

四川大學

博士学位论文

题 目 宽带稀/微阵列信号处理关键技术研究

作 者 张 勇 完成日期 2016 年 3 月 20 日

培养单位 四川大学

指导教师 何培宇 教授

专 业 信号与信息处理

研究方向 自适应阵列信号处理及 DSP 技术

授予学位日期 年 月 日

宽带稀/微阵列信号处理关键技术研究

专业：信号与信息处理

研究生：张勇 指导教师：何培宇 教授

基于阵列的信号处理技术广泛地应用于声呐、无线通信、雷达等领域，但在传统的阵列信号处理中，所涉及到的阵元往往较多，而稀/微阵列是由较少的阵元构成或具有较小尺寸的阵列，其规模小，同时又具备阵列所特有的技术优点，因此可以灵活应用于手持移动终端、家庭信息设备、传感器网络及空间装备等功耗、成本或体积受限的领域。此外，宽带信号是诸多领域的重要处理对象，因此基于稀/微阵列的宽带信号处理有着重要的理论研究和应用推广价值。

本论文以稀/微阵列条件下的宽带信号处理作为主要研究对象，重点针对“一般矩阵的正交子空间构造”、“虚拟阵列波达方向估计”、“分布式传感器网络测向定位”、“宽带信号增强”等关键技术开展了较为深入的研究，主要工作和主要贡献总结如下：

(1) 研究了常规子空间类空间谱估计算法的原理，从理论推导和仿真两方面分析了协方差矩阵的非共轭对称性对空间谱估计的影响，利用子空间主角理论，提出了适用于一般矩阵的正交子空间及准正交子空间分解方法，也为稀/微阵列的空间谱估计奠定了理论基础。

(2) 研究了典型的虚拟阵列 DOA (Direction Of Arrival) 估计方法，提出了两种基于虚拟扩展阵列的宽带 DOA 估计算法。与传统方法相比，所提算法均仅要求双阵元的稀/微阵列，且具备其他技术优点。其中，多重虚拟扩展阵列算法结合了外扩空间重采样与四阶累积量的思想，在实现对多个宽带源 DOA 估计的同时，也可有效地抑制高斯噪声；PAF-MUSIC (Principal Angles Free MUSIC) 算法则利用构建的 Toeplitz 协方差矩阵进行解相干，并采用新的正交子空间，可实现多个宽带相干信号的 DOA 估计，且相比传统子空间有更高的分辨力。

(3) 在分析了基于传感器网络的典型测向定位方法的基础上,提出了两类利用源间信号特征的测向定位方法,与传统定位方法要求较多的传感器节点相比,所提方法均仅需一个双节点传感器网络,且每个节点是仅由两个传感器组成的稀/微阵列,就可实现对多个目标源的定位。第一类方法利用了源间的先验几何信息,它又包括了两种具体算法,第一种算法为模式匹配交叉定位算法,利用了模式匹配的思想,可实现多个宽带源的二维定位。更进一步,考虑目标源的高度估计,又提出了一种旋转投影算法,可实现多个宽带源的三维定位。第二类方法利用了源间的相关性特征,结合目标源的 DOA 和 TDOA (Time Difference Of Arrival) 估计,提出了一种相关交叉点关联及定位算法,可实现对多个相干宽带源的定位。

(4) 针对宽带信号的增强,考虑传统的阵列信号增强方法无法应用于较少阵元或较小孔径的稀/微阵列,提出了两种双阵元条件下基于 DOA 引导的宽带信号增强方法。第一种方法为 SS-DG (Spectral Subtraction-DOA Guiding) 方法,该方法利用双麦克风组成的稀/微阵列,将双通道的 DOA 估计与谱减法相结合,可抑制空间噪声及干扰,实现对期望语音信号的增强。第二种方法为一种适用于 2×1 MISO (Multiple-Input Single-Output) 系统的基于 DOA 的空间信息聚焦方法,该方法利用双天线组成的稀/微阵列,可对多个用户的上行 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号进行 DOA 估计,再结合下行发射的 UWB (Ultra Wide Band) 信号实现对移动用户的信息聚焦。

综上所述,本论文立足于国内外在子空间类空间谱估计、虚拟阵列扩展、传感器网络定位、宽带信号增强等方面的现状,以宽带稀/微阵列所涉及到的理论、方法及推广应用作为主要研究内容,相应地开展了从理论、方法再到应用的较为系统的研究,可为稀/微阵列相关理论的推进及工程应用提供一定参考。

关键词: 稀/微阵列; 子空间分解; 虚拟阵列; DOA; 测向定位; 信号增强

Research on Key Technologies of Wideband Signal Processing Based on Sparse-mini Array

Major: Signal and Information Processing

Postgraduate: Zhang Yong **Supervisor:** Prof. He Peiyu

Array signal processing technologies have been widely applied in many fields such as sonar, wireless communication, radar, etc. Conventionally, array with many elements is required to perform array signal processing. Sparse-mini array is with small number of elements or is small size. However, the sparse-mini array still holds the merits and advantages of array, so the sparse-mini array can be flexibly applied in the fields such as mobile phone, home network devices, sensor networks, space equipments, etc, where the power consumption, cost or size are sensitive. In addition, wideband signals have become the important processed objects in many fields, therefore the research on theories, methods and applications of signal processing based on sparse-mini array is very significantive.

This thesis is focused on the wideband signal processing based on sparse-mini array, and deeply researches into ‘the orthogonal subspaces construction of general matrix’, ‘DOA estimation of virtual array’, ‘bearing localization of distributed sensor network’, and ‘wideband signal enhancement’. The main works and contributions are as follows.

(1) Studied on the principles of typical subspace-based spatial spectrum estimation methods, and analyzed the affection of non-Hermitian matrix on spatial spectrum estimation. An orthogonal subspace decomposition method and a quasi-orthogonal subspace decomposition method which can be applied to general matrix are proposed in this thesis, and they are also the theoretical basis for spatial spectrum estimation based on sparse-mini array.

(2) Studied on the typical DOA estimation methods based on virtual array, two wideband DOA estimation algorithms utilizing virtual expansion array are proposed. Constrasting to conventional methods, a sparse-mini array with only two elements is required in the two algorithms proposed, and other advantages can also be obtained. The first one is multiple virtual expansion array (MVEA) algorithm, and the algorithm combines external expansion spatial resampling and forth-order cumulant. Utilizing the MVEA, not only DOAs of multiple wideband sources can be estimated, but also better performance of noise suppression can be obtained. The second one is Principal Angles Free MUSIC (PAF-MUSIC) algorithm. A Toeplitz matrix is constructed by employing the output of a tow-sensor sparse-mini array to achieve de-correlation, and the DOAs of multiple wideband coherent signals can be estimated. Since a new subspace decomposition is applied, a better resolution performance than that of conventional subspace can be obtained.

(3) Based on the analysis of typical bearing localization methods using sensor network, two types of localization methods utilizing the relationship between sources are proposed. Generally, many sensor-nodes are required in conventional methods, but only a two-node sensor network is used in the new types of methods proposed, and each node of the network is a two-sensor sparse-mini array, then localization of multiple sources can be achieved. The first type method utilizes the prior geometrical information between sources, and there are two algorithms are included in this type method. The first one is named Intersections pattern matching algorithm (IPMA), and pattern matching idea is employed in the new algorithm, and the localization of multiple 2D wideband coherent sources can be achieved. Based on the same sensor network and considering the estimation of height, the second algorithm is proposed and named rotational projection algorithm (RPA), by which multiple 3D wideband coherent sources can be localized. Other type method utilizes the coherence between sources. Jointly applying DOA and time difference of arrival (TDOA), a intersection association and localization algorithm is proposed, and localization of multiple coherent sources can be achieved.

(4) Considering the conventional wideband enhancement methods can not be

applied on sparse-mini array with small number elements or small aperture, two DOA-based wideband enhancement methods are proposed using sparse-mini array with two elements. The first method is spectral subtraction-DOA guiding (SS-DG). A sparse-mini array with two microphones is used in the method, and by combining DOA and spectral subtraction idea, the spatial noise and interference can be suppressed, and voice enhancement can be achieved. The second enhancement method is a DOA-based information focusing scheme, which can be applied in 2×1 MISO system. Using a two-antenna sparse-mini array, the DOA of OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) signals of multiple users can be estimated at uplinks. Combining the DOA and ultra wide band (UWB) signals at downlinks, the information focusing to mobile users can be achieved.

In summary, this thesis is based on the related research at home and abroad in subspace-based spatial spectrum estimation, virtual expansion of array, localization based on sensor network, wideband signal enhancement, etc. The theories, algorithm and application become the main research contents and are studied systemically, which can provide some reference for the promotion of related theories and engineering applications of sparse-mini array.

Keyword: Sparse-mini array; Subspace decomposition; Virtual array; DOA; Bearing localization; Signal enhancement

常用缩略表

BF	Beam Forming
CIAL	Correlation Intersections Associating and Localization
CRLB	Cramer-Rao Lower Bound
CSM	Coherent Signal-subspace Method
DOA	Direction Of Arrival
ESPRIT	Estimated Signal Parameters via Rotational Invariance Technique
EVD	Eigen Value Decomposition
FOC	Forth Order Cumulant
GMOD	General Matrix Orthogonal Decomposition
GQOD	General matrix Quasi-Orthogonal Decomposition
IPMA	Intersections Pattern Matching Algorithm
ISM	Incoherent Signal-subspace Method
ITU	International Telecommunication Union
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MISO	Multiple Input Single Output
ML	Maximum Likelihood
MUSIC	MULTiple SIGNAL Classification
MVEA	Multiple Virtual Expansion Array
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
P2AF	Part Principal Angles Free
PAF-MUSIC	Principal Angles Free MUSIC
PAF	Principal Angles Free
RPA	Rotational Projection Algorithm
RSS	Received Signal Strength
SOCp	Second-Order Cone Programming
SRVE	Spatial Resampling Virtual Extension
SS-DG	Spectral Subtraction DOA Guiding
SVD	Singular Value Decomposition

TDOA	Time Difference Of Arrival
TOA	Time Of Arrival
ULA	Uniform Linear Array
UWB	Ultra Wide Band

符号表

小写字母 a	变量 a
小写加粗 \mathbf{a}	向量或矢量 \mathbf{a}
大写加粗 \mathbf{A}	矩阵 \mathbf{A}
\otimes	Kronecker 乘积
$\ \mathbf{a} \ $	向量 \mathbf{a} 的二范数
\mathbf{A}^T	矩阵 \mathbf{A} 的转置
\mathbf{A}^*	矩阵 \mathbf{A} 的共轭
\mathbf{A}^H	矩阵 \mathbf{A} 的共轭转置
$\mathbf{A} \perp \mathbf{B}$	子空间 \mathbf{A} 正交于子空间 \mathbf{B}
$\mathbb{C}^{m \times n}$	所有复数域的 $m \times n$ 矩阵
$\text{diag}(a, b, c, d, \dots)$	以 a, b, c, d, \dots 为对角元素的对角阵
$\det(\mathbf{A})$	矩阵 \mathbf{A} 的行列式
$E\{x\}$ 或 $E[x]$	变量 x 的期望
$\exp(x)$	表示 e^x
$\min(a, b)$	取变量 a 和 b 中的最小值
$\mathbf{R}(\mathbf{A})$	矩阵 \mathbf{A} 的列空间
$\mathbb{R}^{m \times n}$	所有实数域的 $m \times n$ 矩阵
$\text{rank}(\mathbf{A})$	矩阵 \mathbf{A} 的秩
$\text{span}(\mathbf{A})$	矩阵 \mathbf{A} 的列向量所张成的子空间
$\text{tr}(\mathbf{A})$	矩阵 \mathbf{A} 的迹即对角线元素之和

目录

常用缩略表	VI
符号表	VIII
目录	i
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究意义	2
1.3 研究现状	6
1.3.1 子空间波达方向估计技术的研究现状	6
1.3.2 虚拟阵列技术的研究现状	9
1.3.3 传感器网络定位技术的研究现状	12
1.3.4 宽带信号增强技术的研究现状	14
1.4 本论文的主要工作与内容安排	16
第 2 章 非埃尔米特矩阵的子空间分析及构造	19
2.1 引言	19
2.2 信号模型及矩阵分解	20
2.2.1 信号模型	20
2.2.2 矩阵分解	23
2.3 多重信号分类算法	26
2.3.1 信号与噪声子空间的正交性证明	27
2.3.2 导向矢量与信号子空间同一性证明	28
2.4 旋转不变子空间算法	28
2.5 非埃尔米特矩阵的子空间分析	30
2.5.1 子空间主角及计算	30
2.5.2 对空间谱估计的影响分析	31
2.5.3 分析小结	34
2.5.4 仿真分析	35
2.6 非埃尔米特矩阵的子空间构造方法	38
2.6.1 问题的提出	38

2.6.2 正交子空间的构造	38
2.6.3 准正交子空间的构造	43
2.7 小结	44
第 3 章 基于虚拟阵列的宽带 DOA 估计及解相干方法	46
3.1 引言	46
3.2 高阶累积量方法	47
3.3 空间重采样方法	51
3.3.1 方法原理	51
3.3.2 仿真分析	55
3.4 多重虚拟扩展阵列 DOA 估计方法	56
3.4.1 MVEA 方法的构建	57
3.4.2 仿真分析	61
3.5 双阵元虚拟扩展宽带相干 DOA 估计算法	63
3.5.1 信号模型	64
3.5.2 协方差矩阵及解相干分析	65
3.5.3 新噪声子空间及 DOA 估计	67
3.5.4 仿真分析	68
3.6 小结	71
第 4 章 基于分布式传感器网络的相干宽带源测向定位方法	73
4.1 引言	73
4.2 最大似然测向定位方法	75
4.2.1 问题描述	75
4.2.2 最大似然信息融合	76
4.3 聚类测向定位方法	78
4.4 基于源间几何先验信息的相干宽带源测向定位方法	81
4.4.1 基于模式匹配的相干宽带源定位算法	82
4.4.2 基于旋转不变的 3D 相干宽带源定位算法	88
4.5 基于 TDOA 的相干测向交点关联及定位算法	92
4.5.1 算法原理	93
4.5.2 仿真分析	94

4.6 小结	98
第 5 章 基于稀/微阵列的宽带信号增强	100
5.1 引言	100
5.2 DOA 引导下的语音信号增强方法	101
5.2.1 双通道信号模型	102
5.2.2 语音增强方法描述	103
5.2.3 仿真及实验	107
5.3 基于 DOA 的空间信息聚焦策略	110
5.3.1 上行 OFDM 信号的波达方向估计	111
5.3.2 下行空间信息聚焦策略	115
5.3.3 仿真分析	116
5.4 小结	119
第 6 章 总结和展望	121
6.1 本论文工作总结及主要创新点	121
6.2 未来展望	122
参考文献	124
作者在读期间科研成果简介	131
声明	133
致谢	134

第1章 绪论

1.1 研究背景

在现实的物理世界中，涉及到的传播信号（如语音、超声波、无线电信号等）扮演着重要的角色。因此对于这些信号的处理及利用一直以来都是人类科学研究的重要领域。在相当长的一段时间内，对于这些信号的处理都是基于单个传感器，以语音信号为例，典型应用就是采用单一的麦克风实现对语音信号的拾取。随着阵列信号处理技术的出现，其显现出了相比单传感器技术的极大优势，其中几个主要方面包括：

- 利用多个传感器组成的阵列可以实现对信号的来波方向估计；
- 利用传感器阵列可以实现对空间特定方位信号的增强；
- 利用多传感器可以实现对信号源的定位。

这些技术特点在单一传感器的系统中是无法实现的，因此自二十世纪二十年代开始，基于多传感器的阵列技术就引起了学术界的强烈兴趣。

在阵列信号处理研究的初期直到二十世纪五十年代，阵列信号处理的研究以窄带信号为主。随着宽带信号的应用需求日益增长，对于宽带信号的处理也显得重要起来。在声学领域，语音信号本身就是相对带宽接近 200% 的宽带信号，而其他声信号（如发动机噪声等）也是频谱分量丰富的宽带信号。在雷达领域，由于宽带信号可以提供更丰富的目标信息，提高探测性能，因此也得到了广泛的应用。在通信领域，由于宽带信号可以支持更高速率的信息传输，在各种通信网中大量涉及到宽带信号的处理。在我国“IMT-2020”规划的未来 5G 通信要求：5G 网络同时具备在 1 平方公里范围内向超过 100 万台物联网设备提供每秒 100Mbps 的平均传输速度。此外，UWB（Ultra Wide Band）通信系统所涉及到的信号也往往是相对带宽较大的宽带信号。

阵列的规模是与实际的应用需求相关的。对于追求高性能，而在功耗、体积及成本等方面不敏感的应用，其阵列规模往往较大，如 NI 公司为波音公司的客机进行噪声源测量时采用的是 600 通道声学信号采集系统；美国 AN/TPY-2 雷达，天线阵面积为 9.2 平方米，安装有 30464 个天线单元。

在功耗、体积或者成本等方面受约束的应用环境，如手持移动终端、家庭信息设备、传感器网络、空间装备等热点领域，阵列的规模往往不能过大。区

别于大规模的密集阵列，在本论文中将阵元稀少或尺寸较小的阵列称为“稀/微阵列”，以便与“稀疏阵列”相区别。这里的“稀”指阵列的阵元数少（如 2 个或 3 个），“微”指阵列尺寸相对信号源至阵列参考点的距离很小（该距离远大于 $2L^2/\lambda$ ，其中 L 为阵列孔径， λ 为信号参考频率对应的波长）。本论文对“稀/微阵列”的研究，偏重于利用其较少阵元或较小尺寸的特点，研究相关的理论、方法及应用。而在常规的“稀疏阵列”研究中，解决过大的阵元间距所带来的模糊问题是其一个重点。尽管稀/微阵列的阵元数少，但由于已属于多传感器范畴，阵列技术得以应用。而鉴于阵列技术所具有的优良特性，对稀/微阵列条件下的宽带信号处理的研究不仅具有理论意义， also 具有很强的工程现实意义。

1.2 研究意义

稀/微阵列的典型应用主要考虑了手持移动终端应用、家庭信息设备应用、传感器网络应用以及空间装备应用。下面将围绕这四个典型应用领域详细地介绍本论文研究的意义。

（1）手持移动终端应用

国际电信联盟（ITU, International Telecommunication Union）2015 年 12 月 1 日发布的数据显示，全球手机用户数达到 71 亿，超过了全球人口数；而全球智能手机用户 2015 年达到了 19.1 亿，预计 2016 年将增长 12.6% 达到 21.6 亿。工信部的统计数据显示，截止 2015 年 10 月，国内移动电话用户规模突破 13 亿，其中 4G 用户超过四分之一。鉴于手持移动终端的巨大应用规模，相关的技术体系开发及改进具有很大的现实意义。

语音业务是基础电信业务，且目前智能终端中的各类即时通信软件也均支持分组语音传输，因此语音信号处理一直以来都是手持移动终端的重要技术内容。人正常说话时的声音大小约 45 分贝，而很多环境下的噪声却远大于该值，如：10 米外经过的汽车的声音为 60~80 分贝，而当距离降为 3 米时，声音可达 90 分贝；公共汽车中噪声约为 80 分贝；地铁及织布车间内噪声则约为 100 分贝。因此如何抑制噪声、增强语音拾取能力及提高信噪比是手持移动终端声学信号处理的重要研究内容，尤其在免提、强噪声等应用情况下显得尤为重要。多个麦克风组成的语音拾取器相比单个麦克风在语音增强方面有更优的性能，但受手持移动终端的体积、成本以及功耗的限制，麦克风阵列的规模不能过大，因

此如何利用较少的传感器（如 2~3 个）组成稀/微阵列实现尽可能好的语音增强性能，在手持移动终端的声信号处理中就显得很有意义。

手持移动终端也是一个无线信号收发装置，目前的地面移动通信标准已达到第 4 代（4G），最新版本为 3GPP release 13。4G 中的 TD-LTE 的最大下行峰值速率为 100Mbps，FDD-LTE 的最大下行峰值速率为 150Mbps。第 5 代（5G）移动通信技术也已在研发中，2013 年由工信部、发改委和科技部联合成立了 IMT-2020（5G）推进组，得益于我国在移动通信领域拥有的众多世界级水平企业及研发团队，使得我国在第 5 代移动通信技术开发中处于领先地位。2015 年 7 月，中国制造的世界首台 6GHz 以下第 5 代低频样机亮相“2015 世界移动大会”，速率可达 10Gbps，是第 4 代的 100 倍。多天线相比单天线有着更优的技术特性，利用多天线组成的阵列可以实现对来波方向的测量，还可以实现对空间特定方向的信号进行增强。在高传输速率成为当前及未来的需求情况下，在接收端对信噪比的要求就会更高，多天线技术相比单天线技术可以在相同功耗条件下实现特定方向上的更高发射增益，从而实现更高的信息传输速率；或者实现相同的传输速率，多天线系统要求的功耗更低，这对手持移动终端这类依赖电池供电的设备更为有利。同样地，手持移动终端由于功耗、体积及成本的约束，多天线系统的规模受限，但鉴于多天线阵列的优点，如何能利用尽量少阵元的稀/微天线阵列提高无线信号收发性能，对于手持移动终端也具有重要的意义。

（2）家庭信息设备应用

随着信息技术的大众化及普及化，越来越多的信息设备进入到家庭的日常生活，出现了如智能家居等新概念。智能家居（Smart Home 或 Home Automation）是利用网络通信技术、自动控制技术等将家居生活有关的设施集成，构建高效的住宅设施与家庭日常事务的管理系统，提升家居安全性、便利性及舒适性，并实现环保节能的居住环境。而各类智能家居设备要实现方便的互连互通，离不开无线通信技术的支持。

此外，在全球互联的趋势下，家庭生活也越来越离不开网络。国际电信联盟 2015 年底发布的数据显示，全球互联网用户 32 亿，并有约 46% 的家庭可在家中上网，预计到 2020 年，这个比例将提高到 56%。中国互联网信息中心 2015 年 10 月的数据显示，中国固定宽带接入端口数达 4.07 亿个，固定宽带用户数超

过 2 亿户，其用户规模居全球首位。我国宽带用户中 8Mbps 以上接入速率的用户数占比 53.4%，20Mbps 以上用户数占比也达到了 19.6%。家庭局部通信的信息传输速率也越来越高，以家庭宽带接入重要设备之一的无线路由器为例，其采用的主流接入标准为 IEEE 802.11 系列，802.11a 支持 54Mbps 传输速率，802.11g 则提高到 108Mbps，802.11ac 对单一站点可提供 500Mbps 传输速率，而 802.11ad 草案则将传输速率提升至 7Gbps。为了使用和安装的方便，家庭无线宽带设备的体积一般均受限；同时，考虑到大功率无线电磁波对人体的影响、无线开放信道所涉及到的干扰及信息安全等问题，设备的辐射功率也是受限的；为了达到普及的目的，家庭宽带设备的成本同时也是受限的。多通道阵列处理技术如前所述具备很好的技术优点，因此可以在高阶调制、提高信噪比、降低辐射功率等方面发挥重要作用，但同时由于受到前述的各类局限，无法实现大规模的阵列布设，因此如何在家庭信息设备中采用较少通道的稀/微阵列，提高信号收发性能也显得很有意义。

（3）传感器网络应用

传感器网络可实现区域内的环境监测，这些监测的具体内容可以是目标位置、环境数据等。最早的传感器网络可以追溯到 20 世纪 70 年代的美军在越战中使用的“热带树”传感器。当时美军在北越的胡志明小道沿途投放了上万个“热带树”传感器，这是一种振动和声响传感器，根据传感器探测到的振动和声响组织轰炸，有资料显示越战期间美军依靠“热带树”的帮助总共炸坏了 4 万多辆北越运输卡车。“热带树”传感器之间没有通信能力，所以实际上还称不上网络的概念。进入 20 世纪 80 年代，无线通信引入到传感器中，使得传感器之间可以互联互通，从而大大拓展了传感器网络的应用范围，并出现了“自组织网络”等概念。

传感器网络的布设环境可以是陆地、水下、空中，甚至可以是太空。如：卫星编队中的每个节点之间可以相互通信，每个节点也具备独立的探测能力，因此可以将整个编队视为一个传感器网络。无线传感器网络由各个节点组成，而且在很多应用环境下各个节点往往由电池供电，因此在达成设计目标的前提下，采用尽量少的节点，以及尽量简捷的节点设计对于降低系统成本及复杂度、减轻节点间通信量、减小节点功耗等方面都有极大的意义。多通道的阵列技术由于在信号参数估计、信号增强等方面的优点，可以在传感器网络中发挥重要

的作用。因此在传感器网络的节点成本、功耗、体积等受限条件下，如何应用稀/微阵列技术就显得很有意义。

(4) 空间装备应用

外层空间应用、地外行星探测及深空探索对于人类社会的进步及可持续发展至关重要。在外层空间利用上，主要依托于各类人造卫星及其他驻留航天器。人造卫星按用途分类，主要包括：通信卫星、广播卫星、对地观测卫星、气象卫星等。大型卫星的重量都比较大（如我国于 2015 年 12 月 17 日发射的世界最大“暗物质”探测卫星“悟空”号为 1.41 吨），成本较高（约 10 亿~20 亿人民币），研制周期也较长（至少 2 年）。航天器的发射成本也较高，以业内具有较低成本优势的 SPACE-X 公司为例，其猎鹰 9-R（F9-R）火箭的发射也需约 4 亿人民币。微小卫星及皮卫星由于具有成本低廉、制造和发射周期短、应急反应快等优点，因此是未来的一个发展趋势之一。2010 年 9 月 22 日，我国的“遥感卫星十一号”搭载了两颗由浙江大学自主研制的“皮星一号 A”成功发射，重 3.5 公斤，呈边长 15 厘米的一个立方体，功率仅 3.5 瓦。2015 年 9 月 20 日由西安电子科技大学自主研制的“空间实验一号”皮卫星也成功发射，卫星仅重 277 克，主要进行星地通信实验和器件实验。

可靠的通信保障设备除了是外层空间的人造卫星必备组成部分外，对于地外天体的探测也非常重要。我国 2013 年 12 月 2 日成功发射了“嫦娥三号”，并着陆于月球。搭载的“玉兔”巡视器在第二次月夜休眠前出现异常而无法移动，它则通过 UHF 频段链路与“嫦娥”着陆器实现了 20 米内的通信，再由“嫦娥”着陆器与地球进行中继，实现地球与“玉兔”间的信息传递。因此，如何在皮卫星这样的成本、体积及功率受限的空间装备上，以及地外行星探测器上利用多通道阵列处理技术，发挥其技术优势，也是稀/微阵列信号处理需要研究的课题，对于我国航天装备的发展也是有益的。

综上所述，由较少阵元组成的或小尺寸的稀/微阵列在手持移动终端、家庭信息设备、传感器网络、空间装备等典型应用领域都有着很好的应用价值和意义。同时，由于通信的宽带化、声信号的宽带特性等特点，也对宽带信号处理提出了要求。因此，本论文对基于稀/微阵列的宽带信号处理技术的研究有着重要的理论及现实意义。由于波达方向估计及信号增强是阵列信号处理的两大重要研究方向，同时传感器网络定位也是阵列技术应用的一个典型领域，因此将

子空间波达方向估计、虚拟阵列扩展、传感器网络定位、宽带信号增强作为本论文的主要研究内容。

1.3 研究现状

本论文研究的基于稀/微阵列的信号处理，从大的技术方向来讲还是属于阵列信号处理的范畴，因此很多阵列信号处理的理论和方法在稀/微阵列中也是适用的。本论文将从子空间波达方向估计、虚拟阵列、传感器网络定位及宽带信号增强这四个阵列信号处理所涉及到的典型领域进行文献回顾，这几个方向也与本论文的研究内容相一致。同时，在这些领域所涉及到的与稀/微阵列相关的内容也将进行描述。

1.3.1 子空间波达方向估计技术的研究现状

波达方向估计即对信号的来波方向进行估计，可简称为 DOA (Direction Of Arrival) 估计，属于空间谱估计的范畴，本论文如没有特别说明，空间谱估计即指波达方向估计。最早的基于阵列的空间谱估计算法可以追溯到常规波束形成 (BMF, Beam Forming) 算法^[1]，也叫做 Bartlett 波束形成算法。该算法是时域傅里叶谱估计在空域的一种简单扩展，即用空域各阵列数据代替传统时域处理的时域数据。与时域傅里叶变换一样，空域分辨力受到空域傅里叶限即瑞利限的限制，故不能分辨一个波束宽度内的多个信号源。接着突破瑞利限的空间谱估计方法如 Capon 波束形成技术得到了研究^[2]。二十世纪七十年代起利用子空间分解的算法开始兴起，最具代表性的经典算法有多重信号分类算法^[3]、旋转不变信号子空间算法^[4]以及它们的各类变种算法。二十世纪八十年代后期又出现了一批子空间拟合类算法，比较典型的有最大似然算法^[5]、子空间拟合算法^[6]等。

由于基于子空间理论的空间谱估计方法可以突破瑞利限，具备超分辨能力，因此有很好的估计性能，且相比最大似然等算法计算复杂度更低。此外，基于子空间理论的空间谱估计方法还可以运用包括阵列扩展在内的多种技术拓展其应用。因此，自该类方法出现伊始，就一直是空间谱估计领域的重要研究方向。已有文献对基于子空间理论的波达方向估计方法进行回顾^[7]，但鉴于近些年来在该领域的一些最新进展，且子空间方法将作为本论文的重点研究内容，因此

将对基于子空间理论的波达方向估计研究进行独立的文献回顾。

在本节的子空间波达方向估计研究文献回顾中，主要对多重信号分类算法、旋转不变子空间算法以及它们的各变种算法进行描述。除此之外，基于子空间理论，还涌现出了许多其他波达方向估计算法，也将一并提及。在本节的最后对子空间获取方法的相关文献进行了回顾。

1.3.1.1 多重信号分类（MUSIC）类空间谱估计方法研究

多重信号分类算法，或称为 MUSIC（Multiple Signal Classification）算法，是子空间类空间谱估计方法的典型代表之一，它采用对接收信号所构造的协方差矩阵进行特征分解的方法求得信号子空间和噪声子空间，并基于噪声子空间进行搜索以获得空间谱。Schmidt 最早于 1982 年在其博士学位论文中提出该方法，并命名为 MUSIC（Multiple Signal Characterization）^[3]，于 1986 年又将其更名为 Multiple Signal Classification 并发表^[8]。在二十世纪八十年代末至九十年代初，对多重信号分类方法的理论研究及分析主要还是集中在传统 MUSIC 算法本身。进入二十一世纪，对该类方法的理论分析已是针对一些改进算法而进行，如针对 MUSIC-like 算法的深入分析^[9]。在多重信号分类方法的应用推广研究中，降低运算复杂度是重要方面，但算法在降低运算度的同时，估计性能往往也会降低。而 E. A. Santiago 等人提出用一种迭代的子空间方法进行多个源的 DOA 估计，在低样点数和低 SNR 的情况下，相比已有的 root-MUSIC 算法，在具有更低计算量的同时，还能保持更好的性能^[10]。实数操作相比复数操作有更低的运算要求，因此变复数运算为实数运算也是降低运算复杂度的一条有效途径^[11]。除了降低运算复杂度外，具备更稳健特性的改进算法^[12]也有益于该类算法的应用推广。

1.3.1.2 旋转不变子空间（ESPRIT）类空间谱估计方法研究

旋转不变子空间算法或称为 ESPRIT（Estimated Signal Parameters via Rotational Invariance Technique）算法是基于子空间理论的波达方向估计的另一类典型方法，该算法最早由 R. H. Roy 于 1986 年提出^[13]，它利用阵列数据协方差矩阵的信号子空间的旋转不变特性进行参数估计。由于 ESPRIT 类方法有其独有的特点，在它的理论分析方面，一直都有研究者进行关注，如文献[14]就是

近年来这方面的研究成果。在 ESPRIT 类方法的推广应用方面, 计算复杂度的减少依然是重要考虑, 在这方面可采用的方法有基于信号参数的估计方法^[15]、构造扩展协方差的方法^[16]等。

1.3.1.3 其他子空间类空间谱估计方法研究

子空间理论是空间谱估计的一种有力理论基础, 基于该理论有较多的研究成果, 这些研究成果很难简单地归入某类算法中, 而它们又反映了众多研究者对子空间类空间谱估计方法的推进所做出的贡献, 在此将对这些方法进行简要的回顾。最小范数算法属于子空间类空间谱估计方法, 具备高分辨能力, 且在高信噪比下, 其误差具有接近克拉美-罗门限的能力。该算法最早由 Kumaresan, R. 和 Tufts, D. W. 于 1983 年提出, 其主要工作原理即找到一个矢量, 该矢量张成的子空间为阵列接收数据的协方差矩阵的噪声子空间。而对这个矢量施加的约束为第一个元素为单位 1, 且矢量的欧氏长度为最小^[17]。Reddy, V. V. 等人利用最小范数算法的原理, 提出了一种新的超分辨 DOA 估计方法, 其最大的特点在于不用预先确定源的数目^[18]。此外, 其他方法还包括致力于降低运算复杂度的方法^[19-21]、联合估计多个参数的方法^[22]、处理宽带信号的方法^[23]、处理相关信号的方法^[24-27]等。

1.3.1.4 子空间获取方法研究

在 MUSIC 算法^[3]中, 噪声空间的获取采用的是对接收信号所构造的协方差矩阵进行特征值分解 (EVD, Eigen Value Decomposition), 小特征值对应的特征向量张成的子空间作为噪声子空间, 该噪声子空间被用于空间谱估计。在 MUSIC 的变种算法 Root-MUSIC^[28]中, 其基本思想是利用表征噪声子空间的特征向量构造多项式, 并求取该多项式的根作为波达方向估计结果, 该算法中特征向量的求取同 MUSIC 算法一样, 均采用对接收信号协方差矩阵的 EVD 分解得到。在 ESPRIT 算法^[4]中, 将两个子阵的接收信号协方差矩阵进行合并后, 进行特征分解得到信号子空间, 再利用两个子空间之间的旋转不变特性, 求得波达方向。最小范数算法^[17]主要工作原理即找到一个矢量, 该矢量张成的子空间为阵列协方差矩阵的噪声子空间。该方法所涉及到的多项式构造也需依托于对应子空间的特征向量, 而特征向量的获取则由 EVD 分解得到。因此, 可以看

到协方差矩阵的 EVD 分解是子空间类空间谱估计方法求取子空间的重要手段。

而众所周知, 矩阵奇异值分解 (SVD, Singular Value Decomposition) 最能反映矩阵秩的特性。同时, 奇异值分解最小二乘问题, 其数字特性比其它方法都好^[29]。在数字信号处理领域中, 有些数据构成的矩阵本身具有低秩特性, 由于噪声的干扰造成了满秩, 这时可以通过对矩阵进行奇异值分解, 除去由于噪声引起的奇异值, 从而等效地改善了信噪比^[30]。基于 SVD 分解的优良特性, 万明坚及肖先赐在文献[30]中对奇异值分解应用于空间谱估计中的性能进行了分析, 并与常规的 MUSIC 算法进行了比较, 表明其具有更优的数值计算特性。

由于 EVD 及 SVD 可以在包括空间谱估计的诸多领域应用, 因此针对这些分解方法的分析、改进及应用也引起了研究者的兴趣。X. Guanghan 等研究了降低分解运算复杂度的方法, 即快速子空间分解 (FSD, Fast Subspace Decomposition)^[31, 32]。噪声和数值计算误差都会导致 EVD 和 SVD 的结果出现误差, 但当数值计算误差较小时, 主要的影响因素还是噪声。SVD 相比 EVD 具有更低的数值计算误差, 但运算量相对也更大。因此, Eugene Scott Baker 等在分析 EVD 及 SVD 计算误差的基础上, 确定了 EVD 和 SVD 分别适用的信噪比范围^[33]。M. H. Omar 等则将 EVD 和 SVD 应用于 IEEE 802.22 所定义的无线局域网的信号检测中, 分析比较后得出 SVD 的性能更优^[34]。

常用的子空间类空间谱估计方法, 如 MUSIC 算法、ESPRIT 算法、最小范数算法及它们的变种, 所涉及到的协方差矩阵均为埃尔米特 (Hermite) 矩阵。因此采用 EVD 和 SVD 都能得到正交子空间, 但考虑数值计算误差及一些应用中, 所获得的协方差矩阵可能是非埃尔米特的 (non-Hermitian)^[24, 35, 36], 此时采用 EVD 及 SVD 得到的子空间之间的正交性是无法满足的。本论文基于子空间主角理论, 提出了一般矩阵的正交子空间构造方法, 可应用于非埃尔米特的协方差矩阵, 关于这部分的内容将在第二章详细描述。

1.3.2 虚拟阵列技术的研究现状

虚拟阵列技术是阵列信号处理的一个重要研究方向。虚拟阵列技术的主要思想是在既有的物理阵列基础上, 通过算法的处理得到虚拟的阵列或相关的虚拟参量, 其主要目的包括:

- 利用虚拟阵列的思想, 拓展空间谱估计应用范围;

- 增加阵列自由度；
- 处理特定特性的信号，如宽带信号。

1.3.2.1 拓展及增加自由度研究

在拓展空间谱估计应用范围方面，主要是将常规的针对远场的波达方向估计扩展到了对近场源的定位上，同时又由于采用了虚拟阵列的思想，尽量减少了阵列孔径的损失^[37, 38]。

虚拟阵列技术最有吸引力的一个方面是可以增加阵列自由度，常规的 L 阵元线阵，其自由度为 $L-1$ ，即在波达方向估计中最多可以估计 $L-1$ 个源的方位。而增加阵列自由度意味着在 DOA 估计中可以处理更多的源，在某些情况下也可理解为可以解决欠定（Under-Determined）问题，即实际物理阵元数允许比源数目少或相等。这可以突破在常规的子空间 DOA 估计中要求信号源的个数必须小于阵元个数的限制。基于高阶累积量的阵列扩展是虚拟阵列技术的一个重要分支，相关的研究成果也较多，自上世纪九十年代初一直到最近，都不断有研究成果发表。基于 L 个阵元的线阵，采用高阶累积量的阵列扩展方法，估计的源数目可以达到 L 个^[39]、 $2L(L-1)/3$ 个^[40]及 $2L-2$ 个^[41]。除高阶累积量外，为解决欠定问题，也可以利用入射信号源的特性，如同一时间同一个频率下可能仅有一个或少数源信号成分，这种情况在语音信号及其他声信号的传播条件下存在，即利用了源信号间的时频稀疏性^[42, 43]。其他的虚拟阵列扩展方法还包括 Khatri-Rao 子空间方法^[44]，它可以得到一个自由度为原物理阵列两倍的虚拟阵列。构造辅助向量的方法^[45]，可以增加一个自由度。

宽带信号的处理是阵列信号处理的一个重要研究方向，而利用虚拟阵列技术可以处理宽带信号的 DOA 估计问题。空间重采样就是利用虚拟阵列思想处理宽带信号的一种典型方法，Krolik. J 和 D. Swingler 于 1989 年利用宽带信号聚焦思想最早提出空间重采样方法的思路，其原理是将实际物理阵元接收信号根据不同频率等效成一个虚拟阵列的接收信号^[46]。而在实现方法上，A. Desoki 等分析了重采样误差的分布，提出了一种重采样公式，相比传统的重采样，所提方法有更小的重采样误差，并且指出：合适的聚焦频率选择可以减小重采样误差^[47]。朱维杰等人基于空间重采样思路，提出采用 FFT 方法进行插值来实现宽带信号的波达方向估计^[48]。

1.3.2.2 稀/微阵列的虚拟扩展研究

从前面的虚拟阵列技术的回顾中可以看到，阵列的虚拟扩展可以增大阵列的自由度，以致 DOA 估计的源数目甚至可以超过传感器数，即可以解决欠定问题。一般而言，传感器的数量越多，则系统的硬件成本及复杂度也越高。此外，有些应用也受空间尺寸的限制，无法布设大量传感器，如：手持移动终端的话音拾取、机器人听觉等。同时，宽带信号的处理和应用很广泛，因此基于具有较少阵元或较小尺寸的稀/微阵列，研究其对宽带信号的 DOA 估计就显得很有意义。

双阵元组成的阵列是一个典型的稀/微阵列。目前，基于双阵元稀/微阵列的宽带 DOA 估计方法大致可分为三类，包括：时延估计法^[49]，时频法^[50, 51]及子空间方法^[52]。时延估计法对于同时估计多个宽带源的波达方向比较困难，尤其是在混响或多径的条件下。时频法可以同时估计多个宽带源，由于是利用了源信号的时频稀疏特性，因此要求源信号在时间和频率上不能完全重叠，这使得其不能适用于同频、连续的宽带源估计。而子空间方法没有上述所提及的约束，因此得到了相关研究者的普遍关注。文献[36]利用两个传感器组成的阵列，将入射的宽带源信号在频域进行子带划分，并构造出一个等效的协方差矩阵，再运用窄带算法，可以对多个宽带源进行波达方向估计。而为了使得所构造出的等效协方差矩阵为 Toeplitz-Hermitan 矩阵，要求宽带源信号必须具有相同的且完全平坦的功率谱特性，且源信号间是不相关的。文献[53]也基于两传感器组成的阵列，将四阶累积量方法同空间重采样方法相结合，并利用 MUSIC 算法实现了对多个宽带源信号的 DOA 估计。

在一些实际应用场景下，信号之间往往是相关甚至是相干的，如：工作于相同频率的无线或声信号之间、多径信号之间、混响信号之间等。在基于阵列的 DOA 估计中，在处理相关信号时空间平滑^[54, 55]是具有代表性的一类方法，但该类方法会带来阵列孔径损失的问题，因此虚拟阵列技术往往可以与这类方法相结合^[40, 56]。而对于宽带信号，基于聚焦矩阵的 CSM (Coherent Signal-subspace Method) 算法^[57]是具有代表性的解相干方法。上述这些方法尽管都能解相干，但要求的阵元数较多。

本论文基于稀/微阵列，采用较少的阵元（两个），实现了对多个宽带源的 DOA 估计，并考虑噪声的抑制和信号的解相干分别提出了相应的算法，相关内

容将在本论文第三章详细描述。

1.3.3 传感器网络定位技术的研究现状

基于传感器网络的目标源定位是系统规划与设计、信号处理、目标辨识等领域的一个研究热点，尤其是在最近十年，其相关研究呈井喷式扩展。本节将从检测量及节点结构、测向定位类方法等方面对最新的及主要的研究成果进行回顾，对稀/微传感器网络定位的研究成果也进行了相应的描述。

1.3.3.1 检测量及节点结构研究

在基于传感器网络的源定位处理过程中，检测量是重要的算法处理元素。检测量就是传感器网络中的各传感器节点以什么样的形式对源信号进行感知或度量。检测量主要包括信号接收强度（RSS, Received Signal Strength）或能量^[58-63]、到达时延差 TDOA (Time Difference Of Arrival)^[64, 65]、到达时间 TOA (Time Of Arrival)^[66-68]、波达方向^[69, 70]、联合多种观察量^[71]等。

在传感器网络中的各个传感器节点可以由 1 个传感器、2 个传感器^[72]及更多传感器组成^[64]。在一个传感器网络中，当每个节点由单个传感器组成时，信号强度或能量测量值往往被应用^[63, 73, 74]。当每个节点由一对传感器组成时，通常检测 TDOA，然后将各节点的 TDOA 观测量进行融合处理从而实现定位，在声源定位中这种策略尤其用得更多^[75-77]。当网络中的各传感器节点由多于两个传感器组成时，节点就可能为均匀线阵^[70, 78]、均匀圆阵^[79]或球阵^[80]，即每个节点就为一个常规的多阵元阵列，而当每个节点的传感器足够多时，一些传统的 DOA 估计方法可以应用，如基于子空间的方法^[70, 80]，再对各节点的 DOA 估计结果进行融合后，就可实现对源的定位。在对各节点的 DOA 估计信息的融合处理中，如测向交叉定位等技术可以运用^[81]。

1.3.3.2 测向交叉定位方法研究

从目前的研究成果来看，在基于传感器网络的目标源定位中，往往考虑的传感器节点数相比目标源的数目多得多，对于目标源的数目有考虑多个的，也有仅考虑一个的。文献[68]分析时采用 8 个节点对 3 个源进行定位；文献[58]考虑在一个较广阔的区域布设大量低成本声传感器，对相对少的几个源进行定位；文献[72]中的分析则采用了 24 个传感器对 2 个源进行定位；文献[73]的分析中

采用 5 个传感器实现对一个源的定位,而文献[61, 82-84]也仅考虑了对一个源进行定位的情况。在基于传感器网络的目标源定位研究中,传感器节点数目(或传感器数目)与目标源数目之间的关系受采用的观测量及信息融合算法的影响。测向定位方法也可称为测向交叉定位方法,该类方法需要每个传感器节点获得目标源的方位信息和传感器节点的位置信息,经过几何计算,就可以得出目标的位置。根据几何学原理,在对一个源进行定位时,仅需两个测向节点;而当目标源大于 1 个后,情况要更加复杂,但理想情况下所需的测向节点也较少,如三个节点。因此,从传感器网络的节点数目来看,相对其他方法而言测向交叉定位方法是有比较优势的。俄罗斯的 BETA85B2-A 三坐标电子情报站,以色列的 EL/L8300G 电子支援系统等采用的就是三站测向交叉定位体制。因此,测向交叉定位技术具有重要的研究和应用价值。

测向交叉定位方法中的信息融合策略是该类方法的重要研究内容。信息融合就是将传感器网络中的各传感器节点获得的目标方位信息进行融合,从而得到目标的位置。最大似然类方法可应用于测向交叉定位中,Stansfield 较早地进行了这方面的研究^[85],K. Doğançay 也对该类方法在测向定位中的应用进行了相关分析^[86]。而 A. Plinge 等则基于分布式麦克风网络,利用各节点测得的方位线之间的交叉几何关系,再结合一种 EM (Expectation Maximum) 算法进行多个源的定位^[79]。在测向交叉定位中涉及到关联的概念,而所谓关联,就是将不同节点获得的测向线与某一个目标源对应起来。这种关联一旦建立,由测向线形成的虚假交点(即非目标源)就自然得到了消除。基于聚类的方法就可应用于测向线与目标的关联,从而实现定位。J. D. Reed 等较早地将聚类的方法应用于测向定位中的关联问题^[87]。M. T. Grabbe 等提出的解决测向交叉点与目标关联的算法基于 Mahalanobis 距离关联准则,将测向线进行分簇聚类,再利用角度测量的统计误差特性,去除不相关的测向线,实现目标的关联。考虑的应用环境是飞机对地面目标的多次测向^[88]。

1.3.3.3 稀/微传感器网络定位研究

在本论文中,将每个传感器节点为稀/微阵列的传感器网络称为稀/微传感器网络。此外,由于在大部分的传感器网络定位研究中,传感器节点的数目往往远大于目标源的数目,因此将传感器节点相对目标源数目更少的传感器网络也

归入稀/微传感器网络的称谓。对基于传感器网络的目标源定位而言,在达到定位要求的前提下,所需的传感器节点以及传感器的数目越少,则系统的复杂度及成本越低,节点间通信量、系统功耗等也越低。因此,基于稀/微传感器网络的定位技术研究就显得很有意义。文献[89]实现了基于 TDE-ILD (Time Difference Estimation-Interaural Level Difference) 的一种双麦克风阵列的 2-D 声源定位方法,其测试环境为室外低混响情况,但仅能定位一个源。文献[74]基于信号接收强度 RSS 的测量值,采用 9 个传感器对数十个源进行定位,但从分析结果来看,定位误差较大。更多的情况是如前所述的文献回顾中,传感器网络采用较多的传感器,对相对较少的源进行定位。

从相关文献回顾发现,对利用较少传感器构成的稀/微传感器网络进行定位的研究较少。测向定位时采用的节点和传感器越少,对解决多目标定位的挑战就越大,本论文将测向定位技术与稀/微阵列信号处理技术相结合,在多目标源的定位方面开展了一定的探索性工作,详细内容将在本论文第四章进行描述。

1.3.4 宽带信号增强技术的研究现状

信号增强是对带噪或受扰期望信号进行处理,从而提高期望信号质量的行为。传感器阵列由于其所具备的技术特点,很适合应用于信号的空域增强领域,而信号的空域增强就是指对特定方向的收发信号进行增强,基于阵列的波束形成(BF, Beam Forming)是空域信号增强的典型技术。波束形成作为阵列信号处理领域的重要研究方向,根据所处理信号的频带宽度可分为窄带波束形成与宽带波束形成。由于宽带信号具有丰富的信息,对其处理更有利于实现目标检测、信息传递等,而如语音处理的信号本身就具有宽带特性,因此宽带波束形成又是波束形成技术中的一个研究热点。针对宽带信号的波束形成要考虑信号的带宽效应对波束的影响,理想的情况是波束对于信号具备频率不变性,这就是频率不变波束形成(FIB, Frequency Invariant Beamforming)技术。主要的 FIB 方法包括了空间重采样方法^[90]、多维傅里叶逆变换方法^[91]、二阶锥规划方法^[92]等。

基于阵列的 FIB 技术是宽带信号增强的有效手段,但这些宽带波束形成技术要求的阵元数较多,对于手持终端、家庭信息设备、助听器等体积及功耗较为受限的应用领域很难实现。因此,由较少阵元构成的稀/微阵列在信号增强领域的研究就显得很有意义。双阵元阵列相比单传感器仅增加一个阵元,在处理

方法上却可以极大地丰富,因此双阵元阵列在宽带信号增强领域中得到了研究者的普遍关注,在语音信号增强中的研究成果尤为丰富。Desloge J G 等构造的麦克风阵列语音增强系统考虑了听力辅助上的应用,因此为了保护听觉上的空间感,经增强后的系统是双路输出,而每路输出信号的处理可以基于双麦克风或四麦克风阵列^[93]。语音识别也是语音增强技术的典型应用,Jeong S 等提出的语音增强方法假设目标源的位源是已知,并基于两个麦克风的输入信号,在频域上利用时延和幅度之比进行谱分类,然后采用维纳滤波对带噪语音信号进行增强,从而可以提高语音识别的准确率^[94]。

在双麦克风的语音增强算法中,信噪比的估计往往是一个重要处理环节。Yousefian N 等利用两路输入信号,求取相干函数,利用该函数的实部和虚部进行信噪比的估计,该信噪比被用于构造维纳滤波器进行语音信号的增强^[95]。Kim S M 等则利用双路接收信号的相位差进行信噪比估计,估计出的信噪比再与维纳滤波器相结合获得一个谱增益调节器,用于对语音信号的增强^[96]。

由 G.W.Elko 和 A.T.N.Pong 提出的一阶差分麦克风阵列(FDM, First-order Differential Microphone)技术也是一种典型的双阵元语音增强技术,它可以将最大增益方向指向阵列的轴向(即阵元连线方向),并可在噪声方向形成零点,从而抑制干扰噪声^[97]。Luo 等提出了自适应零陷波束形成(ANF, Adaptive Null Forming)方法,该方法是对一阶差分麦克风阵列技术进一步研究,通过信号延迟和滤波器系数之间的关系,获得了最优的滤波器增益函数的基础上提出的^[98]。

除了上述的方法外,还有其他具有各自特点的双麦克风语音增强方法。Aarabi P 等提出的基于相位误差的时频掩膜技术是利用了两个通道的时频相位误差,根据该误差与信噪比的关系,构造奖惩准则对不同的数据帧进行类似于掩膜的操作,高相位误差方差的帧进行幅度的消减,低相位误差的帧维持不变,从而达到信号增强的目的^[99]。Aung T T 等提出了一种应用于通信系统的双麦克风噪声降低策略,将语音信号分为低频部分和高频部分的子带结构,根据不同频率的信号特征,采用不同的降噪方法^[100]。Rahmani M 等所提双麦克风语音增强算法则考虑的是近场条件,由于两个通道上的接收的信号功率不同,将两个通道的功率谱密度之差作为准则进行噪声的削减^[101]。

在无线信号的收发领域,由较少阵列构成的稀/微天线阵列也得到了研究和应用。Semmar A 等就采用了一个双天线阵列对陆地数字电视(DTV, Digital

Televison) 信号进行接收, 并对不同信道环境下的接收信号特性进行分析, 为移动环境下对 DTV 信号的分集接收设计提供参考^[102]。Bari R D 等考虑了对 DVB (Digital Video Broadcast) 信号的可靠接收问题, 提出在发送端采用双天线及时延分集的发送策略, 并分析了不同接收条件下的分集增益等性能。其测试结果表明了发送时分集在不相关的信道条件下, 可以获得较高的分集增益^[103]。T. Mavridis 等提出了一种空间信息聚焦策略, 可以利用两个天线, 实现在空间特定方位上的信息聚焦, 由于采用的是 UWB (Ultra Wide Band) 信号, 也可以视为一种基于稀/微阵列的宽带信号增强^[104]。

基于双麦克风的稀/微阵列信号增强方面的研究较多, 该类信号增强属于接收增强, 在这些方法中往往会有对信号到达时延或位置的已知假设^[94, 99], 而在实际应用中声源方位和位置往往是运动或不可知的; 此外, 当多个声源同时存在时, 由于频率的重叠使得声信号间是相关的; 因此本论文将双麦克风的相干声源 DOA 技术与语音增强技术相结合, 对 DOA 引导下的语音增强进行了探讨, 详细内容将在第五章进行讨论。另外, 基于双阵元稀/微阵列的发射信号增强方面的研究相对较少, 而这类技术在如 2×1 MISO 之类的系统中有着较好的研究和应用价值, 因此本论文也对稀/微阵列 DOA 估计引导下的发射信号增强技术进行了讨论, 详细内容也将在第五章进行描述。

1.4 本论文的主要工作与内容安排

稀/微阵列由于可以广泛应用于体积、成本或功耗等受限的领域, 如手持移动终端、家庭信息设备、传感器网络、空间装备等, 因此稀/微阵列所涉及到的基础理论、波达方向估计、目标源定位及信号增强成为了本论文的主要研究内容。

本论文的主要研究内容之间是相互关联的。对于非埃尔米特矩阵的正交子空间分解方法有其独立的理论研究价值, 同时也作为稀/微阵列 DOA 估计技术的理论基础。而稀/微阵列 DOA 估计技术应用于传感器网络的节点中, 通过多节点的测向信息融合就可实现宽带目标源的定位。此外, 稀/微阵列 DOA 估计技术还与信号增强方法相结合, 可实现对空间特定方位信号的增强。

本论文的组织结构如下:

第一章 绪论。 阐述研究背景及意义, 引出本论文的主要研究内容。对研

究内容所涉及到的研究现状分四个方面进行了回顾，文献回顾兼顾了稀/微阵列在这几方面的研究现状和更大范围内的研究现状。最后，引出本论文的研究内容和组织安排。

第二章 作为本论文的理论基础部分。首先，介绍了几类阵列信号的分析模型，并对子空间获取方法中的特征值分解（EVD）和奇异值分解（SVD）的原理及主要性质进行了描述。其次，在讨论了子空间类空间谱估计方法中的 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的原理之后，从理论和仿真上分析了协方差矩阵为非埃尔米特（non-Hermitian）情况下对 DOA 估计性能的影响，并提出了两种子空间构造方法即正交子空间构造方法和准正交子空间构造方法，可以分别获得两类新的噪声子空间 PAF（Principal Angles Free）子空间和 P2AF（Part Principal Angles Free）子空间，为后续的研究奠定了理论基础。

第三章 研究了基于虚拟阵列技术的 DOA 估计方法。首先，对具备较强扩展能力的四阶累积量方法进行了分析，由于该类方法不能直接应用于宽带信号的处理，提出了一种四阶累积量与外扩空间重采样方法相结合的多重虚拟扩展算法，仅需两个阵元就可对多个宽带源进行 DOA 估计，且可有效抑制噪声。其次，也分析了内插空间重采样方法的宽带处理原理，针对该类虚拟阵列方法不能增加阵列自由度的情况，提出了基于 PAF 子空间和 P2AF 子空间的新 DOA 估计算法，该算法仅需两个阵元即可实现对多个宽带源的 DOA 估计，且可以处理相干信号。

第四章 对传感器网络定位中的测向定位方法进行了研究。在对最大似然算法和聚类算法进行分析的基础上，指出已有的算法在应用上需要较多的传感器节点，而可以定位的源数目却相对较少，进而提出了两类仅需两个节点的分布式传感器网络定位方法。第一类方法利用源间的几何分布先验知识，提出了一种基于模型匹配的源定位算法，仅需两节点的测向信息就可实现对多个宽带源的二维定位。进一步，考虑对高度的估计，提出一种旋转投影算法，可实现多个宽带源的三维定位。第二类方法考虑了目标源信号间的相关性，提出了一种结合 TDOA 和 DOA 的数据关联和定位算法，适用于多个相干源条件下的测向线交点与真实目标之间的关联，从而实现多个宽带源的定位。

第五章 研究了稀/微阵列条件下的宽带信号增强。提出了一种将谱减法与波达方向相结合的双麦克风语音增强方法，在 DOA 的引导下可实现对方向性噪

声或相关干扰信号进行抑制，得到增强的语音信号。此外，基于稀/微阵列，还提出了一种基于 DOA 的可应用于 2×1 MISO 系统的空间宽带聚焦策略，在中心站侧采用双天线，终端侧采用单天线，在中心站侧可实现 DOA 引导下的信息聚焦。

第六章 总结和展望。给出本论文研究工作的总结和对未来研究工作的展望与设想。

第2章 非埃尔米特矩阵的子空间分析及构造

2.1 引言

由于基于子空间的空间谱估计方法可以突破瑞利限，具备超分辨率能力，因此自该类方法出现伊始，就一直是空间谱估计领域的重要研究方向。典型的空谱估计算法，如：多重信号分类（MUSIC）^[3, 8]、旋转不变子空间（ESPRIT）^[13]等均基于子空间理论，尽管后续有许多对这些算法的改进和推广，但其根本的理论基础没有变化。最新的在降低算法运算复杂度^[105]和提高算法稳健性^[12]等方面的研究成果也都表明了子空间方法依然是空间谱估计研究的一个关注点。本论文所讨论的空间谱估计是基于多个阵元构成的阵列，这些阵元可以是收发无线信号的天线，也可以是感知声信号的麦克风等传感器。如图 2-1 所示为一个 M 阵元的均匀线阵（ULA，Uniform Linear Array）示意图。

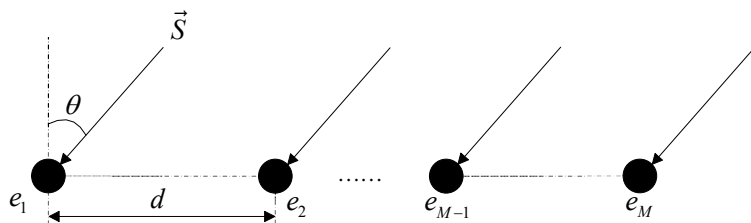


图 2-1 均匀线阵示意图

Lord Rayleigh 最早于 1879 年针对成像系统给出了瑞利限，其角度分辨力或称瑞利限可表示为^[106, 107]：

$$\theta = 1.220 \frac{\lambda}{D} \quad (2.1-1)$$

其中， θ 是角度分辨力， λ 是光的波长， D 是可通过光线的光学部件的孔径（或光学透镜的直径）。除了光线之外，在阵列信号处理中的研究对象如无线信号、声信号等也受同样的物理规律约束，因此阵列也就有了等效的孔径概念。最早的基于阵列的空间谱估计算法可以追溯到常规波束形成（BMF，BeaM Forming）算法^[1]，该算法的空域分辨力受到空域瑞利限的限制，故不能分辨方位角过于接近的多个信号源。基于子空间的空间谱估计方法却能突破瑞利限，有着优秀的空间分辨能力，因此子空间类方法的相关理论有着很高的研究价值。本章着重讨论在空间谱估计中所运用的子空间相关理论，将对子空间获取方法、典型

空间谱估计算法原理、非埃尔米特协方差矩阵条件下的子空间构造等内容进行探讨。在研究方法上遵循子空间类空间谱估计原理分析、协方差矩阵的非埃尔米特性对空间谱估计的影响分析以及新子空间的构造的顺序，依次展开研究。

2.2 信号模型及矩阵分解

在进行后续分析之前，就阵列信号处理常用的几类模型进行描述，包括常用的窄带模型、相干模型及宽带模型。此外，对协方差矩阵的分解是子空间类空间谱估计方法所涉及到的重要内容，本节也将对矩阵的特征值分解和奇异值分解的原理和主要性质进行描述。

2.2.1 信号模型^[7]

2.2.1.1 窄带信号源数学模型

首先，考虑 N 个远场的窄带信号入射到空间某阵列上，其中阵列由 M 个阵元组成，这里假设阵元数等于通道数，即各阵元接收到信号后经各自的传输信道送到处理器，也就是说处理器接收来自 M 个通道的数据。

在信号源是窄带的假设下，信号可用如下的复包络形式表示：

$$\begin{cases} s_i(t) = u_i(t)e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \\ s_i(t - \tau) = u_i(t - \tau)e^{j(\omega_0(t - \tau) + \varphi(t - \tau))} \end{cases} \quad (2.2-1)$$

其中， $u_i(t)$ 是接收信号的幅度， $\varphi(t)$ 是接收信号的相位， ω_0 是接收信号的频率。

在接收信号为窄带的假设下，有：

$$\begin{cases} u_i(t) = u_i(t - \tau) \\ \varphi(t) = \varphi(t - \tau) \end{cases} \quad (2.2-2)$$

根据式 (2.2-1) 和式 (2.2-2)，显然有下式成立：

$$s_i(t - \tau) \approx s_i(t)e^{-j\omega_0 \tau} \quad i = 1, \dots, N \quad (2.2-3)$$

则可以得到第 l 个阵元接收信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^N g_{li}s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t) \quad l = 1, \dots, M \quad (2.2-4)$$

其中， g_{li} 为第 l 个阵元对第 i 个信号的增益， $n_l(t)$ 为第 l 个阵元在 t 时刻的噪声， τ_{li}

为第 i 个信号到达第 l 个阵元时相对参考阵元的时延。

将 M 个阵元在特定时刻接收到的信号排成一个列矢量，可得：

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}e^{-j\omega_0\tau_{11}} & g_{12}e^{-j\omega_0\tau_{12}} & \cdots & g_{1N}e^{-j\omega_0\tau_{1N}} \\ g_{21}e^{-j\omega_0\tau_{21}} & g_{22}e^{-j\omega_0\tau_{22}} & \cdots & g_{2N}e^{-j\omega_0\tau_{2N}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{M1}e^{-j\omega_0\tau_{M1}} & g_{M2}e^{-j\omega_0\tau_{M2}} & \cdots & g_{MN}e^{-j\omega_0\tau_{MN}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_M(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2.2-5)$$

在理想情况下，假设阵列中各阵元是各向同性的且不存在通道不一致、互耦等因素的影响，则式 (2.2-5) 中的增益可以省略（即归一化为 1），在此假设下式 (2.2-5) 可以简化为：

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_0\tau_{11}} & e^{-j\omega_0\tau_{12}} & \cdots & e^{-j\omega_0\tau_{1N}} \\ e^{-j\omega_0\tau_{21}} & e^{-j\omega_0\tau_{22}} & \cdots & e^{-j\omega_0\tau_{2N}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\omega_0\tau_{M1}} & e^{-j\omega_0\tau_{M2}} & \cdots & e^{-j\omega_0\tau_{MN}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_M(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2.2-6)$$

将式 (2.2-6) 写成矢量形式^[1, 8]如下：

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2.2-7)$$

其中， $\mathbf{X}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量， $\mathbf{N}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维噪声数据矢量， $\mathbf{S}(t)$ 为空间信号的 $N \times 1$ 维矢量， \mathbf{A} 为空间阵列的 $M \times N$ 维流型矩阵（导向矢量阵）且

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1(\omega_0) \ \mathbf{a}_2(\omega_0) \ \cdots \ \mathbf{a}_N(\omega_0)] \quad (2.2-8)$$

其中，导向矢量

$$\mathbf{a}_i(\omega_0) = \begin{bmatrix} \exp(-j\omega_0\tau_{1i}) \\ \exp(-j\omega_0\tau_{2i}) \\ \vdots \\ \exp(-j\omega_0\tau_{Mi}) \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, N \quad (2.2-9)$$

式中， $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ ， c 为信号传播速度， λ 为信号波长。

由上述的知识可知，一旦知道阵元间的延迟表达式 τ ，就很容易得出特定空间阵列的导向矢量或阵列流型。

2.2.1.2 相干信号源数学模型

在实际环境中相干信号源是普遍存在的，如信号传输过程中的多径现象，或者敌方有意设置的电磁干扰等。相干信号源的检测与估计是空间谱估计中一个重要的研究方向，因此这里描述一下相干信号源的数学模型。当考察多个信号时，这些信号之间可以是不相关的，相关的或相干的。对两个平稳信号 $s_i(t)$ 和 $s_k(t)$ ，定义它们的相关系数为：

$$\rho_{ik} = \frac{E\{s_i(t)s_i^*(t)\}}{\sqrt{E\{|s_i(t)|^2\}E\{|s_i(t)|^2\}}} \quad (2.2-10)$$

由 Schwartz 不等式可知 $\rho_{ik} \leq 1$ ，因此，信号之间的相关性定义如下：

$$\begin{cases} \rho_{ik} = 0 & s_i(t), s_k(t) \text{独立} \\ 0 < |\rho_{ik}| < 1 & s_i(t), s_k(t) \text{相关} \\ \rho_{ik} = 1 & s_i(t), s_k(t) \text{相干} \end{cases} \quad (2.2-11)$$

由上面的定义可知，当信号源相干时其数学表现为：相干信号源间只差一个复常数，假设有 n 个相干源，即：

$$s_i(t) = \alpha_i s_0(t) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.2-12)$$

这里 $s_0(t)$ 可以称为生成信源，因为它生成了入射到阵列上的 n 个相干信号源。将式 (2.2-12) 代入式 (2.2-7)，可得相干信号源模型：

$$\begin{aligned} X(t) &= AS(t) + N(t) = A \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_n(t) \end{bmatrix} + N(t) \\ &= A \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} s_0(t) + N(t) \\ &= A\rho s_0(t) + N(t) \end{aligned} \quad (2.2-13)$$

式中， ρ 是由一系列复常数组成的 $N \times 1$ 维矢量。

2.2.1.3 宽带信号源数学模型

对于宽带信号，假设信号的带宽为 B ，同样有第 l 个阵元的接收数据（不考虑增益时）

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^N s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t) \quad l = 1, \dots, M \quad (2.2-14)$$

如果将观察时间 T_0 分为 K 个子段，每段时间为 T_d ，然后对观察数据进行 J 点的离散傅里叶变换（DFT, Discrete Fourier Transform），只要子段 T_d 相比信号和噪声相关时间较长（为了保证 DFT 变换后的数据是不相关的），就可以得到如下的宽带模型：

$$\mathbf{X}_k(f_j) = \mathbf{A}(f_j) \mathbf{S}_k(f_j) + \mathbf{N}_k(f_j) \quad (2.2-15)$$

式中， $\mathbf{X}_k(f_j)$ ， $\mathbf{S}_k(f_j)$ ， $\mathbf{N}_k(f_j)$ 分别为对应某频率的接收数据、信号及噪声的 DFT 变换，其中 $k = 1, \dots, K$ ， $j = 1, \dots, J$ 。

对于式（2.2-15）所示的宽带信号模型，其阵列流型矩阵应为

$$\mathbf{A}(f_j) = [\mathbf{a}_1(f_j) \ \mathbf{a}_2(f_j) \ \cdots \ \mathbf{a}_N(f_j)] \quad (2.2-17)$$

$$\mathbf{a}_i(f) = [e^{-j2\pi f \tau_{1i}} \ e^{-j2\pi f \tau_{2i}} \ \cdots \ e^{-j2\pi f \tau_{Mi}}]^T \quad (2.2-18)$$

需要指出的是，式（2.2-15）中的 J 是指将带宽为 B 的信号划分为 J 个子带，这说明式（2.2-15）对于不同的频率点 f_1, f_2, \dots, f_J 有 J 个等式成立。

2.2.2 矩阵分解^[108]

2.2.2.1 特征值分解

对一个已知的量确定描述其特征的坐标系，称为特征分析。特征分析在数学和工程应用中都具有重要的实际意义。例如，在矩阵代数中，特征分析往往与矩阵的谱分析联系在一起：一个线性算子矩阵特征值的集合，而描述线性算子特征的基（本）向量定义为其特征向量的集合，而求取特征值和特征向量的具体过程可称为特征值分解（EVD, Eigen Value Decomposition）。当特征值分解应用于空间谱估计中时，就是对协方差矩阵进行分解，获取所需的信号子空间或噪声子空间。

特征值分解的基本问题可以陈述为：给定一个 $n \times n$ 维矩阵 A ，确定标量 λ 的值，使得线性代数方程

$$Au = \lambda u, u \neq 0 \quad (2.2-19)$$

具有 $n \times 1$ 非零解 u 。这样的标量 λ 称为矩阵 A 的特征值 (Eigen Value)，向量 u 称为与 λ 对应的特征向量 (Eigen Vector)。式 (2.2-19) 有时也被称为特征值-特征向量方程式。同时式 (2.2-19) 意味着，使用矩阵 A 对向量 u 所作的线性变换 Au 不改变向量 u 的方向，因此，线性变换 Au 是一种“方向不变”的映射。为了确定向量 u ，将式 (2.2-19) 改写作

$$(A - \lambda I)u = 0 \quad (2.2-20)$$

由于式 (2.2-20) 对任意向量 u 均应该成立，故该式存在非零解 $u \neq 0$ 的唯一条件是矩阵 $A - \lambda I$ 的行列式等于零，即

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.2-21)$$

观察式 (2.2-21)，很容易直接得出下面的重要结果：若特征值问题具有非零解 $x \neq 0$ ，则标量 λ 必然使得 $n \times n$ 矩阵 $A - \lambda I$ 奇异。因此，特征分解由以下两步组成：

- (1) 求出所有使矩阵 $A - \lambda I$ 奇异的标量 λ (特征值)；
- (2) 给出一个使矩阵 $A - \lambda I$ 奇异的特征值 λ ，求出所有满足 $(A - \lambda I)x = 0$ 的非零向量 x ，它就是 λ 对应的特征向量。

矩阵的特征分解是子空间获取的重要数学方法，在后续章节中将频繁涉及，因此以下列出一些特征值与特征向量相关的重要性质：

- (1) 矩阵 A 奇异，当且仅当至少有一个特征值 $\lambda = 0$ 。
- (2) 矩阵 A 和 A^T 具有相同的特征值，其中“ T ”表示转置。
- (3) 若 λ 是 $n \times n$ 矩阵 A 的特征值，则有
 - λ^k 是矩阵 A^k 的特征值；
 - 若 A 非奇异，则 A^{-1} 具有特征值 $1/\lambda$ ；
 - 矩阵 $A + \sigma^2 I$ 的特征值为 $\lambda + \sigma^2$ 。
- (4) 令 u_1, u_2, \dots, u_k 是 $n \times n$ 矩阵 A 与不同特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ 相对应的特征向量，即

$$Au_i = \lambda_i u_i, i = 1, 2, \dots, k; k \leq n \quad (2.2-22)$$

$$\lambda_i \neq \lambda_j, i \neq j; 1 \leq i, j \leq k \quad (2.2-23)$$

则这 k 个特征集合 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_k\}$ 是一个线性无关集合。

(5) 令 A 是一个 $n \times n$ 一般矩阵, 若 A 具有不同的 n 个特征值, 则 A 具有 n 个线性无关的特征向量。

2.2.2.2 奇异值分解

奇异值分解 (SVD, Singular Value Decomposition) 也是获取矩阵子空间的另一种重要数学方法, 该分解方法也常被用于基于子空间的空间谱估计中^[109, 110]。奇异值分解最早是由 Beltrami 在 1873 年对实正方矩阵提出来的。1874 年, Jordon 也独立地推导出了实正方矩阵的奇异值分解。后来, Autonne 于 1902 年把奇异值分解推广到复正方矩阵, Echart 与 Young 于 1939 年又进一步把它推广到一般的长方形矩阵。因此, 现在常将任意复长方矩阵的奇异值分解定理称为 Autonne-Eckart-Young 定理。

令 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ (或 $\mathbb{C}^{m \times n}$), 则存在正交 (或酉) 矩阵 $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ (或 $\mathbb{C}^{m \times m}$) 和 $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (或 $\mathbb{C}^{n \times n}$) 使得

$$A = U \Sigma V^T \text{ (或 } U \Sigma V^H \text{)} \quad (2.2-24)$$

式中

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & O \\ O & O \end{bmatrix} \quad (2.2-25)$$

且 $\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_1, \dots, \sigma_r)$, 其对角元素按照顺序

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0, r = \text{rank}(A) \quad (2.2-26)$$

排列。

以上的定理最早由 Echart 与 Young 于 1939 年进行证明。式 (2.2-24) 中的 V 的列向量 \mathbf{v}_i 称为矩阵 A 的右奇异向量 (Right Singular Vector), V 称为 A 的右奇异向量矩阵 (Right Singular Vector Matrix)。式 (2.2-24) 中的 U 的列向量 \mathbf{u}_i 称为矩阵 A 的左奇异向量 (Left Singular Vector), U 称为 A 的左奇异向量矩阵 (Left Singular Vector Matrix)。因此, 式 (2.2-24) 的奇异值分解式又可以表示为:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H \quad (2.2-27)$$

奇异值分解的一些主要性质描述如下：

- (1) 矩阵 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 和其复共轭转置矩阵 \mathbf{A}^H 具有相同的奇异值。
- (2) 矩阵 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 的非零奇异值是 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ 或 $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ 的非零特征值的正平方根。
- (3) $\sigma > 0$ 是矩阵 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 的单奇异值，当且仅当 σ^2 是 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ 或 $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ 的单特征值。

- (4) 若 $p = \min(m, n)$ ，且 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p$ 是矩阵 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 的奇异值，则

$$\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H) = \sum_{i=1}^p \sigma_i^2 \quad (2.2-28)$$

- (5) 矩阵行列式的绝对值等于矩阵奇异值之乘积，即 $|\det(\mathbf{A})| = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n$ 。
- (6) 矩阵 \mathbf{A} 的谱范数等于 \mathbf{A} 的最大奇异值，即 $\|\mathbf{A}\|_{\text{spec}} = \sigma_{\max}$ 。

2.3 多重信号分类算法

Schmidt 最早在其博士学位论文中提出 MUSIC (MULTIPLE Signal Characterization) 算法^[3]，后更名为 MUSIC (MULTIPLE Signal Classification) ^[8]。在论证算法原理的过程中，Schmidt 大量采用了几何的方法，其直观性强，但其整个的论述过程中，有些步骤较简略，而失之详尽。本小节将以代数的方法对 MUSIC 算法进行详细的推导，为后续的分析奠定基础。

MUSIC 算法的空间谱表达式可表示为：

$$P_{\text{music}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} = \frac{1}{(\mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta))^H (\mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta))} \quad (2.3-1)$$

其中， P_{music} 为基于 MUSIC 算法的空间谱估计结果， θ 为搜索的入射角， $\mathbf{a}(\theta)$ 为与搜索角相关的导向矢量， \mathbf{U}_N 为噪声子空间。根据 MUSIC 算法理论，入射信号对应的导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 与噪声子空间 \mathbf{U}_N 正交，则有 $\mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)$ 为零，从而将在入射信号的方向形成较大峰值，实现对来波方向的估计。

要深刻理解 MUSIC 算法的原理，必须解决两个根本问题的证明：①信号子空间与噪声子空间 \mathbf{U}_N 是正交的；②导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 张成的空间与信号子空间为同一个空间。

2.3.1 信号与噪声子空间的正交性证明

考虑一个具有 M 个阵元的接收阵列，入射信号为 K 个远场的窄带信号。根据式 (2.2-7) 的窄带信号模型，阵列的接收信号矢量可表示为：

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.3-2)$$

其中， $\mathbf{x}(t)$ 为 $M \times 1$ 维的阵元接收信号矢量， $\mathbf{s}(t)$ 为 $K \times 1$ 维的入射信号矢量， \mathbf{A} 为 $M \times K$ 维导向矩阵。暂不考虑噪声，则接收信号的协方差矩阵可表示为：

$$\mathbf{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^*] \cdot \mathbf{A}^* = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^* \quad (2.3-3)$$

其中， $\mathbf{P} = \mathbf{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^*]$ 为信号互相关矩阵。

根据矩阵理论，矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的列空间和行空间的维数相等，这个共同的维数就是矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的秩。MUSIC 算法的应用条件要求入射信号数 K 必须小于阵元数 M ，因此 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 不满秩，则^[108]

$$\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*) + \dim[\text{Null}(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)] = M \quad (2.3-4)$$

其中， $\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)$ 为矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的秩， $\dim[\text{Null}(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)]$ 为 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的零空间维数。由式 (2.3-4) 可得

$$(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)\mathbf{X}_0 = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)\mathbf{X}_0 = \mathbf{0} \cdot \mathbf{X}_0 \quad (2.3-5)$$

其中， \mathbf{X}_0 为矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的零空间矩阵，该矩阵的所有列向量左乘 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 为零，根据式 (2.3-4)， \mathbf{X}_0 张成的零空间的维数为 $N = M - \text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)$ 。同时也可知矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 有 N 个最小特征值，且为零^[111]，而 \mathbf{X}_0 也正是矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的对应于零特征值的特征向量所组成的矩阵。同时，矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 有 $K = (M - N)$ 个为正的 eigenvalue，对应的特征向量构成信号子空间。

在考虑噪声的情况下，可得：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx}\mathbf{X}_0 &= (\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^* + \sigma^2\mathbf{I})\mathbf{X}_0 = (\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*) \cdot \mathbf{X}_0 + \sigma^2\mathbf{I} \cdot \mathbf{X}_0 \\ &= \sigma^2\mathbf{I} \cdot \mathbf{X}_0 \end{aligned} \quad (2.3-6)$$

其中， $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^* + \sigma^2\mathbf{I}$ 为考虑了噪声的协方差矩阵， σ^2 为噪声功率， \mathbf{I} 为单位矩阵。在考虑噪声的情况下，矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*$ 的所有特征值需加上 σ^2 ，其原最小特征值由零变为 σ^2 。因此， σ^2 为带噪协方差矩阵 $(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^* + \sigma^2\mathbf{I})$ 的 N 重最小特征值，而 \mathbf{X}_0 张成的空间也为协方差矩阵对应于最小特征值的特征向量张成的空间，即

噪声子空间。

阵列接收信号的协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 为埃尔米特（Hermite）矩阵，也为正规矩阵，即 $(\mathbf{R}_{xx})(\mathbf{R}_{xx})^H = (\mathbf{R}_{xx})^H(\mathbf{R}_{xx})$ ，因此，对于矩阵 \mathbf{R}_{xx} 的不同特征值对应的特征向量正交^[112]，有

$$\mathbf{S}_K \cdot \mathbf{X}_0 = 0 \quad (2.3-6)$$

其中， \mathbf{S}_K 为协方差矩阵的 K 个大特征值对应的特征向量构成的信号子空间矩阵， \mathbf{X}_0 为噪声功率作为特征值的 N 个对应特征向量构成的噪声子空间矩阵。由此信号子空间与噪声子空间的正交性得证。

2.3.2 导向矢量与信号子空间同一性证明

由于 $\mathbf{A}\mathbf{P}$ 为满秩矩阵，由式（2.3-5）可得^[111]：

$$(\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^*)\mathbf{X}_0 = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{A}^*\mathbf{X}_0 = \mathbf{0} \quad (2.3-7)$$

因此， \mathbf{X}_0 是 \mathbf{A}^* 的零空间。结合式（2.3-6），得：

$$\mathbf{R}(\mathbf{S}_K) = \mathbf{R}(\mathbf{A}^*) \quad (2.3-8)$$

其中， $\mathbf{R}(\cdot)$ 表示矩阵的列向量张成的子空间， \mathbf{A}^* 与导向矢量 \mathbf{A} 之间仅相差一个复数，因此它们张成的子空间相同，则由式（2.3-8）可得导向矢量 \mathbf{A} 列空间和信号子空间矩阵 \mathbf{S}_K 的列空间相同，则导向矢量与信号子空间的空间同一性得证。

至此，MUSIC 算法的代数原理推导完成，推导过程也显示了式（2.3-1）所构造出的空间谱估计公式所具备的理论上的完备性。此外，本小节的推导也将是后续相关章节的分析基础。

2.4 旋转不变子空间算法^[7]

旋转不变子空间算法（ESPRIT, Estimated Signal Parameters via Rotational Invariance Technique）是子空间类空间谱估计方法中的另一个典型算法，它利用阵列数据协方差矩阵的信号子空间的旋转不变特性进行参数估计。该方法最早由 R. H. Roy 于 1986 年提出^[13]，并写入其博士论文。

设有两个相同的阵列 x 和 y ，也可以称它们为子阵，它们之间有固定的距离，每个阵列有 M 个阵元。入射信号为 K 个窄带远场信号，中心频率 ω_0 。各阵

元接收噪声为零均值随机过程，且各阵元接收噪声之间不相关，噪声与信号之间也不相关。则在这两个阵列中的第 i 个阵元的接收信号可分别表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) a_i(\theta_k) + u_i(t) \quad (2.4-1)$$

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) e^{j\omega_0 \Delta \sin \theta_k / c} a_i(\theta_k) + v_i(t) \quad (2.4-2)$$

其中， $s_k(t)$ 是在子阵 x 的第 1 个阵元接收到的第 k 个入射信号； θ_k 是第 k 个信号的入射角； $a_i(\theta_k)$ 是子阵 x 中的第 i 个阵元相对第 1 个阵元的接收响应； Δ 是两个子阵之间的相对距离； c 为信号传播速度； $u_i(t)$ 和 $v_i(t)$ 为噪声信号。

以向量的形式可将阵列 x 和 y 的接收信号分别表示为：

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (2.4-3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2.4-4)$$

其中， $\mathbf{x}(t)$ 为 $M \times 1$ 矢量，且 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ ； $\mathbf{y}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 及 $\mathbf{v}(t)$ 也均为 $M \times 1$ 矢量； $\mathbf{s}(t)$ 为 $K \times 1$ 矢量，表征入射信号； \mathbf{A} 为 $M \times K$ 导向矩阵，它的列向量为 $\{\mathbf{a}(\theta_k), k=1, \dots, K\}$ 。 Φ 为 $K \times K$ 对角矩阵，表征两个阵列 x 和 y 的阵元之间的相位时延，可表示为一个对角阵：

$$\Phi = \text{diag}[e^{j\omega_0 \Delta \sin \theta_1 / c}, e^{j\omega_0 \Delta \sin \theta_2 / c}, \dots, e^{j\omega_0 \Delta \sin \theta_K / c}] \quad (2.4-5)$$

注意 Φ 是一个单位阵，而实际上是复数域上的一个比例操作，因此可以看作为一个旋转操作。

阵列 x 接收信号的协方差矩阵可以写成：

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^*] = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^* + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.4-6)$$

其中， $\mathbf{S} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^*]$ ； σ^2 是加性非相关噪声的方差。

相似地，阵列 x 和阵列 y 之间的互协方差矩阵可表示为：

$$\mathbf{R}_{xy} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{y}(t)^*] = \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi\mathbf{A}^* \quad (2.4-7)$$

\mathbf{R}_{xx} 和 \mathbf{R}_{xy} 是可以通过阵列 x 和阵列 y 的观测值进行构造的。通过这两个矩阵，计算出矩阵 Φ ，再通过式 (2.4-5) 的变换，就可得到信号的入射角。

2.5 非埃尔米特矩阵的子空间分析

从前述的典型子空间类空间谱估计算法可以看出，它们所涉及到的协方差矩阵均为埃尔米特矩阵（Hermite Matrix），即矩阵具有共轭对称性。而在一些应用中，获得的协方差矩阵可能并不是理想的埃尔米特矩阵，如文献[35, 36]在对宽带信号进行 DOA 估计时所构造的协方差矩阵，在考虑噪声或者源信号本身具有非平坦功率谱的情况下，是一个非埃尔米特矩阵（Non-Hermitian Matrix）。而文献[24]在采用线阵对窄带相干信号进行 DOA 估计所构造的协方差矩阵也为一个非埃尔米特矩阵。此外，在采用计算机进行运算时，由于有限的字长表示，会存在计算误差。经过多级中间运算后，最终的结果会包含多级的累积误差。文献[112, 113]将这些误差作为扰动，分析了这些含扰动的矩阵在特征分析时对于特征值的影响问题。以往的子空间类空间谱估计性能分析均是基于协方差矩阵为理想埃尔米特矩阵的情况^[114, 115]，当协方差矩阵为非埃尔米特矩阵时，将带来新的问题，需引入新的分析方法。在本小节将引入数学领域的子空间主角理论，分析协方差矩阵的非埃尔米特性对空间谱估计性能的影响，为下一小节所提出的非埃尔米特矩阵的正交子空间构造奠定理论基础。

2.5.1 子空间主角及计算

数学领域的子空间主角的几何意义就是度量两个子空间的基向量之间的夹角，本论文将子空间主角引入用于表征子空间之间的正交性。根据子空间主角理论，对于主角（PA, Principal Angles）有以下定义^[116]：

$$\cos(\theta_k) = \max_{\mathbf{u} \in F} \max_{\mathbf{v} \in G} \mathbf{u}^T \mathbf{v} = \mathbf{u}_k^T \mathbf{v}_k \quad (2.5-1)$$

$$\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{v}\| = 1$$

$$\text{约束条件：} \mathbf{u}^T \mathbf{u}_i = 0 \quad i = 1:k-1$$

$$\mathbf{v}^T \mathbf{v}_i = 0 \quad i = 1:k-1$$

其中， F 和 G 为 \mathbb{C}^n 的两个子空间，维度分别为 p 和 q ，均不小于 1； \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 分别为该两子空间中的矢量，称为主角向量（PAV, Principal Angles Vectors）。从式（2.5-1）的约束条件可以看出，同一个子空间中的不同主角向量之间要求正交，且每个主角向量的模为 1。 θ_k 为该两子空间的第 k 个主角，主角个数等于 $\min(p, q)$ 。

设 $\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$ 为由阵列接收信号 \mathbf{x} 所构造出的协方差矩阵, 对其按节 2.2.2 所述的 EVD 或 SVD 进行分解, 得到 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 即信号子空间矩阵和噪声子空间矩阵, 也可以直接简称为信号子空间和噪声子空间。又设 \mathbf{Q}_F 为子空间 \mathbf{F} 的标准正交基, \mathbf{Q}_G 为子空间 \mathbf{G} 的标准正交基。G. H. Golub 提出对矩阵 $\mathbf{Q}_F^T \mathbf{Q}_G$ 进行 SVD 分解从而得到子空间 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 之间主角的余弦^[116], 为主角的计算提供了一种计算方法, 归纳子空间主角的计算步骤:

(1) 求阵列接收信号 \mathbf{x} 的协方差矩阵 $\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$, 实际中一般采用算术平均替代数学期望操作;

(2) 对协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 进行特征分解, 得到信号子空间矩阵 \mathbf{F} 和噪声子空间矩阵 \mathbf{G} ;

(3) 分别求取 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 的标准正交基 \mathbf{Q}_F 和 \mathbf{Q}_G ;

(4) 对矩阵 $\mathbf{Q}_F^T \mathbf{Q}_G$ 进行奇异值分解, 求取到由奇异值作为对角元素的对角阵 $\mathbf{\Sigma}$;

(5) 将对角阵 $\mathbf{\Sigma}$ 的 r 个对角元素进行反余弦计算, 得到 r 个主角, 其中, $r = \text{rank}(\mathbf{Q}_F^T \mathbf{Q}_G)$ 。

2.5.2 对空间谱估计的影响分析

2.5.2.1 分析模型

为分析方便, 可将非埃尔米特矩阵的协方差矩阵分解为一个理想的埃尔米特矩阵和一个扰动矩阵之和。为了借鉴数学领域的研究成果, 本论文的理论分析将用到以下的模型:

$$\mathbf{R}_\varepsilon = \mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B} \quad (2.5-2)$$

其中, $\mathbf{R}_\varepsilon \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 为受扰动的协方差矩阵, 它是个非埃尔米特矩阵; $\mathbf{R}_{xx} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 为理想的埃尔米特矩阵, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 为扰动矩阵, $\varepsilon \in \mathbb{C}$ 为扰动量。

为了适应于 Ostrowski 定理, 对于 \mathbf{R}_{xx} 和 \mathbf{B} 的元素有如下的约束^[113]:

$$|a_{ij}| < 1, |b_{ij}| < 1 \quad (2.5-3)$$

其中, $a_{ij} \in \mathbf{R}_{xx}$, $b_{ij} \in \mathbf{B}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$ 。

设阵列实际观测量或分析量的协方差矩阵的元素为 $r_{ij} \in \mathbf{R}_\varepsilon$ 。则总能找到一

个数 $l \in \mathbb{R}$ ，使得矩阵 $l \cdot \mathbf{R}_\varepsilon$ 的所有元素的模 < 1 ，从而也就满足了式 (2.5-3)，而 l 作为一个常系数，不影响本论文的分析结论。

2.5.2.2 扰动对特征向量的影响

由于在基于子空间理论的空间谱估计中，信号子空间和噪声子空间都是由特征向量所张成，因此扰动对特征向量的影响是一个分析的重点。 \mathbf{R}_{xx} 为埃尔米特矩阵，则它可对角化^[108]，即：

$$\mathbf{H}^{-1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H} = \text{diag}(\lambda_i) \quad (2.5-4)$$

其中， \mathbf{H} 为一非奇异矩阵， λ_i 为 \mathbf{R}_{xx} 的特征值， $i=1, 2, \dots, n$ 。在式 (2.5-4) 的等式两边同时左乘 \mathbf{H} ，可以很容易地得出 \mathbf{H} 的各列正好构成了 \mathbf{R}_{xx} 的特征向量系的结论。 \mathbf{R}_{xx} 的特征值 λ_i 对应的特征向量为 \mathbf{h}_i ，记为 $\lambda_i \sim \mathbf{h}_i$ ，其中 \mathbf{h}_i 为 \mathbf{H} 的第 i 列。

在矩阵 \mathbf{R}_{xx} 受扰动的情況下，变为 $\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B}$ ，则式 (2.5-4) 可写成^[113]：

$$\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B})\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} \beta_{11}/s_1 & \beta_{12}/s_1 & \dots & \beta_{1n}/s_1 \\ \beta_{21}/s_2 & \beta_{22}/s_2 & \dots & \beta_{2n}/s_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{n1}/s_n & \beta_{n2}/s_n & \dots & \beta_{nn}/s_n \end{bmatrix} \quad (2.5-5)$$

其中， $s_i = \mathbf{y}_i^T \mathbf{x}_i$ ， $\beta_{ij} = \mathbf{y}_i^T \mathbf{B} \mathbf{x}_j$ ， \mathbf{x}_i 为 \mathbf{R}_{xx} 的规范化的左特征向量， \mathbf{y}_i 为 \mathbf{R}_{xx} 的规范化的右特征向量， $i=1, 2, \dots, n$ ， $j=1, 2, \dots, n$ 。

记 $\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B})\mathbf{H}$ 的特征值为 $\lambda_i(\varepsilon)$ ，它对应的特征向量为 $\mathbf{z}_i(\varepsilon)$ ，则可得：

$$\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B})\mathbf{H} \mathbf{z}_i(\varepsilon) = \lambda_i(\varepsilon) \mathbf{z}_i(\varepsilon) \quad (2.5-6)$$

将 (2.5-6) 等式两边左乘 \mathbf{H} ，得：

$$(\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B})(\mathbf{H} \mathbf{z}_i(\varepsilon)) = \lambda_i(\varepsilon)(\mathbf{H} \mathbf{z}_i(\varepsilon)) \quad (2.5-7)$$

因此， $\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B}$ 的特征值也为 $\lambda_i(\varepsilon)$ ，而对应的特征向量 $\mathbf{x}_i(\varepsilon) = \mathbf{H} \mathbf{z}_i(\varepsilon)$ 。即 \mathbf{R}_{xx} 受扰后，其特征向量由 \mathbf{h}_i 变为 $\mathbf{H} \mathbf{z}_i(\varepsilon)$ ，而 $\mathbf{z}_i(\varepsilon)$ 向量的元素界为^[113]：

$$|z_{ij}(\varepsilon)| \leq \frac{2\varepsilon \sum_{j=1}^n |\beta_{ij}|}{|s_i| |\lambda_j - \lambda_i|} \quad (2.5-8)$$

其中， $z_{ij}(\varepsilon)$ 为 $\mathbf{z}_i(\varepsilon)$ 向量（它为列向量）的第 i 个元素。根据前述 $\mathbf{x}_i(\varepsilon)$ 和 $\mathbf{z}_i(\varepsilon)$ 的

关系，得：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(\varepsilon) &= z_{1i}(\varepsilon)\mathbf{h}_1 + z_{2i}(\varepsilon)\mathbf{h}_2 + \dots + z_{ni}(\varepsilon)\mathbf{h}_n \\ &= \sum_{j=1}^n z_{ji}(\varepsilon)\mathbf{h}_j \end{aligned} \quad (2.5-9)$$

结合式 (2.5-8) 和式 (2.5-9)，可得：

$$|x_{li}(\varepsilon)| \leq \varepsilon \cdot \sum_{j=1}^n \left(\frac{2 \sum_{i=1}^n |\beta_{ji}|}{|s_i| |\lambda_i - \lambda_j|} |h_{lj}| \right) \quad (2.5-10)$$

其中， $x_{li}(\varepsilon)$ 为 $\mathbf{R}_{xx} + \varepsilon \mathbf{B}$ 的第 i 个特征向量的第 l 个元素， h_{lj} 为 \mathbf{R}_{xx} 的第 j 个特征向量的第 l 个元素， $l=1, 2, \dots, n$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 。

由 (2.5-10) 可得：受扰特征向量的元素 $x_{li}(\varepsilon)$ 与扰动量 ε 具备一阶关系，当 ε 增大时， $x_{li}(\varepsilon)$ 的界也增大，即 $x_{li}(\varepsilon)$ 的波动增大。

2.5.2.3 扰动对子空间主角的影响

根据前节 2.5.1 所述，求取子空间主角的过程中需进行子空间的标准正交基的求取。可采用 Gram-Schmidt 正交化方法，则^[108]：

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{x}_1(\varepsilon), \quad \mathbf{u}_1(\varepsilon) = \frac{\mathbf{p}_1}{\|\mathbf{p}_1\|} \quad (2.5-11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_k &= \mathbf{x}_k(\varepsilon) - \sum_{i=1}^{k-1} (\mathbf{u}_i^H(\varepsilon) \mathbf{x}_k(\varepsilon)) \mathbf{u}_i(\varepsilon) \\ \mathbf{u}_k(\varepsilon) &= \frac{\mathbf{p}_k}{\|\mathbf{p}_k\|} \end{aligned} \quad (2.5-12)$$

其中， $\mathbf{x}_k(\varepsilon)$ 为原向量， $\mathbf{u}_k(\varepsilon)$ 为正交化后的向量；对于信号子空间 $k=1, 2, \dots, p$ ， p 为信号子空间的维度；噪声子空间对应的下标 $k=p+1, p+2, \dots, n$ 。

式 (2.5-12) 的第一个等式右边第一项 $\mathbf{x}_k(\varepsilon)$ 的扰动界是 ε 量级的，右边第二项的扰动界可表示为：

$$b \leq \sum_{i=1}^{k-1} \zeta_{li} \varepsilon^{(2t_{i-1}+1)} \quad (2.5-13)$$

其中， b 为式 (2.5-12) 的第一个等式右边第二项的扰动界， t_i 表示式 (2.5-12)

的第一个等式右边第二项累加式中的第 i 项的 ε 的幂次。根据式(2.5-12)，可推得：第 i 次累加项的 ε 的幂次是第 $i-1$ 次累加项 ε 幂次的2倍再加1次，初始条件为 $i=1$ 时， $t_0=3$ ； ζ_{li} 为各项的系数。

为了表示的方便，式(2.5-10)可表示为 $|x_{li}(\varepsilon)|=\alpha_{li}\varepsilon$ ， α_{li} 为系数。则式(2.5-11)中的基向量 $\mathbf{u}_l(\varepsilon)$ 元素的模可表示为 $|u_{li}(\varepsilon)|=\alpha_{li}\varepsilon$ ，同理，式(2.5-12)中其他基向量元素的模可表示为：

$$|u_{lk}(\varepsilon)|\geq \alpha_{lk}\varepsilon - \sum_{i=1}^{k-1} \zeta_{li}\varepsilon^{(2t_{i-1}+1)} \quad (2.5-14)$$

其中， $u_{lk}(\varepsilon)$ 表示受扰的第 k 个基向量的第 l 个元素， α_{lk} 是特征向量 $\mathbf{x}_k(\varepsilon)$ 的第 l 个元素的界系数。

结合2.5.1节所述的主角计算步骤和式(2.5-14)，矩阵 $\mathbf{Q}_F^T \mathbf{Q}_G$ 的元素扰动界为 ε^2 量级占优，该矩阵可表示为：

$$\mathbf{Q}_F^T \mathbf{Q}_G = \begin{bmatrix} a_{11}(\varepsilon) & a_{12}(\varepsilon) & \dots & a_{1p}(\varepsilon) \\ a_{21}(\varepsilon) & a_{22}(\varepsilon) & \dots & a_{2p}(\varepsilon) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1}(\varepsilon) & a_{p2}(\varepsilon) & \dots & a_{pp}(\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (2.5-15)$$

可由式(2.5-15)中方阵的元素估计其奇异值，如下式所示^[117]：

$$B_i = [(|a_{ii}| - b_i)_+, |a_{ii}| + b_i], \quad i=1, \dots, n \quad (2.5-16)$$

$$b_i = \max \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|, \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ji}| \right) \quad (2.5-17)$$

$$a_+ = \max(0, a) \quad (2.5-18)$$

方阵的奇异值将落在式(2.5-16)所示出的 n 个区间内，则区间界的扰动也就是奇异值的扰动。由式(2.5-16)可以容易地看出，区间的扰动界与式(2.5-15)所示方阵的元素扰动界是同一量级，均为 ε^2 量级。

2.5.3 分析小结

经过前述的分析，可以得出当在埃尔米特矩阵 \mathbf{R}_{xx} 上施加扰动量 ε 时，会对构成子空间的 \mathbf{R}_{xx} 的特征向量产生 ε 量级的扰动，根据子空间方法如MUSIC算

法空间谱表达式 (2.3-1) 可知, 会对 DOA 估计带来影响。同时, 扰动 ε 也会对子空间主角的余弦值带来 ε^2 量级的影响。因此, 通过以上分析, 建立起了子空间主角与 DOA 估计性能之间的联系, 随着扰动量的增大, 主角偏移增大, DOA 估计的误差也将增大。这种关联通过后续的仿真分析也可以得到验证。

2.5.4 仿真分析

2.5.4.1 仿真实验一

窄带信源数: 1; 入射角度: 40 度; 阵列类型: 均匀线阵; 阵元数: 5; 入射正弦信号频率: 1600Hz, 信号幅度: 1; 采样频率: 45kHz; 计算快拍数: 20000; 扰动量 ε 范围: 0.001~0.1, 扰动矩阵 \mathbf{B} 为满阵且所有元素均取 1。

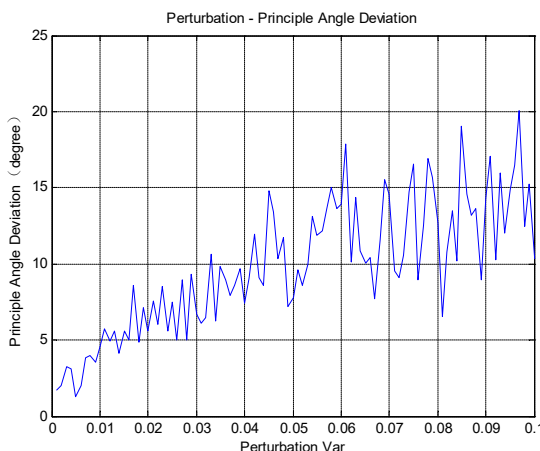


图 2-2 扰动量与子空间主角偏差量关系

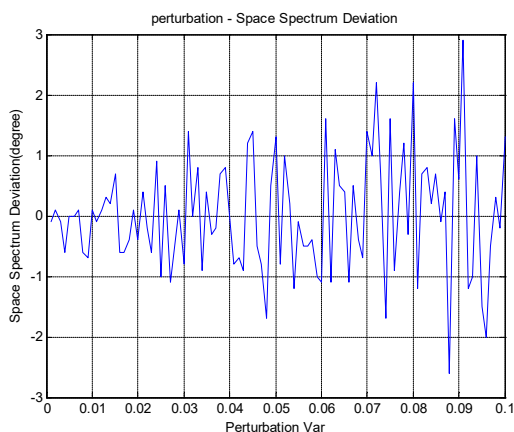


图 2-3 扰动量与 DOA 估计偏差量关系

图 2-2 中，横坐标为协方差矩阵的扰动量 ε ；纵坐标为信号子空间与噪声子空间之间的主角偏移量，即实际的主角值偏离两个子空间正交理想值（90 度）的量，单位为度。从图中可以看出，随着扰动量的加大，主角偏移量也逐渐增大，说明两子空间的正交性受到的破坏越大，如：当扰动达到 0.096 时，主角偏移量达到 20 度，信号子空间与噪声子空间的夹角（或称为主角）变为 70 度。

图 2-3 中，横坐标为协方差矩阵的扰动量 ε ；纵坐标为采用 MUSIC 算法估计出的波达方向与真值间的偏差，单位为度。从图中可以看出，随着扰动量及子空间主角偏离的增大，DOA 估计偏差量也逐渐增大。如：当扰动量为 0.091 时，子空间主角偏离超过 15 度，DOA 估计的峰值偏离真值 2.9 度。

2.5.4.2 仿真实验二

窄带信源数：4；入射角度：[-60 -30 20 40] 度；阵列类型：均匀线阵；阵元数：8；入射信号频率分别为：[1630 1640 1650 1660] Hz，信号幅度：1；采样频率：45kHz；计算快拍数：20000；扰动量范围：0.001~0.1，可以认为是扰动噪声方差；扰动矩阵 \mathbf{B} 为满阵且所有元素均取 1。

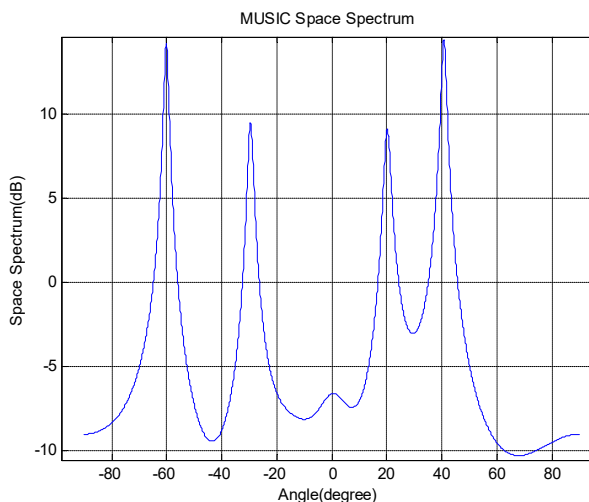


图 2-4 多入射源 DOA 空间谱估计结果

图 2-4 中，横坐标为方位角，范围-90 度~+90 度；纵坐标为采用 MUSIC 算法估计出的空间谱值，单位为 dB。可见，4 个源均能分辨出。

图 2-5 中，横坐标为协方差矩阵的扰动量；纵坐标为 4 个信号子空间和噪声子空间之间的主角的偏移量，单位为度。可以看出，随着扰动量的增加，信

号子空间和噪声子空间的四个主角的偏移也逐渐加大。如：当扰动量达到 0.078 时，主角 1 的偏差超过 20 度。另外，值得一提的是，图中的每条偏差线仅取的每次扰动量下对应排序的值，如第一个主角偏差值曲线的点由每次扰动量下四个主角中产生的最大偏差值构成，而不同扰动量下的最大偏差值并不一定对应于同一个主角。

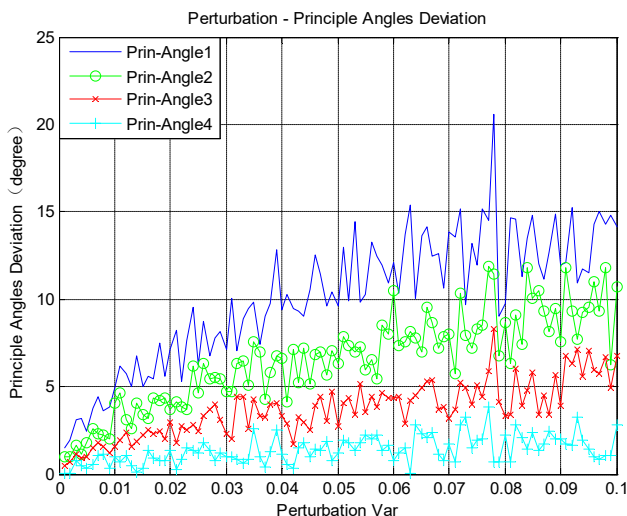


图 2-5 子空间之间的多个主角偏差

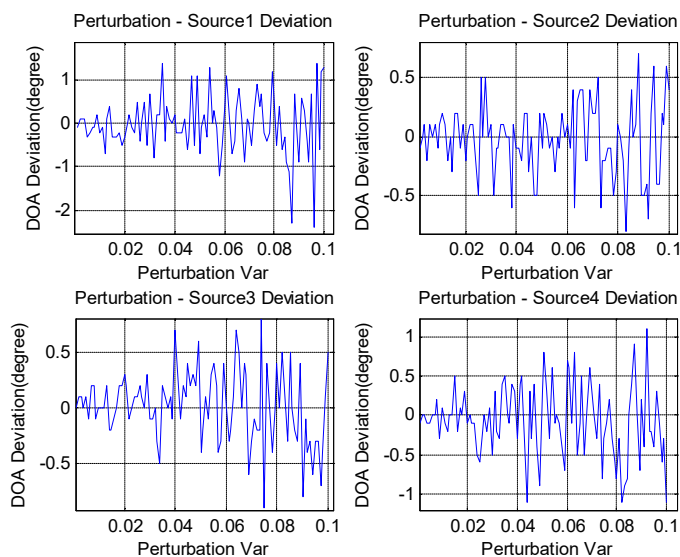


图 2-6 多个入射源的 DOA 估计结果峰值偏差

图 2-6 中的每个子图，横坐标为协方差矩阵的扰动量；纵坐标为 MUSIC 算法估计出的每个源的 DOA 相对真值的偏差，单位为度。可以看出，在扰动量增大及主角偏移增大的情况下，4 个 DOA 估计峰值的偏移也增大。如源 1 的 DOA 估计峰值在扰动量为 0.095 时，主角偏移超过 10 度时，DOA 峰值偏移大于 2 度。

这里要特别说明的是，在采用主角理论对空间谱估计的性能进行分析时，所求得的子空间之间的主角的数量尽管和入射信号的数目相同，但在本论文中引入的主角是子空间之间的正交性的度量参数，并不是波达方向估计的入射信号方位角，这两者是两种不同的事物。

2.6 非埃尔米特矩阵的子空间构造方法

2.6.1 问题的提出

常用的子空间类空间谱估计方法，如 MUSIC 算法、ESPRIT 算法、最小范数算法及它们的变种等，所涉及到的协方差矩阵均为埃尔米特矩阵。而对埃尔米特矩阵的 EVD 分解所得到的信号子空间与噪声子空间是完全正交的，这已在 2.3 节所证明。而正如 2.5 节所描述的，在一些空间谱估计的应用中，所获得的协方差矩阵可能不是埃尔米特的 (Non-Hermitian)，它们可能为 Toeplitz 矩阵^[24, 35, 36]，甚至更一般的矩阵。同时，2.5 节的分析也揭示：协方差矩阵的非埃尔米特特性将会影响到子空间之间的正交性，从而影响到基于子空间的空间谱估计性能。因此，讨论基于非埃尔米特协方差矩阵的子空间的构造，不仅有理论研究意义，也有现实意义。

2.6.2 正交子空间的构造

对于非埃尔米特矩阵 (Non-Hermitian matrix) 的特征分解所得到的信号子空间和噪声子空间是无法如埃尔米特矩阵一般保证一定正交的，而子空间之间的正交性是子空间类空间谱估计方法的重要理论基础，因此，如何基于一般的矩阵构造正交子空间是有意义的研究课题。本论文提出了一种基于 Toeplitz 矩阵的正交子空间构造方法，之所以考虑 Toeplitz 矩阵是因为在一些非埃尔米特协方差矩阵应用中，获得的往往是 Toeplitz 矩阵^[24, 35, 36]。而本论文所提出的构造方法本身具备通用性，可以应用于更一般的矩阵。

设矩阵 \mathbf{R}_{xx} 为一个 $M+1$ 阶的 Toeplitz 矩阵, 根据 Toeplitz 矩阵的特点, 它的 $2M+1$ 条对角线的元素均相等, 即一个 Toeplitz 矩阵可以由 $2M+1$ 个元素唯一确定。设 Toeplitz 矩阵元素为 $r(i)$, $i = -M, \dots, 0, \dots, M$, 则 \mathbf{R}_{xx} 可表示为:

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(M) \\ r(-1) & r(0) & \dots & r(M-1) \\ r(-2) & r(-1) & \dots & r(M-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r(-M) & r(-M+1) & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (2.6-1)$$

对 \mathbf{R}_{xx} 进行特征分解, 可以得到分别表征信号子空间和噪声子空间的矩阵 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{(M+1) \times K}$ 和 $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{(M+1) \times (M+1-K)}$, 其中 K 表示信源数目。这两个矩阵的列向量分别由 \mathbf{R}_{xx} 的相应特征向量组成^[8]。 $\text{span}\{\cdot\}$ 表示由矩阵列向量张成的子空间, 则信号子空间和噪声子空间可分别表示为 $\text{span}(\mathbf{F})$ 和 $\text{span}(\mathbf{G})$, 有时也可简单地用 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 表示。

本论文引入子空间主角对子空间之间的正交性进行度量, 子空间主角及主角向量的定义如式 (2.5-1) 所示, 此处重新简写如下:

$$\cos(\alpha_k) = \max_{\mathbf{u} \in \text{span}(\mathbf{F})} \max_{\mathbf{v} \in \text{span}(\mathbf{G})} \mathbf{u}^T \mathbf{v} = \mathbf{u}_k^T \mathbf{v}_k \quad (2.6-2)$$

其中, α_k 为两个子空间 $\text{span}(\mathbf{F})$ 与 $\text{span}(\mathbf{G})$ 的第 k 个主角, \mathbf{u}_k 和 \mathbf{v}_k 分别是两个子空间的第 k 个主角向量。关于子空间主角的详细内容也可参阅文献[116], 在本论文中为了更直观地表现子空间主角的概念, 描述了一个简单的几何示意, 如图 2-7 所示。

在图 2-7 中, 两个子空间分别为 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} , 设子空间 \mathbf{F} 由两个正交的单位矢量 \mathbf{u}_1 和 \mathbf{u}_2 张成, 子空间 \mathbf{G} 由两个正交的单位矢量 \mathbf{v}_1 和 \mathbf{v}_2 张成。根据式 (2.5-1), 矢量 \mathbf{u}_1 和 \mathbf{u}_2 , 矢量 \mathbf{v}_1 和 \mathbf{v}_2 均满足约束条件。搜寻子空间 \mathbf{F} 和子空间 \mathbf{G} 的第一个主角时, 要求两个子空间的单位矢量满足夹角最小, 这个夹角就是 θ_1 , 并称 \mathbf{u}_1 和 \mathbf{v}_1 是 θ_1 主角分量; 同理, 根据 (2.5-1) 的定义可再找出两个子空间的第二个主角 θ_2 。

设 \mathbf{F} 的标准正交基矩阵为 \mathbf{Q}_F , \mathbf{G} 的标准正交基矩阵为 \mathbf{Q}_G , 对于标准正交基的求取可采用 Gram-Schmidt 方法^[108]。对矩阵 $\mathbf{Q}_F^H \mathbf{Q}_G$ 的奇异值分解可表示为:

$$\mathbf{Q}_F^H \mathbf{Q}_G = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (2.6-3)$$

其中， \mathbf{U} 为左奇异向量矩阵， \mathbf{V} 为右奇异向量矩阵， $\mathbf{\Sigma}$ 为奇异值矩阵。对式 (2.6-3) 进行简单运算， $\mathbf{\Sigma}$ 可写为：

$$\begin{aligned}\mathbf{\Sigma} &= \mathbf{U}^H \mathbf{Q}_F^H \mathbf{Q}_G \mathbf{V} \\ &= (\mathbf{Q}_F \mathbf{U})^H (\mathbf{Q}_G \mathbf{V}) = \mathbf{F}_O^H \mathbf{G}_O\end{aligned}\quad (2.6-4)$$

其中， $\mathbf{F}_O = \mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ ， $\mathbf{G}_O = \mathbf{Q}_G \mathbf{V}$ 。由于 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 均为酉矩阵，因此有：

$$\text{span}\{\mathbf{F}_O\} = \text{span}\{\mathbf{Q}_F\} = \text{span}\{\mathbf{F}\} \quad (2.6-5)$$

$$\text{span}\{\mathbf{G}_O\} = \text{span}\{\mathbf{Q}_G\} = \text{span}\{\mathbf{G}\} \quad (2.6-6)$$

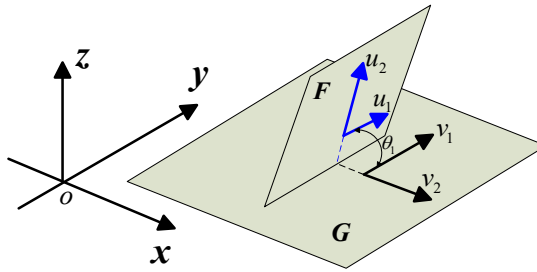


图 2-7 子空间之间主角的几何意义示意图

为了不影响推导的连续性，在式 (2.6-5) 和式 (2.6-6) 中所涉及到的酉矩阵变换具有的正交不变性的推导将在本小节的末尾给出。设 $M+1 > 2K$ ，其中 K 表示源数目，则式 (2.6-4) 可表示为：

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_K & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{F}_O^H [\mathbf{G}_p \ \mathbf{U}_n] \quad (2.6-7)$$

假如 $\exists k$ ，使得 $\sigma_k \neq 0$ ，从式 (2.6-5) 和式 (2.6-6) 可得信号子空间和噪声子空间不正交，但从式 (2.6-7) 可以得到一个等式：

$$\mathbf{F}_O^H \mathbf{U}_n = \mathbf{0}, \quad \mathbf{U}_n \in \mathbf{G}_O \quad (2.6-8)$$

由式 (2.6-5) 及式 (2.6-8)，可得：

$$\text{span}\{\mathbf{F}\} \perp \text{span}\{\mathbf{U}_n\} \quad (2.6-9)$$

由 $\mathbf{U}_n \in \mathbf{G}_O$ 及 $\text{span}\{\mathbf{G}_O\} = \text{span}\{\mathbf{G}\}$ ，可以得出：在 EVD 分解得到的原始噪

声子空间中总是存在一个噪声子空间 $\text{span}\{U_n\} \in \text{span}\{G\}$ ，且 $\text{span}\{U_n\}$ 总是与信号子空间 $\text{span}\{F\}$ 正交，即使 R_{xx} 为一个非埃尔米特矩阵。新的正交子空间矩阵可表示为：

$$U_n = G_O - G_P \quad (2.6-10)$$

其中，操作“-”定义为从矩阵 $G_O \in \mathbb{C}^{(M+1) \times (M+1-K)}$ 中去除一个子阵 $G_P \in \mathbb{C}^{(M+1) \times K}$ ，从而得到新的子空间矩阵 $U_n \in \mathbb{C}^{(M+1) \times (M+1-2K)}$ 。

综上，得新正交噪声子空间的构造方法步骤：

- (1) 对矩阵 R_{xx} 进行 EVD 分解，得到信号子空间矩阵 F 与噪声子空间矩阵 G ；
- (2) 分别求取 F 和 G 的标准正交基矩阵 Q_F 和 Q_G ；
- (3) 对矩阵 $Q_F^H Q_G$ 进行 SVD 分解，求得等效噪声子空间矩阵 $G_O = Q_G V$ 和等效信号子空间矩阵 F_O ；
- (4) 从矩阵 G_O 中去除与矩阵 F_O 不正交的矩阵 $G_P = [v_1 v_2 \dots v_K]$ ，得到新的噪声子空间矩阵 $U_n = G_O - G_P$ 。

结合式 (2.5-1) 及式 (2.6-7) 可知组成矩阵 G_P 的列向量也正是噪声子空间 $\text{span}\{G_O\}$ 中的主角向量。由于新的噪声子空间中没有主角向量，因此本论文命名该子空间为 PAF (Principal Angles Free) 子空间。由于新子空间的构造方法可以对一般矩阵进行分解而获得正交子空间，而无论其是否为埃尔米特矩阵，因此本论文将该方法命名为 GMOD (General Matrix Orthogonal Decomposition) 分解方法。

本小节的最后部分将推导前述所提及的证明式 (2.6-5) 和式 (2.6-6) 中所涉及到的酉矩阵变换具有的正交不变性。这个问题可以转换为分别证明矩阵 F_O 各列向量之间的正交性，以及矩阵 G_O 的各列向量之间的正交性。因为，若列向量正交，则可分别作为信号子空间和噪声子空间的正交基。从而式 (2.6-5) 和式 (2.6-6) 得证。

设 $Q_F \in \mathbb{C}^{(M+1) \times K}$ 和 $Q_G \in \mathbb{C}^{(M+1) \times (M+1-K)}$ ，其中 $M+1$ 如前所述，为矩阵 R_{xx} 的阶数， K 表示源数目。下面分析矩阵 F_O 即 $Q_F U$ 的各列向量的模以及列向量的正交性。

- $Q_F U$ 的各列向量模为单位 1 的证明

对 \mathbf{Q}_F 和 \mathbf{U} 进行分块矩阵表示, 得:

$$\mathbf{Q}_F = [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \dots \mathbf{q}_p]$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \dots \\ \mathbf{u}_p \end{bmatrix} \quad (2.6-11)$$

其中, $\mathbf{q}_i \in \mathbb{C}^{m \times 1}$, $i=1,2,\dots,p$, $\mathbf{u}_j \in \mathbb{C}^{1 \times p}$, $j=1,2,\dots,p$, 则有以下式:

$$\mathbf{Q}_F \mathbf{U} = [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \dots \mathbf{q}_p] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \dots \\ \mathbf{u}_p \end{bmatrix} = [\mathbf{q}_1 \mathbf{u}_1 + \mathbf{q}_2 \mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{q}_p \mathbf{u}_p]$$

$$= [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \dots \quad \mathbf{a}_p]$$
(2.6-12)

式 (2.6-12) 中, 计算得到的分块矩阵 $\mathbf{a}_i = \mathbf{q}_1 \mathbf{u}_1(i) + \mathbf{q}_2 \mathbf{u}_2(i) + \dots + \mathbf{q}_p \mathbf{u}_p(i)$, 其中 $\mathbf{u}_j(i)$ 是 \mathbf{u}_j 矢量的第 i 个元素。

根据标准正交基矩阵 \mathbf{Q}_F 的各列向量之间正交的性质, 即 $\mathbf{q}_i \mathbf{q}_j^H = 0, i \neq j$, 并且标准正交基矩阵 \mathbf{Q}_F 各列的模为 1, 酉矩阵 \mathbf{U} 的行向量的模也为 1, 则得到下式:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_i^H &= (\mathbf{q}_1 \mathbf{u}_1(i) + \mathbf{q}_2 \mathbf{u}_2(i) + \dots + \mathbf{q}_p \mathbf{u}_p(i)) \cdot \\ &\quad (\mathbf{q}_1^H \mathbf{u}_1(i) + \mathbf{q}_2^H \mathbf{u}_2(i) + \dots + \mathbf{q}_p^H \mathbf{u}_p(i)) \\ &= \mathbf{u}_1^2(i) \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_1^H + \mathbf{u}_2^2(i) \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_2^H + \\ &\quad \dots + \mathbf{u}_p^2(i) \mathbf{q}_p \mathbf{q}_p^H \\ &= \mathbf{u}_1^2(i) + \mathbf{u}_2^2(i) + \dots + \mathbf{u}_p^2(i) \\ &= 1 \end{aligned} \quad (2.6-13)$$

由式 (2.6-13) 就可得矩阵 $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ 各列的模:

$$\|\mathbf{a}_i\| = (\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_i^H)^{1/2} = 1 \quad i=1,2,\dots,p \quad (2.6-14)$$

则矩阵 $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ 各列的模为单位 1 得证。

● $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ 的各列向量之间的正交性证明

下面分析 $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ 的各列 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p$ 之间的正交性, 当 $i \neq j$ 时, 有以下式:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j^H &= (\mathbf{q}_1 \mathbf{u}_1(i) + \mathbf{q}_2 \mathbf{u}_2(i) + \dots + \mathbf{q}_p \mathbf{u}_p(i)) \cdot \\
 &\quad (\mathbf{q}_1^H \mathbf{u}_1(j) + \mathbf{q}_2^H \mathbf{u}_2(j) + \dots + \mathbf{q}_p^H \mathbf{u}_p(j)) \\
 &= \mathbf{u}_1(i) \mathbf{u}_1(j) \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_1^H + \mathbf{u}_2(i) \mathbf{u}_2(j) \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_2^H + \\
 &\quad \dots + \mathbf{u}_p(i) \mathbf{u}_p(j) \mathbf{q}_p \mathbf{q}_p^H \\
 &= \mathbf{u}_1(i) \mathbf{u}_1(j) + \mathbf{u}_2(i) \mathbf{u}_2(j) \dots + \mathbf{u}_p(i) \mathbf{u}_p(j) \\
 &= \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j^H \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.6-15}$$

因此，矩阵 $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ 的各列之间彼此正交。对于式 (2.6-4) 中的矩阵 $\mathbf{Q}_G \mathbf{V}$ ，其各列的模同样为 1，各列之间也彼此正交，证明过程同矩阵 $\mathbf{Q}_F \mathbf{U}$ ，不再赘述。至此，式 (2.6-6) 及式 (2.6-7) 中的酉矩阵变换的正交不变性得证。

新的正交子空间分解方法相比传统的子空间分解方法，主要增加的运算复杂性在于多两个子空间矩阵的正交基求取过程，以及多了一次奇异值分解过程，这在实时实现时是需要考虑的问题。

2.6.3 准正交子空间的构造

由 2.6.2 节可知，为了从非埃尔米特矩阵构造出正交于信号子空间的新噪声子空间，要求 $M+1 > 2K$ ，其中 $M+1$ 为矩阵 \mathbf{R}_{xx} 的阶数， K 为信号子空间阶数（或信号源数目）。如果 $M+1-2K$ 较小时，意味着新的噪声子空间阶数低，由此带来的问题是：当将较低阶的噪声子空间应用于空间谱估计时，会由于子空间阶数低，对子空间的约束也就过低，导致空间谱估计的性能变差。这个问题的出现会在本论文 3.5.4 节的仿真分析中看到。

为了解决新的正交子空间的阶数过低的问题，本论文在前述正交子空间构造方法的基础上，提出了一种基于预设主角门限的子空间构造方法，可以增加噪声子空间的阶数。将式 (2.6-7) 重写为：

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_K & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= F_O^H [G_p \ U_n] \\
 &= F_O^H [G_{p-\sigma} \ G_\sigma \ U_n]
 \end{aligned} \tag{2.6-16}$$

其中，矩阵 G_p 的列向量是由噪声子空间中所对应的主角向量组成。设定一个门限 σ ，主角余弦 $\sigma_i > \sigma$ 所对应的 G_p 中的列向量组成一个新的矩阵 G_σ ， G_p 余下的列向量记为矩阵 $G_{p-\sigma}$ 。由此，得到一个新的噪声子空间可表示如下：

$$U_p = [G_\sigma \ U_n] \tag{2.6-17}$$

由于在新的噪声子空间矩阵 U_p 中只部分去除了原噪声子空间的主角向量，因此本论文将由该矩阵张成的子空间命名为 P2AF (Part Principal Angles Free) 子空间。同时，由 P2AF 子空间构造过程可以看出，该子空间并不能像前节所构造的 PAF 子空间一样与信号子空间完全正交，因此它是个与信号子空间准正交的子空间。本论文将构造出 P2AF 子空间的方法命名为 GQOD (General matrix Quasi-Orthogonal Decomposition) 分解方法。

新的准正交子空间分解方法相比传统的子空间分解方法，同前述一样。主要增加的运算复杂性在于多两个子空间矩阵的正交基求取过程，以及一次奇异值分解过程，这在实时实现时也是需要考虑的问题。

2.7 小结

基于子空间的空间谱估计方法具有突破瑞利限的高分辨力特点，是阵列信号处理的一个重要研究方向，因此对子空间理论的研究作为本章的重点。在对子空间进行深入探讨之前，本章作为本论文的理论基础部分，在 2.2 节首先对阵列信号处理的三类常用分析模型即窄带、相干及宽带模型进行了介绍，并对基于 EVD 和 SVD 的矩阵分解方法进行了描述。其次，在 2.3 节和 2.4 节对子空间类空间谱估计方法的典型代表 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的原理进行了介绍。在探讨 MUSIC 算法时，考虑 R.O.Schmidt 在推导该算法时大量采用了几何的方法，其直观性强，但其整个论述过程中，有些步骤较简略，而失之详尽。

因此，在 2.3 节对 MUSIC 算法进行了详细的代数推导，同时也是为了给后续的分析奠定基础。由 2.3 节和 2.4 节的探讨可以看出，典型子空间类方法的子空间分解均是基于理想的埃尔米特（Hermite）矩阵，而在有些情况下，构建的阵列信号协方差矩阵可能并不是埃尔米特矩阵（Non-Hermitian Matrix），因此在 2.5 节考虑协方差矩阵受到扰动，不为理想埃尔米特矩阵的情况下，从理论推导和计算机仿真两方面分析了协方差矩阵的非埃尔米特性对子空间正交性及 DOA 估计的影响。分析过程中，引入了子空间主角作为理论工具，并指出：随着协方差矩阵偏离理想埃尔米特矩阵的程度越大（即扰动量越大），则常规 EVD 矩阵分解得到的子空间之间的正交性破坏越严重，空间谱估计所受影响也越大。因此，在 2.6 节针对非埃尔米特协方差矩阵，提出了一种新的构造正交子空间的方法，命名为 GMOD 分解方法，并得到新的噪声子空间 PAF 子空间，该子空间可以始终保持与信号子空间的正交，即使协方差矩阵为非埃尔米特矩阵。此外，当考虑协方差矩阵的阶数较低时，为了提高对新子空间的约束，在 GMOD 分解方法的基础上，提出了一种新的 GQOD 分解方法，构造了一个新的准正交子空间，即 P2AF 子空间。

在本章中，研究工作集中在理论分析、推导及新的矩阵分解方法的提出，主要的工作可以概括为：介绍分析模型及矩阵分解理论、对典型子空间方法进行详细代数推导、分析非埃尔米特协方差矩阵对空间谱估计性能的影响、提出非埃尔米特协方差矩阵的正交及准正交分解方法以及获得新的正交子空间及准正交子空间。本章为后续章节的展开奠定了重要的理论基础。

第3章 基于虚拟阵列的宽带 DOA 估计及解相干方法

3.1 引言

虚拟阵列技术由于可以在增加阵列自由度、处理宽带信号等方面发挥其技术特点，因此是阵列信号处理研究的一个重要分支。阵列的自由度增加意味着同样的物理阵列条件下，在空间谱估计方面可以估计更多的源信号。对于子空间类空间谱估计方法，可以估计的源数目与所构建的协方差矩阵阶数有关。如 2.3 节所推导的 MUSIC 算法，对于 $M \times M$ 的协方差矩阵，可以估计的源数目为 $M-1$ 个，也可以称阵列的自由度为 $M-1$ 。而采用虚拟阵列技术，可以等效地获得具有更多阵元的虚拟阵列，如图 3-1 所示，通过虚拟阵列技术可以将原来的四阵元线阵等效为一个七阵元线阵，从而可构造出 7×7 的协方差矩阵，使得阵列的自由度增加，从而可以处理更多的源。高阶累积量方法就是一种较典型的可增加阵列自由度的虚拟扩展方法，关于该方法的内容将在 3.2 节中进行讨论。

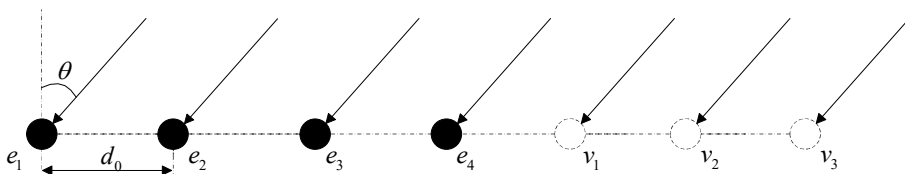


图 3-1 增加自由度的虚拟阵列示意图

在宽带处理上，将不同频点的信号作为一个虚拟阵列的阵元接收信号理解，从而可以用虚拟阵列技术实现宽带信号的处理，如文献[52]所提的方法。此外，空间重采样方法也是采用虚拟阵列技术处理宽带信号的一种典型方法，其主要思想是将不同频率的信号，等效地对应于不同间隔的虚拟阵列的接收信号，如图 3-2 所示，其中频率成分 $f_0 < f_1 < \dots < f_N$ ，该方法将在 3.3 节进行详细讨论。

同常规阵列技术一样，在应用虚拟阵列技术时，还应考虑源信号之间的特性，尤其是对相关甚至相干信号的处理。在虚拟阵列条件下的解相干研究，往往是将虚拟阵列技术与已有的解相干方法相结合^[118]，实现对相关信号的处理。

本章将主要侧重于对虚拟阵列技术在阵列扩展和宽带信号处理方面的研究进行讨论，并对虚拟阵列条件下的相干信号处理进行了探讨。在所研究的方法上充分考虑了较少阵元条件下，对多个宽带信号的波达方向估计问题。

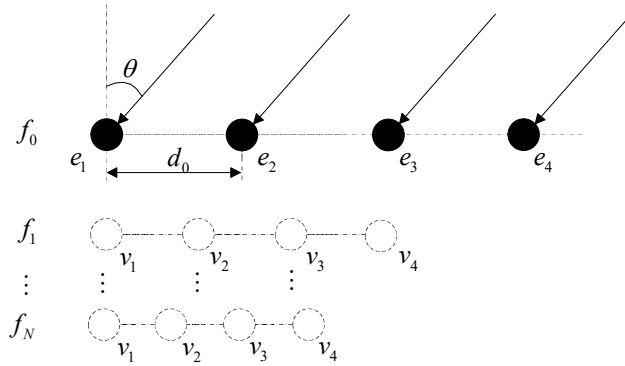


图 3-2 处理宽带信号的虚拟阵列示意图

3.2 高阶累积量方法

高阶累积量由于其对高斯过程的不敏感性和良好的数学性质，得到了大量的研究和关注，其中尤以四阶累积量的研究较多，本节将对四阶累积量及其阵列扩展特性进行探讨。设具有 M 个阵元的阵列，基于该阵列的四阶累积量可以定义为^[119]：

$$\begin{aligned}\mu_{i,j}^{k,l} &= \text{cum}\{r_i^*(t), r_j(t), r_k^*(t), r_l(t)\} \\ &= E\{r_i^*(t)r_j(t)r_k^*(t)r_l(t)\} \\ &\quad - E\{r_i^*(t)r_j(t)\}E\{r_k^*(t)r_l(t)\} \\ &\quad - E\{r_i^*(t)r_k^*(t)\}E\{r_j(t)r_l(t)\} \\ &\quad - E\{r_i^*(t)r_l(t)\}E\{r_j(t)r_k^*(t)\}\end{aligned}\quad (3.2-1)$$

其中， $(i, j, k, l) \in \{1, 2, \dots, M\}$ ， $\{r_k(t)\}_{k=1}^M$ 表示由阵列所接收到的信号矢量， $\text{cum}\{\}$ 表示累积量， $E\{\}$ 表示期望。四阶累积量如此定义是与二阶统计量中的协方差矩阵元素一致的，如协方差矩阵元素 $u_{i,j} = E\{r_i^*(t)r_j(t)\}$ ，当然它只需两个下标元素，而四阶累积量由四个元素下标确定，由此也会带来更丰富的特性。下面将几个累积量的重要性质列出，为后续的推导工作做准备^[120]：

- 性质 1：假如 $\{\alpha_i\}_{i=1}^n$ 是常数， $\{x_i\}_{i=1}^n$ 是随机变量，则

$$\begin{aligned}\text{cum}(\alpha_1 x_1, \alpha_2 x_2, \dots, \alpha_n x_n) \\ = (\prod_{i=1}^n \alpha_i) \text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\quad (3.2-2)$$

- 性质 2：累积量具有可加性

$$\begin{aligned} & \text{cum}(x_1 + y_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= \text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \text{cum}(y_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (3.2-3)$$

- 性质 3: 假如随机变量 $\{x_i\}_{i=1}^n$ 独立于随机变量 $\{y_i\}_{i=1}^n$, 则

$$\begin{aligned} & \text{cum}(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n) \\ &= \text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \text{cum}(y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \quad (3.2-4)$$

- 性质 4: 对高斯噪声的抑制特性, 即假如 $\{z_i\}_{i=1}^n$ 是高斯随机变量, 且独立于变量 $\{x_i\}_{i=1}^n$, 则

$$\begin{aligned} & \text{cum}(x_1 + z_1, x_2 + z_2, \dots, x_n + z_n) \\ &= \text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (3.2-5)$$

- 性质 5: 假如变量 $\{x_i\}_{i=1}^n$ 的一个子集独立于其余的变量, 则

$$\text{cum}(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.2-6)$$

- 性质 6: 变量的排列顺序不影响累积量的值。

为了理解四阶累积量的阵列扩展原理, 本小节的讨论采用文献[121]中提出的虚拟互相关计算 (VC3, Virtual Cross-Correlation Computation) 方法, 用比较直观的几何向量叠加的方式进行描述。

设图 3-3 中的阵元具有各向同性, 其中的实心圆为实际的物理阵元, 空心圆为构造出来的虚拟阵元。入射信号为 $s(t)$, 它的传播矢量为 \vec{k} , $\vec{k} = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y$ (\hat{a}_x 和 \hat{a}_y 分别为沿 x 轴和 y 轴的单位矢量); 又设信号功率为 σ_s^2 , 信号 $s(t)$ 的四阶累积量为 $\gamma_{4,s}$ 。假设测量信号 $r(t)$ 和虚拟信号 $v(t)$ 之间的互相关为 $E\{r^*(t)v(t)\}$, 参考点设为测量信号 $r(t)$ 的位置, 这样的互相关称为“虚拟”互相关。由于 $r(t) = s(t)$, $v(t) = s(t)\exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d})$, 则

$$\mu_{r,v} = E\{r^*(t)v(t)\} = \sigma_s^2 \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}) \quad (3.2-7)$$

在式 (3.2-7) 中, σ_s^2 和 \vec{k} 对于所有的互相关计算均是相同的公共变量, 而 \vec{d} 包含了方位信息, 因此互相关运算在几何意义上可以写为一个矢量: $\mu_{r,v} \equiv \vec{d}$, “ \equiv ” 意为携带有相同的方位信息。

确定了互相关的几何解释之后, 下一步对四阶累积量的几何解释进行描述。考虑一个四阶累积量:

$$\begin{aligned}\mu_{r,x}^{r,y} &= \text{cum}\{r^*(t), x(t), r^*(t), y(t)\} \\ &= \text{cum}\{s^*(t), s(t) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_x), s^*(t), s(t) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_y)\}\end{aligned}\quad (3.2-8)$$

利用前述的累积量性质 1，得：

$$\begin{aligned}\text{cum}\{r^*(t), x(t), r^*(t), y(t)\} &= \text{cum}\{s^*(t), s(t), s^*(t), s(t)\} \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_x) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_y) \\ &= \gamma_{4,s} \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_x) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d}_y) \\ &= \gamma_{4,s} \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{d})\end{aligned}\quad (3.2-9)$$

比较式 (3.2-7) 和式 (3.2-9)，可得：

$$E\{r^*(t)v(t)\} = \frac{\sigma_s^2}{\gamma_{4,s}} \text{cum}\{r^*(t), x(t), r^*(t), y(t)\} \quad (3.2-10)$$

结合式 (3.2-10) 和图 3-3，可知：不用实际的阵元，可以通过已有的实际阵元接收信号，通过四阶累积量构造出在虚拟信号 $v(t)$ 接收处的方位信息，这就是四阶累积量的扩展原理。

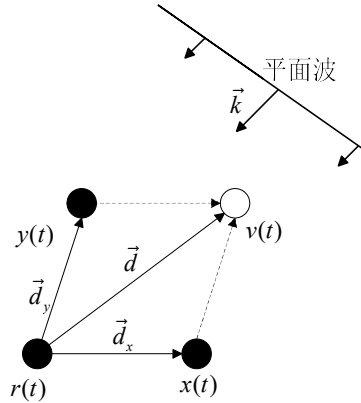


图 3-3 四阶累积量的虚拟阵元构造示意图

下面将以一个四阵元的均匀线阵为例，进行基于四阶累积量的阵列虚拟扩展的分析。利用前述的四阶累积量的扩展原理，可以得到四阵元 ULA（Uniform Linear Array）的虚拟扩展示意如图 3-4 所示：

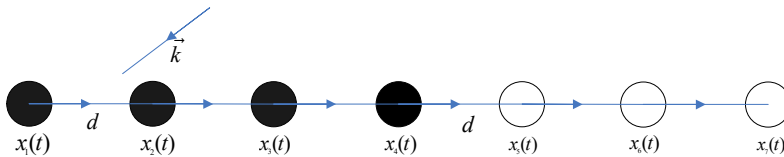


图 3-4 四阵元均匀线阵的扩展示意

如图 3-4 所示的阵列中，实心为物理阵元，空心为虚拟出的阵元。其虚拟方法为在四阶累积量 $u_{r,v}^{r,r} = \text{cum}\{r^*(t), v(t), r^*(t), r(t)\}$ 中，四个参数分别代表各阵元，由空间矢量为共轭项指向其后的非共轭项，从而四阶累积量可以表示为两个空间矢量的和。相比 $E\{r^*(t)v(t)\}$ ，四阶累积量可由已知阵元扩展出多个虚拟阵元。由图 3-4 的虚拟阵列构造的虚拟互相关矩阵如表 3-1 所示。

表 3-1 虚拟互相关矩阵

	$x_1^*(t)$	$x_2^*(t)$	$x_3^*(t)$	$x_4^*(t)$	$x_5^*(t)$	$x_6^*(t)$	$x_7^*(t)$
$x_1(t)$		$\text{cum}\{x_1^*(t), x_1(t), x_1^*(t), x_1(t)\}$					
$x_2(t)$					$\text{cum}\{x_1^*(t), x_4(t), x_1^*(t), x_2(t)\}$		
$x_3(t)$		$\text{cum}\{x_2^*(t), x_2(t), x_2^*(t), x_2(t)\}$					
$x_4(t)$							
$x_5(t)$		$\text{cum}\{x_4^*(t), x_4(t), x_4^*(t), x_4(t)\}$					
$x_6(t)$			$\text{cum}\{x_1^*(t), x_1(t), x_1^*(t), x_1(t)\}$				
$x_7(t)$							

表 3-1 中仅代表性地给出了几个元素，其他元素的构造规则如前所述与之相同。表中元素构成的矩阵为虚拟相关矩阵 $\in \mathbb{C}^{7 \times 7}$ ，相比由实际物理阵元构造的矩阵 $\in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ 有更高的阶次，因此在 DOA 估计方面可以估计更多的源。下面对四阶虚拟互相关的阵列扩展进行仿真分析，其中入射信号为窄带 \sin 信号且非相关，入射角分别为 $[-40^\circ, -20^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ]$ ，无噪声。采用四阶虚拟互相关方法构造虚拟阵列，其空间谱估计结果如图 3-5 所示。

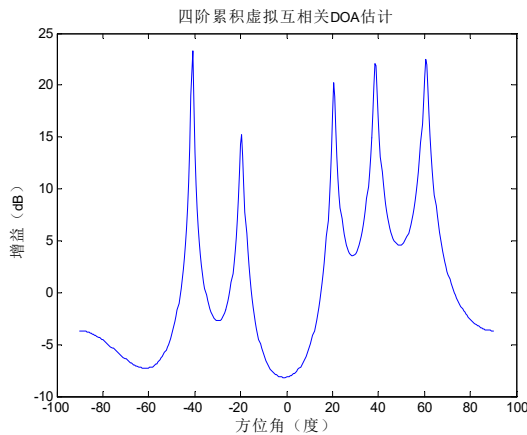


图 3-5 四阵元均匀线阵的虚拟互相关空间谱估计

在图 3-5 中, 横坐标为方位角, 纵坐标为空间谱估计值大小, 可以看出四阶累积虚拟互相关方法可以有效地突破常规子空间算法限制, 可分辨出的空间谱估计峰值对应于入射信号, 信号数可以大于物理阵元数。4 阵元虚拟扩展后为 7 阵元, 理论上按 MUSIC 算法可以最多估计 6 个入射信号的波达方向。

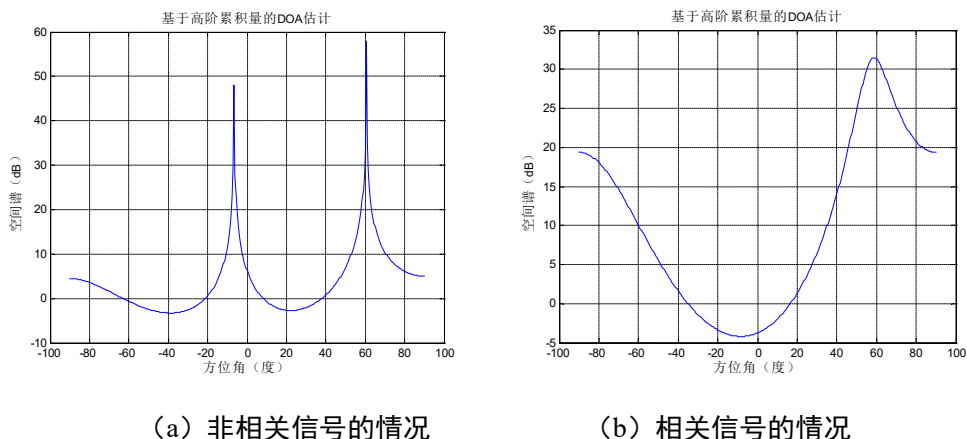


图 3-6 基于四阶累积量的虚拟互相关方法对相干信号的估计

基于同一个 4 阵元的线阵, 对基于四阶累积量的虚拟互相关方法的相干信号估计性能进行分析。首先考虑两个非相关的窄带信号, 入射角分别为 -10° 和 60° , 信噪比为 30dB, 其空间谱估计的结果如图 3-6 (a) 所示。图中横坐标为方位角, 纵坐标为空间谱估计值大小, 可以正确地分辨出该两个信号。当将该两个信号的频率设置为相同时, 即为两个相干信号, 其他参数不变的情况下, 再进行估计, 估计结果如图 3-6 (b) 所示, 该方法无法对相干信号进行处理。此外, 从前述的讨论和分析也可以看出基于高阶累积量的虚拟阵列扩展方法在直接应用时仅适用于窄带信号, 为了能应用于宽带信号, 一般需与其他方法相结合^[53]。

3.3 空间重采样方法

3.3.1 方法原理

在前一小节讨论了基于高阶累积量的虚拟阵列扩展方法, 其主要目的是为了扩展阵列的自由度, 该方法在直接应用时仅能处理窄带信号, 而现实应用环境中, 宽带信号也是经常需要处理的对象。对于宽带信号的 DOA 估计算法, 较典型的有 Wax 等人提出 ISM (Incoherent Signal-subspace Method) 算法^[122]、

Wang 和 Kavch 提出的 CSM (Coherent Signal-subspace Method) [57] 算法等。ISM 算法将宽带信号划分为多个窄带, 然后分别对每个窄带信号进行 DOA 估计, 最终的估计结果是通过各个子带的处理结果进行几何或者算术平均获取, 该方法的分辨力较低[48]。CSM 算法的核心为聚焦问题, 以某一参考频率的子空间为标准, 通过聚焦使得宽带信号各频率子带对应的子空间向其聚焦对齐, 加权平均各个子带的协方差矩阵, 得到聚焦后的协方差矩阵, 再运用窄带处理算法进行 DOA 估计。CSM 算法能够处理相干信号, 但需要对信号源方位进行角度预估计。本小节将讨论基于空间重采样的虚拟阵列技术, 并将之应用于解决宽带信号的波达方向估计问题, 其思路有别于 ISM 和 CSM 算法, 有其自身的特点。

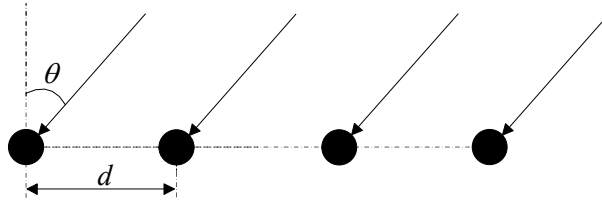


图 3 - 7 阵列信号接收示意图

阵列对信号的接收示意如图 3 - 7 所示, 对于同一个物理阵列, 宽带信号的不同频率成分对应于不同的阵列流型, 所以无法直接应用已有的窄带 DOA 估计方法。Krolik, J. 和 D. Swingler 最早提出空间重采样方法的思路[46, 123], 它的核心思想是通过虚拟地改变不同频率真所对应的阵元间距来消除因频率变化而引起的阵列流型的变化, 从而使得不同频率下的阵列流型一致, 实现了各频率信号的聚焦。对于一个中心频率为 f 的窄带入射信号, 其角频率 $\omega = 2\pi f$, M 个阵元的阵列流型可表示为

$$\mathbf{a}(\omega) = [\exp(-j\omega\tau_1) \exp(-j\omega\tau_2) \cdots \exp(-j\omega\tau_M)]^T \quad (3.3-1)$$

其中, τ_i 为第 i 个阵元相对参考阵元的信号传播时延, 它是入射角 θ 的函数, 当以第 1 个阵元为参考阵元时, $\tau_i = (i-1) \times d \times \sin \theta / c$; c 为信号传播速度。

对于宽带信号, 其频率分量丰富, 对于入射角为 θ 的一个宽带信号, 其阵列流型矩阵可表示为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\omega_1, \theta) \cdots \mathbf{a}(\omega_k, \theta) \cdots \mathbf{a}(\omega_K, \theta)] \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.3-2)$$

其中, K 为将宽带信号划分成多个窄带 (或称子带) 所对应的个数, ω_k 为不

同子带的中心频率 (rad/s), $\mathbf{a}(\omega_k, \theta)$ 为形如式 (3.3-1) 的阵列流型或称为导向矢量。因此, 对于一个宽带信号的阵列输出信号可以建模为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{A} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_K(t) \end{bmatrix} + \mathbf{N}(t) \quad (3.3-3)$$

其中, $s_k(t)$, $k=1, \dots, K$ 为宽带入射信号分成的 K 个子带信号, $\mathbf{N}(t)$ 为阵元输出噪声信号。

根据式 (3.3-1) 和式 (3.3-2) 可以看出不同子带的阵列流型会随频率的变化而变化, 即不同频率分量的信号在阵元间产生的相位差不同, 这就造成了宽带信号各子带的信号子空间不同。因此, 需对不同信号子空间进行聚焦。而不同于 CSM 算法采用聚焦矩阵^[57], 空间重采样采用虚拟阵列的方式进行这种聚焦操作。根据式 (3.3-3), 考虑 P 个宽带入射信号时, 可得各阵元的接收信号为:

$$x_m(\omega) = \sum_{i=1}^P s_i(\omega) e^{j\omega m d \sin(\theta_i)/c} + n_m(\omega) \quad m=1, \dots, M; i=1, \dots, P \quad (3.3-4)$$

其中, $x_m(\omega)$ 为第 m 个阵元接收到的信号; $s_i(\omega)$ 为第 i 个入射信号; θ_i 为第 i 个信号的入射角, 即入射信号方向与线阵法向的夹角; $n_m(\omega)$ 为第 m 个阵元输出的噪声。

由式 (3.3-4) 可以看出阵列的方向矢量 $e^{j\omega m d \sin(\theta_i)/c}$ 是入射角 θ_i 和频率 ω 的函数, 如果能实现方向矢量与频率无关, 则可实现信号的聚焦。空间重采样即是设定一聚焦频率 ω_0 , 对于信号中的其他频率成分 ω_j , 如果能有以下关系则可实现聚焦:

$$\omega_0 d = \omega_j d_j \quad (3.3-5)$$

其中, d 为物理阵元之间的距离, d_j 为对应于频率 ω_j 的虚拟阵元的间距。基于空间重采样的虚拟阵列示意如图 3-8 所示。

在图 3-8 中, 当聚焦频率为 ω_0 , 根据式 (3.3-5), 以两倍 ω_0 频率的信号成分为例, 其对应的阵元间隔为 $d/2$, 而实际的物理间隔为 d , 则在两阵元间就有 1 个虚拟阵元存在。虚拟阵元的存在, 就需求取虚拟阵元所接收到的信号, 而可获取到的仅能是实际物理阵元接收的信号, 因此需在实际接收到的信号基

础上“产生”虚拟阵元的接收信号，采用的方法即是插值。插值的方法有多种，如数字插值滤波法^[123]、基于 FFT 的插值法^[48]等。各频率下经插值后获取到了各个虚拟阵列的接收信号，再求取各频率下的协方差矩阵。将各频率下的协方差矩阵相加平均后就完成了聚焦，再按窄带 DOA 估计方法进行处理。本课题组就基于 FFT 的空间重采样算法进行了详细的分析^[124]，设 $f_k = \omega_k / 2\pi$ 为宽带信号中的子带频率，则基于 FFT 的空间重采样宽带 DOA 估计算法步骤如下：

- (1) 对每个子带的采样输出 $X(f_k)$ 做 M 点的 FFT 变换，得到 $X_\tau(f_k)$ 。
- (2) 计算当前频率 f_k 与参考频率 f_{foc} 的对应关系： $\rho_k = f_{foc} / f_k$ 。
- (3) 对 $X_\tau(f_k)$ 进行插零：

- a) $\rho_k \leq 1$ 时， $D_k = \text{Round}(M / \rho_k)$ ，对 $X_\tau(f_k)$ 插零个数为 $(D_k - M) \times N$ 点，其中 M 为实际阵元数， N 为快拍数；
- b) $\rho_k > 1$ 时， $D_k = \text{Round}(M / \rho_k) + M$ ，对 $X_\tau(f_k)$ 插零个数为 $(D_k - M) \times N$ 点。

其中 $\text{Round}(\cdot)$ 表示取最接近的整数。

- (4) 获得虚拟阵列的采样输出：

- a) $\rho_k \leq 1$ 时，对插零后的 $X'_\tau(f_k)$ 进行 D_k 点的逆 FFT 变换，直接得到虚拟输出 $X'(f_k)$ ；
- b) $\rho_k > 1$ 时，对插零后的 $X'_\tau(f_k)$ 进行 D_k 点的逆 FFT 变换，并按照 $\text{Round}(\rho_k) + 1$ 间隔取行数据得到 $X'(f_k)$ ；

然后，取 $X'(f_k)$ 的前 D 行作为虚拟阵列的采样输出 $X_v(f_k)$ ，其中， $D = \text{Round}(Mf_k / f_0)$ 。

- (5) 应用虚拟阵列输出，获取聚焦后的数据协方差矩阵

$$R = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X_v(f_k) X_v^H(f_k) \quad (3.3-6)$$

- (6) 利用窄带的 MUSIC 算法进行 DOA 估计。

为了便于表述，将以上基于 FFT 的算法称为 FFT-SP (FFT SPatial-resampling)。基于 FFT 的方法在确定插值点数的过程中，会引入近似取整的计算问题，产生虚拟阵元位置误差的问题。本课题组针对该问题提出一种应用三次样条插值函数法进行插值估计的方法，取名 CS-SP (SPatial-resampling based on Cubic Spline)，可以对该问题有所改善^[125]。

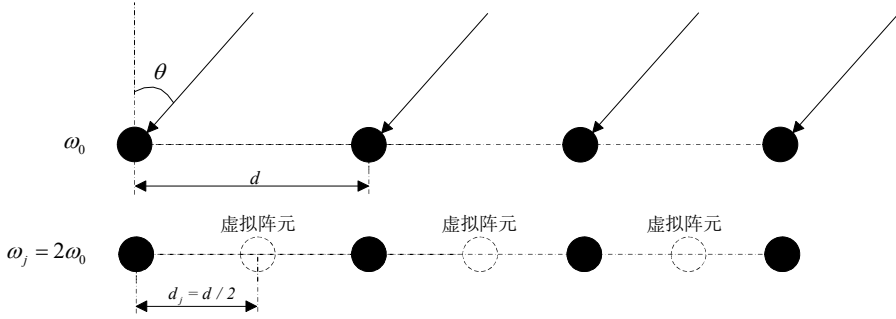


图 3-8 空间重采样虚拟阵元示意图

3.3.2 仿真分析

首先,对基于 FFT 的空间重采样算法中的阵元个数对算法的影响进行分析。设接收阵列均为均匀线阵,阵元间距为信号最高频率波长的二分之一,入射信号为等功率相干信号,入射角分别为 $[-20^\circ, -10^\circ, 14^\circ]$;中心频率为 2000Hz,信号的相对带宽 50%,因此为宽带信号;快拍数 $N=200$,划分频率子带 21 个,参考频率选择为 1500 Hz,每种阵元数目下的重复独立实验次数为 30 次,采样率为 40kHz,噪声为高斯白噪声,信噪比 $\text{SNR}=10\text{dB}$ 。

在图 3-9 中,纵坐标的均方误差值为同一阵元个数下 3 个入射角估计值的均方误差的平均值,可见在低阵元个数时,算法估计效果较差,随着阵元个数增加,估计性能逐渐提高。这是由于阵元个数的增多,意味着 FFT 插值可用于估计的点数变多,而这对于虚拟阵列的估计精度的提高是有益的。

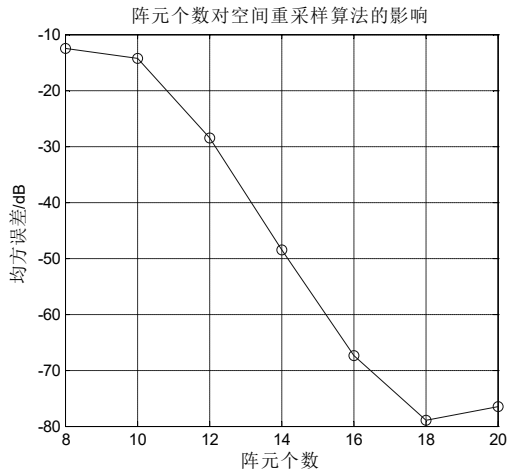


图 3-9 阵元个数对空间重采样算法的影响

再对 FFT-SP、CS-SP 和 RSS^[126] 几类方法的谱估计性能进行对比。设阵列为 15 阵元的均匀线阵，阵元间距为信号最高频率波长的二分之一；两个等功率相干信号的入射角分别为 $[5^\circ, 10^\circ]$ ，信号中心频率 2000Hz，相对带宽 50%；采样率 16kHz，采样快拍数 1000；噪声为零均值高斯白噪声，且与信号不相关；参考频率为信号最低频率，信噪比 15dB。

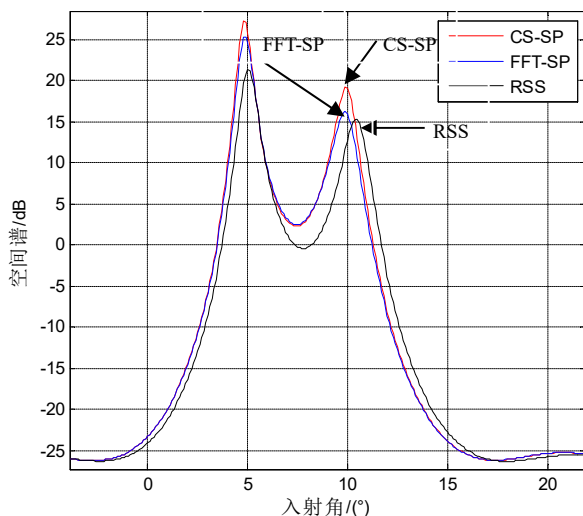


图 3 - 10 三种算法的空间谱估计的比较

如图 3 - 10 所示，同为空间重采样类算法的 FFT-SP 及 CS-SP 均能对宽带信号进行正确的 DOA 估计，且相比 RSS 算法有更好的估计效果。

3.4 多重虚拟扩展阵列 DOA 估计方法

前文讨论了基于四阶累积量的阵列虚拟扩展方法，该类方法可以扩展阵列的自由度，但对于宽带信号无法直接应用。也讨论了基于内插空间重采样的虚拟阵列方法，利用虚拟阵列的思想处理宽带信号的波达方向估计问题，但该方法并不以增加阵列自由度为目的。文献[35, 36, 127]提出了一种外扩的空间重采样思路，采用两个阵元并利用信号的宽带特性构建虚拟阵列进行 DOA 估计。如果将四阶累积量方法与外扩空间重采样方法相结合，则可以在利用四阶累积量的诸多优点的同时，又可以处理宽带信号，为宽带波达方向估计提供一种技术思路。因此，本论文提出了一种多重虚拟扩展阵列方法 MVEA (Multiple Virtual Extension Array)，将四阶累积虚拟扩展与外扩空间重采样方法相结合，可处理

宽带信号的波达方向估计问题，且相比单一的外扩空间重采样方法有更优的性能。

3.4.1 MVEA 方法的构建

3.4.1.1 空间重采样的外扩展原理

在分析宽带信号之前，先考虑窄带的情况。设 P 个窄带平面波信号入射到一个具有 M 个各向同性阵元的阵列上。由第 j 个源发射的信号记为 $s_j(t)$ ，它是零均值非高斯复信号。另外设噪声为高斯白噪声，且与信号不相关。如 2.2 节中的式 (2.2-7) 所描述的窄带模型，阵列的观察矢量可以写为：

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (3.4-1)$$

其中， $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), \dots, s_P(t)]^T$ ， $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ ， $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ ； $x_m(t)$ 和 $n_m(t)$ ($m=1, \dots, M$) 分别是阵元的输出和高斯噪声。阵列流形矩阵 \mathbf{A} 可以写为：

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)] \quad (3.4-2)$$

其中， $\mathbf{a}(\theta)$ 是一个关于 θ 的 $M \times 1$ 维的矢量函数， θ_p ($p=1, \dots, P$) 是第 p 个源的入射角。

式 (3.4-1) 不能被应用于宽带信号，因宽带信号的不同频率成分在相同间距的阵元间产生的相位差不同，即不同频率信号对应的阵列形不同，而这也正好是空间重采样方法的理论基础^[123]。而另一类空间重采样方法虽然也是利用了宽带信号中的不同频率成分对同一个阵列其相位差不同的特点，但其具备外扩的特性^[36]。图 3-11 显示了基于两个真实的阵元，不同频率成分的不同相移所带来的虚拟扩展原理。

如图 3-11 所示，宽带信号入射到间距为 d 的两个阵元时，信号中的不同频率成分在阵元间产生的相位差不同，按不同频率虚拟成了 K 组阵列，每组阵列的第 2 个阵元便构成了间距为 Δd 的线阵，则有下列式^[127]：

$$\begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \\ \dots \\ x_{2K}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j2\pi df_1 \sin \theta_1/c} & e^{j2\pi df_1 \sin \theta_2/c} & \dots & e^{j2\pi df_1 \sin \theta_p/c} \\ e^{j2\pi df_2 \sin \theta_1/c} & e^{j2\pi df_2 \sin \theta_2/c} & \dots & e^{j2\pi df_2 \sin \theta_p/c} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{j2\pi df_K \sin \theta_1/c} & e^{j2\pi df_K \sin \theta_2/c} & \dots & e^{j2\pi df_K \sin \theta_p/c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \dots \\ s_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_K(t) \end{bmatrix} \quad (3.4-3)$$

其中, $s_p(t)$ 为阵元 1 上的接收信号, $p=1,2,...,P$; 每个信号均被划分为 K 个子带, 并对应有不同子带的导向矢量; n_k 为各子带的噪声信号, $k=1,2,...,K$; $x_{2k}(t)$ 为阵元 2 上第 k 个子带的经相移后的接收信号, $k=1,2,...,K$ 。相移是为了保证快拍有效, 而需对各子带信号进行相应的相移处理, 而关于每个子带的相移问题可以参见文献[127], 不作为本论文的讨论重点。

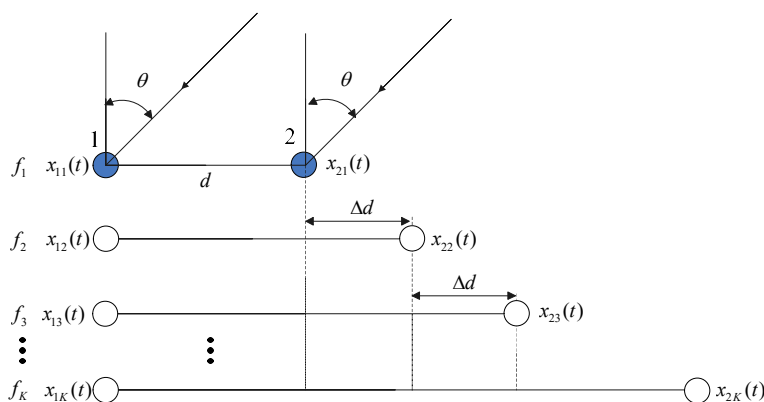


图 3-11 宽带信号的空间重采样虚拟外扩示意图

设 $\Delta d = (\Delta f / f_0) d$ ，其中 f_0 为参考频率， Δf 为子带划分时的频率间隔，则式 (3.4-3) 可写成：

$$\begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \\ \dots \\ x_{2K}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta_1/c} & e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta_2/c} & \dots & e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta_p/c} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta_1/c} & e^{j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta_2/c} & \dots & e^{j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta_p/c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \dots \\ s_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_K(t) \end{bmatrix} \quad (3.4-4)$$

式(3.4-4)中的参考频率 f_0 取最低频子带的中心频率 f_1 。结合图3-11及式(3.4-4)可得:阵元2接收信号划分为多个子带,并移相形成有效快拍信号,完成了阵列的虚拟扩展,形成了一个新的均匀线阵,具备对多个来波进行DOA估计的条件。由此得到了第一个虚拟扩展阵列,为了方便叙述,该方法可称为SRVE(Spatial Resampling Virtual Extension),所构建的虚拟扩展阵列可以称为

SRVE 虚拟扩展阵列。

3.4.1.2 四阶累积量及多重虚拟扩展阵列

在前述的 SRVE 方法形成的第一个虚拟扩展阵列的基础上，将采用四阶累积量形成第二重的阵列扩展，从而获得经多重扩展的虚拟阵列。将第一个虚拟扩展阵列的观测量构造成四阶累积量矩阵，其构造方法为以 $\text{cum}\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}^*, x_{k_4}^*\}$ 为其 $[(k_1-1)M+k_2]$ 行， $[(k_3-1)M+k_4]$ 列的元素（ $\forall k_1, k_2, k_3, k_4 = \{1, 2, \dots, K\}$ ）。该矩阵可以用 Kronecker 乘积表示如下^[119]：

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_x = & \mathbf{E}\{(\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}^*)(\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}^*\} \mathbf{E}\{(\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}^*)^H\} \\ & - \mathbf{E}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\} \otimes \mathbf{E}\{(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^*\} \end{aligned} \quad (3.4-5)$$

其中， \mathbf{C}_x 为基于 SRVE 虚拟扩展阵列的观测量而构造出的 $K^2 \times K^2$ 四阶累积量矩阵， K 为 SRVE 虚拟阵列所涉及到的子带数目。 \mathbf{X} 为 SRVE 虚拟扩展阵列各阵元接收信号组成的矢量， \otimes 为 Kronecker 乘积运算。对式（3.4-5）进行一些简单变换后，可以得到：

$$\mathbf{C}_x = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*) \mathbf{C}_s (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)^H \quad (3.4-6)$$

其中， \mathbf{C}_s 是入射在 SRVE 虚拟扩展阵列上的信号矢量 \mathbf{S} 的四阶累积量矩阵，它可以写为：

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_s = & \mathbf{E}\{(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*\} \mathbf{E}\{(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)^H\} \\ & - \mathbf{E}\{\mathbf{S}\mathbf{S}^H\} \otimes \mathbf{E}\{(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^*\} \end{aligned} \quad (3.4-7)$$

由于高斯噪声的四阶累积量为零，且对于不相关的源信号， \mathbf{C}_s 为一个对角矩阵，得：

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_x = & \sum_{p=1}^P (\mathbf{a}(\theta_p) \otimes \mathbf{a}^*(\theta_p)) \mathbf{v}_p (\mathbf{a}(\theta_p) \otimes \mathbf{a}^*(\theta_p))^H \\ = & \mathbf{A} \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (3.4-8)$$

其中， \mathbf{v}_p 是信号 $s_p(t)$ 的四阶累积量。 $\mathbf{\Lambda}_s$ 是一个 $P \times P$ 对角矩阵，它具有如下形式：

$$\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_P\} \quad (3.4-9)$$

并且有

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \otimes \mathbf{a}^*(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_p) \otimes \mathbf{a}^*(\theta_p)] \quad (3.4-10)$$

其中, \mathbf{A} 是 $K^2 \times P$ 矩阵。显而易见, 与 MUSIC 算法^[8]类似, 阵列能估计的源数目由 \mathbf{A} 的秩所决定。

可对矩阵 \mathbf{C}_x 进行类似于 MUSIC 算法的特征值分解, 只是在进行空间谱搜索时, 其信号导向矢量采用 $\mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}^*(\theta)$, 由此得到一个 MUSIC-like 空间谱^[119]:

$$P_{music} = \|[\mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}^*(\theta)] \cdot \mathbf{E}_N\|^{-2} \quad (3.4-11)$$

其中, \mathbf{E}_N 为噪声对应的特征向量矩阵; $\mathbf{a}(\theta)$ 为 SRVE 虚拟阵列对应的导向矢量, 它可以写为:

$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \ e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ \dots \ e^{j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta/c}] \quad (3.4-12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}^*(\theta) = & [1 \ e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ \dots \ e^{j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta/c} \\ & e^{-j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ 1 \ e^{j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ \dots \\ & e^{-j2\pi(K-1)\Delta f_0 \sin \theta/c} \ \dots \ e^{-j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ e^{-j2\pi\Delta f_0 \sin \theta/c} \ 1] \end{aligned} \quad (3.4-13)$$

对于均匀线阵, $\mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}^*(\theta)$ 有 $2K-1$ 个不同元素, 因此四阶累积量方法可以扩展 K 个阵元至 $2K-1$ 个阵元, 由于四阶累积量构造所依托的 K 个阵元本身就是前述 SRVE 方法构建的虚拟阵元, 则由此实现了多重的虚拟扩展 MVEA (Multiple Virtual Expansion Array), 其示意如图 3-12 所示。

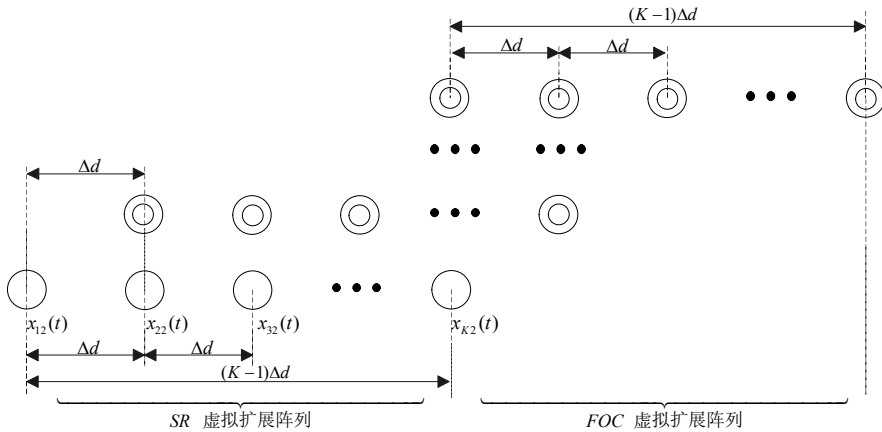


图 3-12 多重虚拟扩展阵列示意图

在图 3-12 中, “SR 扩展虚拟阵列” 为外扩的空间重采样虚拟阵列部分, 由空心圆表示, “FOC 扩展虚拟阵列” 为四阶累积虚拟阵列部分, 虚拟阵列的阵元由同心圆表示。利用导向矢量 $\mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}^*(\theta)$, 四阶累积虚拟扩展过程其实就是

SRVE 虚拟扩展阵列以 Δd 进行移动的过程，移动次数为 K 次，因此利用四阶累积量可得到 $K-1$ 个虚拟阵列。

如图 3-12 所示，多重虚拟扩展阵列 MVEA 的阵列孔径是 SRVE 的两倍。基于 MVEA 的宽带 DOA 估计方法的步骤如下：

(1) 对入射宽带信号进行子带的划分，并选择最低频带中心频率作为参考频率；

(2) 根据划分的子带，计算虚拟阵元间的间距，并保证虚拟阵元之间的间隔不大于最高地频率波长的一半，构造出第一个虚拟扩展的均匀线阵；

(3) 计算其它频带信号相对参考频率的相位差，并对其它频带信号进行移相，以使每次快拍相对构造出的虚拟线阵为有效快拍；

(4) 在虚拟扩展阵列和有效快拍的条件下计算接收信号的虚拟阵列四阶累积矩阵，形成多重虚拟扩展阵列 MVEA；

(5) 对四阶累积矩阵按 MUSIC 方法进行波达方向估计。

MVEA 算法的计算复杂度相比单一的外扩空间重采样算法 SRVE 的复杂度要高，主要的计算复杂度增加在于多了一次四阶累积量的计算；且在最后进行 MUSIC 算法的应用时，其矩阵规模更大，搜索空间也更大，这些在进行实时计算时都是要考虑的因素。

3.4.2 仿真分析

实际的物理阵元数为 2 个，入射信号为 4 个宽带信号，信号间不相关，入射角分别为 $[-60^\circ, -40^\circ, 20^\circ, 40^\circ]$ ，带宽 $[400, 4000]$ Hz，均匀划分的子带数为 10，为便于分析，每个子带设为 sin 信号，参考频率为最低频子带的中心频率，阵元间距为最高频率信号波长的一半，采样频率为 1MHz，快拍数 50000，信噪比 10dB，噪声类型为高斯白噪声且与信号不相关。

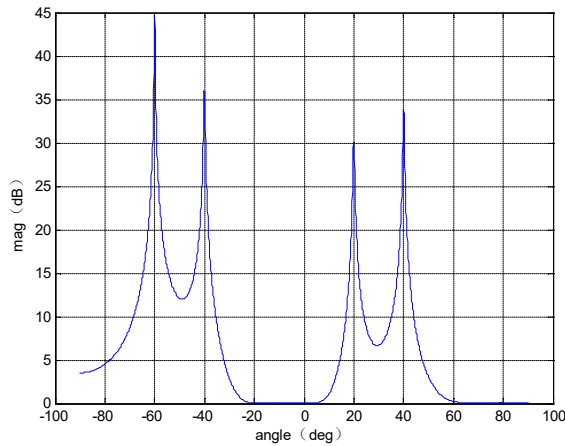


图 3 - 13 多个宽带入射信号条件下的 MVEA 空间谱估计

如图 3 - 13 所示，MVEA 方法可以对大于阵元个数的非相干宽带信源进行有效的波达方向估计。

3 个入射宽带信号的入射角设为 $[30^\circ, 35^\circ, 40^\circ]$ ，在其它条件不变的情况下，空间谱估计结果如图 3 - 14 所示，可见 MVEA 方法相比单一的 SRVE 虚拟扩展方法在分辨能力上更优。

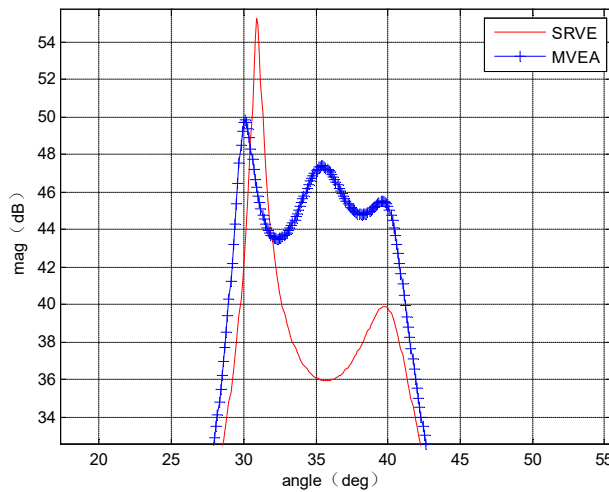


图 3 - 14 MVEA 与 SRVE 的 DOA 估计分辨能力对比

设一个宽带信号，入射角为 60° ，其他条件不变。表 3 - 2 显示了在不同信噪比 SNR 下，所提的 MVEA 方法与 SRVE 方法在 DOA 估计精度方面的比较，其中 RMSE 为角度偏差与入射角之间的比值。

表 3 - 2 MVEA 与 SRVE 的 DOA 估计精度比较

SNR (dB)	RMSE (MVEA)	RMSE (SRVE)
24	0.0038	0.0047
23	0.0039	0.0042
22	0.0042	0.0047
21	0.0044	0.0053
20	0.0050	0.0052
19	0.0063	0.0081
18	0.0077	0.0084

在本小节，提出了一种新的基于虚拟扩展阵列的宽带 DOA 估计方法，该方法将外扩空间重采样和四阶累积量相结合，获取到新的多重虚拟扩展阵列 MVEA。新方法的主要优点：（1）相比单一的四阶累积量方法，可以处理宽带信号的 DOA 估计问题；（2）相比单一的 SRVE 方法，有更好的分辨能力；（3）可以有效地抑制噪声，因此相比 SRVE 方法有更优的 DOA 估计准确度。

3.5 双阵元虚拟扩展宽带相干 DOA 估计算法

基于传感器阵列的宽带 DOA 估计在许多领域均有着重要的应用，如：雷达、声呐、无线通信、语音处理等。一般而言，在阵列信号处理中的传感器的数量越多，则系统的硬件成本及硬件复杂度也越高。此外，有些应用也受空间尺寸的限制，无法布设大量传感器，如：手持电话的语音拾取、机器人听觉、家用信息设备等。因此基于较少传感器数量的宽带 DOA 估计方法的研究有着重要的理论和实现意义。双阵元所组成的阵列相比单阵元虽仅增加了一个阵元，但从信号处理的角度来看，却带来了极大的技术优势，而将之应用于宽带信号的 DOA 估计就是其重要的研究方向。在这个研究方向上的方法大致可分为三类，包括：时延估计法^[49]，时频法^[128]及子空间方法^[36, 52, 53, 129]。时延估计法对于同时估计多个宽带源的波达方向比较困难，尤其是在混响或多径的条件下。时频法要求源信号在时间和频率上不能完全重叠，这使得其不能适用于同频、连续的宽带源估计。而子空间方法没有上述所提及的约束，因此得到了相关研究者的普遍关注。在子空间方法中有些方法仅考虑对一个宽带源的估计^[52, 129]，也有些方法可以估计多个宽带源，但多个源时均仅考虑的不相关信号^[36, 53]。在实际环境中，传感器阵列接收到的多个宽带源信号之间除了不相关外，还可能部分相关甚至相干，如混响及多径等情况，而传统的解相关方法如空间平滑类方法^[54]。

^{55]}均要求较多的传感器数量，且要求源数目小于阵元数。本论文提出了一种基于两阵元的多相干源 DOA 估计新算法，仅需两个阵元就可实现对多个宽带相干信号的波达方向估计。

3.5.1 信号模型

文献[36]提出了一种基于两阵元的阵列虚拟扩展方法，但要求入射信号之间是非相关的，本论文在其基础上，进一步考虑了相关及非相关宽带源同时存在的情况，并进行建模。设阵列由间隔为 d 的两个各向同性的阵元组成，有 K 个具有相同带宽的远场宽带入射信号，其中有 L 个相关信号， $K-L$ 个非相关信号，并设信号与噪声之间不相关，噪声为高斯白噪声，则阵元输出信号在频域可表示为：

$$\begin{aligned}
 X_1(f) &= \sum_{i=1}^L s_i(f) + \sum_{j=L+1}^K s_j(f) + N_1(f) \\
 &= \sum_{i=1}^L \beta_i s_1(f) + \sum_{j=L+1}^K s_j(f) + N_1(f) \\
 X_2(f) &= \sum_{i=1}^L s_i(f) e^{j\varphi_i(f, \theta_i)} + \sum_{j=L+1}^K s_j(f) e^{j\varphi_j(f, \theta_j)} + N_2(f) \\
 &= \sum_{i=1}^L \beta_i s_1(f) e^{j\varphi_i(f, \theta_i)} + \sum_{j=L+1}^K s_j(f) e^{j\varphi_j(f, \theta_j)} + N_2(f)
 \end{aligned} \tag{3.5-1}$$

其中， $X_1(f)$ 为阵元 1 输出信号， $X_2(f)$ 为阵元 2 输出信号； $s_i(f)$ 为第 i 个入射宽带信号； $\beta_i = \rho_i e^{j\Delta\phi}$ 表示 $s_i(f)$ 相对 $s_1(f)$ 的幅度和相位系数，不失一般性，设 $\rho_i = 1$ ， $\Delta\phi = 0$ ； $\varphi_i(f, \theta_i)$ 为表征两阵元间输出信号相位差的参数，它是信号频率 f 和入射角 θ_i 的函数； $N_1(f)$ 和 $N_2(f)$ 分别为阵元 1 和阵元 2 输出的噪声信号。

假设将入射宽带信号在频域上，经傅利叶变换可均匀划分成 $2M+1$ 个窄带信号，称为子带。则相位差参数可表示为：

$$\begin{aligned}
 \varphi_i(f_m, \theta_i) &= \frac{2\pi d(f_0 + m \cdot \Delta f) \sin \theta_i}{c} \\
 &= 2\pi \left(\frac{d_0 + m \cdot d_\Delta}{c} \right) \sin \theta_i
 \end{aligned} \tag{3.5-2}$$

$$m = -M, -(M-1), \dots, M-1, M$$

其中, f_m 为第 m 个子带信号的频率; f_0 为宽带信号的中心频率 (即 $m=0$ 时); d 为两阵元之间的物理间距; Δf 为相邻子带之间的频率间隔; θ_i 为第 i 个宽带信号的入射角; c 为信号传播速度; $d_0 = d \cdot f_0$; $d_\Delta = d \cdot \Delta f$ 。

可将式 (3.5-2) 中的 d_Δ 看作为一个均匀线阵的阵元之间的距离, 相应的阵元称为虚拟阵元, 共可得到 $2M+1$ 个虚拟阵元, 其中 d_0 为一个参考量。如图 3-15 所示, 实心圆 \mathbf{e}_1 和 \mathbf{e}_2 表示两个真实阵元, 其他的空心圆表示虚拟出的阵元。对于同一个入射宽带源信号, 当 \mathbf{e}_1 接收的各子带信号相位对齐时, 则 \mathbf{e}_2 接收的各子带信号可以视为一个虚拟均匀线阵的接收信号。阵列虚拟扩展的基本原理在于: 对于同一入射宽带信号的不同频率子带, 相同间隔的一对物理阵元得到不同的相位差, 当以某一频率作为参考, 会等效于得到了一个具有更多阵元的线阵, 而这个线阵可以叫做虚拟扩展阵列。图 3-15 所示的虚拟扩展原理与图 3-11 所示的原理是类似的, 但本小节的虚拟阵列在构造协方差矩阵时的思路与 3.4 节不同, 由此带来对虚拟阵列的不同理解, 相关内容将在后续展开。

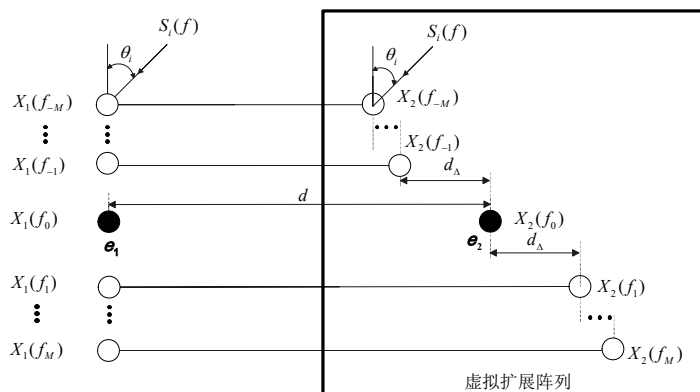


图 3-15 两阵元的虚拟扩展示意图

3.5.2 协方差矩阵及解相干分析

在基于阵列的空间谱估计中, 常用的解相干方法为前/后向空间平滑技术^[54, 55]。但由于空间平滑类方法会损失孔径, 因此在估计多个源时需要较多的阵元。最大似然^[130]和 Toeplitz 算法^[24]是另外两种重要的算法, 但仅仅窄带信号被考虑。在文献[24]中, 利用协方差矩阵的行元素的重排, 一个 Toeplitz 矩阵被构造用于解相干, 但该方法仅适于窄带信号, 且要求较多的阵元。本论文则仅利用两个

阵元，构造一个 Toeplitz 矩阵，可实现对多个相干宽带源的解相干。

在 L 个相关信号和 $K-L$ 个非相关信号的情况下，将两真实阵元分别输出的信号按子带进行互相关计算，得：

$$\begin{aligned} r(m) &= E\{X_1(f_m)X_2^*(f_m)\} \\ &= L \sum_{i=1}^L P_1(f_m) e^{-j\varphi_1(f_m, \theta_1)} + \sum_{i=L+1}^K P_i(f_m) e^{-j\varphi_i(f_m, \theta_i)} \end{aligned} \quad (3.5-3)$$

其中， $P_1(f_m) = E\{s_1(f_m)s_1^*(f_m)\}$ ，为宽带源信号 $s(t)$ 在频率为 f_m 的子带功率； $P_i(f_m) = E\{s_i(f_m)s_i^*(f_m)\}$ ， $i = L+1, L+2, \dots, K$ ，为非相关宽带源信号 s_i 在频率为 f_m 的子带功率。

假设宽带源信号具有相同的功率，且在考虑的频带内功率谱平坦，即对于 $\forall m$ 和 $\forall i$ ，有 $P_1(f_m) = P_i(f_m) = P$ ，而对于非平坦功率谱的情况将在下一小节考虑，则式 (3.5-3) 可写成：

$$r(m) = P(L \sum_{i=1}^L e^{-j\varphi_1(f_m, \theta_1)} + \sum_{i=L+1}^K e^{-j\varphi_i(f_m, \theta_i)}) \quad (3.5-4)$$

借鉴文献[36]，由 $2M+1$ 个互相关值可以构造出一个基于虚拟均匀线阵的协方差矩阵，它为一个 $M+1$ 阶的 Toeplitz 矩阵，可表示为：

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(M) \\ r(-1) & r(0) & \dots & r(M-1) \\ r(-2) & r(-1) & \dots & r(M-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r(-M) & r(-M+1) & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (3.5-5)$$

下面分析矩阵 \mathbf{R}_{xx} 的解相干特性。根据子带互相关值之间的关系，式 (3.5-5) 又可表示为：

$$\mathbf{R}_{xx} = r(0) \mathbf{A}_r \mathbf{D} \mathbf{A}_r^H \quad (3.5-6)$$

其中

$$\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K)] \quad (3.5-7)$$

$$\mathbf{a}_r(\theta_i) = [1, e^{j(\frac{1 \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta_i}, e^{j(\frac{2 \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta_i}, \dots, e^{j(\frac{M \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta_i}]^T \quad (3.5-8)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{LP, LP, \dots, P\} \quad (3.5-9)$$

$\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{K \times K}$ 为一个对角阵，其前 L 个对角线元素均为 LP ，后 $K-L$ 个对角线元素均为 P 。

\mathbf{A}_r 为范德蒙矩阵，当 $\theta_i \neq \theta_j (i \neq j)$ 时，它的列向量之间是不相关的。 \mathbf{D} 为一个对角阵，且它的秩为入射信号数 K ，从其对角结构来说，它的秩与信号之间的相关性无关。因此，经分析得出：基于阵列虚拟扩展方法构造出的具有 Toeplitz 结构的协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 具备解相干能力。

3.5.3 新噪声子空间及 DOA 估计

当宽带源信号的功率谱为平坦时，如文献[36]所假设，式（3.5-5）中的协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 不仅为一个 Toeplitz 矩阵，也为一个埃尔米特矩阵。而在实际环境下，由于噪声及宽带源本身的特性，将导致阵元输出信号的各频率成分的功率往往是不相等的，此时的 \mathbf{R}_{xx} 将不再为一个理想的埃尔米特矩阵，因此按 EVD 分解得到的信号子空间与噪声子空间已无法保证一定正交，这将对基于子空间的 DOA 估计方法（如 MUSIC 算法）带来不利的影响。针对这种情况，本论文将利用一种新的噪声子空间，进行宽带相干信号的 DOA 估计。新的噪声子空间将利用到本论文第二章所提出的正交子空间构造方法即 GMOD 分解方法，构造出 PAF 子空间，基于新噪声子空间的 DOA 估计算法的具体步骤：

- （1）对两个阵元的输出信号按式（3.5-5）构造出虚拟相关矩阵 \mathbf{R}_{xx} ；
- （2）对虚拟相关矩阵 \mathbf{R}_{xx} 进行 EVD 分解，得到信号子空间矩阵 \mathbf{F} 与噪声子空间矩阵 \mathbf{G} ；
- （3）分别求取 \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 的标准正交基矩阵 \mathbf{Q}_F 和 \mathbf{Q}_G ；
- （4）对矩阵 $\mathbf{Q}_F^H \mathbf{Q}_G$ 进行 SVD 分解，根据本论文第二章所提出的 GMOD 分解方法，求得等效噪声子空间矩阵 \mathbf{U}_n ，它为一个 PAF 子空间；
- （5）利用新的噪声子空间矩阵构造空间谱估计公式如下：

$$\mathbf{P}_{PM}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}_r^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}_r(\theta)} \quad (3.5-10)$$

其中

$$\mathbf{a}_r(\theta) = [1, e^{j2\pi(\frac{1 \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta}, e^{j2\pi(\frac{2 \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta}, \dots, e^{j2\pi(\frac{M \cdot d \cdot \Delta f}{c}) \sin \theta}]^T \quad (3.5-11)$$

$\mathbf{P}_{PM}(\theta)$ 为基于新的噪声子空间的空间谱估计结果， θ 为搜索的入射角， $\mathbf{a}_r(\theta)$ 为基于虚拟扩展阵列的搜索导向矢量。

由于在空间谱估计公式中的新噪声子空间中没有主角向量，因此命名新算法为 PAF-MUSIC (Principal Angles Free MUSIC)。当新的噪声子空间阶数低，由此带来的问题是：当将较低阶的噪声子空间应用于空间谱估计时，会由于对子空间的约束过低导致空间谱估计的性能变差。为了解决新的正交子空间的阶数过低的问题，在进行空间谱估计时可采用第二章所提出的准正交子空间构造方法即 GQOD 分解方法，得到 P2AF 子空间用于替代步骤 (4) 中的 U_n ，相关的性能将在后续仿真分析中进行展示。

PAF-MUSIC 相比传统的 MUSIC 算法，其复杂度的增加在于噪声子空间的构造上。已在第二章对新子空间的构造所增加的计算包括了哪些内容进行了说明，在此不再进行赘述。

3.5.4 仿真分析

设入射信号为 $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ ，其中以中心频率进行归一化后的信号频率：[0.05 1.95]，相对中心频率的带宽为 190%，因此入射信号为宽带信号。此外， $s_2(t)$ 为 $s_1(t)$ 的复制， $s_3(t)$ 独立于 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ ，因此 3 个入射信号中既有相干信号，也有非相关信号。以阵元间连线的法向为基准，入射角分别为 $\theta_1 = -60^\circ$ ， $\theta_2 = -30^\circ$ ， $\theta_3 = 20^\circ$ 。均匀划分的子带数目 $N = 41$ ，为便于分析，每个子带设为 sin 信号，并设各子带的功率和初相分别在 [0.6 1]、[0, 2 π] 间随机均匀分布。每次 DOA 估计的快拍数为 1000，采样率为信号最高频率的 12 倍。新提出的 PAF-MUSIC 算法的 DOA 估计结果如图 3 - 16 所示。

在图 3 - 16 中，横坐标为方位角，纵坐标为实验次数索引。点划线为真实的入射信号方向，而 ‘+’ 型线为在信噪比为 30dB 条件下进行 20 次独立 DOA 估计的结果。从图中可以看出，3 个入射宽带信号的来波方向均可被 PAF-MUSIC 算法有效识别，即使信号之间是相干的。

其他条件不变，图 3 - 17 显示了当入射角为 $\theta_1 = -50^\circ$ ， $\theta_2 = 15^\circ$ ， $\theta_3 = 30^\circ$ 时，在均基于 Toeplitz 虚拟相关矩阵的条件下，本论文所提的 PAF-MUSIC 算法与采用原始噪声子空间的传统噪声子空间算法之间分辨能力的对比。横坐标为方位角，单位为度；纵坐标为空间谱估计结果，单位为 dB。其中，点划线为传统 MUSIC 算法得到的空间谱估计结果，而实线为 PAF-MUSIC 算法的空间谱估计结果。可见，PAF-MUSIC 算法具有更高的分辨能力。

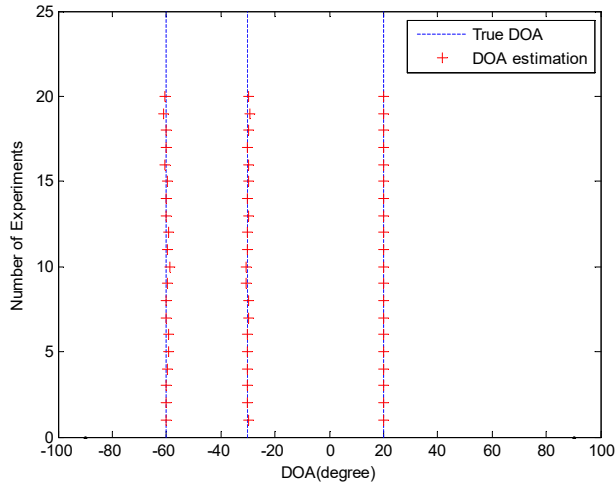


图 3 - 16 PAF-MUSIC 算法的 DOA 估计结果 (SNR=30dB)

其他条件不变，以 $\theta_1 = -50^\circ$ 的 $s_1(t)$ 作为考察对象，每个信噪比 SNR 下进行 200 次独立实验，噪声为高斯白噪声。在图 3 - 18 中，横坐标为信噪比，单位为 dB；纵坐标为不同信噪比下对应的估计均方根误差值 RMSE (Root Mean Square Error)，单位为度。点划线是传统 MUSIC 算法估计结果的均方误差，而实线为 PAF-MUSIC 算法的均方误差。可见，在均方误差意义下 PAF-MUSIC 算法具有更小的估计偏差。

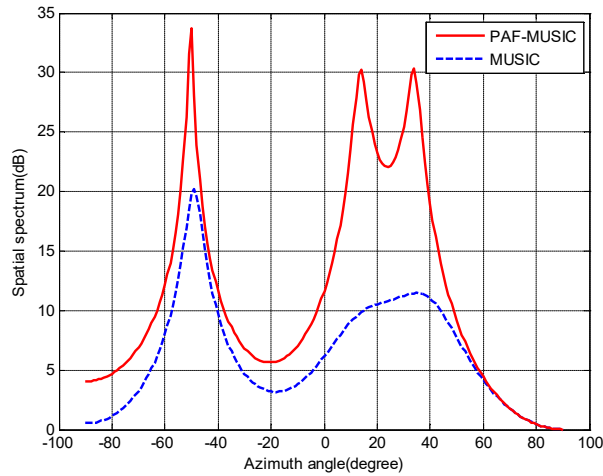


图 3 - 17 PAF-MUSIC 算法与传统噪声子空间算法分辨能力对比 (SNR=30dB)

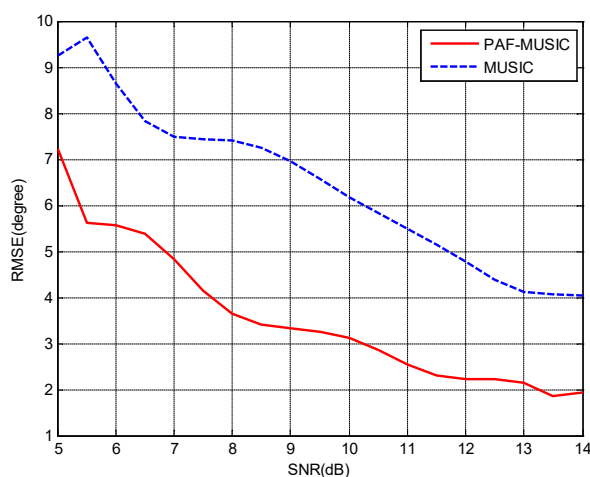
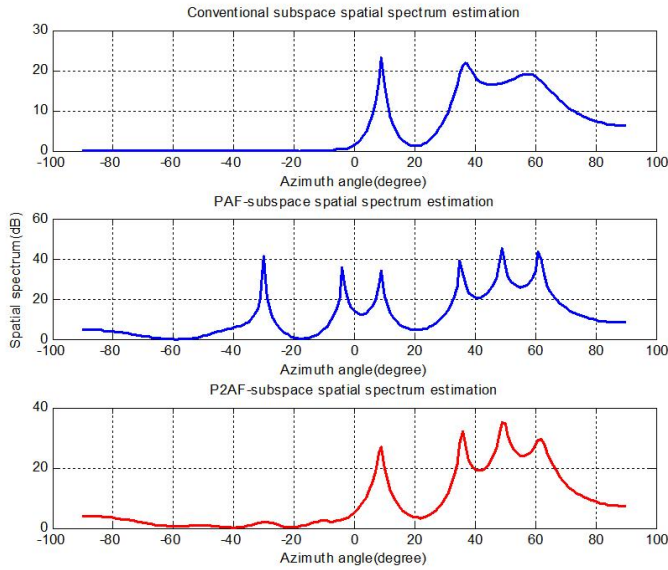


图 3 - 18 PAF-MUSIC 方法与传统噪声子空间方法的估计准确度对比

入射信号设为 4 个，均为相干，入射角分别为 $[10^\circ, 35^\circ, 50^\circ, 60^\circ]$ ，子带数为 19 个，下面对低阶噪声子空间的情况进行对比。

图 3 - 19 显示了基于不同子空间的空间谱估计性能对比。横坐标为方位角，单位为度；纵坐标为空间谱估计结果，单位为 dB。对按式 (3.5-5) 所构造出的同一个 Toeplitz 虚拟相关矩阵进行不同的分解得到不同的噪声子空间。采用传统的 EVD 分解得到的噪声子空间，其空间谱估计结果如图 3 - 19 的第一个子图所示，无法分辨出全部的 4 个信号。如图 3 - 19 中的第二个子图和第三个子图分别是基于 PAF 子空间和 P2AF 子空间的空间谱估计结果，它们均能分辨出 4 个源，但由于在 19 个子带的情况下，按 GMOD 分解方法得到的 PAF 子空间的阶数仅为 1，对于该子空间的约束过小，可见在 -5° 和 -30° 出现了两个假峰。按 GQOD 分解方法，门限取 $\sigma = \cos(85^\circ)$ 时，得到的 P2AF 子空间的阶数为 3，如图 3 - 19 的第三个子图所示，基于 P2AF 子空间的空间谱估计没有虚假峰出现。


 图 3 - 19 不同子空间的空间谱估计对比 ($\sigma = \cos(85^\circ)$, SNR=10dB)

3.6 小结

虚拟阵列技术可通过物理阵列的接收信号产生虚拟阵元，可以在增加阵列自由度、处理宽带信号等方面发挥重要作用，本章将虚拟阵列技术作为主要研究内容。首先，在 3.2 节对基于四阶累积量的阵列虚拟扩展方法进行了讨论，该类方法可扩展阵列的自由度，可以突破常规算法的源数目必须小于阵元数的限制，处理更多的源，即可以解决欠定问题。其次，在 3.3 节讨论了内插空间重采样方法，该类方法将物理阵列的输出宽带信号等效为多个窄带虚拟阵列的输出信号，展示了虚拟阵列思想在宽带信号处理中的应用。基于四阶累积量的虚拟阵列方法尽管具备较强的扩展能力，但不能直接应用于宽带信号的处理，因此在 3.4 节基于两个阵元组成的稀/微阵列，提出了一种将外扩空间重采样技术（SRVE）与四阶累积量相结合的多重虚拟扩展方法 MVEA，该方法在 SRVE 获得的虚拟阵列基础上，利用四阶累积量再次进行阵列的扩展，并实现 DOA 估计。在继承了 SRVE 算法的宽带处理能力的同时，新的 MVEA 方法相比 SRVE 方法具有更好的分辨力性能及噪声抑制能力。此外，在实际应用环境下，往往会涉及到相关甚至相干信号的处理，如多径、混响等情况，在 3.5 节提出了一种宽带相干 DOA 估计方法即 PAF-MUSIC 算法。该算法基于一个双阵元的稀/微阵列进

行虚拟扩展,增加了阵列的自由度,并利用本论文第二章所提出的 GMOD 和 GQOD 分解方法对构造的 Toeplitz 矩阵进行分解,得到新子空间用于 DOA 估计。相比基于传统噪声子空间的 MUSIC 类算法,新算法在分辨力及估计精度方面有更优的性能,且可以处理多个相干宽带信号。

在本章中,研究工作集中在虚拟阵列的构建、基于虚拟阵列的 DOA 估计性能分析及新的虚拟阵列 DOA 估计算法的提出。主要的工作可以概括为:常用虚拟阵列算法在自由度增加及宽带处理方面的讨论、提出双阵元多重虚拟扩展方法及提出双阵元相干宽带 DOA 估计算法。本章的研究内容涉及到对第二章提出的新矩阵分解方法的应用,同时,本章的研究内容也将作为后续章节研究开展的基础。

第4章 基于分布式传感器网络的相干宽带源测向定位方法

4.1 引言

分布式传感器网络定位技术在近年来已成为一个研究热点，相关研究成果在近十年来大量涌现，而基于位置的各类应用需求是该研究热点的直接推动力。所谓分布式传感器网络可以分为两个方面理解，一方面是网络中的各传感器节点在物理空间上是分布的；另一方面，有些情况下各传感器节点还承担了部分信号处理的功能，因此在信号的处理上是分布式的。分布式传感器网络定位技术就是利用该网络对目标进行定位，这些目标可以是声源、无线信号源或其他源。要以传感器网络实现目标的定位，首先是要解决观测量的问题，其次是基于所采用的观测量设计相应的算法，进行信息的融合并完成定位。根据所采用的观测量，主要的定位方法包括信号强度定位方法^[58-63]、到达时间定位方法^[66-68]、到达时延差定位方法^[64, 65]、测向交叉定位方法^[69, 70]及联合应用多种观察量的方法^[71]等。

目前，在基于分布式传感器网络的定位技术研究中，应用的传感器节点普遍较多，而定位的目标却较少，文献[72]采用 24 个传感器仅对 2 个源进行定位，文献[73]的分析中采用 5 个传感器对一个源定位，而文献[61, 82-84]也仅考虑了对一个源进行定位的情况。测向交叉定位方法基于简洁的几何原理，对于一个源的定位仅需两个传感器节点，对于多个源的情况，理论上往往三个传感器节点就能解决大部分的定位问题，因此测向交叉定位方法将作为本章的研究重点。

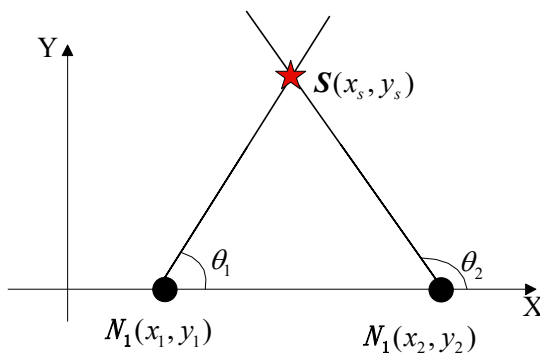


图 4 - 1 单目标测向交叉定位示意图

在图 4 - 1 中，假设传感器节点和目标均在同一个平面内， $N_1(x_1, y_1)$ 和 $N_2(x_2, y_2)$ 分别为两个传感器节点的二维坐标，五角星为目标源的位置。在节点

N_1 和 N_2 处分别通过测向技术获得目标的方位角 θ_1 和 θ_2 ，则对应的方位线 (LOB, Lines Of Bearing) 的交点 $S(x_s, y_s)$ 就为估计出的目标位置。

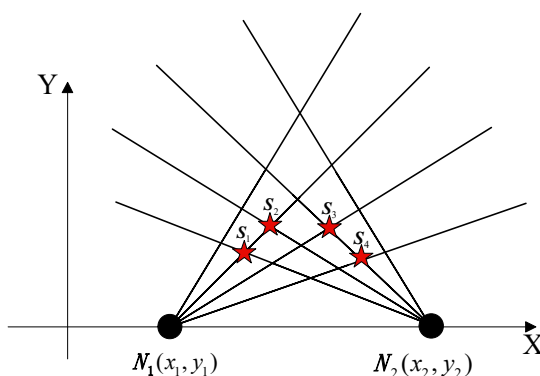


图 4-2 两节点的多目标测向交叉定位示意图

考虑多个目标源时,仅两个节点进行测向得到的方位线情况如图 4-2 所示。对于 M 个目标,在两个节点处可以分别得到 M 条测向线,则共有 M^2 个测向线交点。而目标定位就要求能从 M^2 个交点中提取出 M 个交点作为目标的位置估计。最便捷的解决方法是再增加一个测向节点,则可以确定目标源位置,如图 4-3 所示。

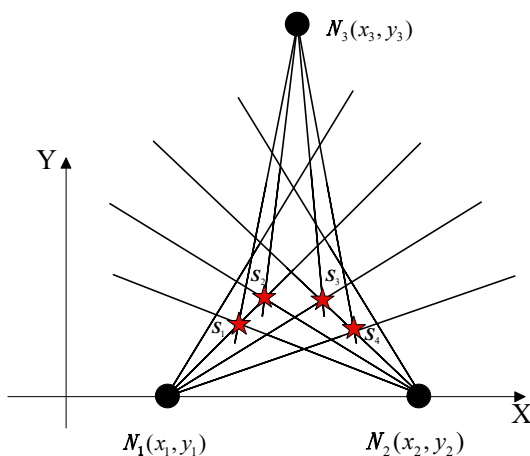


图 4-3 三节点的多目标测向交叉定位示意图

但是在实际情况中,由于受噪声、测向误差等的影响,图 4-3 所示的三个节点测向线可能并不能交于同一个点。这时,就要考虑合适的融合算法进行目标源的位置估计,这些方法包括最大似然类^[79, 86]、聚类^[87, 88]等。根据测向交叉定位方法的原理,从传感器网络的节点数来看,所需节点较少,但对于节点的

测向要求也较高，尤其是在多目标定位的时候。测向要求越高，往往在节点处要求的传感器数越多。更多的传感器意味着成本、系统复杂度、功耗及节点间通信量的增加，因此以尽量少的传感器完成对既定目标定位的研究就显得很有意义，对基于较少节点及较少传感器的测向交叉定位技术的研究也就成为了本章的研究重点。此外，在已有的定位技术研究中，较少考虑相干源的定位，而这类情况在实际应用中是可能出现的，如：多合同型号的发动机声信号、相同工作频率的无线信号源等。因此，对相干信号源的定位也是有意义的研究课题，相关内容也将在本章进行讨论。

4.2 最大似然测向定位方法

利用一系列的测向信息对一个目标进行定位，就是要将这些测向信息进行融合处理，最大似然（ML，Maximum Likelihood）估计方法是一种在测向定位中得到运用的典型融合方法。Stansfield 在这方面作出了开创性的工作^[85]。最大似然估计由于是一种无偏估计方法，且可以达到 CRLB（Cramer-Rao Lower Bound），因此是具备较好特性的估计方法，本节将对最大似然估计在多节点或多次测向信息下融合定位处理中的应用进行描述，相关内容也可参见文献[86]。

4.2.1 问题描述

对一个二维目标的测向定位，如图 4-4 所示。源为一静态目标，观测节点为一具备测向能力的可移动站点，可在不同坐标位置对源进行测向。在图 4-4 中， θ_k 为观测节点相对源的准确方位角， \mathbf{r}_k 为观测节点位置（矢量）。测向定位的目的是要从连续的有限时间内（ $1 \leq k \leq N$ ）带噪的方位角测量值中，识别出真实的源位置 \mathbf{p} 。

$$\theta_k = \tan^{-1} \frac{\Delta y_k}{\Delta x_k}, k=1, \dots, N \quad (4.2-1)$$

其中， $\Delta y_k \triangleq p_y - r_{y,k}$ ， $\Delta x_k \triangleq p_x - r_{x,k}$ ， $\mathbf{p} = [p_x, p_y]^T$ 为目标源的位置矢量， $\mathbf{r}_k = [r_{x,k}, r_{y,k}]^T$ 为在 k 时刻观测节点的位置矢量。

此外，在进行后续推导之前，一些假设如下：

（1）方位测量之间独立，测量噪声为零均值高斯分布，即

$$\tilde{\theta}_k = \theta_k + n_k, n_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{n_k}^2) \quad (4.2-2)$$

其中, $\tilde{\theta}_k, k=1, \dots, N$ 是观测节点对目标源的方位角测量值; n_k 为方位角测量噪声, 它的均值为 0, 方差为 $\sigma_{n_k}^2$ 。

(2) 观测节点的位置精确可知。

(3) 在观测节点的运动轨迹上, 目标源都是可以观测到的, 即可以得到唯一的方位角测量值。

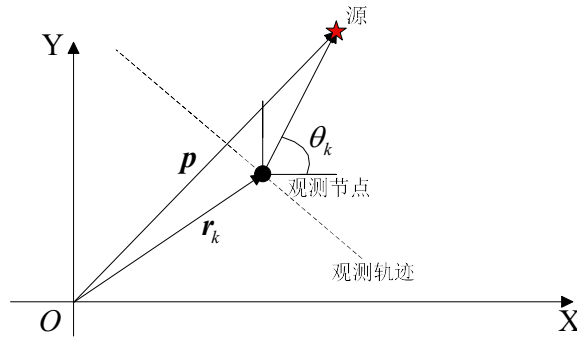


图 4-4 二维目标的测向定位几何示意图

4.2.2 最大似然信息融合

在观测节点的位置精确已知, 对目标方位的测量噪声也服从高斯分布的条件下, 则对于方位测量的最大似然函数可以写为:

$$f(\tilde{\theta}|\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{K}|^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\tilde{\theta} - \theta(\mathbf{q}))^T \mathbf{K}^{-1} (\tilde{\theta} - \theta(\mathbf{q})) \right\} \quad (4.2-3)$$

其中, $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_N]^T$ 是 $N \times 1$ 的带噪声方位测量矢量。

$$\begin{aligned} \theta(\mathbf{q}) &= [\theta_1(\mathbf{q}), \theta_2(\mathbf{q}), \dots, \theta_N(\mathbf{q})]^T \\ &= [\angle(\mathbf{q} - \mathbf{r}_1), \angle(\mathbf{q} - \mathbf{r}_2), \dots, \angle(\mathbf{q} - \mathbf{r}_N)]^T \end{aligned} \quad (4.2-4)$$

式 (4.2-4) 为关于 \mathbf{q} 的一个方位角函数, $\mathbf{q} = [q_x, q_y]^T$ 为二维空间中的位置坐标矢量。 \angle 表示方位角, 即对于 $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$, $\angle \mathbf{x} = \tan^{-1} x_2 / x_1$ 。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sigma_{n_1}^2 & & & 0 \\ & \sigma_{n_2}^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_{n_N}^2 \end{bmatrix} \quad (4.2-5)$$

式 (4.2-5) 为 $N \times N$ 的方位测量误差的对角协方差矩阵, $|\mathbf{K}|$ 表示 \mathbf{K} 的行列式。

因此, 对于目标位置的估计值 $\hat{\mathbf{p}}_{ML}$, 可以通过对 \mathbf{q} 的搜索, 使得最大似然函数 $f(\tilde{\boldsymbol{\theta}}|\mathbf{q})$ 最大的 \mathbf{q} 值作为目标位置的估计值。为了简化最大化求取问题, 可以使用对数最大似然函数的表达:

$$\begin{aligned} \ln f(\tilde{\boldsymbol{\theta}}|\mathbf{q}) = & -\frac{1}{2} \ln((2\pi)^N |\mathbf{K}|) \\ & -\frac{1}{2} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}(\mathbf{q}))^T \mathbf{K}^{-1} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}(\mathbf{q})) \end{aligned} \quad (4.2-6)$$

对数最大似然函数的第一项独立于 \mathbf{q} , 因此, 要使得该函数最大, 就要使得第二项最小, 则对于测向定位下的目标最大似然估计可以表示为:

$$\hat{\mathbf{p}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^2} J_{ML}(\mathbf{q}) \quad (4.2-7)$$

其中, $J_{ML}(\mathbf{q})$ 为最大似然代价函数, 可以写为:

$$\begin{aligned} J_{ML}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{2} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}(\mathbf{q}))^T \mathbf{K}^{-1} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}(\mathbf{q})) \\ &= \sum_{k=1}^N \frac{1}{2\sigma_{n_k}^2} (\tilde{\theta}_k - \theta_k(\mathbf{q}))^2 \end{aligned} \quad (4.2-8)$$

对于 \mathbf{q} 而最小化 $J_{ML}(\mathbf{q})$, 实际上是一个非线性的最小二乘问题, 对这个最小化问题的解要求满足:

$$\frac{\partial J_{ML}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \Big|_{\mathbf{q}=\hat{\mathbf{p}}_{ML}} = 0 \quad (4.2-9)$$

对于式 (4.2-9) 由于没有闭式解, 因此需要采用如基于梯度之类的数值方法进行求解。当最大似然代价函数为凸时, 基于梯度的搜索算法可以得到目标位置的估计值 $\hat{\mathbf{p}}_{ML}$ 的唯一解。最大似然代价函数的梯度可以表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{\text{ML}}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = \sum_{k=1}^N \frac{\theta_k(\mathbf{q}) - \tilde{\theta}_k}{\sigma_{n_k}^2 \|\mathbf{q} - \mathbf{r}_k\|} \begin{bmatrix} -\sin \theta_k(\mathbf{q}) \\ \cos \theta_k(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (4.2-10)$$

其中, $\|\bullet\|$ 表示欧氏范数, $[-\sin \theta_k(\mathbf{q}), \cos \theta_k(\mathbf{q})]^T$ 为正交于 $\mathbf{q} - \mathbf{r}_k$ 的单位矢量。一个简单的迭代最速下降法可以应用于该最大似然估计:

$$\mathbf{p}(k+1) = \mathbf{p}(k) - \mu \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{ML}}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \Big|_{\mathbf{q}=\mathbf{p}(k)}, k = 0, 1, \dots \quad (4.2-11)$$

其中, $\mathbf{p}(0)$ 为对于目标位置的初始猜测值, μ 为表征搜索步进的小正数。

从最大似然方法的原理来看, 当仅一个测向站点时, 要求站点要在多个不同的位置进行测量; 当站点为固定时, 就要求同一时刻要有多个站点进行测量。由于该方法基于统计学原理, 要求站点数 (当一个移动站进行多次测量时, 可等效为多个站点) 足够多, 其性能才能保证。此外, 由于采用搜索方法求解, 当存在局部最小时, 该方法可能收敛到该局部最小, 无法得到全局最优。另外, 从最大似然方法原理也能看出, 该方法仅能直接应用于单个源的定位或已完成数据关联情况下的多个源的定位。关于数据关联的概念, 将在后续的 4.3 节定义。

4.3 聚类测向定位方法

测向定位方法是利用测向线之间的交叉来实现目标的定位, 在对单个目标进行定位时相对较简单, 最少仅需两个测向站点就可实现定位。当有多于两个站点或有多次测向时, 可对这些测向线进行信息的融合, 以提高测向性能。在 4.2 节所介绍的最大似然方法是可以运用的一种信息融合方法, 但当对多个目标进行测向定位时, 会出现伪目标交点问题, 因此对于多目标测向定位时, 数据关联是首先要解决的问题。所谓数据关联, 就是将所有的测向线进行分类并与某个交点关联起来。J. D. Reed 等提出了聚类的方法进行测向线与交点的关联^[87]; M. T. Grabbe 等则将聚类的方法应用于飞机对地面多个目标的定位^[88]。本节将对聚类方法的原理进行描述, 相关内容也可参见文献^[87]。

考虑一个多目标定位的场景, 有 N_s 个传感器节点, 分别为 S_{N_1}, \dots, S_{N_s} , 其位置坐标为 $(x_{s_1}, y_{s_1}), \dots, (x_{s_{N_s}}, y_{s_{N_s}})$ 。有 N_T 个目标, 分别为 T_1, \dots, T_{N_T} , 其位置坐标为 $(x_{T_1}, y_{T_1}), \dots, (x_{T_{N_s}}, y_{T_{N_s}})$ 。每个传感器节点对于每个目标都有对应的测向角, 则总的测向结果可以写为:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} & \cdots & \theta_{N_1,N_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{N_s,1} & \cdots & \theta_{N_s,N_T} \end{bmatrix} \quad (4.3-1)$$

其中, $\theta_{i,j}$ 为第 i 个传感器节点的第 j 个测向角。实际上每个传感器节点的第 j 个测向角并不一定都对应于同一个目标, 因此每个传感器节点得到的测向角与目标之间的对应关系是未知的, 解决这种对应关系就被定义为数据关联。

除了数据关联问题外, 对于多目标的测向定位, 还有伪交点的问题也需考虑。伪交点就是伴随发生的两条或多条测向线的交点, 但其又并不对应于真实的目标。对于理想测量的情况下, 利用空间上不同分布的一组传感器节点, 可以得到一系列的测向线, 可以方便地以 N_s 个传感器节点的测向线得到有 N_T 个交点作为目标的位置, 如图 4-5 所示。当测向线受噪声影响时情况会变得更加复杂, 对于目标位置的交点不会再为一个单一的点, 而会成为一个区域, 而且这个区域会随测向误差的增大而增大, 如图 4-6 所示。

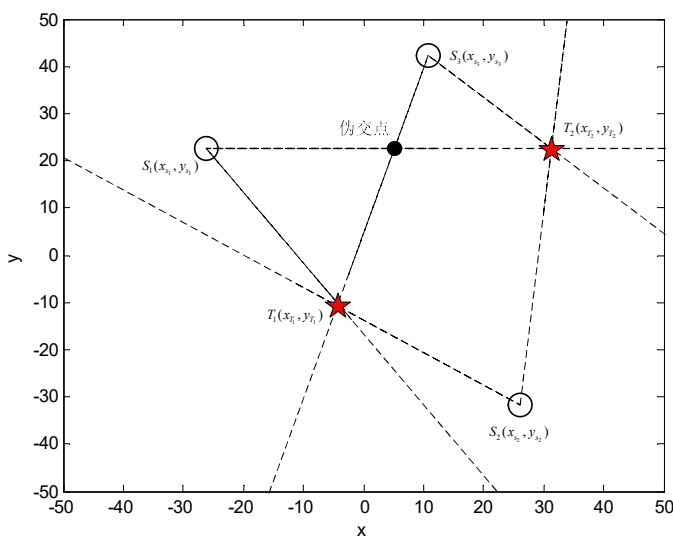


图 4-5 多目标的测向定位场景 (理想环境)

由图 4-6 可知, 在噪声环境下的伪交点问题会变是更为严重, 因为在理想条件下, 只有在所有传感器节点都有测向线通过伪交点的情况下, 该交点才会误判为目标位置。而在噪声环境下, 任意伪交点都可能误判为目标位置。因此, 在实际的噪声环境下的数据关联问题会使得测向定位的复杂性增加。J. D. Reed

等提出了聚类方法^[87]，从而可以实现非理想测向情况下的多目标定位。该方法借鉴了在语音编码中用于矢量量化的 K 均值算法和统计聚类的一些思路，并根据测向定位中的数据关联应用进行了适应性的修改。

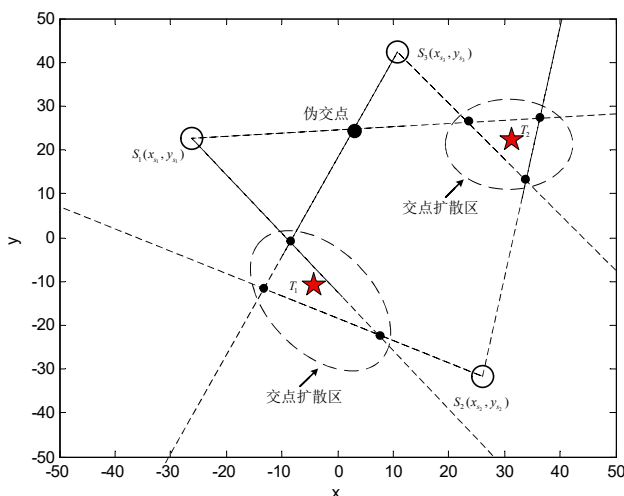


图 4 - 6 多目标的测向定位场景（噪声环境）

在聚类方法中，以测向线的交点位置作为导引准则，将不同传感器节点的测向线对应到同一个目标，该方法的具体处理步骤如下：

（1）创建一个集合 $S' = S$ ，其中 S 如前所述为传感器节点的集合。从 N_s 个传感器节点中任意选择两个传感器节点，从 S' 集合中将该两个节点去除。确定被选出的两个节点的测向线所形成的交点数目 N_E ，这个数目至少是 N_T 个，但不会大于 N_T^2 。这些交点是初始的目标位置估计值，对于其中的第 n 个估计值记为 (\hat{x}_n, \hat{y}_n) 。后续处理步骤就是将每条测向线与这些初始目标位置关联起来。

（2）从 S' 中任意选择一个传感器节点，可以记为第 k 个，并且将它从 S' 中去除。将第 k 个传感器节点的测向线 $(\theta_{k,j}, 1 < j < N_T)$ 与步骤（1）中所估计出的一个目标位置相关联。关联的具体准则：

- 将第 k 个传感器节点的第 i 条测向线与第 n 个目标估计位置已关联的测向线进行相交，得到多个交点，可设为集合 S''_i ；
- 计算 S''_i 中所有交点与第 n 个目标估计位置之间的距离，并将这些距离求各，得到一个距离和值 d_i ；
- 将第 i 条测向线再与所有的其他目标估计位置的关联测向线进行相交，

又可以得到 $N_E - 1$ 个距离和值；

- 在 N_E 个距离和值中，找出最小距离和值，则与最小距离和值对应的目标估计位置作为第 i 条测向线的关联对象，完成了第 i 条测向线与目标估计位置之间的关联；
- 按以上步骤完成第 k 个传感器节点的所有其他测向线的唯一关联，并将各目标的估计位置按新的关联测向线形成的交点的质心作为新的目标估计位置。

这里值得一提的是，在进行每一个距离计算时，要进行归一化。归一化系数为构建起交点的传感器节点到目标估计位置 (\hat{x}_n, \hat{y}_n) 的平均距离。

(3) 重复步骤 (2)，直到 S' 为空，即完成了所有传感器节点的测向线的关联。

(4) 提取 N_T 个具有最多关联测向线的目标估计位置，对每个估计位置所对应的测向线集合按最小二乘方法进行运算得到最终的目标估计位置值。

从聚类方法的原理可以看出，当对多个源进行测向定位时，为了能较为准确地进行数据关联并实现定位，需要较多的站点。理想情况下，对两个目标源定位至少需要三个测向站点。当考虑非理想情况时，为了达到较好的定位性能所需的站点更多。

4.4 基于源间几何先验信息的相干宽带源测向定位方法

一般而言，在分布式传感器网络中，节点越少，构成节点的传感器越少，则整个系统的硬件成本和复杂度也越小。此外，越少的节点数，也意味着整个网络中的通信数据量也越少，从而通信部件的设计及实现越简单，且传输所需功率也越小。但目前的分布式传感器网络研究中，往往要求节点的数目较多^[59, 65, 75, 76, 84]，且在很多情况下只考虑了对一个源的定位。当考虑对多个源的定位时，不仅要求的节点数目多，还对源信号的特性提出要求，如文献[59, 77]就要求源信号之间的频率不能完全重叠，因此是无法定位相干源的。在实际应用场景中，相关源甚至相干源是可能存在的，如相同型号引擎的声信号、工作于相同频率的无线信号源等。

常规的测向交叉定位方法在进行定位时至少要求 3 个及以上站点的测向信息^[81, 131]，如 4.3 节所讨论的聚类方法。而 4.2 节讨论的最大似然方法要求观测

站点在不同空间位置对同一个静态目标进行测向，其实也可以等效为不同空间位置上的多个观测站点，且该类方法仅能直接应用于一个源或已完成了数据关联的情况。本论文提出了一类基于源间几何先验信息的相干宽带源定位方法，包括了基于模式匹配思想和基于旋转不变思想的两个具体定位算法。仅需构建一个双节点的分布式传感器网络，且每个节点是仅由两传感器组成的稀/微阵列，不仅可以实现平面内相干源的定位，还可实现 3D 源的定位。而关于源的几何分布信息在一些应用中是较容易获取的，如对跑道上的飞行器定位时，飞行器上的多个发动机之间的几何关系是不变且确定的。

4.4.1 基于模式匹配的相干宽带源定位算法

4.4.1.1 双节点分布式传感器网络的构建

本论文所提出的基于源间几何先验信息的相干宽带源定位方法，依托的分布式传感器网络仅由两个节点组成，分别为节点 1 和节点 2，每个节点又由两个传感器阵元组成，因此每个节点阵列为一个稀/微阵列。设节点阵列的阵元间距相对于源与阵元之间的距离足够小，则对于节点 1 和节点 2，源的入射信号可视为远场，如图 4-7 所示。

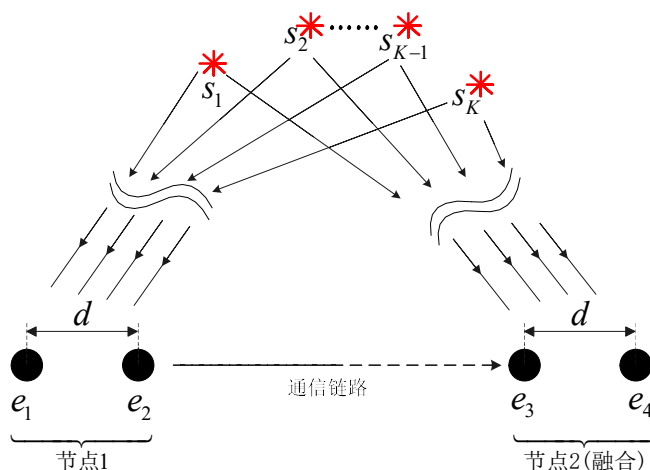


图 4-7 分布式传感器网络组成示意图

在图 4-7 所示的节点 2 为融合节点，节点 1 的信息可通过通信链路传送到节点 2 进行信息的融合处理，完成目标源的定位。在本论文所构建的传感器网络中，每个节点具备对相干宽带源的测向能力，采用的测向算法为第三章所提

出的 PAF-MUSIC 算法,以便可以利用每个节点的稀/微阵列实现对多个相干宽带源的 DOA 估计。

4.4.1.2 模式匹配定位算法

对于分布式传感器网络,当利用各节点的测向信息进行多个源定位时,理想情况下往往要求 3 个及以上的节点参与,而在有噪声的情况下所要求的测向节点更多。因仅利用各节点的测向信息进行源定位时,必须考虑去除测向线之间的虚假交点。而本论文仅基于两个节点阵列,并结合源的几何分布先验信息,构造了一个基于模式匹配思想的代价函数,将源定位问题转换为求取该代价函数的最小化解的问题。

设根据节点 1 和节点 2 的 DOA 估计结果,两个节点分别可以得到对应于 N 个源方位的测向线,而测向信息的获取可参见本论文第三章所提出的相干宽带源 DOA 估计算法,则测向线的交点数共有 $N \times N$ 个。又设 \mathbf{G} 为测向线的交点坐标集合, $f(x_1, \dots, x_N)$ 为构造出的代价函数,则该代价函数的最小化解可表示为:

$$\mathbf{X} = \arg \min_{x_i \in \mathbf{G}} f(x_1, \dots, x_N) \quad (4.4-1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

其中, x_i 为 \mathbf{G} 中的元素。 \mathbf{G} 中使得函数 f 最小的 N 个元素的组合便是式 (4.4-1) 的解。函数 f 可表示为:

$$f(x_1, \dots, x_N) = \|\mathbf{y}(x_1, \dots, x_N) - \mathbf{T}\| \quad (4.4-2)$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示向量的二范数; \mathbf{T} 为根据源的几何分布先验信息计算得到的匹配模板,可表示为:

$$\mathbf{T} = \|d_1 \ d_2 \ \dots \ d_N\| \quad (4.4-3)$$

其中, $d_i = \|r_i - r_\sigma\|$, $r_\sigma = (\sum_{i=1}^N r_i) / N$, r_i 是第 i 个源相对于某一固定点 \mathbf{O} 的矢径,而 r_σ 就是将各源视为质量为 1 的质点时求得的质心矢径, d_i 就是第 i 个源到质心的距离。 \mathbf{T} 中的元素按升序排列。

设 \mathbf{y} 为根据测向线的交点坐标计算出的待匹配矢量,可表示为:

$$\mathbf{y}(x_1, \dots, x_N) = \|\tilde{r}_1 - \tilde{r}_\sigma\| \|\tilde{r}_2 - \tilde{r}_\sigma\| \dots \|\tilde{r}_N - \tilde{r}_\sigma\| \quad (4.4-4)$$

其中, $\tilde{r}_\sigma = (\sum_{i=1}^N \tilde{r}_i) / N$, \tilde{r}_i 是第 i 个交点相对于某一固定点 O 的矢径, 而 \tilde{r}_σ 就是将
从集合 G 中所选出的 N 个交点视为质量为 1 的质点时求得的质心矢径。 y 中的
向量元素按升序排列。

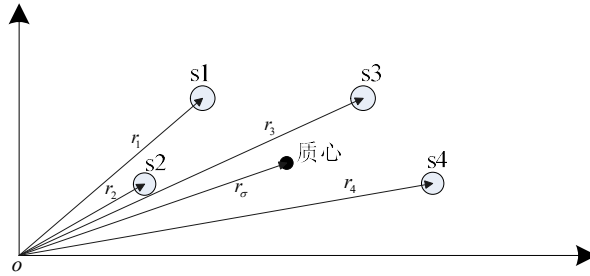


图 4-8 匹配模板 T 的构建示意图

在图 4-8 所示的黑圈表示多个源的几何质心, 对应的位置矢量为 r_σ 。其他的圆圈表示源 $s_1 \sim s_4$ 位置, 对应的位置矢量为 $r_1 \sim r_4$ 。在式 (4.4-4) 所构建的待匹配矢量的构建与 T 的构建相似, 不同的是将源位置由估计出的交点位置代替。

因此, 求得的式 (4.4-1) 的结果, 就为 N 个表征宽带源位置的 xy 平面二维坐标。此外, 从代价函数的构造方法来看, 由于采用基于几何的构造方法, 在源的先验几何分布信息精确的情况下, 代价函数本身不引入建模误差。而为了得到更好的定位性能, 可以将多次测量的结果进行融合, 融合策略为:

- (1) 对于同一个目标源 S_k , 进行 P 次定位估计, 得到位置估计矢量 $L_k = [l_1 \cdots l_p]$, 其中的每一个元素为一次定位估计值;
- (2) 根据 $L_k = [l_1 \cdots l_p]$, 计算多次定位估计的质心 CM_1 ;
- (3) 计算 $L_k = [l_1 \cdots l_p]$ 中每个元素 (即一次估计的位置) 至质心 CM_1 的距离, 得到一个距离矢量 $D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_p]$;
- (4) 设定一个门限值 h , 将 $D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_p]$ 中大于 h 的值所对应的估计位置从 $L_k = [l_1 \cdots l_p]$ 中去除, 从而得到一个新的估计矢量 $L_k = [l_1 \cdots l_j]$, $J \leq P$;
- (5) 计算 $L_k = [l_1 \cdots l_j]$ 的质心, 记为 CM_2 , 将 CM_2 作为多次测量结果的融合结果, 并作为源 S_k 的估计位置。

由于所提方法基于模式匹配的思想, 因此本论文将该算法命名为模式匹配

交叉定位算法 (IPMA, Intersections Pattern Matching Algorithm)。

对于 N 个源, 则有 N^2 个交点, 对 N^2 交点中进行 N 组交点子集搜索, 因此整个算法的复杂度为 $O(N)$ 。

4.4.1.3 仿真分析

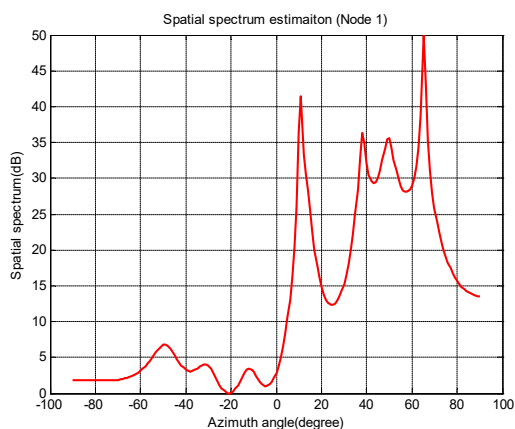
设多个源产生的入射信号分别为 $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ 和 $s_4(t)$, 其中以中心频率进行归一化后的信号频率: $[0.05 \ 1.95]$, 相对中心频率的带宽: 190%, 因此入射信号为宽带信号。此外, $s_2(t)$, $s_3(t)$ 和 $s_4(t)$ 均为 $s_1(t)$ 的复制, 因此 4 个入射信号为相干信号。节点 1 的两个阵元位于二维 xy 平面内, 坐标分别为 $(0, 0)$ 及 $(1, 0)$, 节点 2 的两个阵元坐标分别为 $(60, 0)$ 及 $(61, 0)$, 因此, 可以看出每个节点的两阵元间隔为 1, 单位均为米。4 个宽带源的二维 xy 坐标分别为 $(5, 25)$, $(25, 32)$, $(40, 32)$ 及 $(55, 25)$ 。均匀划分的子带数目 $N=41$, 为分析方便, 每个子带为 \sin 信号, 并设各子带的功率和初相分别在 $[0.6, 1]$ 、 $[0, 2\pi]$ 间随机均匀分布。每次 DOA 估计的快拍数为 1000, 采样率为信号最高频率的 12 倍。

在每个节点处应用本论文第三章所提出的 PAF-MUSIC 算法进行 DOA 估计, 其估计结果如图 4-9 所示, 每个子图的横坐标为方位角, 单位为度; 纵坐标为空间谱估计结果, 单位为 dB。由图 4-9 的 (a) 和 (b) 可以看来, 当入射信号为 4 个宽带相干信号时, 采用的相干源带源 DOA 估计方法, 仅用两个阵元, 节点 1 和节点 2 的空间谱估计结果均能在源方位获得明显的尖峰, 即两个节点阵列均能同时正确分辨并估计出 4 个相干宽带源的方位。

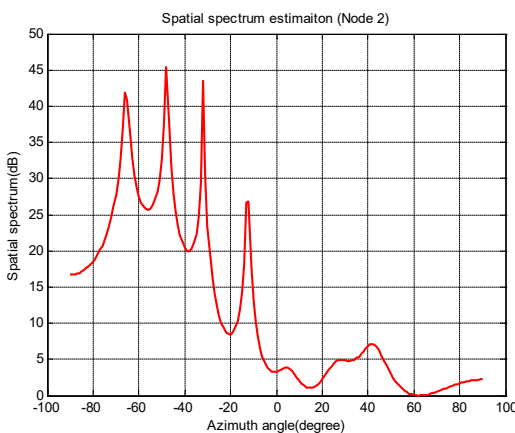
在图 4-10(a)所示的 $x-y$ 平面中, ‘+’ 表示一次 DOA 估计下 ($\text{SNR}=15\text{dB}$) 由两个节点的测向线得到的交叉点, 即可能的源位置, ‘o’ 表示传感器的位置。从图中可以看出, 两个节点阵列对 4 个源进行测向后分别可以得到 4 条测向线及 16 个交叉点。图 4-10 (b) 为多次定位估计进行融合处理后与真值的偏差。横坐标为信噪比, 单位为 dB; 纵坐标为估计结果偏离真值的大小, 单位为米。融合处理方法为对每个信噪比下的 200 次估计结果进行质心求取, 再将单次估计的源位置与质心距离大于 4 米的估计作为奇异点去除, 将不包括奇异点的估计集合再进行一次质心求取, 作为最终的源位置估计结果。从图 4-10 (b) 中可以看出, 估计偏差几乎均可控制在 0.7 米以内 (个别点除外), 以节点阵列 1

的第 1 个传感器为参考，最近的源距离 25.5 米，最远的源距离 60.4 米，因此，0.7 米误差是节点阵列 1 与源距离的 1.2%~2.7%。

在不采用估计结果的融合处理时，设置估计出的源位置与真实源位置偏差 1.5 米作为门限，小于 1.5 米为成功匹配，图 4 - 11 给出了不同信噪比下的匹配定位成功率，横坐标为信噪比，单位为 dB；纵坐标为对应信噪比下的正确匹配次数与该信噪比下总实验次数的百分比，每个信噪比下进行 200 次独立实验。由图中可以看出，随着信噪比的提高，基于模式匹配的定位成功率也提高，当信噪比为 36dB 时，匹配成功率约为 75%。为提高估计精度可采用前述的多次估计结果的融合处理。



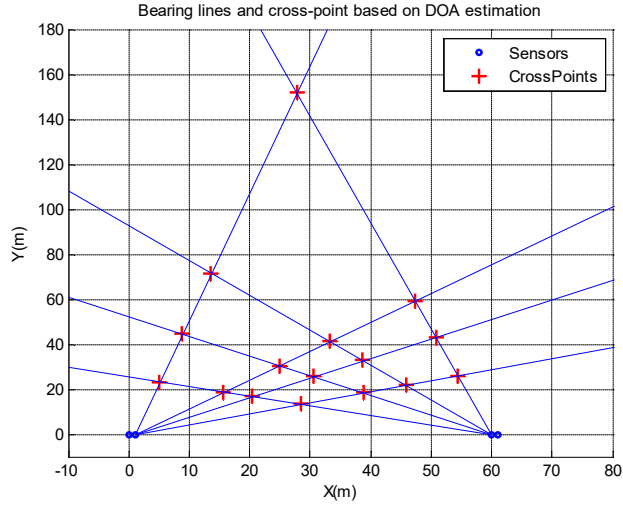
(a) 节点 1 的 DOA 估计结果



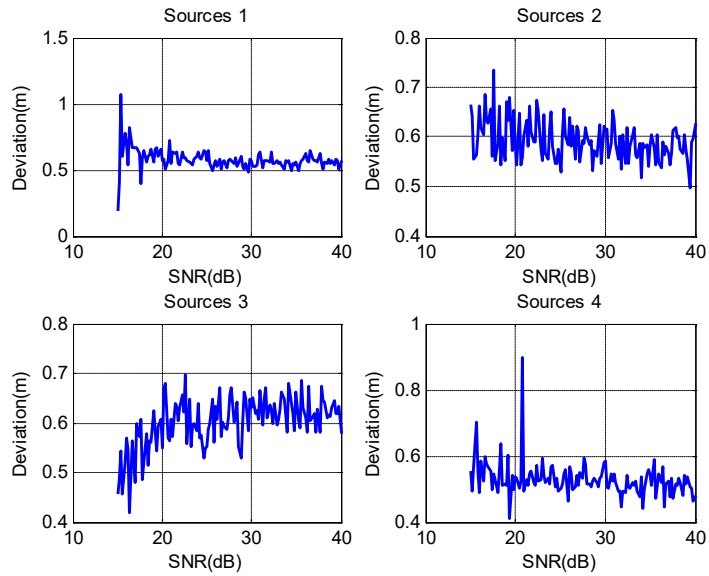
(b) 节点 2 的 DOA 估计结果

图 4 - 9 分布式传感器网络节点阵列的 DOA 估计结果

(SNR=15dB)



(a) 节点 1 和节点 2 的测向线交叉点 (SNR=15dB)



(b) 估计结果与真值偏差 (SNR=15dB~40dB)

图 4 - 10 基于模式匹配的源定位

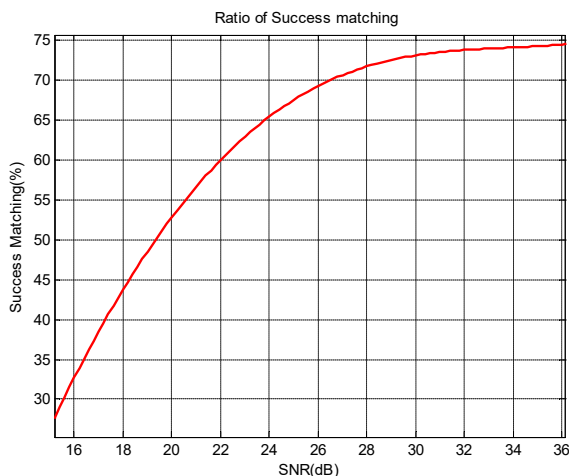


图 4 - 11 模式匹配定位成功率

4.4.2 基于旋转不变的 3D 相干宽带源定位算法

在前一小节，提出的基于模式匹配思想的定位算法在分析时是假设传感器与源之间处于同一平面。当目标源与传感器节点并不在同一平面时，对于定位结果会有影响。本小节将基于相同的双节点分布式传感器网络，在前小节提出的 IPMA 算法基础上，更进一步提出一种基于旋转不变思想的 3D 相干宽带源定位算法，该方法可以估计源在 3D 空间中的位置。

4.4.2.1 旋转不变定位原理

旋转不变定位算法的原理主要基于线阵的方位测量的旋转不变性。当传感器为各向同性，并沿 x 轴布设时，分布在围绕 x 轴旋转的圆上的所有目标在该线阵处估计出的方位角均相等，如图 4 - 12 所示，即具有旋转不变性。

在图 4 - 12 所示的示意图中， S_1 和 S_2 分别为两个源，它们分布在半径为 r 的一个圆上，圆心位于 x 轴上，且圆面与 xy 平面垂直。由阵元 e_1 和 e_2 组成的两阵元线阵位于 x 轴上，且来自于 S_1 和 S_2 的信号对其而言为远场信号。根据线阵的各向同性，测得 S_1 和 S_2 的入射方位角分别为 θ_1 和 θ_2 ，由于 S_1 和 S_2 处于同一个绕 x 轴的圆上，根据几何关系很容易得出 $\theta_1 = \theta_2$ ，即旋转不变。

源间几何关系作为先验信息的情况下，即在图 4 - 13 中所示的线段 $S'_1 - S'_2$ 或 b 长度为已知，可以加与利用，另外，假设各个源的高度相同。

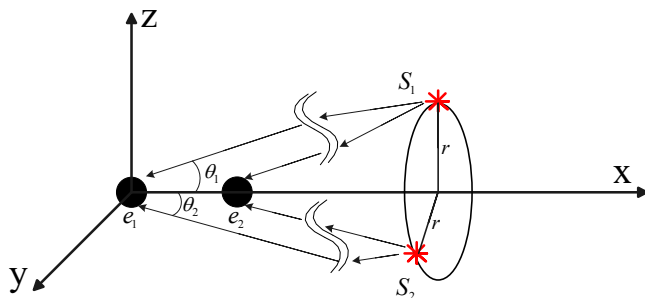


图 4 - 12 线阵方位估计的旋转不变示意图

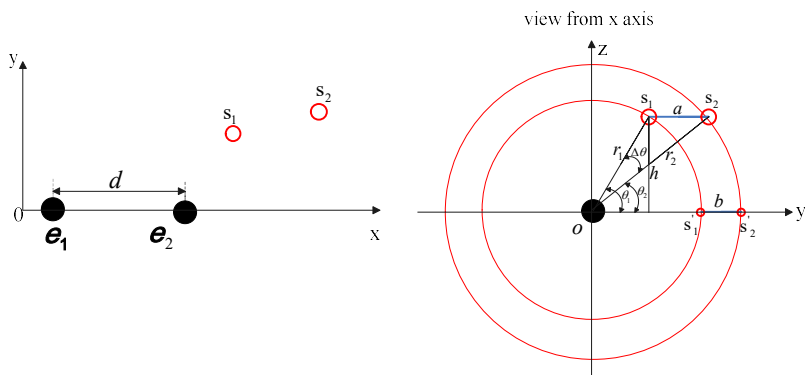


图 4 - 13 3D 源的旋转投影示意图

采用上一小节所提出的模式匹配算法可以实现对各目标的二维定位，这个定位在本节的定位分析中仅作为粗定位，因还没有源高度估计信息。通过模式匹配的定位可以得到源间的距离估计值，即图 4 - 13 中的线段 a 长度。当源高度与传感器节点的高度相同时，准确估计出的线段 a 的长度与已知的先验线段 b 相同，这时仅采用前节所提出的模式匹配算法就可实现较为准确的定位。当估计出的线段 a 的长度与已知的先验线段 b 不相同，说明传感器节点相对于源 S_1 和 S_2 存在高度角，即如图 4 - 13 所示的 θ_1 和 θ_2 。这个高度角如果确定，则根据几何关系可以求出源高度 h ，从而实现了源的 3D 定位。而要确定 θ_1 和 θ_2 则可以根据模式匹配方法估计出线段 a 的长度，再根据旋转投影原理，计算得到 θ_1 和 θ_2 。如果依据图 4 - 13，采用几何方法求闭式解，则会出现解一元 8 次方程的情况，过于复杂，因此本论文提出了一种搜索方法进行高度的求取，其具体的处理步骤如下：

- (1) 设置初始值 $\theta_1 = 0$ ，并设置一个该角度的搜索步进 δ ；
- (2) 计算高度 $h = r_1 \arcsin(\theta_1)$ ，其中 r_1 为按模式匹配方法估计出的源 S_1 的 y

坐标;

(3) 计算 $\theta_2 = \arcsin(h/r_2)$, 其中 r_2 为按模式匹配方法估计出的源 S_2 的 y 坐标;

(4) 计算 $\hat{a} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}$;

(5) 如果 $\hat{a} < a$, 则 $\theta_1 = \theta_1 + \delta$, 回到步骤 (2); 否则高度 h 获取;

(6) 校正对源 S_i 估计位置的 y 坐标, $y_i = \sqrt{r_i^2 - h^2}$, $i=1, \dots, K$, K 为源数目。

因此, 采用所提出的算法, 不仅能估计出目标源的高度, 还能对模式匹配算法得到的定位结果进行校正。另外, 值得一提的是 x 坐标受高度的影响较小。由于所提算法利用了线阵方位估计的旋转不变性, 并利用了 3D 源在平面上的几何旋转投影, 因此本论文将该算法命名为旋转投影算法 (RPA, Rotational Projection Algorithm)。该算法由于是对前述 IPMA 算法的扩展, 增加一次搜索过程, 因此总的计算复杂度与 IPMA 算法相同。

4.4.2.2 仿真分析

设多个源产生的入射信号分别为 $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ 和 $s_4(t)$, 其中以中心频率进行归一化后的信号频率: $[0.05 \ 1.95]$, 相对中心频率的带宽: 190%, 因此入射信号为宽带信号。此外, $s_2(t)$, $s_3(t)$ 均为 $s_1(t)$ 的复制, 因此这 3 个入射信号为相干信号, 而 $s_4(t)$ 信号为独立的。节点 1 的两个阵元坐标分别为 $(0, 0, 0)$ 及 $(1, 0, 0)$, 节点 2 的两个阵元坐标为 $(60, 0, 0)$ 及 $(61, 0, 0)$, 因此, 可以看出每个节点的两阵元间隔为 1, 单位均为米。4 个宽带源的二维 xy 坐标分别为 $(6, 25, 60)$, $(23, 32, 60)$, $(39, 32, 60)$ 及 $(56, 25, 60)$ 。均匀划分的子带数目 $N=41$, 各子带信号为 \sin 信号, 并设各子带的功率和初相分别在 $[0.6, 1]$ 、 $[0, 2\pi]$ 间随机均匀分布。搜索步进 $\delta = 0.5^\circ$ 。每次 DOA 估计的快拍数为 1000, 采样率为信号最高频率的 12 倍。

在图 4-14 显示了一次 DOA 估计下, 两个传感器阵列的测向线所形成的交点。这些测向线对应于节点 1 和节点 2 的 DOA 估计。初始定位就是从这些交点中确定最可能的源位置。当源高度为 0 时, 初始定位结果不需要校正。但当源与传感器之间有高度差之后, 初始定位的结果会受到高度的影响而偏离真实源位置, 如图 4-15 所示的没有高度校正的初始定位结果。源的高度可以利用本

论文前述所提出的旋转不变算法进行估计，图 4-16 显示了该算法在不同信噪比下的源高度估计性能，横坐标为信噪比，单位为 dB；纵坐标高度估计偏差与真值的百分比。可见在信噪比大于 23dB 后，源高度的估计偏差已小于 4%。在图 4-17 中，横坐标为信噪比，单位为 dB；纵坐标为估计出的源位置与真值之间的偏差，单位为米。当源高度设为 60m，图 4-17 中所示的点划线为没有高度校正的源位置估计偏差，而实线为有高度校正的源定位偏差，而校正方法即利用了所提出的旋转不变算法。由图 4-15 和图 4-17 可以看出，在源有高度的情况下，经过高度校正后的源定位偏差大大减小。以节点 1 的第 1 个传感器作为参考，最近的源距离为 25.5m，最远的源距离为 60.4m，如图 4-17 所示，在 SNR 为 30dB 的情况下，经高度校正后的定位偏差与源距离的比值为 2.6%~6.3%。

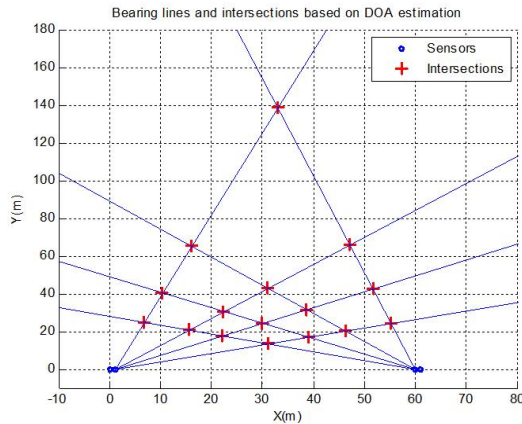


图 4-14 测向线及其交点 (SNR=15dB, 高度=0m)

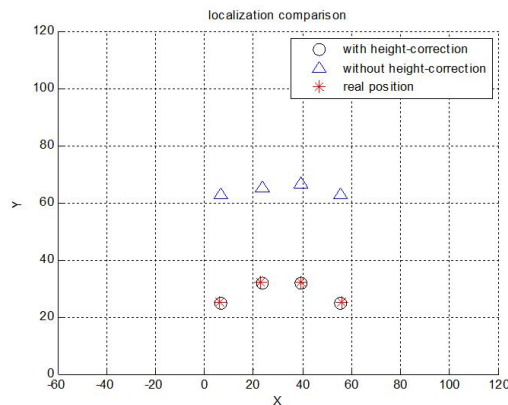


图 4-15 3D 源在 xy 平面的投影 (SNR=15dB, 高度=60m)

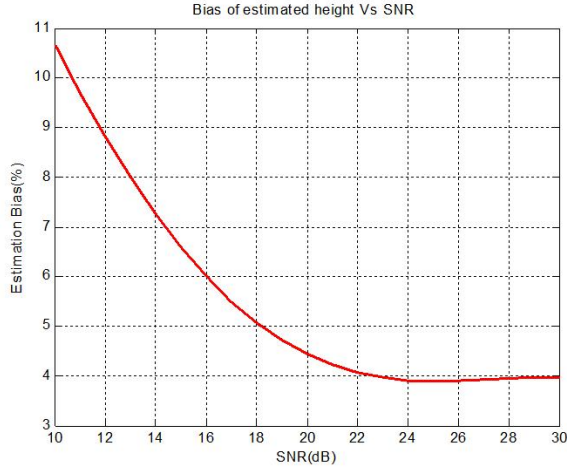


图 4 - 16 高度估计性能 vs SNR （高度=60m）

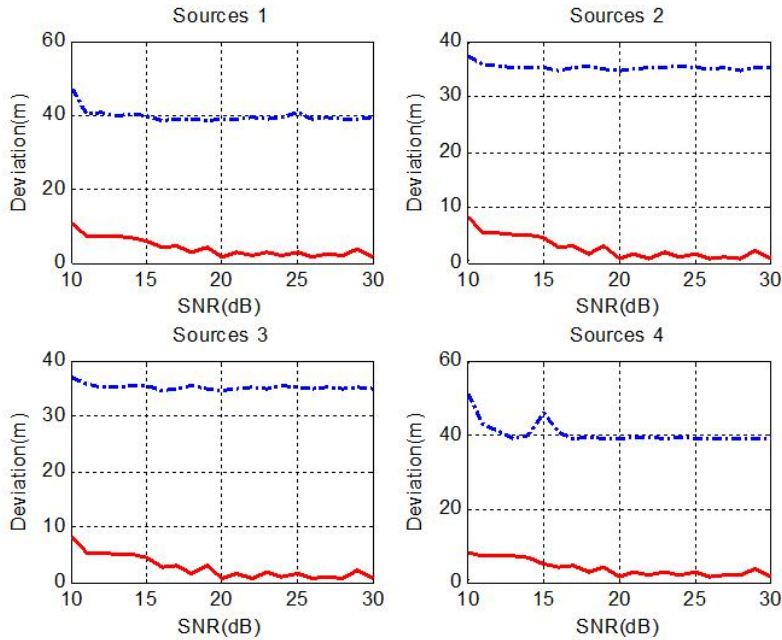


图 4 - 17 定位偏差对比（高度=60m）

4.5 基于 TDOA 的相干测向交点关联及定位算法

在前述的 4.4 节中，以源间几何先验信息为基础，提出了两种相干宽带源的定位算法。在一些应用场合，源间的几何信息可能是预先不可知的，此时就需考虑新的处理方法。本小节同样基于前述的双节点分布式传感器网络，利用源信号间的相关性，提出了一种融合 DOA 和 TDOA（Time Different Of Arrival）

的交点关联及定位算法，可以仅由双节点传感器网络，实现交点关联和相干源的定位。这里交点关联的含意是指从多个测向线交点中辨识出真实的目标源对应的交点。

4.5.1 算法原理

设 N 个宽带源信号为 $s_1(t), \dots, s_N(t)$ ，并有 $s_i(t) = \alpha_i s_1(t - \delta_i)$ ， $i = 1, \dots, N$ ，则 $s_1(t), \dots, s_N(t)$ 之间是相干的。不失一般性，对于任意 i ，可设定 $\alpha_i = 1$ 。 δ_i 为第 i 个信号与 $s_1(t)$ 之间的时延差， $\delta_1 = 0$ 。对于如图 4-7 所示的由双节点构成的分布式传感器网络，当考虑远场信号时，其中一个节点的两传感器输出信号可以分别表示为：

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \sum_{i=1}^N s_i(t - \delta_i) + n_1(t) \\ x_2(t) &= \sum_{i=1}^N s_i(t - \delta_i - \frac{d \sin \theta_i}{c}) + n_2(t) \end{aligned} \quad (4.5-1)$$

其中， θ_i 为在该节点处测得的各个源的方位角； c 为信号传播速度； d 为两个传感器之间的距离； $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 分别为两传感器输出的噪声信号，它们为高斯过程，且与信号之间不相关； δ_i 是由于不同的源到传感器 x_1 的距离所产生的时延。对两传感器输出信号做相关运算得：

$$\begin{aligned} E\{x_1(t)x_2^*(t)\} &= (\sum_{i=1}^N s_i(t - \delta_i) + n_1(t))(\sum_{i=1}^N s_i^*(t - \delta_i - \frac{d \sin \theta_i}{c}) + n_2^*(t)) \\ &= \sum_{i=1}^N s_i(t - \delta_i)(\sum_{j=1}^N s_j^*(t - \delta_j - \frac{d \sin \theta_j}{c})) \end{aligned} \quad (4.5-2)$$

根据式 (4.5-2)，可以容易地得出当以下条件满足时，会出现相关峰值：

$$\delta_i = \delta_j + \frac{d \sin \theta_j}{c}, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (4.5-3)$$

因此，相关峰值的数量为 $N \times N$ 。对于 N 个目标，在每个节点处可以得到 N 条测向线，由两个节点的测向线可以得到 $N \times N$ 个交点。而本节所提算法的目的就是从这 $N \times N$ 个交点中，确定其中 N 个交点为目标源，而其他交点则为伪交点，完成交点关联。设 $N \times N$ 个交点的集合为 \mathbf{G} ，其中的每个交点表示为 $\xi_i, i = 1, \dots, N^2$ 。本算法的主要原理：在 \mathbf{G} 中的任意 N 个交点，由于其相对某一

节点的两传感器的距离为可估计的，因此可以计算得从这 N 个位置发送的相干信号在式 (4.5-2) 中相关运算输出的相关峰值位置。共 N^2 个峰值，由各峰值的采样点位置可得到一个各峰值之间的相关时间差矢量：

$$\mathbf{T} = [t_{11} \cdots t_{1N} t_{21} \cdots t_{2N} \cdots t_{NN}]^T \quad (4.5-4)$$

矢量中的各元素可表示为：

$$t_{ij} = \frac{|d_{i1} - d_{j2}|}{c} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (4.5-5)$$

其中， d_{i1} 为第 i 个交点至第一个传感器的距离， d_{j2} 为第 j 个交点至第二个传感器的距离， c 为信号传播速度。

由式 (4.5-2) 的相关函数的前 N^2 个最大峰值所对应的时间 \hat{t}_{ij} 作为相关时间，可以得到一个相关时间向量：

$$\hat{\mathbf{T}} = [\hat{t}_{11} \cdots \hat{t}_{1N} \hat{t}_{21} \cdots \hat{t}_{2N} \cdots \hat{t}_{NN}]^T \quad (4.5-6)$$

由此，则可以构建一个优化函数，使得该函数最小的解作为源目标位置，完成交点关联：

$$\mathbf{S} = \underset{\xi_i \in \mathbf{G}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{T} - \hat{\mathbf{T}}\| \quad (4.5-7)$$

即在 N^2 个测向线交点中确定出一组交点结合，使得由该组交点作为假设目标位置计算得到的相关峰时延差矢量与观测到的时延差矢量之间的距离最小，完成了交点关联和定位，本论文将该方法命名为相关交叉点关联及定位算法 (CIAL, Correlation Intersections Associating and Localization)。

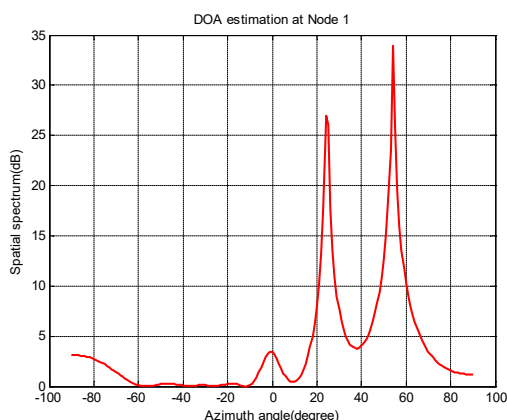
与前述 IPMA 算法类似，对于 N 个源，则有 N^2 个交点，对 N^2 交点中进行 N 组交点子集搜索，因此整个算法的复杂度为 $O(N)$ 。

4.5.2 仿真分析

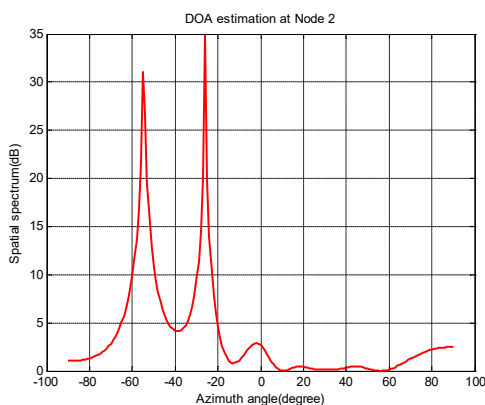
设两个源产生的入射信号分别为 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ ，其中以中心频率进行归一化后的信号频率：[0.05 1.95]，相对中心频率的带宽：190%，因此入射信号为宽带信号。此外， $s_2(t)$ 为 $s_1(t)$ 的复制，因此 2 个入射信号为相干信号。节点 1 的两个阵元位于二维 xy 平面内坐标为 (0, 0) 及 (1, 0)，节点 2 的两个阵元坐标为

(60, 0) 及 (61, 0), 因此, 可以看出每个节点的两阵元间隔为 1, 单位均为米。2 个宽带源的二维 xy 坐标分别为 (15, 32), (45, 32)。均匀划分的子带数目 $N=21$, 各子带为 \sin 信号, 并设各子带的功率和初相分别在 $[0.6, 1]$ 、 $[0, 2\pi]$ 间随机均匀分布。每次 DOA 估计的快拍数为 1000, 采样率为信号最高频率的 12 倍。

如图 4-18 所示, 横坐标为方位角, 单位为度; 纵坐标为空间谱估计结果, 单位为 dB。在节点 1 和节点 2 由于采用具有相干信号估计能力的方法, 可以在两个节点处分别测出宽带源的方位, 采用的方法为本论文第三章所提出的 PAF-MUSIC 算法。在图 4-19 中红色的 “*” 表示源, 蓝色的 “O” 表示传感器, 可见, 由 2 个源的测向线会形成 4 个测向线交点, 但其中仅有两个交点为真实目标。



(a) 节点 1 的 DOA 估计



(b) 节点 2 的 DOA 估计

图 4-18 传感器节点的 DOA 估计

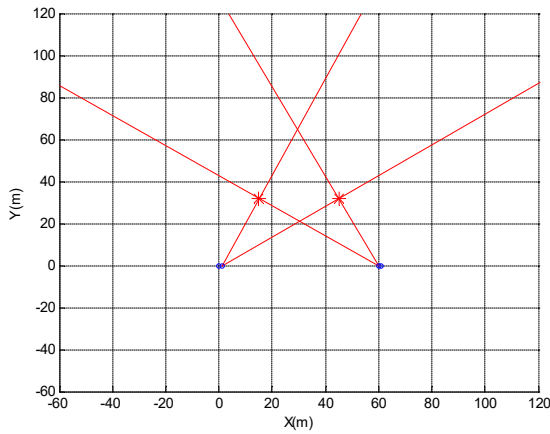


图 4 - 19 测向线及其交点

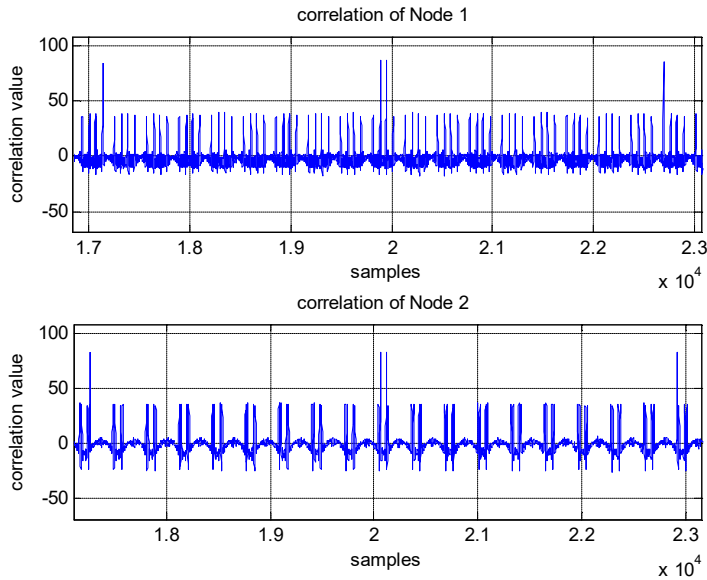


图 4 - 20 传感器节点的双传感器信号相关 (SNR=10dB)

在图 4 - 20 中的两个子图分别显示了节点 1 和节点 2 处的双传感器接收信号的相关运算结果。横坐标为与采样点对应的的时间标记，纵坐标为相关值。可见对于 2 个相干的入射宽带信号，在两个节点的信号相关操作后有 4 个比较明显的相关峰值出现。而利用本节所提出的基于 TDOA 的相干测向交点关联及定位算法即 CIAL 算法，可以将测向交点与正确的源位置进行关联，并实现目标的定位。图 4 - 21 显示了这一交点关联的成功率，横坐标为信噪比，单位为 dB；

纵坐标为相应信噪比下交点成功关联的次数与该信噪比下的总实验次数的百分比。每个 SNR 取值下进行 100 次独立的交点关联操作,可见在 SNR 到 13dB 后,交点关联即判决的交点与真实目标之间的对应成功率已大于 99%。

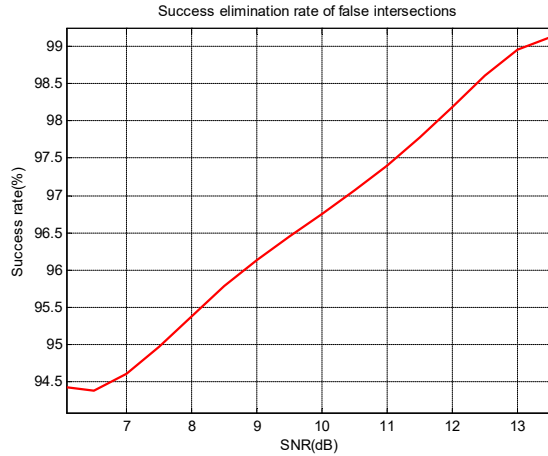


图 4 - 21 交点关联成功率

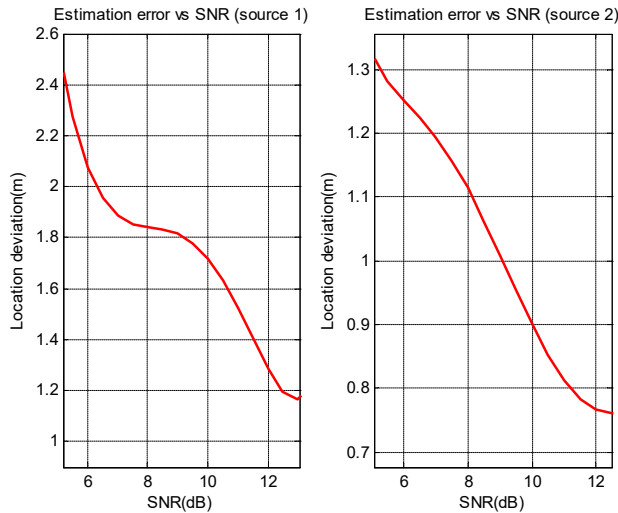


图 4 - 22 平均定位误差

图 4 - 22 所示为在前述仿真实验条件下,交点正确关联后,在不同信噪比下的平均定位误差。左边子图对应于目标源 1,右边子图对应于目标源 2,横坐标为信噪比,单位为 dB;纵坐标为估计出的源位置与真值的平均偏差,单位为米。由图中可以看出,每个信噪比下进行 100 次独立的定位实验,在信噪比为 12dB 的情况下,对于目标源 1 的定位平均误差为 1.3 米,对于目标源 2 的定位

平均误差为 0.77 米。以节点 1 的传感器 1 作为参考,它至目标源 1 的距离为 35.34 米,至目标源 2 的距离为 55.21 米,因此,对两个目标源的定位误差与它们至参考点的距离比分别为 3.7%和 1.4%。

4.6 小结

对于分布式传感器网络定位技术的研究已形成了多个分支,测向交叉定位方法基于简洁的几何原理,是其中的一个重要研究方向,也是本章研究的主要内容。在测向交叉定位方法中,信息的融合算法是重要组成部分,因此在 4.2 节和 4.3 节分别对最大似然和聚类这两类有代表性的测向交叉定位方法进行了讨论,它们采用不同的信息融合策略。最大似然估计作为一种无偏估计方法,在应用时往往要求的站点数或等效的站点数较多,同时也存在收敛到局部最大的可能,且该类方法仅能直接应用于一个源或已完成了数据关联的情况。而聚类方法为了在实际环境下得到较好的数据关联效果,所要求的站点数往往也较多。测量站点数越少,系统的复杂度及成本就越低,应用越方便。同时,考虑到实际中信号源之间可能为相干的情况,在 4.4 节提出了两个基于源间几何先验信息的相干宽带源测向定位算法,它们均基于一个双节点的分布式传感器网络,且每个节点是仅两个传感器的稀/微阵列。提出的第一个算法为模式匹配交叉定位算法 (IPMA),该算法基于模式匹配的思想,构造了一个代价函数,将基于测向线交点的源定位问题转换为求取使得该代价函数为最小的解问题。进一步,考虑到线阵对三维空间测向上的模糊性,结合源间的几何关系先验信息,根据高度对源间距离的影响,提出了第二个算法即旋转投影算法 (RPA),它是对 IPMA 算法的进一步发展,可实现对三维空间源的定位。对多个源进行测向交叉定位时,交点关联是非常重要的处理,不像 4.4 节所提出的两个算法均利用了源间几何关系的先验信息,在 4.5 节中考虑没有这些先验信息的情况下,利用信号间的相关特性,提出了一种针对相干信号源的测向线交点关联和定位的方法即相关交叉点关联与定位算法 (CIAL)。该算法构造了一个基于向量距离的最小化函数,从交点集中求得使该函数最小的交点子集作为解,即就是源对应的交点,从而实现了交点关联和定位。

在本章中,研究工作集中在测向交叉定位方法的研究。主要的工作可以概括为:典型测向交叉定位方法的讨论、提出新的基于源间几何先验信息的相干

宽带源定位方法、提出新的基于 DOA 与 TDOA 的宽带相干源定位算法。本章的研究内容还涉及到对第三章提出的宽带相干阵列扩展算法的应用。

第5章 基于稀/微阵列的宽带信号增强

5.1 引言

宽带信号增强就是对带噪或受扰信号进行处理，从而提高期望信号质量的行为。在阵列信号处理中，波束形成是典型的信号增强技术，它可以在空间特定方向相对其他方向对信号形成更高的增益，因此在干扰抑制、信号增强等方面可以发挥重要作用。在波束形成技术研究的初期，以窄带信号处理为主，但随着宽带信号在雷达、无线通信、声纳等领域的应用，此外，语音信号处理的对象本身也是宽带信号，因此宽带信号的波束形成已成为阵列信号处理的一个重要研究方向。

对于同一个阵列，如图 5-1 所示，由于物理阵列固定不变，因此宽带信号的不同频率分量所对应的阵列流形（或导向矢量）不同，从而导致了常规宽带波束形成所获得的波束响应与频率有关。

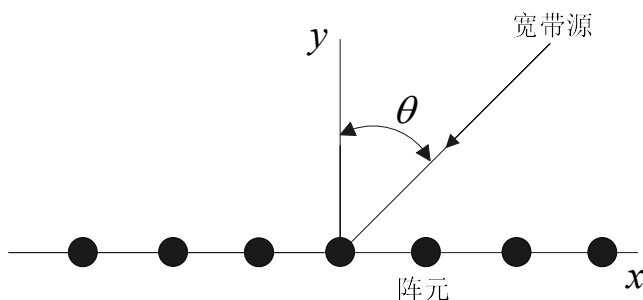


图 5-1 均匀线阵示意图

为了实现对不同频率形成相同波束，相关的算法被提出，包括空间重采样方法^[90]（简称 SR 方法）、多维傅里叶逆变换方法^[91]（简称 IFT 方法）、二阶锥规划方法^[92]（简称 SOCP 方法）等。图 5-2 所示为基于 21 个阵元的均匀线阵，不同宽带波束形成方法采用一个参考频率所形成的波束，旁瓣水平设置为 -30dB。

由图 5-2 可以看出，波束形成后可以在主瓣方向相比其他方向有更高的增益，从而可达到信号增强的目的。稀/微阵列作为一种阵列，也具备对信号进行空间选择性增强的能力，但由于稀/微阵列的阵元数较少，因此在信号增强方面面临更大的挑战。

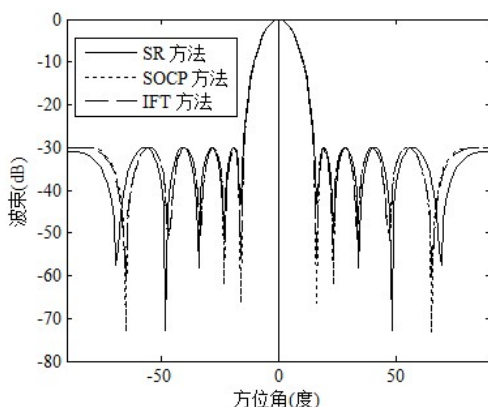


图 5-2 不同宽带波束形成方法所形成的波束

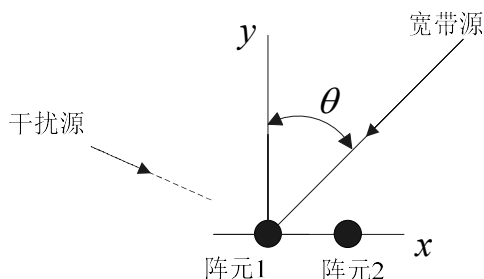


图 5-3 两阵元稀/微阵列示意图

如图 5-3 所示的两阵元稀/微阵列，由于阵列数较少，无法采用常用的较复杂的宽带波束形成方法，因此为了在期望信号方向上形成信号的增强效果，往往要求信号在两阵元间的时延或源位置作为重要的输入参量^[94, 99]，再采用相应的增强算法进行处理。而这种时延或位置估计在复杂的噪声或干扰条件下是较难获得的，尤其是在噪声或干扰信号与期望信号相干时，这些估计就更为困难。同时，由于阵元数较少，信号的增强处理方法也需考虑这种少阵元的特性。本章将针对双阵元的稀/微阵列条件下，讨论在 DOA 引导下的语音信号接收增强及无线信号发射增强的相关内容。

5.2 DOA 引导下的语音信号增强方法

语音信号增强在移动通信、听力辅助、语音识别等领域有着广泛的应用。而在体积、功耗等受限的条件下，双麦克风组成的稀/微阵列是一种较好的语音增强解决方案。一阶差分麦克风阵列 FDM (First-order Differential Microphone) 技术^[97]和 ANF (Adaptive Null Forming) 技术^[98]都是基于双麦克风的结构，这

两类算法均需采用自适应算法，涉及到信号收敛的问题，因此在信号收敛期间会影响信号的增强效果。文献[132]提出了一种 FDM-SS 算法，其主要特点是将一阶差分麦克风阵列与单通道的谱减法相结合，可以改善 FDM 技术和 ANF 技术在收敛期间的增强效果恶化问题。但由于继承了一阶差分麦克风最大增益在端线上（即阵元间连线的方向）的特性，因此 FDM-SS 算法的最大增益方向也是不可调节的。本论文提出了一种波达方向引导下的麦克风语音信号增强方法 SS-DG（Spectral Subtraction-DOA Guiding），该方法基于一个双麦克风阵列，将 DOA 估计与谱减法相结合，其主要特点是可以实时地对期望信号源及干扰噪声源进行方位的估计，即使它们是相干的，并根据方位信息对语音信号进行频率谱上的信号增强，具备类似于 FDM-SS 算法的频域快速计算特点，但又不受其最大增益方向只在端线上的限制。

5.2.1 双通道信号模型

在双麦克风组成的阵列中，各麦克风接收到的信号可表示为：

$$x_1(t) = s(t) * h_1(t) + n_1(t) \quad (5.2-1)$$

$$x_2(t) = s(t) * h_2(t) + n_2(t) \quad (5.2-2)$$

其中，“*”表示卷积， $s(t)$ 为期望语音信号， $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 分别为声源到达第一个和第二个麦克风的冲激响应， $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别为两麦克风接收到的带噪语音信号， $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 分别为两个麦克风接收到的噪声。图 5-4 是声源到达双麦克风阵列的模型示意，考虑声源距麦克风阵的距离远大于两个麦克风之间的距离，因此声源信号可视为远场信号。

在不考虑声学反射的条件下，式（5.2-1）和式（5.2-2）两式可简化为：

$$x_1(t) = s(t) + n_1(t) \quad (5.2-3)$$

$$x_2(t) = s(t + \tau) + n_2(t) \quad (5.2-4)$$

其中， τ 为声源到达两麦克风的时间差，由图 5-4 可知 $\tau = d \sin \theta / c$ ， c 为声速， θ 为期望语音方向。

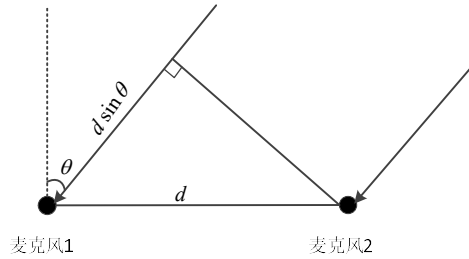


图 5-4 双麦克风阵列模型图

5.2.2 语音增强方法描述

本论文所提的 SS-DG 语音信号增强方法主要由双通道 DOA 估计、语音端点检测及频域信号增强构成，具体的处理流程如图 5-5 所示。

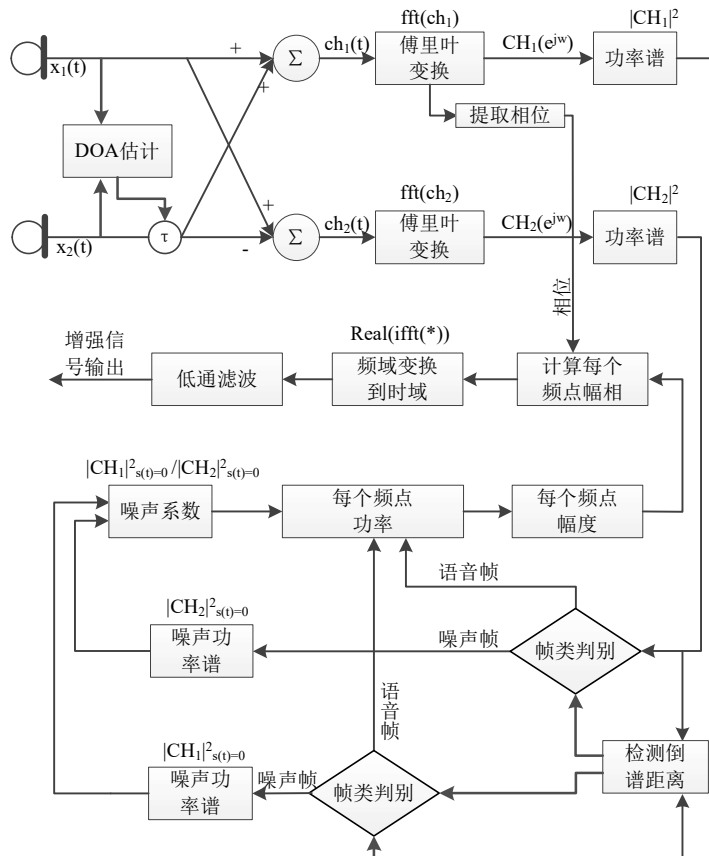


图 5-5 SS-DG 语音增强方法处理流程图

在双麦克风的输入信号中既有期望的语音信号，也有噪声或干扰信号，考虑方向性的噪声或干扰信号，以及这些信号与期望信号之间的相关性，因此具

备相干信号估计能力的 DOA 算法对后续的处理是有益的。因此，在 SS-DG 语音增强方法中采用本论文 3.5 节所提出的 PAF-MUSIC 算法作为 DOA 估计的处理方法。

借鉴文献[132]，下面将对图 5-5 的处理过程进行推导。如图 5-5 所示，信号 DOA 估计后，可由方位计算得到时延 τ ，经延时处理后分别作加、减运算，得到的语音通道和噪声通道的输出为：

$$ch_1(t) = x_1(t) + x_2(t - \tau) = 2s(t) + n_1(t) + n_2(t - \tau) \quad (5.2-5)$$

$$ch_2(t) = x_1(t) - x_2(t - \tau) = n_1(t) - n_2(t - \tau) \quad (5.2-6)$$

由于经 DOA 估计后得到的时延 τ 可以使得两路麦克风通道的信号对齐（调整其中一路的时延），因此 $ch_1(t)$ 中包括了期望信号和噪声，称为语音通道，而 $ch_2(t)$ 中仅有噪声，称为噪声通道。分别对 $ch_1(t)$ 和 $ch_2(t)$ 进行傅里叶变换，可得：

$$CH_1(e^{j\omega}) = 2S(e^{j\omega}) + N_1(e^{j\omega}) + N_2(e^{j\omega})e^{-j\omega\tau} \quad (5.2-7)$$

$$CH_2(e^{j\omega}) = N_1(e^{j\omega}) - N_2(e^{j\omega})e^{-j\omega\tau} \quad (5.2-8)$$

其中 $CH_1(e^{j\omega})$ ， $CH_2(e^{j\omega})$ ， $S(e^{j\omega})$ ， $N_1(e^{j\omega})$ 和 $N_2(e^{j\omega})$ 分别对应时域信号 $ch_1(t)$ ， $ch_2(t)$ ， $s(t)$ ， $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 的傅里叶变换，为表示方便，在后面的运算中将省去 $e^{j\omega}$ 。

计算 CH_1 和 CH_2 的功率谱，得：

$$|CH_1|^2 = 4|S|^2 + |N_1|^2 + |N_2|^2 + 4\text{Re}(SN_1^*) + 4\text{Re}(SN_2^*) + 2\text{Re}(N_1N_2^*) \quad (5.2-9)$$

$$|CH_2|^2 = |N_1|^2 + |N_2|^2 - 2\text{Re}(N_1N_2^*) \quad (5.2-10)$$

对每一帧信号（约 10~20ms）的功率谱密度作统计平均，并考虑期望语音和噪声信号不相关，得：

$$E[SN_1^*] = 0, E[SN_2^*] = 0 \quad (5.2-11)$$

同时，对于方向性噪声（为方便讨论，假设只有一个方向性噪声源），两麦克风接收到的噪声信号分别表示为：

$$N_1 = N \quad (5.2-12)$$

$$N_2 = N e^{-j\omega\tau_2} \quad (5.2-13)$$

其中, N 为噪声源功率谱密度, τ_2 为噪声到达两个麦克风的时间差。

由式 (5.2-9) 和式 (5.2-13) 可得两个通道中每帧信号的平均功率谱密度分别为:

$$\begin{aligned} E[|CH_1|^2] &= 4E[|S|^2] + E[|N_1|^2] + E[|N_2|^2] + 2E[\operatorname{Re}(N_1 N_2^*)] \\ &= 4E[|S|^2] + 2E[|N|^2] + 2\cos(\omega\tau_2)E[|N|^2] \\ &= 4E[|S|^2] + 2[1 + \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \end{aligned} \quad (5.2-14)$$

$$\begin{aligned} E[|CH_2|^2] &= E[|N_1|^2] + E[|N_2|^2] - 2E[\operatorname{Re}(N_1 N_2^*)] \\ &= 2E[|N|^2] - 2\cos(\omega\tau_2)E[|N|^2] \\ &= 2[1 - \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \end{aligned} \quad (5.2-15)$$

由通道 1 的平均功率谱密度可知, 其每帧数据的功率谱既包括期望语音也包括噪声, 而通道 2 中每帧数据的功率谱只包括噪声。为估计语音通道中方向性噪声的功率谱大小, 可以在没有期望语音的情况下计算两个通道的平均功率谱密度, 这时, 两个通道中均无期望语音, 得:

$$E[|CH_1|^2] \Big|_{s(t)=0} = 2[1 + \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \Big|_{s(t)=0} \quad (5.2-16)$$

$$E[|CH_2|^2] \Big|_{s(t)=0} = 2[1 - \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \Big|_{s(t)=0} \quad (5.2-17)$$

其中, $s(t)$ 为期望语音信号。利用单通道谱减法原理, 在期望语音 $s(t)=0$ 的情况下计算出掩蔽系数 α :

$$\alpha = \frac{E[|CH_1|^2] \Big|_{s(t)=0}}{E[|CH_2|^2] \Big|_{s(t)=0}} = \frac{2[1 + \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \Big|_{s(t)=0}}{2[1 - \cos(\omega\tau_2)]E[|N|^2] \Big|_{s(t)=0}} \quad (5.2-18)$$

可以看出, 掩蔽系数 α 与噪声的方向相关。由此, 每帧数据的期望语音功率谱密度可由下式得到:

$$|\hat{S}| = \frac{\left| |CH_1|^2 - \alpha |CH_2|^2 \right|^{0.5}}{2} = \frac{\left| |CH_1|^2 - \frac{E[|CH_1|^2]_{|s(t)=0}}{E[|CH_2|^2]_{|s(t)=0}} |CH_2|^2 \right|^{0.5}}{2} \quad (5.2-19)$$

从式 (5.2-19) 可以看出, 要得到每帧数据的期望语音, 就必须求得每帧数据的实时功率谱密度和掩蔽系数。在得到期望语音的功率谱后, 利用语音信号对相位的不敏感性, 将已保存的相位 (已在对语音通道傅里叶变换后即进行了提取) 插入估计的期望语音幅度谱中, 然后进行逆傅里叶变换和低通滤波, 最后可得到期望语音信号。

为了能尽量实时地得到带有方向信息的掩蔽系数 α , 就必须知道每帧数据中噪声的起始点, 也即检测出语音段。在本方法中, 使用基于倒谱距离的语音端点检测算法, 相关方法也可参见文献[133], 在此不作为重点讨论。

综上所述, 本论文所提的 SS-DG 方法的处理步骤:

- (1) 对两路麦克风进行倒谱计算, 并以此作为语音端点的检测量;
- (2) 如果输入为语音信号, 进行 DOA 估计;
- (3) 根据 DOA 估计结果, 确定期望信号方向, 并对其中一路信号作延时, 使得两路信号在时域上对齐;
- (4) 两路信号分别作加和减运算, 加运算产生语音通道信号, 减运算产生噪声通道信号, 分别对应于 $ch_1(t)$ 和 $ch_2(t)$;
- (5) 对 $ch_1(t)$ 和 $ch_2(t)$ 作傅里叶变换, 可得到这两个通道的功率谱, 同时提取和保存语音通道信号的相位;
- (6) 根据噪声段计算两个通道的噪声指向系数, 再根据两个通道的功率谱和噪声指向系数计算语音的功率谱, 就是从语音通道的功率谱中按一定比例减去噪声通道的功率谱;
- (7) 对语音通道信号开根求幅度并插入预先提取的相位, 进行反傅里叶变换, 经低通滤波后输出增强后的语音信号。

由于所提方法将谱减法与 DOA 估计相结合, 并由 DOA 估计结果对信号的增强方向进行引导, 因此将该方法命名为 SS-DG (Spectral Subtraction-DOA Guiding)。相比单通道的谱减法, 本节所提的 SS-DG 算法主要增加的计算量在于一个双通道的 DOA 估计, 这个新增的 DOA 估计的具体计算内容已在前述章

节进行了描述，在此不再赘述。

5.2.3 仿真及实验

5.2.3.1 语音信号的 DOA 仿真分析

仿真条件：入射信号为两语音信号，该两语音信号由两麦克风对一个声源采集得到，将该两路采集得到的语音信号作为两个入射信号源，因此入射信号之间是强相关的，其中一个可认为是干扰源。两语音信号的入射角分别设置为 20 度和 60 度，考虑为远场，信噪比设置为 20dB，两阵元间隔为 0.3m。

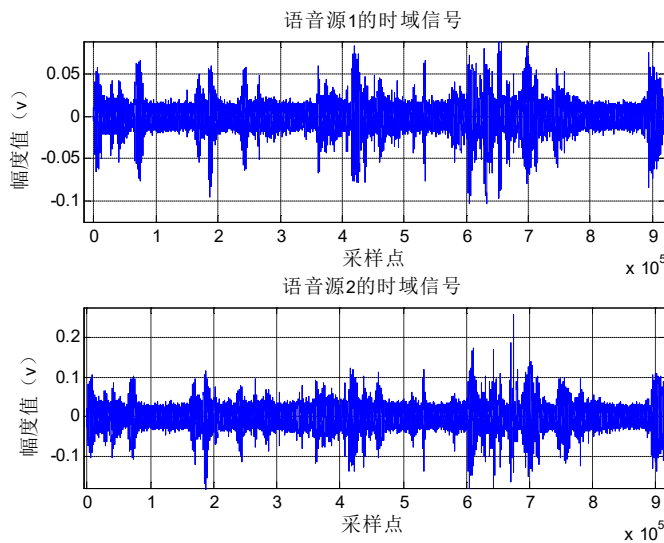


图 5-6 两路强相关入射信号的时域图

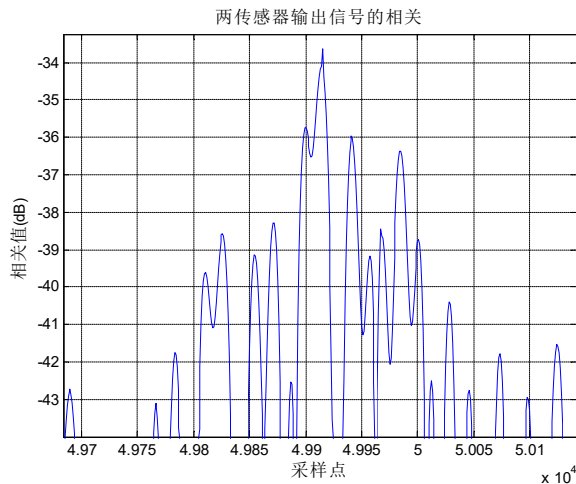


图 5-7 时域相关方法的相关值

图 5-6 所示的两路入射信号的时域波形可以看出, 由于仿真分析采用同一个声源的采集信号作为两路入射信号, 因此该两入射语音信号是强相关的。图 5-7 所示为对阵元 1 和阵元 2 接收到的信号进行时域相关的结果, 横坐标为与采样点对应的的时间标记, 纵坐标为相关值。相关操作样点数为 50000 点, 相关法是信号时延估计的典型方法, 但如图中所示, 由于两个信号强相关, 因此无法得到对应于两路信号时延差的清晰相关峰值。

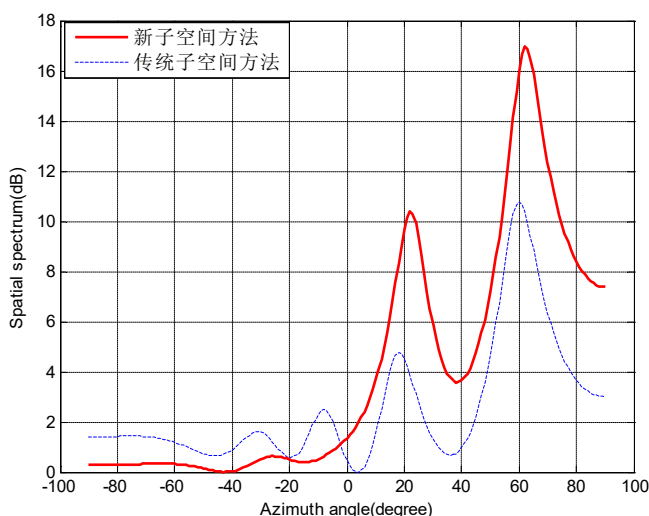


图 5-8 PAF 子空间及传统子空间对语音信号的空间谱估计

图 5-8 所示为本论文所提的 PAF-MUSIC 对两路强相关语音信号进行 DOA 估计的结果, 横坐标为方位角, 单位为度; 纵坐标为空间谱估计结果, 单位为 dB。子带数设置为 41 个, 采样率为 48kHz。可见相比传统 MUSIC 子空间方法, 所采用的 PAF-MUSIC 算法可以更清晰地得到两路语音信号的波达方向, 而没有明显的虚假峰出现, 也验证了本论文所提的 PAF-MUSIC 算法对于强相关的语音信号的适应性。

图 5-9 为双阵元的 FDM 方法^[97]所形成的波束增强方向图的情况, 而 FDM-SS 算法^[132]也有与之相似的增强特性。可见信号增强的最大方向在两阵元的连线方向, 因此在应用上会限制期望信号源相对阵列的方位。

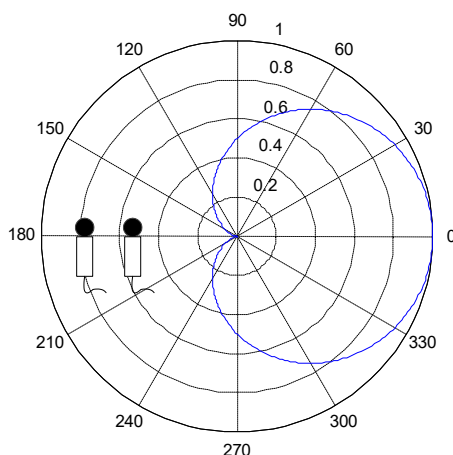


图 5 - 9 双阵元的 FDM 方法所形成的波束方向图

5.2.3.2 语音信号的增强分析

语音信号的增强分析采用实际采集的数据进行，实验环境为宽阔场地，两麦克风间距 0.3m，测试人员距离麦克风连线的中点 5m。图 5 - 10 是期望声源和宽带白噪声分别在 30 度和-30 度时，原始信号和增强后的结果，原始信号为一路麦克风采集的实际信号，图中的方框线框住的部分为语音。从图 5 - 10 中可以看出，所提增强方法对白噪声有较强的抑制能力。由于采用实际麦克风阵列数据来对所提方法进行分析，本论文使用了主观评价方法中的 MOS 测试法。方法如下：选取 10 名测试人员分别试听增强前和增强后的语音，按照从 1 分到 5 分的数值对语音进行打分，然后综合 10 位测试人员的打分结果得出平均分。经测试，增强前的语音信号得分为 1.8 分，增强后的语音信号得分为 3.7 分。

图 5 - 11 是对两路语音信号同时入射时的增强效果对比。其中，期望声源方位为-30 度方向，干扰声源方位为 20 度方向，方框线框住的部分为期望语音。第一个子图为增强之前期望语音与干扰语音叠加在一起的原始信号时域图，第二个子图是增强之后的期望语音信号的时域图。由于语音源信号之间的频谱是重叠的，因此干扰信号与期望信号之间是相关的。从图中可以看出，方向性的干扰语音信号明显得到了抑制。

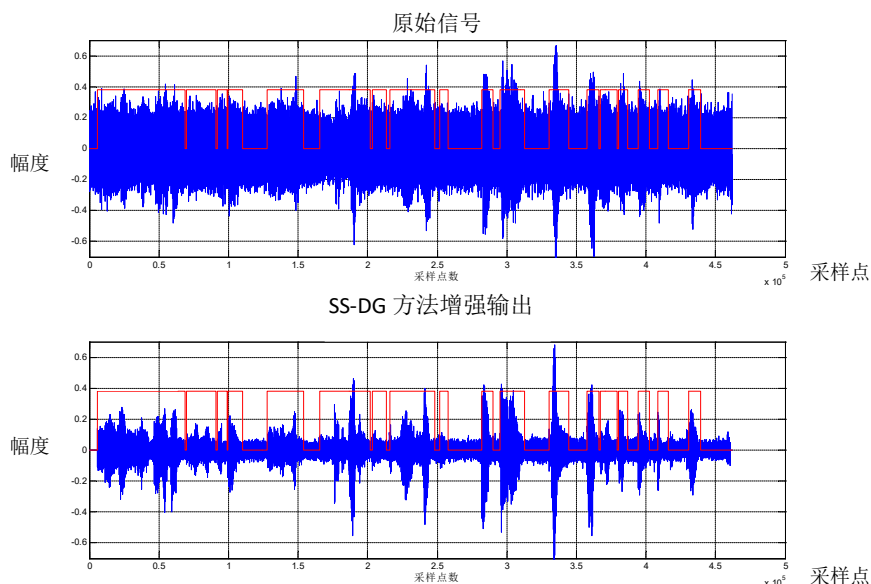


图 5 - 10 噪声源为白噪声时的增强结果

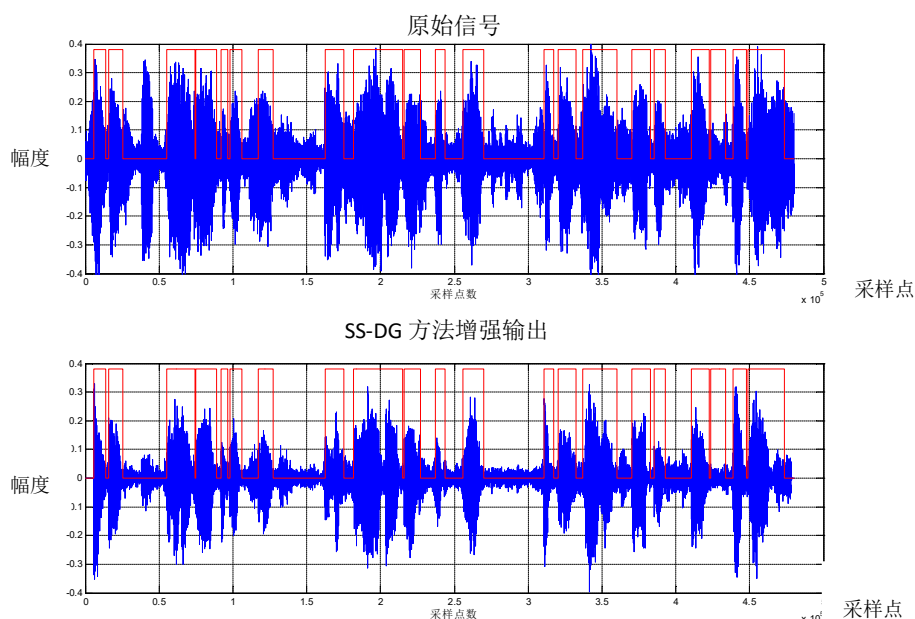


图 5 - 11 干扰源为语音时的增强结果

5.3 基于 DOA 的空间信息聚焦策略

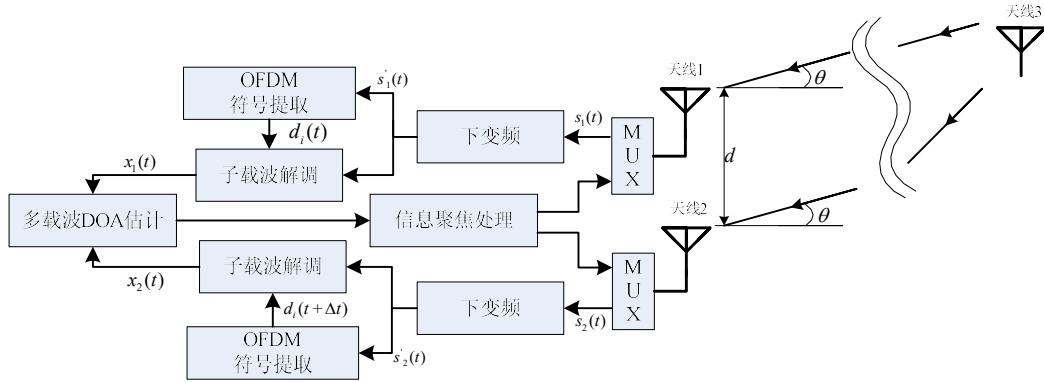
MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 技术在最近十年得到了广泛的关注，并已成功应用于 4G 无线通信、雷达等领域。而 MISO (Multiple-Input Single-Output) 体制由于在中心站侧应用多天线，仅要求终端设备具备单天线，

有利于终端的小型化和便携化，因此 MISO 体制在移动通信领域得到了广泛的研究。基于多天线的波束形成技术可以实现能量的空间聚焦，从而具有提高信噪比、抑制干扰等优点，因此在 MISO 的下行传输体制中，得到了较多研究者的关注。在已有的 MISO 传输策略，往往要求的发射天线数较多，在文献[134-136]中，至少要求四个发射天线；在文献[135, 137, 138]的分析中，则还考虑了 8 个发射天线的情况；在文献[139]中则要求发射天线数不得低于用户数。为了实现信息的空间聚焦（即信息仅在空间某些方位才能解析出来），在文献[104]中假设要进行空间聚焦的方位信息是已知的，且以智能环境中位置隐私保护为应用背景，要求该聚焦方位是固定不变的，但在移动应用中，往往用户是移动的，此时就要求能实时对用户方位进行估计。而用较少的天线实现对用户的方位估计是较困难的，尤其是同时有多个宽带信号用户的情况，且当这些用户信号是相干时就更加困难。

本论文提出了一种适用于 2×1 MISO 系统的传输策略，包括上行和下行。着重于解决如何在 2×1 MISO 系统对移动用户的下行信息聚焦问题。上行（用户至中心站）采用 OFDM（Orthogonal Frequency Division Multiplexing）体制，下行（中心站至用户）采用 UWB（Ultra Wide Band）脉冲传输体制。在中心站侧仅需两个收发天线，在终端侧（即用户侧）仅需一个收发天线，所提策略可支持中心站针对多个移动用户的信息聚焦发送，也可以认为是对信号的增强。

5.3.1 上行 OFDM 信号的波达方向估计

OFDM（Orthogonal Frequency Division Multiplexing）体制由于具备良好的抗多径衰落、抗信道频率选择性衰落等优点，在 LTE、IEEE 802.11、IEEE 802.16 等标准中已广泛采用。在本论文考虑的 2×1 MISO 系统中，设终端至中心站的上行传输采用 OFDM 体制，拓展第三章所提出的 PAF-MUSIC 算法的应用，可在中心站侧仅配置两个接收天线就可实现对多个上行 OFDM 信号的波达方向估计，即使这些信号是相干的。


 图 5-12 2×1 MISO 系统示意图

如图 5-12 所示为 2×1 MISO 系统的结构示意图, 先考虑一个发射源的情况。设天线 3 为终端天线, 它的 OFDM 发射信号可到达中心站天线 1 和天线 2, 且为远场信号, 则由天线 1 和天线 2 组成了一个两阵元的稀/微线阵, 入射角为 θ , 天线 1 和天线 2 的接收信号可分别表示为:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} d_i(t) e^{j2\pi(\frac{i}{T} + f_c - \frac{N_s+1}{2T})t} \\ s_2(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} d_i(t + \Delta t) e^{j2\pi(\frac{i}{T} + f_c - \frac{N_s+1}{2T})(t + \Delta t)} \end{aligned} \quad (5.7-1)$$

其中, $d_i(t)$ 为调制在第 i 个子载波上的复符号; N_s 为子载波数; Δt 为由于传播路径的差异, 到达天线 2 的信号相对到达天线 1 信号的时延, 与 θ 有关; T 为 OFDM 符号周期; f_c 为射频载波频率, 位于总工作带宽中心。对于 OFDM 信号的描述也可参考文献[140]。经下变频去除载波频率后, 得到的两个信号 $s'_1(t)$ 和 $s'_2(t)$ 分别为:

$$\begin{aligned} s'_1(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} d_i(t) e^{j2\pi\frac{i}{T}t} \\ s'_2(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} d_i(t + \Delta t) e^{j2\pi\frac{i}{T}(t + \Delta t)} \end{aligned} \quad (5.7-2)$$

假设在中心站侧对 OFDM 信号已准确地进行了频率和定时同步, 则如图 5-12 所示的两个 OFDM 符号提取模块可以提取和恢复得到各子载波上的调制信号 $d_i(t)$ 和 $d_i(t + \Delta t)$, 以接收到的各子载波信号除以各自的调制信号可去调制, 则经去调制后的输出信号可表示为:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} \frac{d_i(t)}{d_i(t)} e^{j2\pi \frac{i}{T}t} = \sum_{i=1}^{N_s} e^{j2\pi \frac{i}{T}t} \\
 x_2(t) &= \sum_{i=1}^{N_s} \frac{d_i(t+\Delta t)}{d_i(t+\Delta t)} e^{j2\pi \frac{i}{T}(t+\Delta t)} = \sum_{i=1}^{N_s} e^{j2\pi \frac{i}{T}(t+\Delta t)}
 \end{aligned} \tag{5.7-3}$$

由此得到了各子载波的残留载波信号，对式 (5.7-3) 的载波信号进行 DOA 估计是较容易的，这里不着重讨论，下面着重讨论有多个用户的上行 OFDM 信号的情况。对中心站侧来讲，当不同用户分配不同的上行频率时，不同用户的上行信号可以同时发射，此时的 OFDM 信号之间是不相关的，对于不相关信号的 DOA 估计相对也是较简单的。当工作频率由多个用户共享时，且系统中有随机接入等公共控制信道时，多个用户可能同时在同一频率段内发射信号。如图 5-13 所示，在上行的一段时隙设计了 DOA 控制符号 (DOA control symbols)。在该 DOA 控制符号时隙内各用户可以同时同频发送信号，而发送符号可以为全 0 或其他无调制信号，这样在中心站侧则可省却去调制的过程。但如此不同用户的 DOA 控制符号就为相干的，下面将着重考虑这种较难处理的情况。

设系统中有 K 个上行 OFDM 用户信号，有专门的 DOA 控制符号，各用户可以在该符号周期内在相同频率发送一段无调制信号，如图 5-13 所示。又设 $x_{1k}(t)$ 和 $x_{2k}(t)$ 分别为天线 1 和天线 2 接收到的第 k 个用户的 DOA 控制符号信号， $k=1,2,\dots,K$ ，则天线 1 和天线 2 的输出信号可写为：

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \sum_{k=1}^K x_{1k}(t) + n_1(t) \\
 x_2 &= \sum_{k=1}^K x_{2k}(t) + n_2(t)
 \end{aligned} \tag{5.7-4}$$

其中， $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 分别为天线 1 和天线 2 接收通道的输出噪声，设为高斯白噪声，且与信号不相关。对式 (5.7-4) 进行傅利叶变换后，其频域表达式为：

$$\begin{aligned}
 X_1(f) &= \sum_{i=1}^L \beta_i x_i(f) + N_1(f) \\
 X_2(f) &= \sum_{i=1}^L \beta_i x_i(f) e^{j\phi_i(f, \theta_i)} + N_2(f)
 \end{aligned} \tag{5.7-5}$$

其中， $x_i(f)$ 是参考的用户入射信号，在考虑多入射信号间相干时， $\beta_i = \rho_i e^{j\Delta\phi_i}$ 为 $x_i(f)$ 相对于 $x_1(f)$ 的幅度衰减系数和相位差（不失一般性，设 $\rho_i = 1$ ， $\Delta\phi_i = 0$ ）。

$\varphi_i(f, \theta_i)$ 是第 i 个用户信号的相位差。 $N_1(f)$ 和 $N_2(f)$ 为噪声。

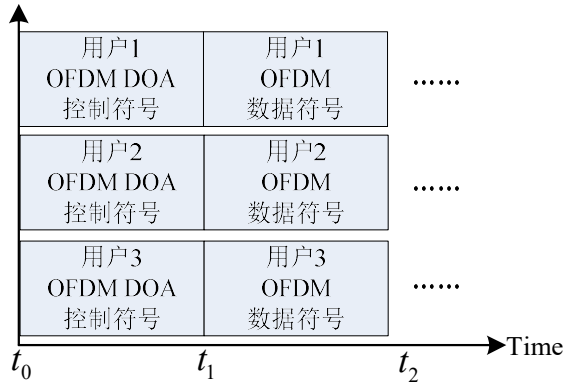


图 5 - 13 多用户同频同时共享 DOA 估计控制信道的示意图

假设上行的 DOA 控制符号有 $2M+1$ 个 OFDM 子载波，它在频域的描述可以用 DTFT (Discrete-time Fourier Transform) 获得。相位差可以表示为：

$$\begin{aligned}\varphi_i(f_m, \theta_i) &= \frac{2\pi d(f_0 + m \cdot \Delta f) \sin \theta_i}{c} \\ &= 2\pi \left(\frac{d_0 + m \cdot d_\Delta}{c} \right) \sin \theta_i\end{aligned}\quad (5.7-6)$$

$$m = -M, -(M-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, M-1, M$$

其中， f_m 是第 m 个 OFDM 子载波的频率； f_0 是 OFDM 信号的中心频率，即 $m=0$ ； d 是天线 1 和天线 2 之间的距离； $\Delta f = f_m - f_{m-1}$ 是两个邻近子载波之间的频率差； θ_i 是第 i 个用户的 OFDM 信号入射角； c 为信号传播速率； $d_0 = d \cdot f_0$ 是一个参考距离， $d_\Delta = d \cdot \Delta f$ 。

至此，由式 (5.7-5) 和式 (5.7-6) 可以看出，它与第三章的式 (3.5-1) 和式 (3.5-2) 是一致的，因此在对 OFDM 信号进行预处理后，第三章所提出的 PAF-MUSIC 算法可以得到应用，从而得到多个 OFDM 上行的相干用户信号的 DOA 估计。在此要特别说明的是：式 (5.7-3) 所示的两天线接收信号的时延差 Δt 要求在采样时能够区分，这就对采样频率和天线间距提出了要求。由式 (5.7-3) 中也可以看出只要两天线间隔不大于子带间隔频率 $1/T$ 的对应波长的一半，就不会出现 DOA 估计模糊。

5.3.2 下行空间信息聚焦策略

在本论文所考虑的 2×1 MISO 系统的下行传输中, 借鉴文献[104]所提的方法, 下行链路采用 UWB 传输, 但与之对固定方位聚焦不同, 本论文融合了前述所提的上行 OFDM 信号的双天线 DOA 估计方法, 利用了实时的多用户的方位信息, 从而在下行发送中支持对多个移动用户的信息聚焦。而信息聚焦是指信号在空间上的某些位置能通过所约定好的传输策略(如本节所采用的二次发送策略), 可以使得信号得到增强, 因此通过简单的如包络检测等方法解析出相关的信息, 而在其他位置由于根据传输策略, 信号无法得到增强, 因此不能解析出信息, 从而实现了信息的聚焦发送。

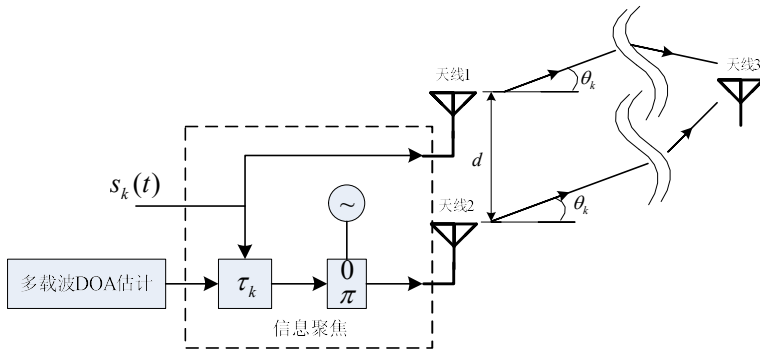


图 5-14 2×1 MISO 系统的空间信息聚焦示意图

图 5-14 为 2×1 MISO 系统下行信息聚焦策略的远场场景下的结构示意图, θ_k 为第 k 个移动用户相对中心站天线阵的方位角。根据文献[141]的定义, 空间能量谱可表示为:

$$E(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} |y(t, \theta)|^2 dt \quad (5.7-7)$$

其中, θ 为相对发射天线阵法线的空间方位角, 取值 $-\pi \sim +\pi$; 我们希望得到的结果为 $E(\theta)$ 在用户的方位, 如图 5-14 所示的 θ_k , 有较高的值, 而在其他方位上空间能量谱值较低, 从而实现空间上能量的聚焦, 进而实现信息的空间聚焦。 $y(t, \theta)$ 为接收端在方位角 θ 上接收到的基带信号, 可表示为:

$$y(t, \theta) = h_1 \otimes s(t) + h_2 \otimes e^{j\omega_c \tau} s(t - \tau) \quad (5.7-8)$$

其中, \otimes 表示卷积乘操作, h_1 和 h_2 分别为接收天线(天线 3)和发射天线(天线 1 和天线 2)之间的信道冲击响应。在天线 1 发射的基带信号为 $s(t)$, 在天线

2 发射的基带信号为 $e^{j\omega_c \tau} s(t - \tau)$ 。 $s(t)$ 为赖奎斯特脉冲信号。 ω_c 表示载波频率， $\tau = d / c \sin \theta$ 为由于方位角引入的传输时延差。信道被简化为仅为可视，则信道冲击响应可以表示为^[142]：

$$\begin{aligned} h_1 &= e^{j\omega_c \tau_1} \delta(t - \tau_1) \\ h_2 &= e^{j\omega_c \tau_2} \delta(t - \tau_2) \end{aligned} \quad (5.7-9)$$

其中， τ_1 为从发射天线 1 到接收端的传输时延； τ_2 为从发射天线 2 到接收端的传输时延。根据文献[104]所提出的策略，一次信息传输分为两次发射，第一次发射时，信号 $s(t)$ 从天线 1 发射， $s(t)$ 经时延 τ 后由天线 2 发射；第二次发射时，发射信号 $s(t)$ 依然从天线 1 发射，而天线 2 的发射信号为 $s(t)$ 经时延 τ ，再经载波相移 π 后再发射。则两次发射的信号可分别表示为^[104]：

$$\begin{aligned} y_0(t, \theta) &= e^{j\omega_c \tau_1} \delta(t - \tau_1) \otimes s(t) + e^{j\omega_c \tau} e^{j\omega_c \tau_2} \delta(t - \tau_2) \otimes e^{j\omega_c \tau} s(t - \tau) \\ y_\pi(t, \theta) &= e^{j\omega_c \tau_1} \delta(t - \tau_1) \otimes s(t) - e^{j\omega_c \tau} e^{j\omega_c \tau_2} \delta(t - \tau_2) \otimes e^{j\omega_c \tau} s(t - \tau) \end{aligned} \quad (5.7-10)$$

在接收端对式（5.7-10）进行重新的组合后，可以得到空间能量谱或等效的波束形成的表达：

$$BP_{equ}(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} |y_0(t, \theta)|^2 - |y_\pi(t, \theta)|^2 dt \quad (5.7-11)$$

对（5.7-11）进行二次式展开，可以得到以下的式子：

$$BP_{equ}(\theta) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\omega_c \Delta \tau) s(t - \tau_1) s(t - \tau - \tau_2) dt \quad (5.7-12)$$

其中， $\Delta \tau = \tau + \tau_2 - \tau_1 = d / c (\sin \theta + \sin \theta_k)$ 。 θ_k 为前节所提的对上行 OFDM 信号进行 DOA 估计所获得的移动用户方位，则可在第 k 个移动用户的方位上形成较高增益的信号能量，从而实现了对该移动用户的信息聚焦。

相比前述的原文献所提的下行信息聚焦方法，本节所提的算法主要增加的计算量在于一个双天线的 OFDM 信号的 DOA 估计，这个新增的 DOA 估计的具体计算内容也已在前述第三章进行了描述，在此也不再赘述。

5.3.3 仿真分析

假设 $s_1(t)$ ， $s_2(t)$ 和 $s_3(t)$ 是来自于 3 个处于不同空间位置的用户的 OFDM 信号。信号归一化后的相对于中心频率 f_0 的谱范围为 $[0.05, 1.95]$ ，即相对带宽为

190%。 $s_2(t)$ 和 $s_3(t)$ 是 $s_1(t)$ 的复制, 因此这 3 个 OFDM 信号是相干的。OFDM 的子载波数目设为 63。子载波为 \sin 信号, 初相均为零, 用户入射的每个子载波的功率在 $[0.6, 1]$ 上服从均匀分布。阵元间隔取子带间隔频率所对应波长的一半。DOA 估计的快拍数为 1000, 采样频率 10 倍于 OFDM 基带信号的最高频率。

图 5-15 中, 横坐标为方位角, 单位为度; 纵坐标为空间谱估计结果, 单位为 dB。图中显示, 在中心站侧对于相同的协方差矩阵, 采用本论文所提出的 PAF-MUSIC 算法可以正确地估计出多个相干的上行 OFDM 信号的入射角, 且相比传统 EVD 分解得到的噪声子空间方法有更好的分辨力。

假设从中心站侧发射的 UWB 信号为 Nyquist 脉冲, 带宽 7.5GHz, 中心频率 6.85GHz。聚焦方位角设为 0° 。如图 5-16 所示, 横坐标为方位角, 单位为度; 纵坐标为空间信号增强结果, 单位为 dB。第一个子图为传统聚焦方法所产生的的波束其旁瓣水平较高, 归一化后的旁瓣水平约在 -3dB 左右, 且旁瓣水平不随方位角偏离主瓣的距离而变化。在图 5-16 中第一个子图显示的传统方法为延迟求和, 因发射天线仅两个, 复杂的算法是无法应用的。第二个子图为空间聚焦方法的空间信号增强结果, 它所产生的的第一旁瓣水平在 -7.5dB 左右, 且随偏离主瓣的距离越远, 旁瓣越低, 在偏离主瓣 50 度左右后, 旁瓣已下降到 -15dB。

在图 5-17 的第一个子图中, 横坐标为信噪比, 单位为 dB; 纵坐标为 DOA 估计与真值之间的偏差, 单位为度。从 DOA 估计偏差与信噪比 SNR 的关系图中可以看出, 随着 SNR 的增加, DOA 的估计偏差也降低, 在大于 2dB 以后, 可保持在 1 度以下。相应地, 当 DOA 估计误差减小后, 以 DOA 辅助的空间信息聚焦波束指向角的误差也降低, 最终稳定在 2.2~2.4 度, 如图 5-17 的第二个子图所示, 横坐标为信噪比, 单位为 dB; 纵坐标为信号最大增强方位与期望方位之间的偏差, 单位为度。图 5-18 的两个子图中的横坐标均为信噪比, 单位为 dB, 第一个子图的纵坐标为中心站侧对 OFDM 上行信号进行 DOA 估计的均方根误差, 单位为度, 每个信噪比下进行 100 次独立的 DOA 估计, 可见在信噪比大于 5dB 后, RMSE 已小于 2 度。图 5-18 的第二个子图的纵坐标为下行信息聚焦偏差的均方根误差, 单位为度, 可见在信噪比大于 5dB 后, 信息聚焦的方位误差 RMSE 均在 2.5 度以内。

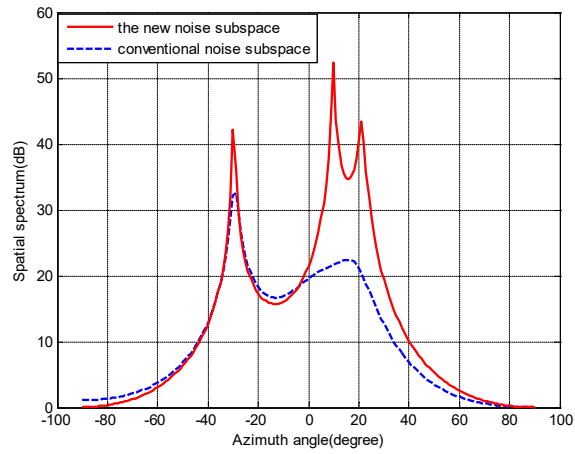


图 5 - 15 PAF-MUSIC 和传统噪声子空间方法对 OFDM 信号的空间谱估计对比
SNR=30dB, 入射角=[-30°,10°,20°]

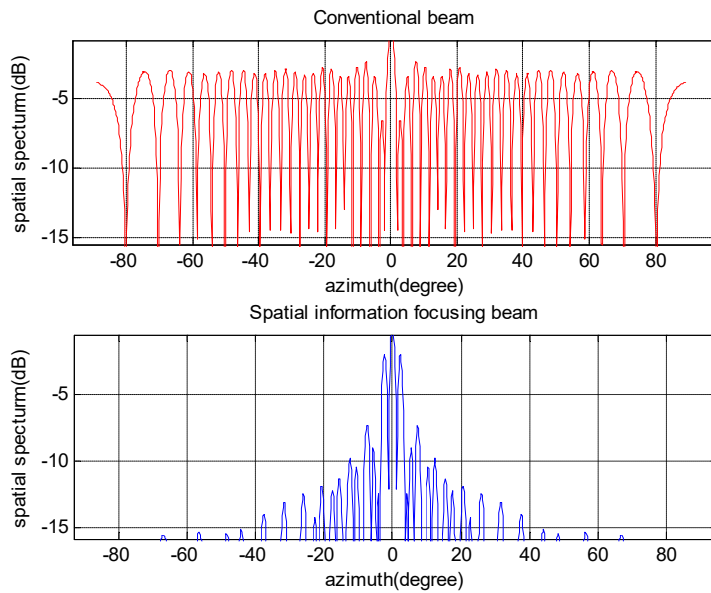


图 5 - 16 空间信息聚焦与传统聚焦之间的对比
(聚焦方位入射角=0°)

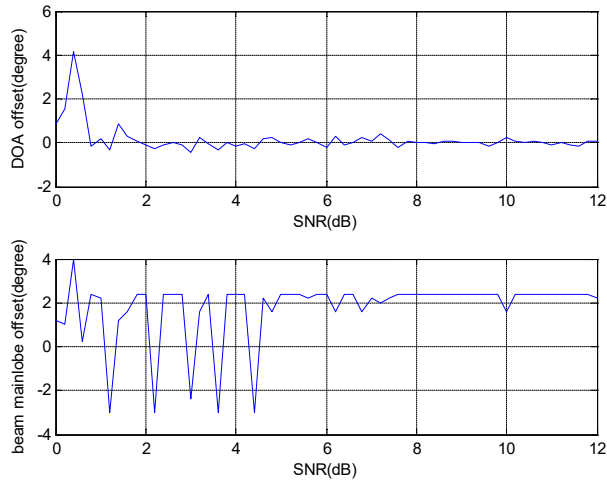


图 5 - 17 基于 DOA 的空间信息聚焦偏差
(OFDM 用户信号的入射角设为 -30°)

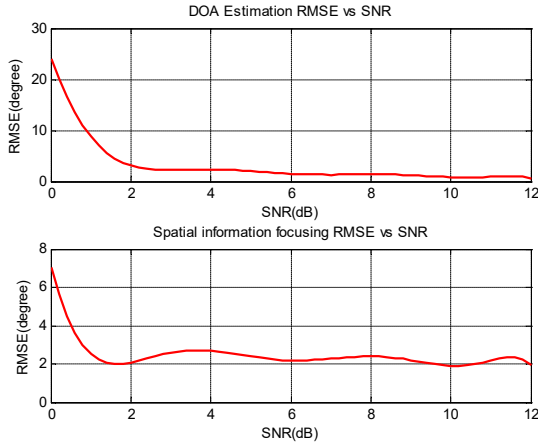


图 5 - 18 DOA 估计及空间信息聚焦方向的 RMSE 误差

5.4 小结

宽带信号的增强是阵列信号处理的重要研究方向，而由于稀/微阵列的阵元数较少，常规的宽带信号增强方法如频率不变波束形成技术等无法应用。而也正是由于稀/微阵列的阵元数较少或孔径较小，才得以灵活应用于诸多体积、功耗或成本受限的领域，因此稀/微阵列的宽带信号增强具有较高的学术研究和工程应用价值，并作为本章的主要研究内容。在 5.2 节提出了一种 DOA 引导下

的双通道语音增强方法即 SS-DG 方法。该方法结合了双通道的宽带相干 DOA 估计与单通道的谱减思路,采用频域计算方法,可以快速得到增强信号,避免了 FDM 技术及 ANF 技术的收敛过程对语音信号的影响,同时又不用像 FDM-SS 算法一样将最大增益方向局限于阵元连线方向。经实验验证,对于方向性的噪声或相关干扰信号均可有效地进行抑制,增强期望的语音信号。在 5.3 节提出了一种适用于 2×1 MISO 系统的传输策略,上行采用 OFDM 体制,下行采用 UWB 传输。在 2×1 MISO 系统的传输策略研究中,着重于解决如何对多个移动用户进行下行的信息聚焦。其解决思路是:在中心站侧采用双天线稀/微阵列实现对上行 OFDM 信号的 DOA 估计,并将 DOA 估计结果为下行 UWB 信号的方向性信息聚焦提供支持。

在本章中,研究工作集中在稀/微阵列条件下的宽带信号增强研究。主要的工作可以概括为:提出了波达方向引导下的双通道语音信号增强方法、提出基于 DOA 的 2×1 MISO 系统信息聚焦策略。本章的研究内容也涉及到对第三章提出的宽带相干 DOA 估计算法的扩展应用。

第6章 总结和展望

本论文以较少阵元组成的稀/微阵列为主要研究对象,开展了相关的理论、方法及应用的研究。下面对本论文的具体工作进行总结,并在此基础上给出未来稀/微阵列技术可能的发展方向。

6.1 本论文工作总结及主要创新点

(1) 提出了一般矩阵的正交子空间及准正交子空间分解方法。子空间类空间谱估计算法由于其具备超分辨能力而成为空间谱估计研究的重要方向。在常规的子空间类空间谱估计方法中,子空间分解所采用的协方差矩阵均为埃尔米特(Hermite)矩阵,具有共轭对称性。而本论文分析了当子空间分解的矩阵为非埃尔米特(Non-Hermite)矩阵时,对空间谱估计的影响,分析途径包括了理论推导和计算机仿真。从而提出了一种基于子空间主角理论的正交子空间构造方法即 GMOD (General Matrix Orthogonal Decomposition) 分解方法,即使对于非埃尔米特矩阵,也可以分解获得完全正交的子空间,得到的子空间命名为 PAF (Principal Angles Free) 子空间。进一步,针对一些实际应用,正交性可适度放宽,提出了一种准正交子空间的获取方法即 GQOD (General matrix Quasi-Orthogonal Decomposition) 分解方法,也可以应用于非埃尔米特矩阵,所获得的准正交子空间命名为 P2AF (Part Principal Angles Free) 子空间。两种新的子空间分解方法及新子空间的提出除了理论上的创新,也为本论文其他部分的研究内容奠定了理论基础。

(2) 提出了基于双阵元虚拟扩展阵列的抑制噪声及处理相干的宽带 DOA 估计方法。波达方向估计是阵列信号处理的一个重要研究分支,本论文分析了典型的基于虚拟阵列的空间谱估计方法,在此基础上,提出了一种仅需两阵元的多重虚拟扩展 DOA 估计方法即 MVEA (Multiple Virtual Extension Array) 方法,可以处理多个宽带信号的波达方向估计问题。该方法将外扩空间重采样的虚拟思想与四阶累积量相结合,进行了阵列的多重虚拟扩展,同时又对高斯噪声有较好的抑制。此外,考虑对宽带相干信号的处理,提出了一种基于双阵元的相干宽带 DOA 估计算法即 PAF-MUSIC (Principal Angles Free MUSIC),采用两个阵元的输出信号构建 Toeplitz 矩阵解相干,并利用新构造的正交子空间提

升分辨能力,使得该算法可以处理多个宽带信号的波达方向,而不管这些信号之间是否相干。

(3) 提出了利用宽带信号源间特性的双节点传感器网络定位方法。测向交叉类方法是传感器网络定位技术的一个研究分支,本论文分析了典型的测向定位方法,指出传统方法要求的传感器节点较多。针对这一问题,基于一个双节点的分布式传感器网络,其中每个节点为双阵元的稀/微阵列,提出了两类利用目标源间特性的定位方法。第一类为利用源间的先验几何信息进行定位的方法,并给出了两种具体算法。第一种算法为模式匹配交叉定位算法(IPMA, Intersections Pattern Matching Algorithm),该算法利用了模式匹配的思想,仅需两个测向节点就可对多个相干宽带源进行二维定位;更进一步,提出了第二种算法即旋转投影算法(RPA, Rotational Projection Algorithm),它还可实现对目标的三维定位。第二类为利用源间的相关特性进行定位的方法,本论文提出一种相关交叉点关联与定位算法(CIAL, Correlation Intersections Associating and Localization),该算法结合TDOA与DOA估计,可从多个测向交点中确定真实相干目标源对应的测向交点,完成目标源的定位。

(4) 提出了基于双阵元稀/微阵列的DOA引导下的宽带信号增强方法。信号增强是阵列信号处理的重要研究方向,频率不变波束形成是典型的宽带信号增强方法,但往往要求的阵元数较多,无法应用于较少阵元的稀/微阵列。因此,对于语音信号的增强,基于双麦克风阵列,本论文提出了一种DOA估计与谱减思路相结合的语音增强方法即SS-DG(Spectral Subtraction-DOA Guiding)方法。该方法采用双阵元的宽带相干DOA估计方法获取期望语音信号方向,以DOA信息引导双通道信号的同步对齐,由倒谱距离识别出语音段与噪声段,再采用频域的谱减思想抑制语音段的噪声,实现语音增强。对于发射信号增强,本论文提出了一种适用于 2×1 MISO系统的基于DOA的空间信息聚焦方法。在中心站侧可以仅用双天线组成的稀/微阵列对多个用户的上行OFDM信号进行DOA估计,再结合下行的UWB信号实现对移动用户的方位相关的信息聚焦。

6.2 未来展望

在本论文的研究过程中,作者深入地体会到,在科学研究道路上的每一项有益成果的获得都凝结着科技工作者的辛勤劳动,每一分提高都是基于前人的

知识累积。综合已有的方法和自己之前的研究工作，对未来研究工作的几点展望如下：

(1) 所提方法对于各类领域的应用推广

本论文所提出的矩阵分解方法、基于稀/微阵列的 DOA 估计方法等的应用，在本论文的研究中进行了一些讨论，包括在传感器网络定位中的应用、在语音增强中的应用以及在 MISO 系统中的应用，而未来的研究还可以考虑在其他领域的应用。

(2) 更多阵元下的 DOA 估计算法性能提升

本论文的稀/微阵列 DOA 估计算法是基于两阵元，主要是考虑到尽量少的阵元更便于应用推广。而且两阵元对于单阵元虽在数量上仅增加了一，但在处理方法上却能带来质的变化，很多方法、理论可以得到运用。而阵列信号的处理，普遍来讲阵元越多，性能越佳，因此后续研究可以考虑再增加少许阵元至 3 或 4 阵元下对算法性能的提高。

(3) 多种信息的融合在传感器网络定位中的运用

多种观测信息的联合运用对传感器网络定位技术的性能提升是有益的，本论文对 TDOA 及 DOA 之间的联合运用、DOA 及源间几何先验信息的联合运用进行了探讨，后续研究还可以考虑 DOA 与其他观测量之间的联合运用，包括信号强度、到达时间等。

(4) 少阵元下的信号增强算法性能提升

较少阵元下的信号增强或波束形成的研究对于实际应用是有很意义的，本论文对双阵元下的语音增强及信息聚焦策略进行了讨论，后续研究可以考虑在尽量少的阵元情况下，其他算法及策略的研究，会有益于阵列技术的推广及应用。

参考文献

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [2] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [3] R.O.Schmidt. A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation [D]:[PH.D.]. San Francisco: Stanford university, 1982.
- [4] Paulraj A, Roy R, Kailath T. A subspace rotation approach to signal parameter estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 1986, 74(7): 1044-1046.
- [5] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound: further results and comparisons [C]. International Conference on proceedings of the Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP-89, 1989.
- [6] Viberg M O B, Kailath T. Direction and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting [J]. IEEE Trans on Acoust Speech Signal Process, 1991, 39(11):2436-2449.
- [7] 王永良. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [8] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [9] Reddy V V, Ng B P, Khong A W H. Insights Into MUSIC-Like Algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(10): 2551-2556.
- [10] Santiago E A, Saquib M. Noise Subspace-Based Iterative Technique for Direction Finding [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(4): 2281-2295.
- [11] Feng-Gang Y, Ming J, Shuai L, et al. Real-Valued MUSIC for Efficient Direction Estimation With Arbitrary Array Geometries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(6): 1548-1560.
- [12] Todros K, Hero A O. Robust Multiple Signal Classification via Probability Measure Transformation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(5): 1156-1170.
- [13] Roy R, Paulraj A, Kailath T. ESPRIT--A subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1986, 34(5): 1340-1342.
- [14] Steinwandt J, Roemer F, Haardt M, et al. R-dimensional esprit-type algorithms for strictly second-order non-circular sources and their performance analysis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(18): 4824-4838.
- [15] Zhuang X, Cui X, Lu M, et al. Low-complexity method for DOA estimation based on ESPRIT [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(5): 729-733.
- [16] Jian X, Haihong T, Xuan R, et al. Efficient Method of Passive Localization for Near-Field Noncircular Sources [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14(1): 1223-1226.
- [17] Kumaresan R, Tufts D W. Estimating the Angles of Arrival of Multiple Plane Waves [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1983, AES-19(1): 134-139.
- [18] Reddy V V, Mubeen M, Boon Poh N. Reduced-Complexity Super-Resolution DOA Estimation with Unknown Number of Sources [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(6): 772-776.
- [19] Ferreira T N, Netto S L, Diniz P S R. Direction-of-Arrival Estimation using a Low-Complexity Covariance-Based Approach [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(3): 1924-1934.
- [20] Akkar S, Gharsallah A. Reactance domains unitary MUSIC algorithms based on real-valued orthogonal decomposition for electronically steerable parasitic array radiator antennas [J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2012, 6(2): 223-230.
- [21] Nie X, Li L. A Computationally Efficient Subspace Algorithm for 2-D DOA Estimation with

- L-shaped Array [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(8): 971-974.
- [22] Bin Q, Wanlin Y, Qun W. Joint DOA and time delay estimation method for space-time coherent distributed signals based on search [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(2): 341-346.
- [23] Ling W, Jihao Y, Tianqi C. New direction of arrival estimation method for wideband coherent signals [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2008, 19(3): 473-478.
- [24] Fang-Ming H, Xian-Da Z. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2005, 4(1): 443-446.
- [25] Fang-Jiong C, Sam K, Chi-Wah K. ESPRIT-Like Two-Dimensional DOA Estimation for Coherent Signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3): 1477-1484.
- [26] Hung C J, Chen C H. New algorithm for fast direction-of-arrival estimation using the shrinking signal subspace and the noise pseudo-eigenvector [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2010, 4(4): 604-610.
- [27] Yang-Ho C. ESPRIT-Based Coherent Source Localization With Forward and Backward Vectors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(12): 6416-6420.
- [28] Barabell A J. Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Boston, MA, 1983.
- [29] 斯图尔特著 G W. 矩阵计算引论 [M]. 上海: 上海科技出版社, 1980.
- [30] 万明坚, 肖先赐. 基于矩阵奇异值分解的空间谱估计算法 [J]. 电子科技大学学报, 1989, 18(02): 121-131.
- [31] Guanhuan X, Cho Y, Kailath T. Application of fast subspace decomposition to signal processing and communication problems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(6): 1453-1461.
- [32] Kailath G X a T. Fast subspace decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(3): 539-551.
- [33] Baker E S, Degroat R D. Evaluating EVD and SVD errors in signal processing environments [C]. Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference on proceedings of the Signals, Systems and Computers, 1998.
- [34] Omar M H, Hassan S, Nor S A. Eigenvalue-based signal detectors performance comparison [C]. 17th Asia-Pacific Conference on proceedings of the Communications (APCC), 2011.
- [35] 宋彦发. 宽带信号 DOA 估计算法及测向模糊问题研究 [D]:[硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2008.
- [36] Jian-Feng G, Nan-Jun L, Ping W, et al. Wideband DOA Estimation Using Two Sensors [C]. International Conference on proceedings of the Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), 2010.
- [37] Junli L, Ding L. Passive Localization of Mixed Near-Field and Far-Field Sources Using Two-stage MUSIC Algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 108-120.
- [38] Yuntao W, So H C, Chaohuan H, et al. Passive Localization of Near-Field Sources With a Polarization Sensitive Array [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(8): 2402-2408.
- [39] Yuan-Hwang C, Yih-Sheng L. Direction finding with nonuniform arrays via higher-order statistics [C]. proceedings of the Antennas and Propagation Society International Symposium, 1994 AP-S Digest, 1994.
- [40] Hong J, Shu-Xun W, Hai-Jun L. An effective direction estimation algorithm in multipath environment based on fourth-order cyclic cumulants [C]. IEEE 5th Workshop on proceedings of the Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2004.
- [41] Chen Y H, Lin Y S. Fourth-order cumulant matrices for DOA estimation [J]. IEE Proceedings-

- Radar, Sonar and Navigation, 1994, 141(3): 144-148.
- [42] Liwei Z, Ya W, Xiang W, et al. Underdetermined Direction-of-Arrival estimation from second order statistics [C]. 7th International Congress on proceedings of the Image and Signal Processing (CISP), 2014.
- [43] Wang X, Huang Z, Zhou Y. Underdetermined DOA estimation and blind separation of non-disjoint sources in time-frequency domain based on sparse representation method [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2014, 25(1): 17-25.
- [44] Wing-Kin M, Tsung-Han H, Chong-Yung C. DOA Estimation of Quasi-Stationary Signals With Less Sensors Than Sources and Unknown Spatial Noise Covariance: A Khatri-Rao Subspace Approach [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(4): 2168-2180.
- [45] Wen-Jun Z, Xi-Lin L. High-Resolution Multiple Wideband and Nonstationary Source Localization With Unknown Number of Sources [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3125-3136.
- [46] Krolik J, Swingler D. Focussed partially adaptive broadband beamforming via spatial resampling [C]. proceedings of the Multidimensional Signal Processing Workshop, 1989.
- [47] Desoki A, J.-I. Takaday. Improved finite samples resampling for unbiased wide-band direction of arrival estimation [J]. Acoustical Science and Technology, 2009, 30(1): 417-428.
- [48] 朱维杰 孙. 基于快速富氏变换插值的宽带信号方位估计 [J]. 声学学报, 2002, 27(06): 513-517.
- [49] Knapp C C, G.Clifford. the generalized correlation method for estimation of time delay [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, , 1976, 24(4): 8.
- [50] Mohan S, Kramer M L, Wheeler B C, et al. Localization of nonstationary sources using a coherence test [C]. IEEE Workshop on proceedings of the Statistical Signal Processing, 2003.
- [51] Zhang W Y, Rao B D. A Two Microphone-Based Approach for Source Localization of Multiple Speech Sources [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2010, 18(8): 1913-1928.
- [52] Yusuke H. Improvement of DOA estimation using virtually generated multichannel data from two-channel microphone array [J]. Journal of signal processing, 2003, 7(1): 105-109.
- [53] Yong Z, Peiyu H. Wideband direction of arrival estimation based on multiple virtual extension arrays [C]. IEEE 11th International Conference on proceedings of the Signal Processing (ICSP), 2012.
- [54] Tie-Jun S, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 806-811.
- [55] Pillai S U, Kwon B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(1): 8-15.
- [56] Johnny M, Vakili V T, Sheikhan M. Direction finding in multipath environment with arbitrary array [C]. 20th Iranian Conference on proceedings of the Electrical Engineering (ICEE), 2012.
- [57] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 823-831.
- [58] Lu L, Hongting Z, Hsiao-Chun W. Novel Energy-Based Localization Technique for Multiple Sources [J]. IEEE Systems Journal, 2014, 8(1): 142-150.
- [59] Viet-Hung D, Thanh-Phuong P, Ba-Vui L, et al. Clustering based multi-object positioning system [C]. International Conference on proceedings of the Advanced Technologies for Communications (ATC), 2011.
- [60] Xiaohong S, Yu-Hen H. Maximum likelihood multiple-source localization using acoustic energy measurements with wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(1): 44-53.

- [61] Tong Z, Nehorai A. Information-Driven Distributed Maximum Likelihood Estimation Based on Gauss-Newton Method in Wireless Sensor Networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(9): 4669-4682.
- [62] Qingjiang S, Chen H. A New Incremental Optimization Algorithm for ML-Based Source Localization in Sensor Networks [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15(1): 45-48.
- [63] Gang W. A Semidefinite Relaxation Method for Energy-Based Source Localization in Sensor Networks [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(5): 2293-2301.
- [64] Cangelini A, Bestagini P, Antonacci F, et al. A Robust and Low-Complexity Source Localization Algorithm for Asynchronous Distributed Microphone Networks [J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2015, 23(10): 1563-1575.
- [65] Xionghu Z, Mohammadi A, Wenwu W, et al. Acoustic source tracking in a reverberant environment using a pairwise synchronous microphone network [C]. 16th International Conference on proceedings of the Information Fusion (FUSION), 2013.
- [66] Enyang X, Zhi D, Dasgupta S. Source Localization in Wireless Sensor Networks From Signal Time-of-Arrival Measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2887-2897.
- [67] Teng L, Ekpenyong A, Yih-Fang H. Source Localization and Tracking Using Distributed Asynchronous Sensors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(10): 3991-4003.
- [68] Hong S, Zhi D, Dasgupta S, et al. Multiple Source Localization in Wireless Sensor Networks Based on Time of Arrival Measurement [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(8): 1938-1949.
- [69] Lu L, Hsiao-Chun W. Novel Robust Direction-of-Arrival-Based Source Localization Algorithm for Wideband Signals [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(11): 3850-3859.
- [70] Hassani A, Bertrand A, Moonen M. Distributed node-specific direction-of-arrival estimation in wireless acoustic sensor networks [C]. 21st European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2013.
- [71] Yinfei F, Zhi T. Cramer-Rao Bounds for Hybrid TOA/DOA-Based Location Estimation in Sensor Networks [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(8): 655-658.
- [72] Dorfan Y, Gannot S. Tree-Based Recursive Expectation-Maximization Algorithm for Localization of Acoustic Sources [J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2015, 23(10): 1692-1703.
- [73] Yanqiong Z, Youcheng L, Yiguang H, et al. Distributed Projection-Based Algorithms for Source Localization in Wireless Sensor Networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(6): 3131-3142.
- [74] Tomic S, Beko M, Dinis R. RSS-Based Localization in Wireless Sensor Networks Using Convex Relaxation: Noncooperative and Cooperative Schemes [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(5): 2037-2050.
- [75] Tailiang J, Huaizong S, Qicong P. Tracking the moving sound target based on distributed microphone pairs [C]. 10th International Computer Conference on proceedings of the Wavelet Active Media Technology and Information Processing (ICCWAMTIP), 2013.
- [76] Dorfan Y, Hazan G, Gannot S. Multiple acoustic sources localization using distributed expectation-maximization algorithm [C]. 4th Joint Workshop on proceedings of the Hands-free Speech Communication and Microphone Arrays (HSCMA), 2014.
- [77] Masnadi-Shirazi A, Rao B D. Cartesian tracking of unknown time-varying number of speakers using distributed microphone pairs [C]. 21st European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2013.
- [78] Astapov S, Preden J S, Berdnikova J. Simplified acoustic localization by linear arrays for wireless sensor networks [C]. 18th International Conference on proceedings of the Digital Signal Processing (DSP), 2013.

- [79] Plinge A, Fink G A. Multi-speaker tracking using multiple distributed microphone arrays [C]. IEEE International Conference on proceedings of the Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014.
- [80] Fangzhou W, Xi P. A novel algorithm for wideband acoustic sources localization using multiple spherical arrays [C]. IEEE International Symposium on proceedings of the Signal Processing and Information Technology(ISSPIT), 2013.
- [81] Zhang T, Liu C, Cai Y. Maneuvering target tracking algorithm based on multi-station bearing-only passive location with incomplete observation [C]. 33rd Chinese proceedings of the Control Conference (CCC), 2014.
- [82] Blatt D, Hero A O. Energy-based sensor network source localization via projection onto convex sets [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(9): 3614-3619.
- [83] Oguz-Ekim P, Gomes J P, Xavier J, et al. An Angular Approach for Range-Based Approximate Maximum Likelihood Source Localization Through Convex Relaxation [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(7): 3951-3964.
- [84] Canclini A, Antonacci E, Sarti A, et al. Acoustic Source Localization With Distributed Asynchronous Microphone Networks [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2013, 21(2): 439-443.
- [85] Stansfield R G. Statistical theory of DF fixing [J]. J IEE, 1947, 94(15): 762-770.
- [86] Doğançay K. Bearings-only target localization using total least squares [J]. Signal Processing, 2005, 85(9): 1695-1710.
- [87] Reed J D, Da Silva C R C M, Buehrer R M. Multiple-source localization using line-of-bearing measurements: Approaches to the data association problem [C]. IEEE proceedings of the Military Communications Conference (MILCOM), 2008.
- [88] Grabbe M T, Hamschin B M, Douglas A P. A measurement correlation algorithm for Line-of-Bearing geo-location [C]. IEEE proceedings of the Aerospace Conference, 2013.
- [89] Pourmohammad A, Ahadi S M. TDE-ILD-based 2D half plane real time high accuracy sound source localization using only two microphones and source counting [C]. International Conference On proceedings of the Electronics and Information Engineering (ICEIE), 2010.
- [90] 智婉君 李. 空间重采样法恒定束宽波束形成器设计 [J]. 信号处理, 1998, 14(S1): 1-5.
- [91] Wei L, Weiss S. Design of Frequency Invariant Beamformers for Broadband Arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 855-860.
- [92] 鄢社锋, 马远良. 基于二阶锥规划的任意传感器阵列时域恒定束宽波束形成 [J]. 声学学报, 2005, 30(04): 309-316.
- [93] Desloge J G, Rabinowitz W M, Zurek P M. Microphone-array hearing aids with binaural output .I. Fixed-processing systems [J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 1997, 5(6): 529-542.
- [94] Jeong S, Lee S, Hahn M. Dual microphone-based speech enhancement by spectral classification and Wiener filtering [J]. Electronics Letters, 2008, 44(3): 253-254.
- [95] Yousefian N, Loizou P C. A Dual-Microphone Algorithm That Can Cope With Competing-Talker Scenarios [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2013, 21(1): 145-155.
- [96] Kim S M, Kim H K. Direction-of-Arrival Based SNR Estimation for Dual-Microphone Speech Enhancement [J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2014, 22(12): 2207-2217.
- [97] Elko G W, Anh-Tho Nguyen P. A simple adaptive first-order differential microphone [C]. IEEE ASSP Workshop on proceedings of the Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, 1995.
- [98] Fa-Long L, Jun Y, Pavlovic C, et al. Adaptive null-forming scheme in digital hearing aids [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(7): 1583-1590.
- [99] Aarabi P, Guangji S. Phase-based dual-microphone robust speech enhancement [J]. IEEE

- Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2004, 34(4): 1763-1773.
- [100] Aung T T, Thumchirdchupong H, Tangsangiumvisai N, et al. Two-microphone subband noise reduction scheme with a new noise subtraction parameter for speech quality enhancement [J]. IET Signal Processing, 2015, 9(2): 130-142.
- [101] Rahmani M, Yousefian N, Akbari A. Energy-based speech enhancement technique for hands-free communication [J]. Electronics Letters, 2009, 45(1): 85-86.
- [102] Semmar A, Chouinard J Y, Pham V H, et al. Digital Broadcasting Television Channel Measurements and Characterization for SIMO Mobile Reception [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2006, 52(4): 450-463.
- [103] Bari R D, Bard M, Zhang Y, et al. Laboratory Measurement Campaign of DVB-T Signal With Transmit Delay Diversity [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2008, 54(3): 532-541.
- [104] Mavridis T, Sarrazin J, Petrillo L, et al. Information Spatial Focusing Scheme for UWB Wireless Communications in Smart Environments [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14(1): 20-23.
- [105] Yan F G, Jin M, Liu S, et al. Real-Valued MUSIC for Efficient Direction Estimation With Arbitrary Array Geometries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(6): 1548-1560.
- [106] Rayleigh L. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope [J]. Philosophical magazine, 1879, 58(49): 261-274.
- [107] https://en.wikipedia.org/wiki/Angular_resolution#Explanation.
- [108] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [109] Sen L, Zhenxing L. DOA estimation of the coherent sources based on SVD and the fractional lower order statistics [C]. Sixth International Conference on proceedings of the Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), 2014.
- [110] S Chen Y W, X Shi. DOA Estimation of Coherent Signals in Heavy Noise Environment [M]. Advances in Biomedical Engineering— International Conference on Environmental Engineering and Technology(ICEET2012). 2012.
- [111] Petre Stoica R, Moses. Spectral Analysis of Signal [M]. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 1996.
- [112] 黄廷祝, 钟守铭, 李正良. 矩阵理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [113] J.H.Wilkinson. The algebraic eigenvalue problem [M]. Oxford: Clarendon Oxford, 1965.
- [114] Ferreol A, Larzabal P, Viberg M. On the asymptotic performance analysis of subspace DOA estimation in the presence of modeling errors: case of MUSIC [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(3): 907-920.
- [115] Ferreol A, Larzabal P, Viberg M. On the Resolution Probability of MUSIC in Presence of Modeling Errors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 1945-1953.
- [116] Golub Gh V L C. Matrix computation [J]. The John Hopkins University Press, 1996,
- [117] Qi L. Some simple Estimation for Singular Values of a Matrix [J]. Linear Algebra Appl, 1984, 56(1): 105-119.
- [118] Dong L, Ling-Jun Y, Ying-Quan W. Wideband direction of arrival estimation based on fourth-order cumulants [C]. International Conference on proceedings of the Communications, Circuits and Systems (ICCCAS), 2009.
- [119] Porat B, Friedlander B. Direction finding algorithms based on high-order statistics [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(9): 2016-2024.
- [120] Mendel J M. Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications [J]. Proceedings of the IEEE, 1991, 79(3): 278-305.
- [121] Dogan M C, Mendel J M. Applications of cumulants to array processing .I. Aperture extension and array calibration [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1200-1216.
- [122] Wax M, Tie-Jun S, Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1984, 32(4): 817-827.

- [123] Krolík J, Swingler D. Focused wide-band array processing by spatial resampling [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1990, 38(2): 356-360.
- [124] 贾巨库, 何培宇, 张勇. 基于 FFT 的空间重采样算法的性能分析 [J]. 四川大学学报(自然科学版), 2013, 50(04): 781-786.
- [125] 贾巨库. 宽带信号 DOA 估计中空间重采样算法的研究 [D]:[硕士学位论文]. 成都: 四川大学, 2013.
- [126] Hung H, Kaveh M. Focussing matrices for coherent signal-subspace processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1988, 36(8): 1272-1281.
- [127] 宋彦发, 甘露, 魏平. 宽带信号源的波达方向估计新方法 [J]. 现代电子技术, 2008, 23(01):
- [128] Wenyi Z, Rao B D. A Two Microphone-Based Approach for Source Localization of Multiple Speech Sources [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2010, 18(8): 1913-1928.
- [129] Jae-Mo Y, Min-Seok C, Kang H-G. Two-channel DOA estimation usign frequency selective music algorithm with a phase compensation in reverberant room [C]. 5th IEEE proceedings of the Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 2008.
- [130] Choi Y H. Maximum likelihood estimation for angles of arrival of coherent signals using a coherency profile [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(9): 2679-2682.
- [131] 解凯, 陈永光, 李修和, et al. 分布式干扰机对组网雷达的无源定位 [J]. 电子学报, 2008, 36(06): 1164-1168.
- [132] 崔玮玮, 曹志刚, 苏泳涛. 基于 FDM 阵列技术的双通道语音增强方法 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 48(07): 1135-1139.
- [133] 胡光锐, 韦晓东. 基于倒谱特征的带噪语音端点检测 [J]. 电子学报, 2000, 28(10): 95-97.
- [134] Duarte M, Sabharwal A, Dick C, et al. Beamforming in MISO Systems: Empirical Results and EVM-Based Analysis [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(10): 3214-3225.
- [135] Feng W, Tao P, Yongwei H, et al. Robust Transceiver Optimization for Power-Splitting Based Downlink MISO SWIPT Systems [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(9): 1492-1496.
- [136] Fan-Shuo T, Jhen-Fong G. Robust Beamforming Design in MISO Interference Channels With RVQ Limited Feedback [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(2): 580-592.
- [137] Van Rensburg C, Friedlander B. Transmit diversity for arrays in correlated Rayleigh fading [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(6): 1726-1734.
- [138] Wu S X, Qiang L, So A M C, et al. Rank-Two Beamforming and Stochastic Beamforming for MISO Physical-Layer Multicasting with Finite-Alphabet Inputs [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(10): 1614-1618.
- [139] Seok-Hwan P, Haewook P, Inkyu L. Distributed Beamforming Techniques for Weighted Sum-Rate Maximization in MISO Interference Channels [J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(12): 1131-1133.
- [140] R. Van Nee R P. OFDM for Wireless Multimedia Communications [M]. Boston, London: Artech House, 1999.
- [141] Zheng T K a F. Chapter2 UWB-MIMO Channel Measurement and Models [M]. Ultra Wideband Systems With MIMO. Hoboken, NJ, USA; Wiley. 2010.
- [142] Rappaport T S. Wireless Communications: Principles and Practice [M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1996.

作者在读期间科研成果简介

一、发表论文

- [1]Zhang Yong, He Peiyu and Wang Haijiang, “Wideband coherent sources localization based on a two-node distributed sensor networks”[J], Signal Processing, Volume 126, September 2016, Page(s):103-110. doi:10.1016/j.sigpro.2015.10.024. (SCI 源刊)
- [2]Zhang Yong, He Peiyu and Pan Fan. “Three-Dimension Localization of Wideband Sources Using Sensor Network”[J], Chinese Journal of Electronics, November 2016. (已录用, 编号: E150477). (SCI 源刊)
- [3]Zhang Yong and He Peiyu, “ Wideband Direction of Arrival Estimation Based on Multiple Virtual Extension Arrays ”[C], 2012 IEEE 11th International Conference on Signal Processing (ICSP), 2012, Page(s): 343-336. (EI 收录)
- [4]张勇, 何培宇, 罗胡琴. 二维束宽恒定的二阶锥规划波束形成方法[J]. 电讯技术, 2016, 56 (04) , 383-388. (中文核心)
- [5]Zhang Yong and He Peiyu, “A DOA-based Spatial Information Focusing Scheme for Mobile Multi-users in 2×1 MISO System”[J], Wireless Personal Communication, (已投稿). (SCI 源刊)
- [6]罗胡琴, 何培宇, 张勇. 复合 K 分布海杂波模拟方法的性能比较. 计算机工程与应用, 2014, 50 (S1) , 186 - 189.
- [7]周鹤, 何培宇, 张勇. 一种改进的虚拟阵列语音信号 DOA 估计算法. 四川大学学报 (自然科学版) , 2015, 52 (2) , 321 - 324.
- [8]胡德孟, 何培宇, 张勇. 实时高精度麦克风阵列数据采集系统. 信号处理, 2013, 29 (10) , 1362 - 1367.
- [9]Ma Jia, He Peiyu and Zhang yong. Microphone Array Speech Target Localization Based on Energy-characterized Sub-bands. 2012 IEEE 11th International Conference on Signal Processing (ICSP), 2012, Page(s): 355-359.
- [10]贾巨库, 何培宇, 张勇. 基于 FFT 的空间重采样算法的性能分析. 四川大学学报 (自然科学版) , 2013, 50 (4) , 781 - 786.

二、承担科研项目

1. 国家自然科学基金面上项目，61071159，“虚拟大麦克风阵列的语音增强技术研究”，2011.1~2013.12，经费 35 万元，已结题，导师作为课题负责人，本人作为主要参研人员。
2. 国家 863 计划，2012AA01A507，“第一代卫星移动通信系统终端关键技术研究”，2012.07-2015.12，经费 195.8 万元，已结题，子课题实施负责人。
3. 四川省科技厅科技支撑计划，“卫通及导航关键技术研究”，执行期间：2014.3~2016.12，经费：80 万元，在研，子课题实施负责人。

声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得四川大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

本学位论文成果是本人在四川大学读书期间在导师指导下取得的，论文成果归四川大学所有，特此声明。

作者签字：

导师签字：

日期：

日期：

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解四川大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权四川大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保持、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：

导师签名：

签字日期： 年 月 日

签字日期： 年 月 日

致谢

感谢我的博士生导师何培宇教授，本论文从选题、研究过程、写作等各方面的工作均是在何教授指导下才得以完成。作为潜心数十载从事科学研究的学者，何教授言传身教，教会了我以严谨、科学的思维和态度对待研究工作，并将我引领上科学研究之路。博士期间，除了必要的科研方面的训练外，针对我工作及家庭生活实际情况，在科研工作的制定和管理上何教授予以了充分考虑，并给予了宝贵的支持和理解。

感谢成都信息工程大学王海江老师在我读博期间所给予的大力帮助；感谢潘帆博士在实验系统的硬件平台研制中所做出的重要贡献；感谢贾巨库师弟、罗胡琴师妹、胡德孟师弟在研究中给予的支持；感谢崔敖师弟在英文写作、交流讨论及其他事务上给予的帮助；感谢马嘉、周鹤、王强、廖峰乙、何礼、陈杰梅、程冉、郑林楠、李尚文、徐媛媛、王力等师弟师妹，与你们的交流、讨论给我以集体感，使得我的科研过程并不感到孤独。

感谢四川大学给予了我宝贵的学习机会，并提供了各类优质资源。在这里，我度过了人生的十一年，也是重要的十一年高等教育的经历，您无愧于“海纳百川，有容乃大”。

感谢我的父母张德成和杨美仙，不管任何时候，你们总是默默地无私贡献，让我没有后顾之忧。感谢我的妻子冯剑侠一直以来在学业和生活上所给予的支持，使我可以全身心地投入到工作和学习中。感谢我的儿子张子瑞，你的每一点成长在给我带来喜悦的同时，也在鼓励着我不断地进取。感谢我的女儿张子萌，你的到来给我带来了无尽的快乐，让我感恩于生活的美好。

感谢成都国恒空间技术工程有限公司领导及同事，在我攻读博士期间所给予的支持和理解。

感谢对本论文的审查付出辛勤劳动的各位专家及老师。

感谢关心和帮助过我的其他各位亲朋及好友。

本论文承蒙国家自然科学基金资助，特此感谢。