

FFT Based Algorithm on Rectangular Array Beamforming^{*}

CHEN Feng, PAN Xiang^{*}

(Institute of Information and Communication Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Fast Fourier Transform was considered on beamforming to improve the efficiency of algorithm. After transforming all array receiving data from time domain to frequency domain based on FFT, this algorithm averaged the phase of all data and rearranged them in the space domain. Then the beam pattern could be obtained by transforming the data from space domain to beam space with FFT and revising them. Along with the requirement of signal processing development, as the array element increasing heavily, this algorithm can reduce the operation and improve the running speed effectively as data show. In addition, this algorithm reduces the requirement of hardware and can be realized easily.

Key words: fast fourier transform (FFT); beamforming; rectangular array; sonar

EEACC: 0230; 7810C

基于 FFT 的矩形阵波束形成算法^{*}

陈 丰, 潘 翔^{*}

(浙江大学信息与通信工程研究所, 杭州 310027)

摘 要: 为提高矩形阵的波束形成算法的效率, 在波束形成中引入了快速傅立叶变化. 基于快速傅立叶变换, 将阵所接收的数据从时域变换到频域, 通过对相位进行均分, 使数据在空间域上进行排序重组, 再次利用快速傅立叶变换从空间域转化到波数域上, 经过相位修正形成波束图. 仿真实验表明, 随着阵元数增大, 采用快速傅立叶变换能有效降低运算量, 提高运算速度, 降低对硬件的要求, 易于工程实现.

关键词: 快速傅立叶变换(FFT); 波束形成; 矩形阵; 声纳

中图分类号: O1740. 22; O422

文献标识码: A

文章编号: 1004 1699(2006)06 2588 03

在阵处理领域, 大多数阵形的常规时域时延求和和频域相位补偿用于波速的形成^[1], 早已被广泛的研究和应用, 自适应波束形成也得到了一定程度的发展. 目前, 阵处理正在朝高效率^[2,5], 高分辨力, 强抑制干扰能力, 与环境紧密相关的自适应等方向发展. 在实际运用中, 随着信号处理的发展^[3,4], 研究问题的深入, 表现在阵处理中的一种情况是阵元数目增加, 阵接收数据量急剧上升, 除了运用空时联合处理方法外, 此时寻求其他高效率, 低运算量的波束形成方法就显得尤其重要. 利用 FFT 算法减少波束形成计算量是一

种有效的方法, 目前基于快速傅立叶变换(FFT)的波束形成算法在多基元的线阵波束形成中得到广泛重视^[1]. 在工程应用中, 有时会采用矩形阵或其它多维阵, 同样面临开发快速波束形成算法的需求, 为此, 在研究线阵快速波束形成算法的基础上, 开发了基于 FFT 的矩形阵波束形成算法, 经过推广可以扩展应用于平行四边形阵. 本文的第 1 节介绍矩形阵的 FFT 波速形成算法. 第 2 节关于实验仿真研究及矩形阵 FFT 波束形成算法与常规方法的比较. 第 3 节结语.

收稿日期: 2005 12 06

基金项目: 海洋声学国家重点实验室基金项目资助(51446070104JW0403, 51446060105JW0403)

作者简介: 陈丰(1981), 男, 浙江宁波人, 硕士生, 从事声纳信号处理的研究, chenfeng_nb@gmail.cn;

潘翔(1965), 男, 江苏溧阳人, 从事水声工程和计算机视觉等方面的研究, panxiang@zju.edu.cn.

1 矩形阵 FFT 波束形成

信号通过水声信道到达矩形接收阵. 矩形接收阵接收信号后就交给信号处理机进行处理, 这里主要就是涉及处理机的算法, 采用 FFT 实现快速处理. 对信号进行 DOA 估计. 先前常规的时延求和是在每个阵元信号上乘一个与阵元位置有关的时延后再求和. 相位补偿就是将阵接收信号变换到频率域, 然后每个阵元也是乘上一个与阵元位置有关的相位再求和, 如式(1)所示. FFT 波束形成与它们本质上的区别就是在空间域上应用 FFT 算法直接得到波束图. 阵接收数据为 $x_{m,n}$ 时, 其中 m, n 分别为第 m 行, 第 n 列个阵元, 做时间上的 FFT 将其变换到频率域 $X_{m,n}$, 此时矩形阵的波束形成 $B(u_x, u_y)$ 为:

$$B(u_x, u_y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M X_{nm} e^{-j(m \frac{2\pi d_x}{\lambda} u_x + n \frac{2\pi d_y}{\lambda} u_y)} \quad (1)$$

此处 u_x, u_y 分别为 $\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi$, 其中 θ, φ 分别为倾角和方位角, λ 为波长, d_x, d_y 为阵列 x, y 轴上的阵元间距. 与两维 DFT 相比, 只要使其满足:

$$md_x \frac{u_x}{\lambda} + nd_y \frac{u_y}{\lambda} = \frac{m}{M} k_1 + \frac{n}{N} k_2$$

其中 k_1, k_2 是小于 M, N 的非负整数, 对应着的是第 k_1, k_2 个波束数. 那么此时将波束形成的式(1)改写为:

$$B(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M X_{nm} e^{-j(m \frac{2\pi}{\lambda} k_1 + n \frac{2\pi}{\lambda} k_2)} \quad (2)$$

这个是标准的 DFT 形式, 可以用 FFT 实现波束形成.

对于单频信号, 由于 λ 的确定, 要想顺利的实现 FFT, 只需 du_x/λ 满足等间隔分配. 但对于多频信号, 波长 λ 是变化的, 因此需要修正. 矩形阵通过两次修正可以完成相应的波束图. 在式(2)某一维上对相位添加一个和频率相关的量 $-j \frac{2\pi}{N} n P_{f,k}$, 此处先加在列维上, $P_{f,k}$ 为频率 f , 第 k 个波束的修正量, 使得列维上的相位为 $-j \frac{2\pi}{N} n (k_2 + P_{f,k})$. N 为矩形阵列数. 使其所有频率都满足相邻阵元间的补偿相位为 $2\pi n/N$. 如果要满足式(1)中等间隔分布, 此时任何频率与固有频率之间的修正关系有:

$$u_{g,k} = \frac{\lambda_f}{N d} (k + P_{f,k}) = \frac{\lambda_g}{N d} k \quad (3)$$

λ_g 为几何中心频率 $f_g = \sqrt{f_L f_H}$ 对应的波长, f_L, f_H 为信号的上下限频率, $u_{g,k}$ 为 λ_g 波长, 第 k 个波束下对应的 u_x 值. 因此求得的修正量为 $P_{f,k} = k \frac{\lambda_g - \lambda_f}{\lambda_f}$. 以上是矩形阵列维的修正, 另外行维的修正也是如此.

2 实验仿真及其算法分析

2.1 均匀排列矩形阵

图1是 $M=N=24$ 阵元均匀间隔矩形阵归一化 FFT 波束能量叠加图. 横、纵阵元间隔相等, 都为 0.5 m. 信号为频率 1 200 ~ 1 500 Hz, 持续时间 0.512 s 的线性调频信号 $s = \cos(\omega t + \pi k t^2)$. 声速为 1 500 m/s, 采样频率为 $f_s = 10$ kHz. 信号到达方向倾角和方位 θ, φ 分别为 $30^\circ, 45^\circ$. 此处横、纵 u_x, u_y 坐标分别为 $\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi$.

图1涉及的矩形阵, 是均匀间隔, 两维阵元数相同的方阵, 倘若两维夹角不是直角就成了平行四边形阵. 平行四边形阵是矩形阵的推广, 是相关矩形阵阵元位置同时偏移的结果. 平行四边形 FFT 波束形成, 可以将其修正为矩形阵, 随后利用矩形阵 FFT 进行处理.

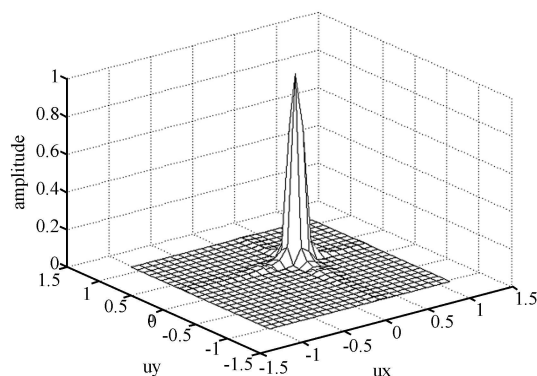


图1 24×24 阵元等间距矩形阵归一化 FFT 波束图

2.2 平行四边形阵 FFT 波束形成

图3是夹角为 60° 的平行四边形阵 (6×2 阵列如图2所示) 阵元数为 48×16 , 两边的阵元间距 d 相等且都为 0.5 m. 信号为频率 1 200 ~ 1 500 Hz, 持续时间 0.512 s 的线性调频信号. 声速为 1 500 m/s, 采样频率为 $f_s = 10$ kHz. 信号到达方向倾角 θ 和 φ 方位角分别为 $30^\circ, 60^\circ$ 形成的波束图, 此处的横、纵坐标 u_x, u_y 分别为 $\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi$.

以上阵列修正成矩形阵只是根据水平位置上相差了半个阵元间距 $\frac{d}{2}$ 而乘一个相应的相位. 相位调整跟阵元所处的行数, 即 n 轴有关, 第 n 行的相位调整数为 $-u_x \frac{\pi}{\lambda} d (n-1)$. 可以先做调整再做空间 FFT, 或者也可以在做完每一行的空间 FFT 后进行调整, 然后做每一列的空间 FFT, 以形成波束图.

此处为平行四边形阵波束形成, 更一般情况是横、纵间距不同, 或者横、纵阵元数不同, 或者阵元位置有偏移等等, 都可以直接或者间接的使用矩形阵

FFT 实现波束形成.



图2 间距相同的 6×2 平行四边形阵

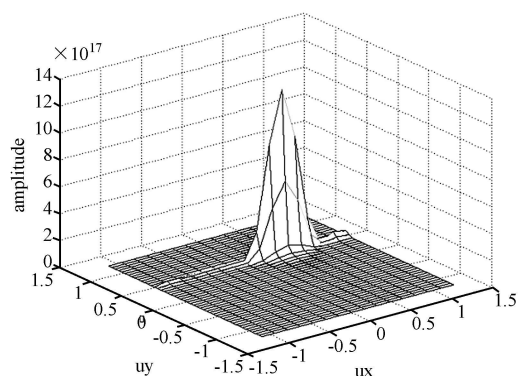


图3 48×16 阵元两维夹角 60° 的平行四边形阵 FFT 波束图

2.3 矩形阵 FFT 算法与常规时延求和和相位补偿算法比较

在 FFT 中乘法运算是影响运算速度的主要因素. 对于阵元数为 $N \times N$ 矩形阵 (N 为较大的整数), $N \times N$ 个波束的条件下的直接时域加权求和和频域相位补偿的乘法运算量为 N^4 . 而 N 行, N 列的矩形阵, 当做列 FFT 时, 共为 N 行个列 FFT, 每个 FFT 蝶形数为 $N/2 \cdot \lg N$, 共 $N \cdot N/2 \cdot \lg N$, 做行 FFT 也是 $N \cdot N/2 \cdot \lg N$. 每个蝶形有 4 次实数乘, 因此总共的实数乘约为 $2N^2(\lg N + \lg N)4N^2 \lg N$. 显然原来的矩形阵实数乘法运算量是 FFT 实数乘法的 $O(N^2/\lg N)$, 随着阵元数增加, 相差的运算量就越大, 效果越明显.

3 结 语

本文提出了矩形阵 FFT 波束形成方法. 在有效估计信号 DOA 的前提下, 较显著的减少了运算量, 降低了运算复杂度. 可以以较少的运算时间来处理

较大规模的阵列数据, 克服了阵处理中阵元数多, 数据量大难以处理的难题, 提高了阵列系统实时性, 使大规模数据处理在实时系统中的应用成为可能.

矩形阵 FFT 波束形成是一种快速波束形成的方法. 其他阵型也存在着相应的快速算法, 研究不同阵型的快速算法具有重要的工程应用价值. 研究六角形阵快速波束形成算法将是下一步研究的目标.

参考文献:

- [1] VAN TREES. HARRY L. The Optimum Array Processing [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 2002
- [2] EHRHARDT J C. Hexagonal Fast Fourier Transform with Rectangular Output [J]. Signal Processing. IEEE Transactions, 1993, 41(3): 1469-1472.
- [3] IOANNIDES P, BALANIS C A. Uniform Circular and Rectangular Arrays for Adaptive Beamforming Applications [J]. Antennas and Wireless Propagation Letters, 2005, 4: 351-354.
- [4] LIN T T, LEE T S. Development and Analysis of a Two-Stage Beamformer for Multiple Correlated Interferers Using Rectangular Array [J]. J Acoust Soc Am 1999, 105: 241.
- [5] CHOU H T, HO H K, PATHAK P H, NEPA R, CIVIO A. Efficient Hybrid Discrete Fourier Transform Moment Method for Fast Analysis of Large Rectangular Arrays [J]. Micro waves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings 2002 149 (1): 1-6 Summary: A Novel Approach Combining the Moment Method (MoM) and the Discrete Fourier Transform (DFT) is Developed for the Fast Analysis of Electromagnetic (EM) Radiation/Scattering from Electrically Large, Finite Planar Rectangular Arrays. In Particular, the....
- [6] COOLEY J W, TUKEY. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series [J]. Math Comput, 1965, 19(4): 297-301. Summary: A Hybrid Scheme of the Discrete Fourier Transform and Moment Method (DFT MoM) is Presented for the Fast Analysis of Large Rectangular Array Problems. This DFT MoM is Very Efficient Since Only a Very Few DFT Terms, Which are Selected According to UTD
- [7] 曹细武, 邓亲恺. 心电图各波的频率分析 [J]. 中国医学物理学杂志. 2001, 18(1): 46-48.
- [8] 段新昱, 林家瑞. ECG 监视过程中的消噪问题 [J]. 国外医学生物医学工程分册 1992, 15(3): 131-137.
- [9] Zhaohua Wu and Huang Norden E. A Study of the Characteristics of White Noise Using the Empirical Mode Decomposition Method [J]. Proc. R. Soc. Lond. 2004, A454: 1597-1611.

(上接第 2581 页)

- [3] Mallat S. A wavelet Tour of Signal Processing [M]. Academic Press 1998.
- [4] Donoho D L. De Noising by Soft Thresholding [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [5] Huang N E, Shen Z, Long S R. The Empirical Mode Decomposition Method and the Hilbert Spectrum for Non Stationary Time Series Analysis [J]. Proc. R. Soc. Lond. 1998, A454: 903-995.
- [6] Boudraa A O, Cexus J C and Saidi Z. EMD Based Signal Noise

Reduction [J]. International Journal of Signal Processing, 2004, 1: 33-36.