

同济大学职业技术教育学院

硕士学位论文

自适应IIR滤波器的遗传算法

姓名：周上玖

申请学位级别：硕士

专业：信号与信息处理

指导教师：罗胜钦

20050401

## 摘 要

自适应滤波器通常有两部分组成, 其一是滤波子系统结构, 另一是自适应滤波算法。

自适应有限冲激响应滤波器 (AFIRF) 结构是无条件稳定的, 已有相当完善的自适应算法, 获得了广泛应用。缺点是要获得好的特性, 所需阶次可能相当大, 导致结构复杂、运算量大。

自适应无限冲激响应滤波器 (AIIRF) 由于输出反馈使有限数量的系数产生了无限冲激响应, 能更有效地逼近期望响应信号, 比自适应 FIR 滤波器有更好的信号处理能力。

本文在研究二进制编码遗传算法的基础上, 根据 AIIRF 的结构特点, 设计了精度更高、操作更加方便的浮点数编码遗传算法, 并利用有限 Markov 链证明了浮点数编码遗传算法的收敛性。浮点数编码遗传算法应用于并联型、级联型和格型结构的 AIIRF, 得到了遗传算法寻优的 AIIRF, 可以有效地避免梯度搜索算法可能陷入局部极小或由于噪声而无法收敛的问题。

本文给出了自适应 IIR 滤波器遗传算法的计算机模拟实训, 获得了满意的结果。

[关键词] 浮点数编码 遗传算法 自适应 IIR 滤波器 参数优化

## ABSTRACT

Adaptive filter is usually made up of two parts. One is the configuration of filter system, the other is the filter algorithm.

The framework of FIR filter is unlimited stabilization, widely used, so there are many perfect algorithms for FIR filter. The disadvantage is that when wanted to obtain better property, high ranks may lead to complex configuration and big operation capacity.

Due to the feedback of output, IIR filter make the finite number of coefficient produce infinite impulse and approach expected response and can approach expected response signal more effectively.

Pull-over construction is used directly for Adaptive IIR Filter. It becomes instability when  $H(z)$ 's pole is not in the unit circle. By now, the efficient ways to strengthen the stabilization of IIR filter are use parallel, series and shelf type structure. At the same time, performance index function of the algorithm based on grads is easy to trap in local minimum which lead to wrong convergence.

This dissertation analysis formal Genetic Algorithm (GA), thus design a Float Coding Genetic Algorithm used convenient, and proof its astringency by limited Markov chain. The algorithm gain satisfied result when used in optimizing coefficient of the steady structure.

[key words] Float-coding GA AIIRF optimizing coefficient

# 声 明

本人郑重声明：本论文是在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果，撰写成硕士学位论文“自适应 IIR 滤波器的遗传算法”。除论文中已经注明引用的内容外，对论文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本论文中不包含任何未加明确注明的其他个人或集体已经公开发表未公开发表的成果。

本声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：周上坎

2005 年 4 月 30 日

# 第一章 绪论

## 1.1 引言

自适应信号处理(Adaptive Signal Processing)是近五十年发展起来的信号处理领域一个新的分支,是研究一类结构可变或可以调整的系统,它可以通过自身与外界环境的接触来改善自身对信号处理的性能。

自适应信号处理的研究工作始于 20 世纪中叶<sup>[1]</sup>。在 1957 至 1960 年间,美国通用电气公司的豪厄尔斯(P. Howells)和阿普尔鲍姆(P. Applebaum)与他们的同事研究和使用了简单的自适应滤波器,用以消除混杂在有用信号中的噪声和干扰。而结构更为复杂的自适应滤波器的研究工作则由美国斯坦福大学的维德罗(B. Widrow)和霍夫(M. Hoff)始于 1959 年,此间他们提出了最小均方自适应(LMS)算法。到了八十年代,人们建立了更完善利用输入信息的处理优化准则及相应算法,即递归最小二乘(RLS)算法。同时,随着计算技术的发展,用代数法和几何法编写的各种程序大大提高了算法的处理速度<sup>[2]</sup>。因此自适应滤波理论与技术逐步发展起来,成为现代信号处理技术的一个重要组成部分。目前自适应滤波技术已在信道均衡、回波抵消、谱线增强、噪声抵消、系统建模、语音信号处理等方面获得了广泛应用<sup>[3]</sup>。

基于梯度信息的 LMS 算法和基于矩阵反演理论的 RLS 算法不可避免地存在着计算复杂度大,容易导致局部收敛等缺点。在实际应用中,人们不断地对这些算法存在的缺点进行着改进,出现了许许多多改进的滤波算法<sup>[4]</sup>。进一步寻求适于不同应用场合的统一、折衷的优化方案,不失为自适应滤波技术研究的一个重要方向。

## 1.2 自适应 IIR 滤波器

自适应滤波器一般有有限冲激响应(FIR)滤波器和无限冲激响应(IIR)滤波器两种类型。它们能根据输入信号特性的变化自动地调节滤波器参数,广泛应用于系统辨识、信道均衡、噪声抵消和图像处理等领域。

自适应滤波器通常有两部分组成,其一是滤波子系统结构,另一是自适应滤波算法。

自适应有限冲激响应(FIR)滤波器是非递归结构,其系统函数 $H(Z)$ 的极点都集中在 $Z=0$ 处,因此不会出现不稳定的情况。自适应FIR滤波器已有相当完善的自适应算法,在信号处理领域,获得了广泛应用。但当用于较高精度匹配的实际物理系统时,所需阶次可能相当大,因而导致结构复杂,运算量大。

自适应IIR滤波器最重要的优点是,与相同系数个数的自适应FIR滤波器相比有更好的性能,这是因为输出的反馈使有限数量的输出能更有效地逼近期望响应信号<sup>[5]</sup>。例如,一个有足够高阶数的自适应IIR滤波器可以精确地逼近一未知的零点与极点系数,而一个自适应FIR滤波器只能近似逼近这一系统。反之,要达到相同性能,IIR滤波器所需系数个数一般比FIR滤波器少得多,正是由于这一潜在优势,近几十年来,自适应IIR滤波器的研究一直非常活跃。

自适应无限冲激响应(IIR)滤波器必须用递归结构实现,如果 $H(Z)$ 极点不能控制在单位圆内,将会使系统不稳定。直接形式实现的IIR滤波器系数灵敏度高,稳定性检测复杂。故IIR滤波器均采用并联型、级联型和格型结构<sup>[5-7]</sup>。

自适应IIR滤波器有两种基本算法,即基于稳定性理论的超稳定自适应递归滤波(HARF)算法和基于梯度的递归预测误差(RPE)算法。HARF算法稳定收敛的充分条件是其前馈传递函数满足严格正实(SPR)条件,但实际应用中难以满足。RPE算法在极点接近单位圆时,由于梯度噪声的作用,存在严重的稳定性问题<sup>[8]</sup>。

## 1.3 遗传算法

### 1.3.1 遗传算法的产生<sup>[9]</sup>

从远古时代的单细胞开始,生命经历了从低级到高级、从简单到复杂的漫长曲折的演化过程。自然界中存在各种各样的生物,这些生物与自然环境相互作用,表现出了复杂的行为。即使是这些生物中最低级的形态——病毒,其结构也是如此复杂,以至于人们很难完全了解其构成细节。生物进化学说告诉我们,自然界中丰富多彩的生物是自然选择和进化的结果。

正是在自然界的启示下,一些学者希望通过模拟自然界的生物进化过程来

解决实际问题，这就直接导致了进化计算这一学科的诞生。自然选择消除了软件设计中的最大障碍：需要事先描述问题的全部特点，并说明针对问题的特点，程序应采取的措施。利用进化机理，人们可以“培育”程序，去解决那些结构尚不清楚的问题。

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是进化计算中一种广为人知的算法，起源于 60 年代对自然和人工自适应系统的研究，它最早由美国密执根大学的 Holland 教授提出。Holland 教授认识到了生物的遗传和自然进化现象与人工自适应系统的相似关系，运用生物遗传和进化的思想来研究自然和人工自适应系统的生成以及它们与环境的关系，提出在研究和设计人工自适应系统时，可以借鉴生物遗传的机制，以群体的方法进行自适应搜索，并且充分认识到了交叉、变异等运算策略在自适应系统中的重要性。

遗传算法是一种宏观意义下的仿生优化算法，它是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局优化概率搜索算法。它主要借用生物进化中“适者生存”的规律：最适应自然环境的种群往往产生了更大的后代种群。它通过模拟达尔文的“优胜劣汰，适者生存”的原理激励好的个体，通过模拟孟德尔的遗传变异理论在迭代过程中保持已有的结构，同时寻找更好的结构。遗传算法作为一种新的全局优化搜索算法，以其简单通用，鲁棒性强、适于并行处理以及应用范围广等显著特点，奠定了它作为 21 世纪关键智能计算之一的地位。

### 1.3.2 遗传算法的特点<sup>[10]</sup>

传统的基于梯度的优化搜索方法往往要求所要求解的函数连续及可微，然而实际中的问题常常不具备连续性及可微性，而且在具有多个解的同时存在严重的噪声，许多优化的方法不能很好地处理这类复杂的问题，一般只能求得局部最优解，而且鲁棒性较差。一个好的优化算法应具有优良鲁棒性，这有十分重要的现实意义。

与传统的优化方法相比，遗传算法(GA)不受问题性质(如连续性、可微性)限制，能够处理传统优化算法难以解决各类复杂问题，具有广泛的适应性与优良的鲁棒性，且易于并行实现。与传统的搜索方法相比，具有以下特点：

(1) 遗传算法是一种并行操作，它同时处理解空间中的许多点，而不是一

个点, 因此大大降低了陷入局部极值的可能。

(2) 遗传算法处理参数集合的编码, 而不是参数本身, 其操作是在给定的字符串上进行的。

(3) 遗传算法只需要一个适应度函数, 而不需要导数和其他辅助信息, 因此具有广泛的适应性。

(4) 遗传算法使用概率规则指导搜索而不是确定性规则, 能搜索离散的、有噪声的、多峰值复杂空间。

### 1.3.3 遗传算法还存在的问题

尽管经过几十年的理论及应用研究获得了大量的应用成果, 然而, GA 在许多方面还存在问题, 有待进一步深入研究<sup>[11]</sup>。其一, 遗传算法的理论基础还比较薄弱, 相对与其鲜明的生物学基础, 其数学基础公认是不完善的, 有关理论体系正处在形成阶段, 许多本质性问题的研究还仅仅是一个开端甚至还存在许多空白。更接近于实际生物进化过程的 GA 收敛性分析、GA 收敛速度估计的理论问题等至今仍没得到圆满解决。其二, 关于 GA 的实际应用成果还不够丰富, 特别是 GA 在自动控制系统中的应用研究多数处于理论性仿真阶段, 实际控制系统中的应用研究还非常少见。因此, 进一步研究 GA 的理论问题和进行应用性改进方法的研究对促进 GA 在控制领域及其它学科中的成功应用具有非常重要的意义。

## 1.4 本文主要的研究工作

本文主要研究了浮点数编码的遗传算法, 并将其运用到稳定结构的自适应 IIR 滤波器的参数优化, 主要的研究工作有:

- 1) 在二进制遗传算法的基础上, 根据自适应 IIR 滤波器的特点, 给出了一种浮点数编码的遗传算法。
- 2) 给出了浮点数编码遗传算法收敛性的证明。
- 3) 应用浮点数编码遗传算法建立了基于并联型、级联型和格型结构的自适应 IIR 滤波器的遗传滤波算法。



## 第二章 遗传算法

### 2.1 引言

在实际工程中,许多最优化问题性质非常复杂,很难用传统的优化方法来求解。自1960年以来,人们对求解这类难解优化问题的兴趣日益增加,一种模仿生物自然进化过程的、被称为“进化计算(Evolutionary Algorithms)”的随机优化技术在解这类优化难题中显示出了通常优于传统优化算法的性能。遗传算法是其中最广为人知的算法<sup>[12-14]</sup>。

### 2.2 遗传算法的一般结构

遗传算法的常用形式是1989年由Goldberg提出的<sup>[9]</sup>。遗传算法是一种基于生物自然选择与遗传机理的随机搜索算法。和传统搜索算法不同,遗传算法从一组随机产生的初始解开始搜索。在遗传算法中,有一个包含个体 $x_i$ 的群体 $p=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,个体 $x_i$ 代表问题的一个解,群体就是问题的一些解的集合。某一评价函数 $f(x_i)$ 被用来对这些候选解进行评价,目标是优化该评价函数(搜索该函数的最大值或最小值)以解决给定的问题。这些候选解通常用位串(bit string)的形式表示,借用生物学的术语称之为染色体(chromosome)。把解用位串表示的过程称为编码,编码后的每个位串就表示每一个个体,即问题的一个解。评价函数用以评价群体中每个个体的适应度(fitness)。在算法的每次迭代中(借用生物学术语称作一代),评价函数按照优化标准对每个个体 $x_i$ 进行度量,计算其适应度,适应度高的个体被选择允许再生以产生新一代。

遗传算法中的再生过程主要包括三个遗传算子:(1)选择 (2)交叉 (3)变异。在选择过程中,适应度高的个体被直接复制到下一代群体中。适应度越高的串,产生后代的概率就越高。在交叉过程中,两个串的部分(称为基因)进行交换从而产生一个新串作为下一代的个体。变异用来随机地改变染色体的部分基因。交叉和变异的使用都有一定的概率,分别称为交叉概率 $P_c$ 和变异概率 $P_m$ 。

遗传算法流程图如图2.1所示。

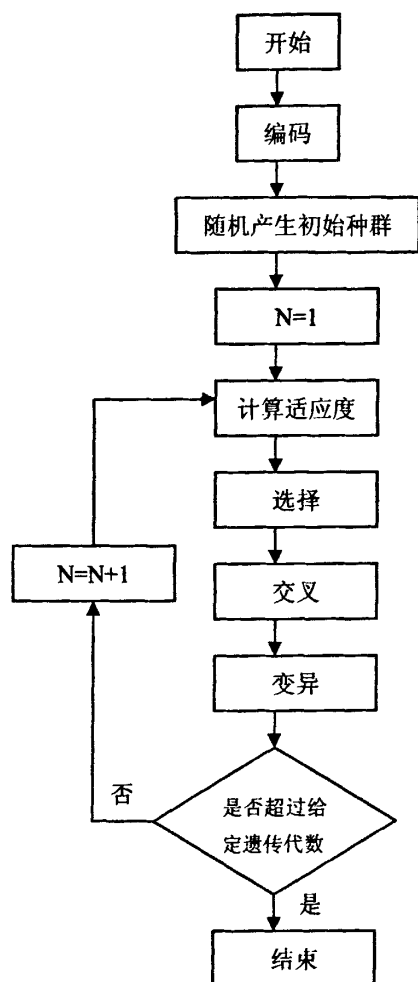


图 3.1 遗传算法流程图

遗传算法的过程描述如下：

```
{  gen=0; //代号初始化
  initialize(); //初始化第一个群体
  evaluate(P(gen)); //P(gen)是第 gen 代的群体
  do{
    gen=gen+1;
    generate new population P(gen) from P(gen-1) through select,
    crossover, and mutation; //通过选择、交叉和变异从 P(gen-1)
```

```
生成新的群体 P(gen)
evaluate(P(gen)); //评价 P(gen)
} while (gen<=maxgen)
}
```

遗传算法提供了一种求解复杂系统优化问题的通用框架,它不依赖于问题的领域和种类。对一个需要进行优化计算的实际问题,一般可按图 2.1 所述步骤来构造求解问题的遗传算法。由该构造步骤可以看出,可行解的编码方法、遗传算子的设计是构造遗传算法时需要考虑的两个主要问题,也是设计遗传算法时的两个关键步骤。

## 2.3 编码方式

在遗传算法的运行过程中,它不对所求解问题的实际决策变量直接进行操作,而是对表示可行解的个体编码施加选择、交叉、变异等遗传操作,通过这种遗传操作来达到优化的目的,这是遗传算法的特点之一。

编码是应用遗传算法时的一个关键步骤。De Jong 曾提出了两条操作性较强的实用编码原则<sup>[11]</sup>。

编码原则一:应使用能易于产生与所求问题相关的且具有低阶,短定义长度模式的编码方式。

编码原则二:应使用能使问题得到自然表示或描述的具有最小编码字符集的编码方案。

总的来说,这些编码可以分为三大类:二进制编码方式,浮点数编码方式,符号编码方式<sup>[15]</sup>。

### 2.3.1 二进制编码方式

二进制编码方式是遗传算法中最常用的一种编码方式,它使用的编码符号集是由二进制符号 0 和 1 所组成的二值符号集 {0, 1},它所构成的个体基因型是一个二进制编码符号串。

二进制编码符号串的长度与问题所要求的求解精度有关。假设某一参数的取值范围是  $(U_{\max}, U_{\min})$ ，用长度为  $l$  的二进制编码符号串来表示该参数，则它总共能够产生  $2^l$  种不同的编码，若使参数码的对应关系如下：

$$000000 \cdots 000000 = 0 \quad U_{\min}$$

$$000000 \cdots 000001 = 1 \quad U_{\min} + \delta$$

.....

$$111111 \cdots 111111 = 2^l - 1$$

则二进制编码精度为：

$$\delta = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^l - 1}$$

### 2.3.2 浮点数编码方式

对于一些多维，高精度要求的连续函数优化问题，使用二进制编码来表示个体时将会有一些不利之处。

首先是二进制编码存在着连续函数离散化映射误差。个体编码串的长度较短时，可能达不到精度要求；而个体编码串长度较长时，虽然能提高编码精度，但会使遗传算法的搜索空间急剧扩大。

其次是二进制编码不便于反映所求问题的特定知识。这样也就不便于开发对问题专门知识的遗传算子，人们在一些经典优化算法的研究中所总结出的一些宝贵经验也就无法在这里加以利用，也不便于处理非平凡约束条件<sup>[16]</sup>。

为改进二进制编码方法的这些优缺点，人们提出了个体的浮点数编码方法<sup>[14]</sup>。所谓浮点数编码方法，是指个体的每个基因值用某一范围的一个浮点数来表示，个体的编码长度等于其决策变量的个数。

在浮点数编码方案中，必须保证基因值在给定的区间限制范围内，遗传算法中所使用的交叉，变异等遗传操作也必须保证其运算结果所产生的新个体的基因值也在这个区间限制范围内。

### 2.3.3 符号编码方式

符号编码方式是指个体染色体编码串中的基因值取自一个无数值含义的符号集。这个符号集可以是一个字母表, 如 {A, B, C, D, ...}; 也可以是一个数字符号表, 如 {1, 2, 3, 4, 5...}; 还可以是一个代码表, 如 {A1, A2, A3, A4, A5, ...} 等等。

## 2.4 选择算子

选择的基础是个体的适应度函数值, 不同的问题有不同的适应度函数。适应度函数值高的个体在下一代中有较多的选择机会, 而适应度函数值低的个体, 则在下一代产生数目较少后代, 最终逐渐被淘汰。通过这样的筛法, 使得群体一代比一代优良, 最终取得最优解。

目前常用的选择算子有以下几种。

### 2.4.1 蒙特卡罗选择法 (Monte Carlo Model)

蒙特卡罗选择法是目前遗传算法中最基本也最常用的选择方法, 也叫赌轮 (roulette wheel selection) 或比例选择法。在该方法中, 各个个体的选择概率与其适应度函数值成比例。其选择概率公式如下:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (3.1)$$

式中:  $p_i$  为选择概率;  $i$  为个体序号;  $f_i$  为个体  $i$  的适应度函数值;  $N$  为种群的规模。

显然, 概率  $p_i$  反映了个体  $i$  的适应度在整个群体的个体适应度总和中所占的比例, 个体适应度越大, 其被选中的概率就越高, 经过选择后它在种群中的数量会增加, 反之亦然。按上式计算出群体中各个个体选择概率后, 就可以决定哪些个体被选出。但是, 这种方法容易引起过早收敛, 同时由于该方法是基于概率的选择, 存在统计误差。

### 2.4.2 最佳个体保存法 (Elitist Model)

最佳个体保存法的思想是把群体中适应度值最高的个体不进行配对交叉而直接复制到下一代中, 这种选择方法又称复制 (copy)。其优点是, 进化过程中某一代的最优解可不被交叉和变异操作所破坏, 但是, 这也隐含了一种危机, 即局部最优个体的遗传基因会急速增加而使进化有可能陷入局部解。也就是说, 该方法的全局搜索能力差, 更适合单峰性质的搜索空间搜索, 而不适合多峰性质的搜索空间搜索, 所以此方法一般要与其他选择方法结合使用。

### 2.4.3 联赛选择方法

联赛选择方法的基本思想是每次选取几个个体中适应度最高的一个个体遗传到下一代群体中。在联赛选择操作中, 只有个体适应度之间的大小比较运算, 而无个体适应度之间的算术运算, 所以它对个体适应度是取正值还是取负值无特别要求。

联赛选择的具体操作过程是:

- 1、从群体中随机选取  $N$  个个体进行适应度大小的比较, 将其中适应度最高的个体遗传到下一代群体中。
- 2、将上述过程重复  $M$  次, 就可得到下一代群体中的  $M$  个个体。

## 2.5 交叉算子<sup>[14]</sup>

交叉是将选择后的种群中的个体, 放入交配池中, 随机地配对, 称父代, 按照选定的交叉方式及确定的交叉概率  $p_c$ , 把成对个体的基因, 部分地进行交换, 形成一对子代。可见交叉后, 生成新的个体。

### 2.5.1 单点交叉 (One-Point Crossover)

单点交叉又称简单交叉, 具体操作是: 在个体串中随机设定一个交叉点, 实行交叉时, 该点前或后的两个个体的部分结构进行互换, 并生成两个新个体。

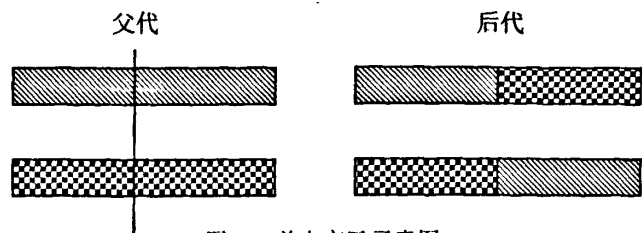


图 4.2 单点交叉示意图

2.5.2 多点交叉(Multi-Point Crossover)

将一对父代个体的基因链，随机地多点切断，部分交换重组，产生一对新个体，为子代。

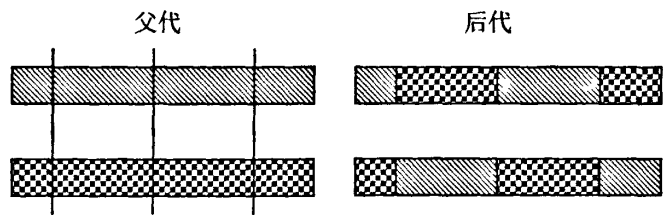


图 4.3 多点交叉示意图

2.5.3 一致交叉 (Uniform Crossover)

一致交叉是指通过设定屏蔽字(mask)来决定新个体的基因继承两个旧个体中哪个个体的对应基因。一致交叉的操作过程表示如下：当屏蔽字位为 0 时，后代 1 继承旧个体 1 中对应的基因，当屏蔽字位为 1 时，后代 1 继承旧个体 2 中对应的基因，因此生成一个完整的后代 1。反之，可生成后代 2。例如：

```
parents  父代
个体 1   0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0
个体 2   1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1
屏蔽样本 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1
offspring 后代
```

后代 1    1 1 1 0 1 1 1 1 1 1  
后代 2    0 0 1 1 0 0 0 0 0 0

2.6 变异算子<sup>[14]</sup>

从遗传算法运算过程中产生新个体的能力方面来说，交叉运算是产生新个体的主要方法，它决定了遗传算法的全局搜索能力；而变异运算只是产生新个体的辅助方法，但它也是必不可少的一个运算步骤，因为它决定了遗传算法的局部搜索能力。交叉算子与变异算子的互相配合，共同完成对搜索空间的全局搜索和局部搜索，从而使得遗传算法能够以良好的搜索性能完成最优化问题的寻优过程。

2.6.1 基本位变异 (Simple Mutation)

基本位变异操作是指对个体编码串中以变异概率  $p_m$  随机指定的某一位或某几位基因座上的基因值作变异运算。例如：

变异前	0	1	1	1	0	0	1	0	1
变异后	0	1	0	1	0	0	1	0	1

↑

表 4.1 基本位变异图

2.6.2 均匀变异 (Uniform Mutation)

均匀变异操作是指分别用符合某一范围内均匀分布的随机数，以某一较小概率来替换个体编码串中各个基因座上的原有基因值。均匀变异的具体操作过程是：

- 1、依次指定个体编码串中的某个基因座为变异点
- 2、对每一个变异点，以变异概率  $p_m$  从对应基因的取值范围内取一随机数来替代原有的基因值。均匀变异操作特别适合应用于遗传算法的初期运行阶段。



### 2.6.3 边界变异 (Boundary Mutation)

边界变异操作是上述均匀变异操作的一个变形遗传操作。在进行边界变异操作时, 随机地取基因座的两个对应边界基因值之一去替代原有的基因值。特别适应于最优点位于或接近于可行解的边界时的一类问题。

## 2.7 遗传算法的运行参数<sup>[14]</sup>

遗传算法中需要选择的运行参数主要有个体编码串长度 $l$ , 群体大小 $M$ , 交叉概率 $p_c$ , 变异概率 $p_m$ , 终止代数 $T$ 等。这些参数对遗传算法的运行性能影响较大, 需认真选取。

#### 1) 编码长度串 $l$

使用二进制编码来表示个体时, 编码串长度 $l$ 的选取与问题所要求的求解精度有关; 使用浮点数编码来表示个体时, 编码串长度 $l$ 与决策变量的个数 $n$ 相等, 当然, 也可以用变长的编码来表示个体, 一般取 $l=10\sim 20$

#### 2) 种群大小 $M$

群体大小 $M$ 表示群体中所含个体的数量。群体大小 $M$ 太小时, 虽然可以提高运算速度, 但难以求解出最优解, 太大则增长收敛时间。一般取 $M=30\sim 60$ 。

#### 3) 交叉概率 $p_c$

交叉操作是遗传算法中产生新个体的主要方法, 所以交叉概率一般要取较大值。交叉概率 $p_c$ 太小时难以向前搜索, 太大则容易破坏高适应值的结构。

一般取 $p_c=0.25\sim 0.90$

#### 4) 变异概率 $p_m$

变异概率 $p_m$ 太小时难以产生新的基因结构, 太大使遗传算法成了单纯的随机搜索。一般取变异概率 $p_m=0.01\sim 0.2$

#### 5) 中止代数 $T$

中止代数 $T$ 是表示遗传算法运行结束条件的一个参数,它表示遗传算法运行到指定的进化代数之后就停止运行,并将当前群体中的最佳个体作为所求问题的最优解输出。一般建议范围是100~1000。

## 2.8 遗传算法的特点

遗传算法是一类可用于复杂系统优化的稳健的搜索算法,与其它的优化算法相比较,它有以下几个特点<sup>[17-19]</sup>:

(1) 遗传算法的处理对象不是参数本身,而是对参数集进行了编码的个体。传统的优化方法往往直接利用决策变量的实际值本身来进行优化计算,而遗传算法是以决策变量的某种形式的编码为运算对象,这种编码操作使得遗传算法可直接对结构对象进行操作,具有良好的可操作性与简单性,具有广泛的应用领域。

(2) 遗传算法基本上不利用搜索空间的知识或其它辅助信息,而直接以目标函数值作为搜索信息。这不仅避开了函数求导这个障碍,因而适用于任何大规模、高度非线性的、不连续多峰函数的优化以及无解析表达式的目标函数的优化,具有很强的通用性,而且可以把搜索范围集中到适应度较高的部分搜索空间中,从而提高了搜索效率。

(3) 遗传算法不是点对点的单点搜索算法,而是同时使用多个搜索点的搜索信息的算法。它的搜索轨道有多条,具有良好的并行性,这一点使得遗传算法具有较好的全局搜索性能,减少了陷于局部最优解的风险。

(4) 遗传算法不是采用确定性规则,而是采用概率的变迁规则来知道它的搜索方向,遗传算法采用概率仅仅是作为一种工具来引导其搜索过程朝着搜索空间的更优化区域移动,虽然看起来它是一种盲目搜索方法,但实际上有明确的搜索方向。这种自适应概率搜索技术增加了搜索过程的灵活性。

## 2.9 本章小节

本章介绍了遗传算法的实现各个细节,阐述了遗传算法的特点,为设计浮点数编码的遗传算法及运行参数选择奠定了基础。

## 第三章 浮点数编码的遗传算法

### 3.1 引言

二进制编码的优点是遗传操作清晰,并由图式理论作引导。然而对于多极值函数的全局优化问题,二进制编码难以得到高精度解,并且在计算目标函数的时候需要把二进制码解码成十进制浮点数<sup>[18]</sup>。从精度及使用方便的角度来看,多极值函数优化问题更适合用十进制浮点数编码。本章在二进制遗传算法的基础上进行了改进,设计了一种浮点数编码的遗传算法。

### 3.2 浮点数编码遗传算法设计

#### 3.2.1 编码

假定  $n$  维的待寻优变量为  $X = \{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ , 则浮点数编码就是产生  $n$  个浮点数  $x_i (x_i \in (L, R), (L, R)$  为  $x_i$  的定义域范围)排列在一起成为一个个体。 $N$  个这样的个体构成一个初始种群。

浮点数编码的个体与二进制编码的个体不同,后者是一个有二进制数码构成的码串,前者是一个与解具有相同维数的向量,向量中的每个元素是被限制在确定范围内的浮点数。二进制编码的解范围确定后,以后的基因操作不会超出该范围,而浮点数编码遗传算法的相应基因操作必须设计得当,以保证操作子代仍被限制在该确定范围之内<sup>[19-20]</sup>。

#### 3.2.2 选择

采用排序选择(Ranking Selection)。由于优化的结果是求适应度函数的最小值,所以在计算每一个个体对应的适应度函数值后,由小到大排序,适应度函数值最小的个体序号为 1。

排序后,根据复制概率  $p_r$  进行选择。具体做法是直接把序号在前面的  $p_r \cdot N$

( $p_r \cdot N$ 取整数)个个体复制两份,淘汰序号在后面的 $p_r \cdot N$ 个个体,序号在中间的 $N - 2p_r \cdot N$ 个个体保留一份。这样的做法能保证种群的规模不变。复制概率

$p_r$ 的取值范围为(0, 0.5)。 $p_r$ 的取值过小,则优势个体的基因得不到很好的保留; $p_r$ 的取值过大,则会失去基因的多样性。

采用排序选择操作的意义在于它能保持一致的选择压力,又能较好地抑制非成熟收敛。

### 3.2.3 交叉

二进制编码遗传算法的单点交叉和一致交叉操作的最终效果是把两个个体中的相对应基因 $a$ 、 $b$ 操作成 $a'$ 、 $b'$ ,满足

$$a + b = a' + b' \quad (3.1)$$

一致交叉通常优于单点交叉,其原因在于一致交叉可能得到更多的结果。

浮点数编码遗传算法可以有类似的交叉方法,然而这时交叉位置只能选取在个体向量基因的间隔处,对长度为 $n$ 的个体来说,仅有 $n-1$ 个可选交叉位置,交叉结果仅仅是个体间基因的互换。为了使交叉结果具有更丰富的多样性,采用如下的算术交叉方法:

$$a' = (1 - \alpha) \cdot a + \beta \cdot b \quad (3.2)$$

$$b' = \alpha \cdot a + (1 - \beta) \cdot b \quad (3.3)$$

如果 $a'(b') < L$ 那么令 $a'(b') = L$ ; 如果 $a'(b') > R$ 那么令 $a'(b') = R$

其中 $\alpha, \beta$ 为(0,1)区间上的均匀分布的随机数,  $L$ 、 $R$ 分别为该待寻优参数取值范围的左右边界。 $\alpha, \beta$ 的不同取值影响着交叉操作结果的变化范围,当 $\alpha, \beta$ 较小时,子代参数在原值附近小范围变化,  $\alpha, \beta$ 较大时,子代参数可能离原值较远。可以看出,当 $\alpha = \beta = 1$ 时该交叉方式退化为个体间参数互换。

采用这种交叉方式,可能得到的结果量丰富,远远超过单纯的参数互换,能更充分地实现两个个体间的“信息交换”,对找到全局极值很有利。

### 3.2.4 变异

对于个体中基因  $c$  按变异概率  $p_m$  进行如下变异操作：

$$c' = \begin{cases} c + (R - c) \cdot \gamma, & \text{random} = 0 \\ c - (c - L) \cdot \gamma, & \text{random} = 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

其中“0”、“1” 代表变异的两个方向， $\gamma$  为 (0,1) 区间上均匀分布的随机数，Random 可随机产生整数 0 或 1。

此变异操作的值域为  $(c - \gamma(c - L), c + \gamma(R - c))$ ，当  $\gamma$  取得很小时，该值域被严格地限制在原值附近，只有  $\gamma=1$  时其值域与参数的定义域相等。

## 3.3 浮点数编码遗传算法的操作步骤

下面对设计的浮点数编码遗传算法的步骤总结如下：

- (1)  $n$  个定义域内的浮点数排列在一起成为一个个体，随机产生  $N$  个这样的个体作为初始种群；
- (2) 计算每一个个体所代表的解对应的适应度函数值，对这些个体按适应度函数值从小到大排序，进行排序选择，按 3.2.2 所述的选择操作备份个体，保持种群规模  $N$  不变。
- (3) 种群中个体随机地两两配对，按一定的交叉概率  $p_c$  进行如式 (3.1)，(3.2) 所示的交叉操作；
- (4) 对群体中任一个体的任一参数，按一定的变异概率  $p_m$  进行如式 (3.4) 所示的变异操作；
- (5) 当达到预设的中止代数则输出最优解并退出，否则转向步骤 (2)。

## 第四章 浮点数编码遗传算法的收敛性分析

### 4.1 引言

Gunter Rudolph 证明了不论如何初始化群体, 如何进行交叉、变异操作, 如何确定目标函数, 经典的遗传算法(Canonical Genetic Algorithm)收敛不到全局最优解<sup>[21]</sup>。

本章将应用齐次马尔可夫链讨论设计的浮点数编码遗传算法的收敛性。由于实际计算机仿真过程中, 使用的数据类型有一定的字长限制, 即一定范围内的浮点数的个数是有限的, 所以讨论也将基于有限字长的浮点数编码遗传算法的收敛性分析。首先给出有关马尔可夫过程<sup>[22]</sup>的一些有用的定义、定理, 然后基于这些定义, 定理进行讨论。

### 4.2 有限马尔可夫链

马尔可夫过程是一种著名的随机过程。马氏链的状态空间  $E$  的一般形式为  $\{a_1, a_2, \dots\}$ , 由于我们在讨论中并不关心状态的取值, 而只关心不同时刻下状态的转移, 因此为了不使记号过于复杂, 一般取状态空间  $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ 。或者说这是状态空间各种状态的编号。关于马氏链有如下的定义和定理。

**定义 4.1** 设随机序列  $\{X_n, n \geq 0\}$ 。如果对任意正整数  $k \geq 2$ , 任意的  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{k+1}$ , 任意的非负整数  $i_1, i_2, \dots, i_k$ , 条件概率函数总是满足

$$P(X_{t_{k+1}} = i_{k+1} | X_{t_1} = i_1, \dots, X_{t_k} = i_k) = P(X_{t_{k+1}} = i_{k+1} | X_{t_k} = i_k), \quad i_{k+1} \in E \quad (4.1)$$

其中  $E$  是  $X_n$  的状态空间。那么称  $\{X_n, n \geq 0\}$  为马尔可夫链, 简称马氏链。

当马氏链  $\{X_n, n \geq 0\}$  的状态空间  $E$  是有限集, 则称  $\{X_n, n \geq 0\}$  为有限马尔可夫链。

(4.1) 式右边称为系统在时刻  $t_k$  处于状态  $i_k$ ，经 1 步后系统处于状态  $i_{k+1}$  的转移概率。可直观的描述为：已知系统现在 ( $t_k$  时刻) 处于状态  $i_k$ ，那么，将来 (时刻  $t_{k+1}$ ) 的状态与过去 (时刻  $t_1, t_2, \dots, t_{k-1}$ ) 的状态无关。

**定义 4.2** 给定马氏链  $\{X_n, n \geq 0\}$ 。如果对所有正整数  $n$ ，一切  $i, j \in E$ ，转移概率  $P(X_{m+n} = j | X_m = i)$  与  $m$  无关，那么称  $\{X_n, n \geq 0\}$  为齐次马尔可夫链。

对齐次马尔可夫链  $\{X_n, n \geq 0\}$ ，通常记转移概率：

$$p_{ij}(n) = P(X_{m+n} = j | X_m = i) \quad (4.2)$$

称  $p_{ij}(n)$  为齐次马尔可夫链  $\{X_n, n \geq 0\}$  的  $n$  步转移概率， $n=1, 2, \dots$ 。  $n$  步转移概率与起始时刻  $m$  无关。

当  $n=1$  时，称  $p_{ij}(1)$  为 (一步) 转移概率，也可记为  $p_{ij}$ ，即：

$$p_{ij} = p_{ij}(1) = P(X_{m+1} = j | X_m = i) \quad (4.3)$$

由全体  $n$  步转移概率  $p_{ij}(n)$  组成的矩阵：

$$\bar{P}(n) = \begin{bmatrix} p_{00}(n) & p_{01}(n) & p_{02}(n) & \cdots \\ p_{10}(n) & p_{11}(n) & p_{12}(n) & \cdots \\ p_{20}(n) & p_{21}(n) & p_{22}(n) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

称为齐次马尔可夫链  $\{X_n, n \geq 0\}$  的  $n$  步转移概率矩阵。当  $n=1$  时，称  $\bar{P}(1)$  为 (1 步) 转移概率矩阵，通常记  $\bar{P}(1) = \bar{P}$ ，即转移概率矩阵：

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

对齐次马尔可夫链， $n$  步转移概率矩阵  $\bar{P}(n) = \bar{P}^n$

**定义 4.3** 给定马尔可夫链  $\{X_n, n \geq 0\}$ 。如果对任意一个  $j \in E$ ， $E$  是状态空间， $n$  步转移概率  $p_{ij}(n)$  的极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}(n) = \pi_j, \text{ 对一切 } i \in E \quad (4.6)$$

存在且与 $i$ 无关, 那么称 $\{X_n, n \geq 0\}$ 具有遍历性。当 $\sum_j \pi_j = 1$ 时, 称 $\{\pi_j, j \in E\}$ 为 $\{X_n, n \geq 0\}$ 的极限分布。

**定理 4.1** 设 $\{X_n, n \geq 0\}$ 是一个有限马尔可夫链, 状态空间 $E = \{1, 2, \dots, m\}$ 。

如果存在一个正整数 $k$ , 使得 $k$ 步转移概率矩阵 $\bar{P}(k)$ 中无零元素, 即:

$$p_{ij}(k) > 0, \text{ 对一切 } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (4.7)$$

那么 $\{X_n, n \geq 0\}$ 具有遍历性。且极限分布 $\bar{\pi} = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ 满足条件 $\sum_j \pi_j = 1$ , 其中 $\pi_j > 0, j = 1, \dots, m$ 。

**定理 4.2** 若 $\{X_n, n \geq 0\}$ 为具有遍历性的齐次马氏链, 则对任意的初始状态 $i$ 及任意状态 $j$ , 期望的从状态 $i$ 到状态 $j$ 的过渡时间是有限的。

由于一个有限马尔可夫链的行为依赖于它的转移概率矩阵的结构, 特进行如下的划分:

**定义 4.4** 一个 $n \times n$ 维的方阵 $A$ 被称作是

- (1) 非负矩阵( $A \geq 0$ ), 若对所有的 $i, j \in (1, \dots, n)$ 有 $a_{ij} \geq 0$  ( $a_{ij}$ 为矩阵 $A$ 的元素);
- (2) 正矩阵( $A > 0$ ), 若对所有的 $i, j \in (1, \dots, n)$ 有 $a_{ij} > 0$ ;

一个非负的 $n \times n$ 维方阵 $A$ 被称作是

- (3) 随机矩阵, 若对所有的 $i \in \{1, \dots, n\}$ 有 $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1$ 。

**定理 4.3** 随机矩阵的积仍为随机矩阵。



#### 定理 4.4 马尔可夫链的基本极限定理

齐次马尔可夫链  $\{X_n, n \geq 0\}$ , 随机变量  $X_0$  的概率函数  $p_k(0) = P(X_0 = k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  称为  $\{X_n, n \geq 0\}$  的初始 (概率) 分布。当  $n \geq 1$  时, 随机变量  $X_n$  的概率函数  $p_k(n) = P(X_n = k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  称为  $\{X_n, n \geq 0\}$  在时刻  $n$  的绝对 (概率) 分布。对任意时刻  $n \geq 1$ :

$$p_k(n) = \sum_i p_i(0) p_{ik}(n), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.8)$$

借助于矩阵、向量的形式, 式 (4.8) 可以表示成:

$$\bar{p}(n) = \bar{p}(0) \bar{P}(n) = \bar{p}(0) \bar{P}^n \quad (4.9)$$

其中  $\bar{p}(n) = (p_0(n), p_1(n), p_2(n), \dots)$ ,  $n \geq 0$ 。

依据式 (4.6), 由于  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_i(0) p_{ij}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}(n) = \pi_j$ , 因此  $n$  步转移概率矩阵  $\bar{P}(n)$  的极限存在, 且等于:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{P}(n) = \begin{bmatrix} \bar{\pi} \\ \bar{\pi} \\ \vdots \\ \bar{\pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_0 & \pi_1 & \cdots & \pi_n \\ \pi_0 & \pi_1 & \cdots & \pi_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \pi_0 & \pi_1 & \cdots & \pi_n \end{bmatrix}, \quad \sum_j \pi_j = 1 \quad (4.10)$$

### 4.3 基于马尔可夫链的收敛性分析

由于计算机字长有限, 因此它所能表示的固定区间上的浮点数个数也是有限的。设浮点数编码的每个个体 (串) 含有  $n$  个待寻优参数, 计算机所能表示的每一参数的可能种类为  $m_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则个体串空间  $\Phi$  的维数为:

$$|\Phi| = \prod_{i=1}^n m_i \quad (4.11)$$

再设  $\Lambda$  为由  $N$  个个体组成的种群的集合, 则种群空间  $\Lambda$  的维数为:

$$|\Lambda| = \left( \prod_{i=1}^n m_i \right)^N \quad (4.12)$$

**证明 4.1** 浮点数编码遗传算法可以用齐次有限马尔可夫链描述。

证明 由于考虑到计算机的有限字长的限制,所以浮点数编码遗传算法是在有限维数种群空间  $\Lambda$  中进行搜索,而且,在搜索过程中,下一代种群  $C_{i+1}$  的产生仅依赖于当前种群  $C_i$ ,与前几代种群  $(C_{i-1}, C_{i-2}, \dots, C_0)$  无关,与时刻  $i$  亦无关。所以从一个给定种群  $C_i$  达到特定的种群  $C_j$  的条件概率在任何时刻都不受有关原来变化结果的影响。由马尔可夫链的定义可知,浮点数编码遗传算法的搜索过程具有无后效性和时间无关性,满足齐次马尔可夫准则。所以浮点数编码遗传算法可以用齐次有限状态马尔可夫链来描述,即浮点数编码遗传算法的搜索过程  $\{C_i | C_i \in \Lambda, i=1,2,\dots\}$  是齐次有限马尔可夫过程。遗传算法的状态空间就是种群空间  $\Lambda$ , 参数空间为个体串空间  $\Phi$ 。

种群状态的优劣如下定义:

任给两个种群  $C_i, C_j$ , 假设种群中的个体串  $X_k \in C_i, Y_k \in C_j, k=1,2,\dots,N$

按照其个体优劣程度从优到劣排序  $C_i = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}, X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_N$

$$C_j = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}, Y_1 \geq Y_2 \geq \dots \geq Y_N$$

其中符号“ $\geq$ ”表示“不劣于”。如果  $X_k \succ Y_k$  且  $X_{k-s} \succ Y_{k-s}, s=1,2,\dots,k-1$ , 则称种群  $C_i$  优于种群  $C_j$ , 其中符号“ $\succ$ ”表示“优于”。

浮点数编码遗传算法种群的变化是由其选择,交叉、变异三种操作引起的,它们可以分别由状态转移矩阵  $S, C, M$  来描述。这样,浮点数编码遗传算法的全部过程可以用状态转移矩阵  $P = SCM$  来描述。

**定义 4.5** 令  $X^k$  为第  $k$  代种群  $C_k$  中的最优个体,  $X^*$  为用遗传算法所求问题的全局最优解, 当且仅当

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(X^k = X^*) = 1 \quad (4.13)$$

时, 遗传算法是全局收敛的。

**证明 4.2** 浮点数编码遗传算法选择、交叉、变异的状态转移矩阵  $S, C, M$  是随机的。

证明：这三种操作均为不改变种群  $C_i$  的大小，且操作产生的新个体仍然留在个体串空间  $\Phi$  中，因此操作产生的种群仍属于状态空间  $\Lambda$ ，它们都是把状态空间中的某一状态映射到状态空间内的另一个状态，即状态空间对这三种遗传操作都是封闭的。

所以如果把这三种状态转移矩阵看作  $A$ ，显然均有  $a_{ij} \geq 0 (i, j = 1, 2, \dots, |\Lambda|)$ ，且满足  $\sum_{j=1}^{|\Lambda|} a_{ij} = 1 (i = 1, 2, \dots, |\Lambda|)$ ，故  $S$ 、 $C$ 、 $M$  都是随机的。

证明 4.3 式 (3.4) 所示的浮点数编码遗传算法变异操作的状态转移矩阵  $M$  是正的。

证明 容易看出，定义域内的参数在这种变异操作后可能达到定义域内的任意参数，因此种群  $C_i$  中第  $l$  个参数变异到状态空间  $\Lambda$  中任意种群状态  $C_j$  中的第  $l$  个参数的概率  $p_{ij}(l) > 0$ ，所以种群在状态空间  $\Lambda$  中从状态  $C_i$  一步变异到状态  $C_j$  的概率：

$$m_{ij} = \prod_{l=1}^{Nn} p_{ij}(l) > 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, |\Lambda| \quad (4.14)$$

其中  $n$  为个体中包含的参数个数， $N$  为种群规模。由定义 4.4 知变异操作的状态转移矩阵  $M$  是正的。

证明 4.4 状态转移矩阵  $SCM$  是正的。

证明 由引理 4.1 可知， $S$  和  $C$  是随机的，因此由定理 4.3 知  $SC$  也是随机矩阵。令  $A = SC$ ，因为  $M$  是严格正矩阵，所以对于所有的  $i, j \in [1, |\Lambda|]$  有

$$smc_{ij} = \sum_{k=1}^{|\Lambda|} a_{ik} m_{kj} > 0 \quad (4.15)$$

所以  $SCM > 0$ 。

证明 4.5 以  $SCM$  作为状态转移矩阵构成的马尔可夫链是遍历的。

证明 由定理 4.6 知转移矩阵  $P = SCM$  是正的, 由定理 4.1 可知, 以  $SCM$  作为状态转移矩阵构成的马尔可夫链是遍历的。由定理 4.4 可知, 对于任意状态  $i \in E$ , 条件概率:

$$f_{ii} = P(\bigcup_{k=1}^{\infty} X_k = i | X_0 = i) = 1 \quad (4.16)$$

即系统从状态  $i$  出发, 遍历了各种状态又可以回到状态  $i$ 。而且由定理 4.2 可知, 这个过程的时间是有限的。

**证明 4.6** 浮点数编码遗传算法是全局收敛的。

证明 设  $\Lambda_0$  是满足  $X^k = X^*$  的状态的集合, 转移矩阵  $P = SCM$ 。设  $X_i$  是属于  $\Lambda$  的任意状态, 由定理 4.7 知, 不论初始分布如何,  $X_i$  经有限步后总能达到  $\Lambda_0$ , 因此:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(X^k = X^*) = 1$$

所以浮点数编码遗传算法是全局收敛的。

## 第五章 自适应 IIR 滤波器的遗传算法

### 5.1 引言

自适应 IIR 滤波器采用递归结构, 如果  $H(Z)$  极点不能控制在单位圆内, 将会使系统不稳定。因此, 有效的自适应 IIR 滤波器及其相应的自适应算法必须具有对其极点作稳定性检测的功能, 以确保系统的全部极点都落在单位圆内。但是对于自适应 IIR 滤波器来说, 由于系数灵敏度高、稳定性检测复杂, 在实际应用中并不采用直接形结构, 而是采用并联、级联和格型结构。

并联型和级联型 IIR 滤波器的基本单元是二阶数字 IIR 滤波器。二阶 IIR 滤波器是一种非常重要的数字滤波器, 对系数的量化、有限字长效应等有较强的坚韧性和较高的数值稳定性。自适应算法可对其极点直接估计和调整, 稳定性检测十分方便。本章将研究由二阶数字 IIR 滤波器及其并联、级联构成的自适应 IIR 滤波器和格型自适应 IIR 滤波器的结构及相应的浮点数编码遗传算法<sup>[23]</sup>。

### 5.2 二阶数字 IIR 滤波器

#### 5.2.1 二阶数字 IIR 滤波器及其稳定性条件

二阶数字 IIR 滤波器的结构如图 5.1 所示。

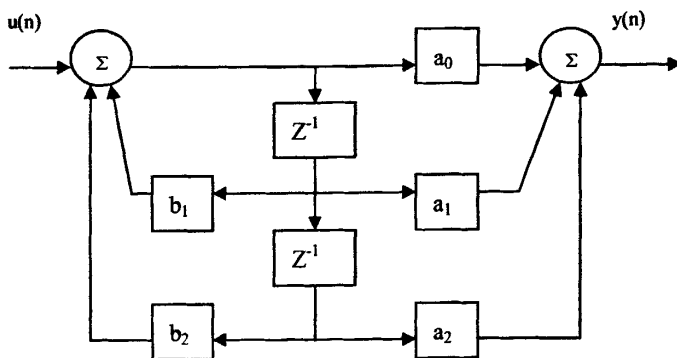


图 5.1 二阶 IIR 滤波器结构

其  $z$  域传递函数为:

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (5.1)$$

其状态变量为:  $\theta = (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2)$ ,  $a_0, a_1, a_2, b_1, b_2$  为待寻优参数, 在遗传算法中每个参数都称为一个基因。为保证二阶数字 IIR 滤波器的稳定性, 使极点位于单位圆内,  $b_1, b_2$  应满足条件<sup>[24]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} b_1 + b_2 &\geq -1 + \varepsilon \\ -b_1 + b_2 &\leq 1 + \varepsilon \\ -b_2 &\geq -1 + \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

式中  $\varepsilon$  是一个充分小的正数。

## 5.2.2 二阶自适应 IIR 滤波器的遗传算法

### 5.2.2.1 编码

每一个状态变量  $\theta = (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2)$  成为一个个体, 其中每个参数都称为一个基因,  $N$  个个体  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$  的集合称为种群,  $N$  称为种群的规模。编码的目的就是随机地产生一个规模为  $N$  的种群。

每个基因都有一个取值范围, 假设基因  $\varphi$  的取值范围为  $(L, R)$ , 令:

$$t = \frac{\varphi - L}{R - L} \quad (5.3)$$

则  $t$  为  $(0, 1)$  之间的浮点数, 可以随机地产生。 $t$  就是基因  $\varphi$  的浮点数编码。对个体  $\theta$  中每个基因编码, 就可以生成个体及初始种群。初始种群经选择、交叉、变异操作后, 又可以生成下一代种群。

### 5.2.2.2 适应度函数计算

自适应 IIR 滤波器的适应度函数选择为输出误差的均方差, 即:

$$E[e^2(n)] = E[(y(n) - y_d(n))^2] \quad (5.4)$$

计算个体  $\theta$  的适应度时, 由个体中每个基因的取值范围  $(L, R)$  和它的浮点数编码  $t$ , 依据式 (5.3) 计算基因  $\varphi$  的值:

$$\varphi = t(R - L) + L \quad (5.5)$$

个体中每个基因值都确定之后, 个体也就确定了。对每一个个体, 根据二阶 IIR

滤波器传递函数 (5.1)，由下式计算二阶 IIR 滤波器的输出  $y(n)$ ：

$$y(n) = a_0(l)u(n) + a_1(l)u(n-1) + a_2(l)u(n-2) - b_1(l)y(n-1) - b_2(l)y(n-2) \quad (5.6)$$

知道了二阶 IIR 滤波器的输出  $y(n)$ ，就可以计算适应度函数的值。

### 5.2.2.3 选择

在计算每一个个体对应的适应度函数值后，按适应度由小到大排序，适应度函数值最小的个体序号为 1。

排序后，根据复制概率  $p_r$  进行选择。具体做法是直接把序号在前面的  $p_r \cdot N$  ( $p_r \cdot N$  取整数) 个个体复制两份，淘汰序号在后面的  $p_r \cdot N$  个个体，序号在中间的  $N - 2p_r \cdot N$  个个体保留一份。这样的做法能保证种群的规模不变。复制概率  $p_r$  的取值范围为 (0, 0.5)。

选择操作后，种群的规模保持不变。

### 5.2.2.4 交叉

对种群  $N$  中每个个体  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ ，随机地产生一个 (0, 1) 之间的随机数与之对应，并从小到大排序。计算  $p_c \cdot N$  ( $p_c$  为交叉概率) 的值，取偶数，这个数就是种群中参与交叉的个体的数量。按这个数量根据随机数从小到大，找到对应的个体，配对之后按式 (3.1)、(3.2) 进行交叉，得到新的个体。

### 5.2.2.5 变异

对种群  $N$  中每个个体  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$  的每个基因，随机地产生一个 (0, 1) 之间的随机数与之对应，并从小到大排序。计算  $p_m \cdot N \cdot M$  ( $p_m$  为变异概率， $M$  为每个个体中基因的数量) 的值，取整数，这个数就是种群中参与变异的基因的数量。按这个数量根据随机数从小到大，找到对应的基因，按式 (3.4) 进行变异，得到新的个体。

经过如上操作之后，得到了新的种群  $N'$ ，谓之为一代。对新的种群继续进行适应度计算、选则、交叉、变异等过程，直至到达预定的代数，得到最终的结果。

### 5.3 并联自适应 IIR 滤波器

#### 5.3.1 并联自适应 IIR 滤波器的结构及传递函数

用稳定的二阶数字 IIR 滤波器可以构成并联自适应 IIR 滤波器，如图 5.2 所示：

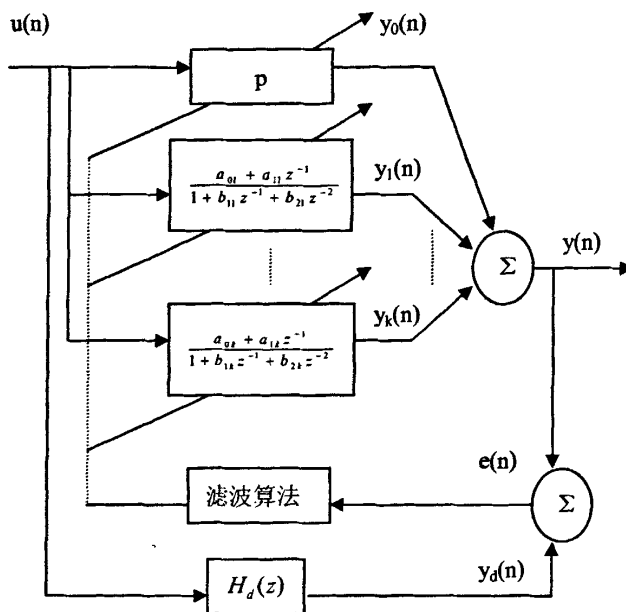


图 5.2 并联自适应 IIR 滤波器

并联自适应 IIR 滤波器的传递函数为各级二阶数字滤波器传递函数之和，可以表示为：

$$H(z) = p + \sum_{k=1}^W \frac{a_{0k} + a_{1k}z^{-1}}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}} \quad (5.7)$$

其中  $p$  为常数，参数  $b_{1k}, b_{2k}$  应满足式 5.2 的条件。若所需辨识的  $H_d(z)$  的最高阶数为  $M$ ，则当  $M$  为奇数时  $W=(M+1)/2$ ；当  $M$  为偶数时  $W=M/2$ 。

#### 5.3.2 并联自适应 IIR 滤波器的遗传算法

并联自适应 IIR 滤波器的遗传算法是调整状态变量：

$$\theta = (p, a_{01}, a_{11}, \dots, a_{0k}, a_{1k}, \dots, b_{11}, b_{21}, \dots, b_{1k}, b_{2k})$$

其编码、适应度函数计算、选择、交叉、变异方法与二阶自适应 IIR 滤波器的遗传算法相同。依据式 (5.7)，并联自适应 IIR 滤波器的输出  $y(n)$  为：

$$y(n) = y_0(n) + y_1(n) + y_2(n) + \dots + y_k(n) \quad (5.8)$$



$y_k(n)$  为每一级二阶 IIR 滤波器的输出。

$$y_0(n) = p(l) \cdot u(n) \quad (5.9)$$

$$y_k(n) = a_{0k}(l)u(n) + a_{1k}(l)u(n-1) - b_{1k}(l)y(n-1) - b_{2k}(l)y(n-2), \quad k=1,2,\dots \quad (5.10)$$

## 5.4 级联自适应 IIR 滤波器

### 5.4.1 级联自适应 IIR 滤波器的结构及传递函数

用稳定的二阶数字 IIR 滤波器可以构成级联自适应 IIR 滤波器，如图 5.3 所示：

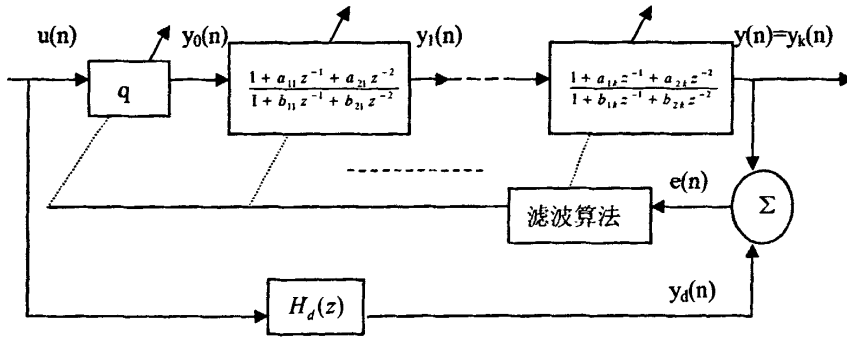


图 5.3 级联自适应 IIR 滤波器

级联自适应 IIR 滤波器的传递函数为各级二阶数字滤波器传递函数之积，可以表示为：

$$H(z) = q \prod_{k=1}^w \frac{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}} \quad (5.11)$$

其中  $q$  为常数，参数  $b_{1k}, b_{2k}$  应满足式 5.2 的条件。若所需辨识的  $H_d(z)$  的最高阶数为  $M$ ，则当  $M$  为奇数时  $W=(M+1)/2$ ；当  $M$  为偶数时  $W=M/2$

### 5.4.2 级联自适应 IIR 滤波器的遗传算法

级联自适应 IIR 滤波器的遗传算法是调整状态变量：

$$\theta = (q, a_{11}, a_{21}, \dots, a_{1k}, a_{2k}, \dots, b_{11}, b_{21}, \dots, b_{1k}, b_{2k})$$

其编码、适应度函数计算、选择、交叉、变异方法与二阶自适应 IIR 滤波器的遗

传算法相同。依据式 (5.11)，并联自适应 IIR 滤波器的输出  $y(n)$  为：

$$y_0(n) = q(l) \cdot u(n) \quad (5.12)$$

$$y_k(n) = y_{k-1}(n) + a_{1k}(l)y_{k-1}(n-1) + a_{2k}(l)y_{k-1}(n-2) - b_{1k}(l)y_k(n-1) - b_{2k}(l)y_k(n-2) \\ k = 1, 2, \dots \quad (5.13)$$

## 5.5 格型自适应 IIR 滤波器

### 5.5.1 格型自适应 IIR 滤波器的结构

自适应格型 IIR 滤波器的结构有多种，本文研究最常规的零极点格型结构，这种结构不会退化成抽头延迟线(TDL)形式，采用这种结构实现的自适应 IIR 滤波器具有良好的噪声舍入特性<sup>[21]</sup>。零极点格型结构如图 5.4 所示：

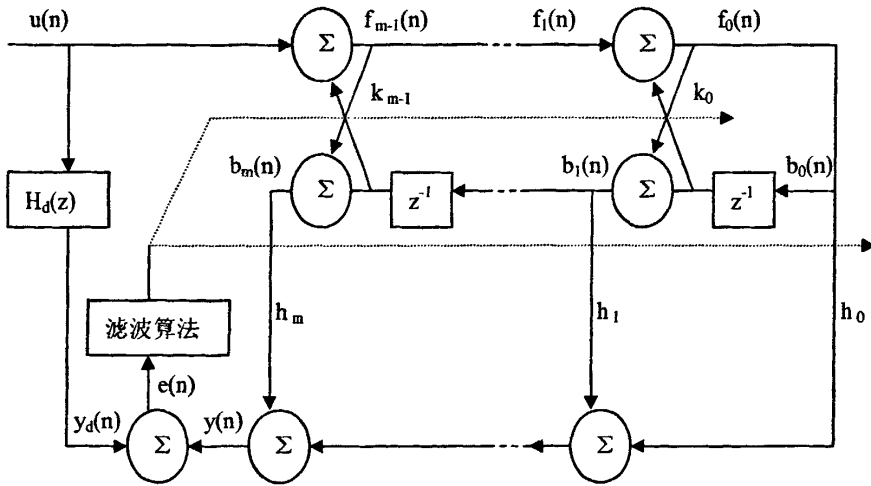


图 5.4 格型自适应 IIR 滤波器

图中， $u(n)$  为输入信号， $f_i(n), b_i(n)$  分别为时刻  $n$  的第  $i$  级前、后向预测误差， $h_i$  为抽头系数， $k_i$  为反射系数，只要  $|k_i| < 1$ <sup>[25]</sup>，则自适应 IIR 滤波器系统是稳定的。由图 5.4 可知：

$$y(n) = \sum_{i=0}^m h_i(l)b_i(n) \quad (5.14)$$

$$b_{i+1}(n) = b_i(n-1) + k_i(l)f_i(n); \quad i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (5.15)$$

$$f_{i+1}(n) = f_i(n) + k_i(l)b_i(n-1); \quad i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (5.16)$$

$$f_m(n) = u(n) \quad (5.17)$$

$$f_0(n) = b_0(n) \quad (5.18)$$

### 5.5.2 格型自适应 IIR 滤波器的遗传算法

格型自适应 IIR 滤波器的遗传算法是调整状态变量：

$$\theta = (h_0, h_1, \dots, h_m, k_0, k_1, \dots, k_{m-1})$$

其编码、适应度函数计算、选择、交叉、变异方法与二阶自适应 IIR 滤波器的遗传算法相同。格型自适应 IIR 滤波器的输出  $y(n)$  依照式 (5.14~5.18) 计算。

## 第六章 仿真试验

下面给出三个计算机模拟实验,验证浮点数编码遗传算法用于直接型、并联、级联和格型自适应滤波器参数优化的有效性<sup>[26-27]</sup>。实验结果的学习曲线是均方误差,并经 10 次独立实验得到的平均结果。

实验条件: 输入信号是 $[-1,1]$ 均匀分布的随机信号,如图 6.1 所示。信号上叠加的是均值为 0 的高斯噪声,其方差的取值使信噪比为 45dB。全体规模选取为 100,采用浮点数编码遗传算法,复制概率为 0.2,变异率为 0.1,交叉概率为 0.3。

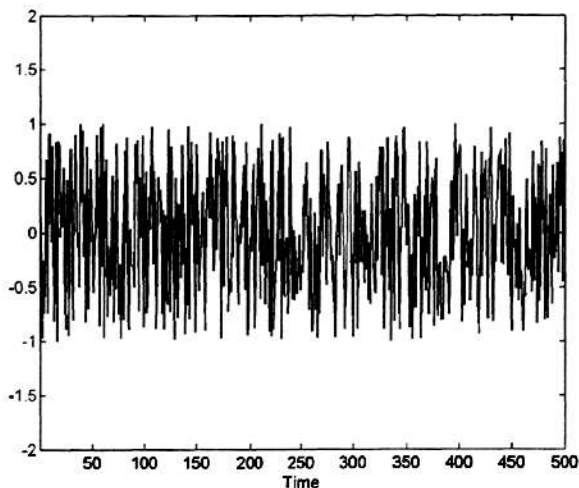


图 6.1 输入信号

实验一:

参考系统一选取为:

$$H_1(z) = \frac{0.5 - 0.4z^{-1} + 0.89z^{-2}}{1.0 - 1.4z^{-1} + 0.98z^{-2}}$$

通过计算可知,该系统有两个极点为:  $z_{1,2} = 0.7 \pm 0.7j$ ,如图 6.2 所示,可见  $H_1(z)$

的极点非常靠近单位圆。在这种情况下,基于梯度算法的自适应滤波器算法无法有效收敛<sup>[28]</sup>。 $H_1(z)$ 是一个未知的二阶系统,因此实验时选择直接和格型结构的自适应滤波器来辨识。应用浮点数编码遗传算法的结果如图 6.3 所示,能够稳定地收敛。

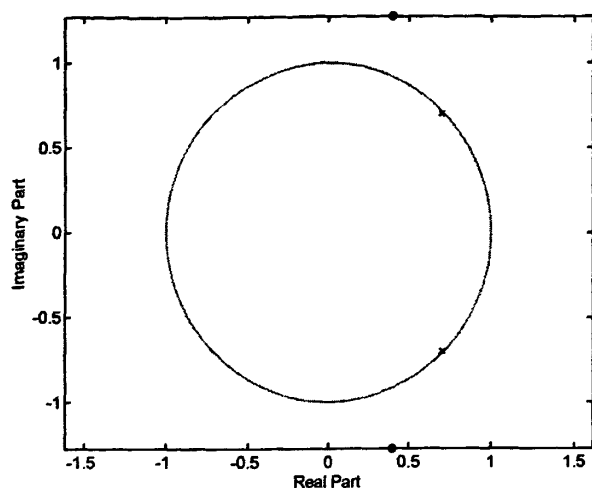


图 6.2 参考系统的零极点图

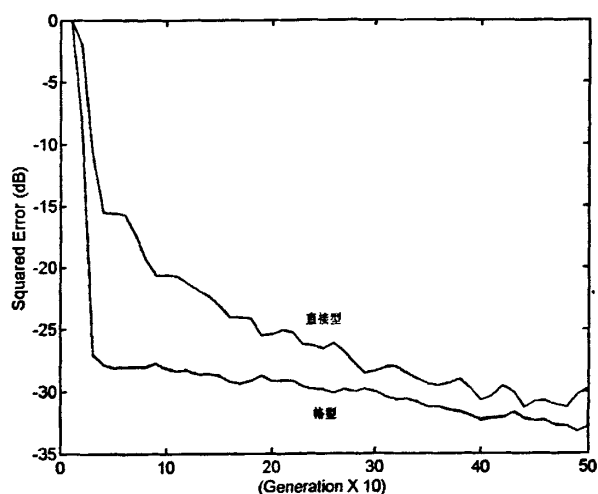


图 6.3 基于遗传算法的自适应滤波

## 实验二：

参考系统二选取为：

$$H_2(z) = \frac{0.0154 + 0.0462z^{-1} + 0.0462z^{-2} + 0.0154z^{-3}}{1.0000 - 1.9900z^{-1} + 1.5720z^{-2} - 0.4583z^{-3}}$$

通过计算可知，该系统有三个极点为： $z_{1,2} = 0.6647 \pm 0.5020j$ ， $z_3 = 0.6605$ ，如图 6.4 所示。在这种情况下，基于梯度算法的自适应滤波器算法无法有效收敛<sup>[26]</sup>。

$H_2(z)$  是一个未知的三阶系统，因此实验时选择并联、级联和格型结构的自适应滤波器来辨识。

原系统并联的表达式为：

$$H_{2p}(z) = -0.0336 + \frac{0.4236}{1-0.6605z^{-1}} + \frac{-0.3746+0.2951z^{-1}}{1-1.3295z^{-1}+0.6939z^{-2}}$$

原系统级联的表达式为：

$$H_{2c}(z) = 0.0154 \times \frac{1+1.0000z^{-1}}{1-0.6605z^{-1}} \times \frac{1+2.0000z^{-1}+1.0000z^{-2}}{1-1.3295z^{-1}+0.6939z^{-2}}$$

应用浮点数编码遗传算法的结果如图 6.5 所示，能够稳定地收敛。

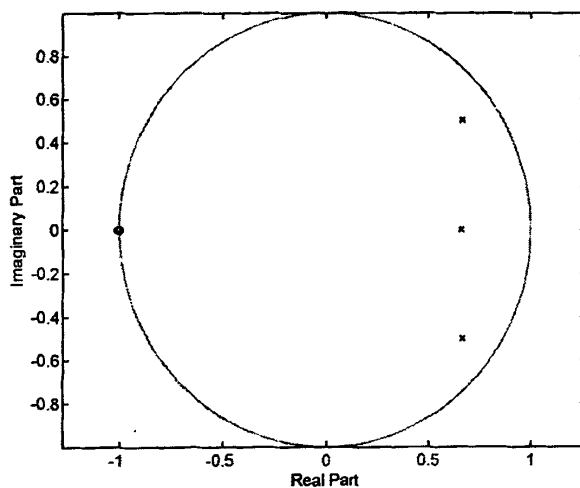


图 6.4 参考系统二的零极点图

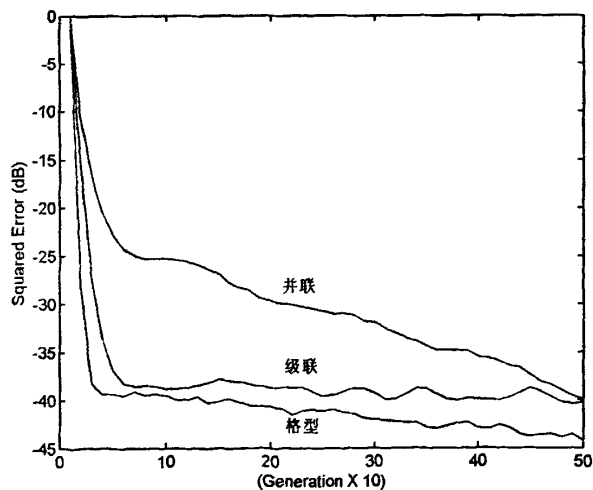


图 6.5 基于遗传算法的自适应滤波

### 实验三：

参考系统三选取为：

$$H_3(z) = \frac{0.0002 + 0.0011z^{-1} + 0.0032z^{-2} + 0.0054z^{-3} + 0.0054z^{-4} + 0.0032z^{-5} + 0.0011z^{-6} + 0.0002z^{-7}}{1.0000 - 3.9190z^{-1} + 7.0109z^{-2} - 7.2790z^{-3} + 4.6934z^{-4} - 1.8690z^{-5} + 0.4236z^{-6} - 0.0420z^{-7}}$$

通过计算可知，该系统有七个极点为： $z_{1,2} = 0.6867 \pm 0.5518j$ ，

$z_{3,4} = 0.5190 \pm 0.3670j$ ， $z_{5,6} = 0.4730 \pm 0.1216j$ ， $z_7 = 0.5616$ ，如图 6.6 所示。

实验时选择并联、级联和格型结构的自适应滤波器来辨识。

原系统并联的表达式为：

$$H_{3p}(z) = -0.0048 + \frac{6.3729}{1 - 0.5616z^{-1}} + \frac{-6.4889 + 3.0133z^{-1}}{1 - 0.9461z^{-1} + 0.2385z^{-2}} + \frac{-0.2513 - 0.3827z^{-1}}{1 - 1.0380z^{-1} + 0.4040z^{-2}} + \frac{0.3723 - 0.3191z^{-1}}{1 - 1.3734z^{-1} + 0.7761z^{-2}}$$

原系统级联的表达式为：

$$H_{3c}(z) = 0.0002 \times \frac{1 + 1.0000z^{-1}}{1 - 0.5616z^{-1}} \times \frac{1 + 2.2109z^{-1} + 4.2923z^{-2}}{1 - 0.9461z^{-1} + 0.2385z^{-2}} \times \frac{1 + 1.7740z^{-1} + 1.0000z^{-2}}{1 - 1.0380z^{-1} + 0.4040z^{-2}} \times \frac{1 + 0.5151z^{-1} + 0.2330z^{-2}}{1 - 1.3734z^{-1} + 0.7761z^{-2}}$$

应用浮点数编码遗传算法的结果如图 6.7 所示，能够稳定地收敛。

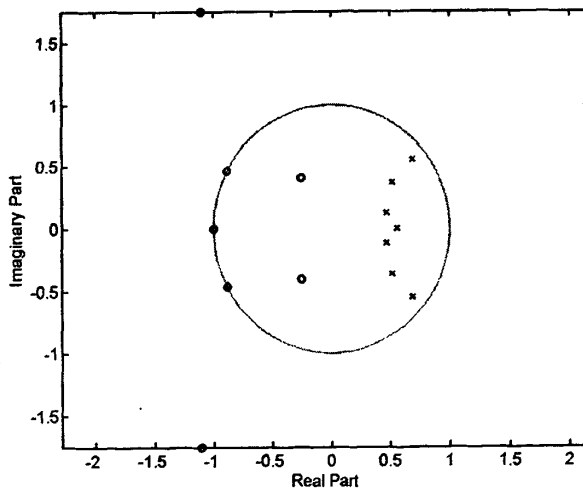


图 6.6 参考系统三的零极点图

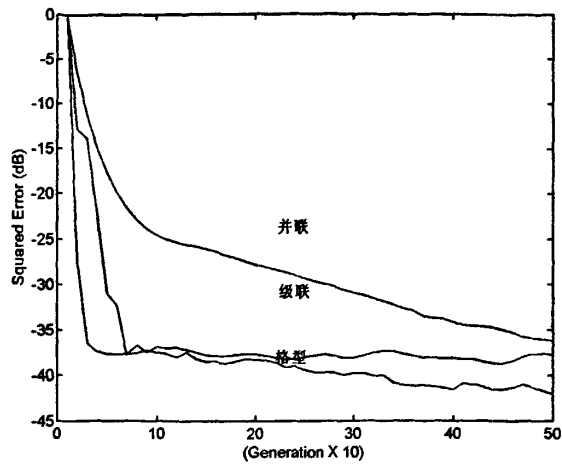


图 6.6 基于遗传算法的自适应滤波

从上述实验结果看出：自适应 IIR 滤波器的性能与自适应 IIR 滤波器的结构和算法有关。级联自适应 IIR 滤波器的性能优于并联自适应 IIR 滤波器的性能，格型结构的自适应 IIR 滤波器的性能最佳，而且编码时参数的取值范围容易选择。

基于梯度算法的自适应 IIR 滤波器需要在自适应过程中对极点位置进行检测，基于浮点数编码遗传算法的并联、级联和格型自适应 IIR 滤波器不需要进行稳定性检测。每一种结构在编码时个体分量的取值必须限制在定义域内。对格型自适应 IIR 滤波器而言，只要在编码过程中使反射系数 $-1 < k_i < 1$ ，就能保证系统稳定。对二阶 IIR 滤波器并联和级联构成自适应 IIR 滤波器，在编码时只要限制二阶 IIR 滤波器的系数  $b_{1k}$ ,  $b_{2k}$  的取值范围，使极点位于单位园内，就能保证滤波器稳定。

本章小节

本章将浮点数编码遗传算法用于自适应 IIR 滤波器的参数优化，解决了自适应 IIR 滤波器设计中难以解决的两个问题，即自适应 IIR 滤波器系统的稳定性问题和收敛性问题。计算机仿真实验结果表明浮点数编码遗传算法可用于不同结构的自适应 IIR 滤波器的参数优化。对于高阶、极点靠近单位圆以及大动态范围的输入信号，基于浮点数数编码遗传算法的自适应 IIR 滤波器取得了满意的效果。



## 结束语

作为一种搜索算法,遗传算法的基本框架已经形成,在许多问题的求解和应用中展现了它的特点和魅力。大量实验已经证明,遗传算法比其它传统方法有更强的鲁棒性和全局搜索能力。

本文从遗传算法入手,设计了浮点数编码的遗传算法,并分析了它的收敛性。将浮点数编码的遗传算法用于稳定的并联、级联及格型自适应 IIR 滤波器的参数寻优,在极点靠近单位圆的情况下,性能明显优于基于梯度下降算法的自适应 IIR 滤波器。对于高阶、以及大动态范围的输入信号,基于遗传算法的自适应 IIR 滤波器也取得了满意的效果。

当然,遗传算法的理论研究还有待进一步加强,遗传算法参数值的不同选择对结果有什么样的影响,如何进一步提高遗传算法的速度,都是今后可以进一步研究的课题。

## 致 谢

在硕士研究生学习与工作期间，我得到了很多人的帮助，在这里我要衷心地感谢我的导师罗胜钦教授，感谢他对我几年以来的悉心指导、言传身教和无私的帮助。他严谨而踏实的治学作风以及忘我的工作热情将使我终生难忘，并值得我终生学习！

同时还要感谢李立兵同学、马立英同学、李琳同学、王伊凡同学以及王兴力同学对我的鼓励与支持！

感谢所有在我学习和工作期间曾经帮助和关心过我的人！

## 参考文献

- [1]黄大卫, 数字滤波器, 中国铁道出版社, 1992
- [2]Europe Association for Signal Processing, Eurasip Short Course, Wave Digital Filters: Theory and Practice. Bochum 7-10 March, 1989
- [3]沈福民, 自适应信号处理, 西安电子科技大学出版社, 2001
- [4]陈尚勤等, 快速自适应信息处理, 人民邮电出版社, 1993
- [5]何振亚, 自适应信号处理, 科学出版社, 2002
- [6]周耀华等, 数字信号处理, 复旦大学出版社, 1992
- [7]赵尔沅等, 数字信号处理实用教程, 人民邮电出版社, 1999
- [8]连兵等, 自适应 IIR 滤波器的韧性梯度估计算法, 大连理工大学学报, Vol137, No.3, 326-330, 1997
- [9]王正志等, 进化计算, 国防科技大学出版社, 2000
- [10]周明等, 遗传算法原理及应用, 国防工业出版社, 1999
- [11]Davie L D. Handbook of Genetic Algorithm. Van Nostrand Reinhold, 1991
- [12]刘勇等, 非数值并行算法 第二册—遗传算法, 科学出版社, 2001
- [13]Michalewicz Z, et.al, Genetic Algorithms and Optimal Control Problem, Proc. Of 29<sup>th</sup> IEEE Conf.on Decision and Control, 1990: 1664~1666
- [14]张文修等, 遗传算法的数学基础, 西安交通大学出版社, 2000
- [15]Goldberg D E, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison Wesley, 1989
- [16]Jim Antonisse. A New Interpretation of Schema Notation that Overturns the Binary Encoding Constraint. Proc, 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Genetic Algorithm. 1989:86-91
- [17]Zbigniew Michalewicz, Cezary Z. Janikow, Jack B. Krawczyk. A Modified Genetic Algorithm for Optimal Control Problems. Computers Math Applic. 1992,23(12), 83-94
- [18]琚为民等, 遗传算法的全局收敛性和计算效率分析, 控制理论与应用, 1996, 13 (4): 455-460
- [19]张玲等, 遗传算法机理的研究[J], 软件学报, 2000, 11(7), 945~952

- [20]任庆生等, 交叉算子的极限一致性[J], 计算机学报, 2002, 25(12), 1405~1410
- [21]G. Rudolph. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms. IEEE Trans. On Neural Networks. 1994, 5(1): 96-101
- [22]何迎晖等, 随机过程简明教程, 同济大学应用数学系
- [23]朱幼莲等, 计划规划用于自适应 IIR 滤波器的优化设计, 通信学报, Vol19, No.7, 44-49, 1998
- [24]罗胜钦等, 稳定的准级联型和并联型自适应 IIR 滤波器, 电子学报, Vol16, No.6, 113-117, 1988
- [25]P.A. Regalia, "Stable and efficient lattice algorithms for adaptive IIR filtering", IEEE Trans. SP, Vol.40, pp375-388, 1992
- [26]Fan H. A new adaptive IIR filter. IEEE Trans CAS, 1986, 33, 939-947
- [27]Vinay K. Ingle, John G. Proakis 著, 陈怀深等译, 数字信号处理及其 Matlab 实现, 2002

作者：[周上玖](#)  
学位授予单位：[同济大学职业技术教育学院](#)

本文读者也读过(8条)

1. [桑红石](#) 小目标检测自适应滤波器ASIC设计方法研究[学位论文]2003
2. [陈显龙](#), [李松斌](#), [侯米娜](#), [CHEN Xian-long](#), [LI Song-bin](#), [HOU Mi-na](#) 数字方波滤波器设计及其仿真分析[期刊论文]-东莞理工学院学报2007, 14 (5)
3. [常冬霞](#) 稳健的自适应滤波算法研究[学位论文]2003
4. [刘峰](#) 基于USB通信技术的微机虚拟信号发生器[学位论文]2009
5. [郭嘉伟](#) 基于多元光谱分析法研究复杂药物体系快速分析与血药浓度测定[学位论文]2008
6. [郭团军](#) 城网中长期电力负荷预测模型研究与应用[学位论文]2004
7. [周育乾](#) 基于粒子群优化算法的滤波器设计与实现[学位论文]2007
8. [邓娟](#) 混合语音信号的盲源分离算法研究[学位论文]2007

引用本文格式：[周上玖](#) 自适应IIR滤波器的遗传算法[学位论文]硕士 2005