时间、变化规律及气相变化结果基本相符, 表明文中所建理论和程序的合理性。

通常燃烧室中液滴蒸发包括燃料液滴的蒸发和燃气中冷却水液滴的蒸发^[10], 这 2 种情况下蒸发环境为多元混合物且液滴表面和环境之间存在很大的浓度梯度, 液滴的蒸发主要由扩散作用所控制, 而本文所涉及的氢氧燃烧后水蒸气气流中液滴的蒸发过程, 其蒸发环境为水蒸气气流, 蒸发过程受控于液滴表面和环境之间的密度差(浓度差), 也就是由对流传质所决定, 本文建立的液滴模型对于认识水蒸气气流中液滴的运动变化过程有重要的指导意义。

利用文中建立的 1D 计算程序可进行不同结构和工作参数下的燃烧器内氢氧加湿燃烧过程计算, 虽然 1D 数值模拟尚不能描述整个流场的细节, 但其计算量较 2D 和 3D 仿真大幅减少, 可为初步设计提供良好参考, 为后续研究打下基础。

参考文献:

- [1] 温正, 石良辰, 任毅如. FLUENT 流体计算应用教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [2] 周力行. 湍流两相流动与燃烧的数值模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991.
- [3] Incropera F, DeWitt D P, Bergman T L, et al. Fundamentals of Heat and Mass Transfer(Six Edition)[M]. 葛新石, 叶宏, 译. 北京: 化学工业出版社, 2007.
- [4] 芮守祯, 邢玉明, 梁材, 等. 准一维超音速气液两相流数值模拟[J]. 热能动力工程, 2011, 26(4): 393-396, 489. Rui Shou-zhen, Xing Yu-ming, Liang Cai, et al. Numerical Simulation of a Quasi-one-dimensional Supersonic Gasliquid Two-phase Flow[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2011, 26(4): 393-396, 489.
- [5] 王福军. 计算流体力学分析-CFD 软件原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [6] 帕坦卡. 传热与流体流动的数值计算[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
- [7] 韩丹夫, 吴庆标. 数值计算方法[M]. 浙江: 浙江大学出版社, 2006.
- [8] 王应时, 范维澄, 周力行, 等. 燃烧过程数值计算[M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [9] 赵坚行. 燃烧的数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [10] 特纳斯(Turns, S, R). 燃烧学导论: 概念与应用[M]. 姚强, 李水清, 王宇, 译. 北京: 清华大学出版社, 2009.

(责任编辑: 陈 曦)

(上接第 114 页)

参考文献:

- [1] Krim H, Viberg H. Two Decades of Array Signal Processing Research: the Parametric Approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [2] Stoica P, Moses R. Introduction to Spectral Analysis[M]. 2th ed. Upper Saddle River. NJ: Prentice-Hall, 2004.
- [3] Capon J. High-Resolution Frequency-Wave number Spectrum Analysis[J]. Proceeding of the IEEE, 1969, 57(10): 1110-1125.
- [4] Schmit R. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [5] Donoho D. Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [6] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly in Complete Frequency Information[J]. IEEE Transactions On Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [7] Malioutov D, Çetin M, Willsky S A. A Sparse Signal Reconstruction Perspective for Source Localization with Sensor Arrays [J]. IEEE Transactions Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [8] Gurbuz A, Cevher V, McClellan J. Compressive Beamforming Method[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008: 2617-2620.
- [9] Cevher V, Gurbuz A, McClellan J, et al. Compressive Wireless Arrays for Bearing Estimation[C]//IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, 2008: 2497-2500.
- [10] Ji S, Xue Y, Carin L. Bayesian Compressive Sensing[J]. IEEE Transactions Signal Processing, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [11] Sun L, Wang H L. Direction-of-Arrive Estimation Based on Modified Bayesian Compressive Sensing Method[C]//Proceeding on WCSP, 2011: 1-4.
- [12] Candes E J, Wakin M B. An Introduction to Compressive Sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30 .
- [13] Szarek S. Condition Numbers of Random Matrices[J]. Journal of Complexity, 1991, 7(2): 131-149.
- [14] Cand S E, Tao T. Decoding by Linear Programming[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 51(12): 4203- 4215.
- [15] Catter S F, Rao B D, Engan K, et al. Sparse Solution to Linear Inverse Problems with Multiple Measurement Vectors[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477-2488.

(责任编辑: 杨力军)