

## 方向不变恒定束宽波束图数值综合

幸高翔 蔡志明

(海军工程大学电子工程系 武汉 430033)

**摘 要:** 该文提出了方向不变恒定束宽波束形成算法。该算法在主瓣控制思想的基础上,以某一指向上的波束主瓣为参考主瓣,用平移参考主瓣的方式构造主瓣位置能随波束指向变化的参考波束,旁瓣高度采用自适应方式调整。在整个观察区域内设置若干虚拟干扰源,用迭代方式不断调整干扰源强度,使任意波束指向上的波束主瓣都与相应的参考波束主瓣吻合,最终获取方向不变恒定束宽波束图。仿真实验表明,该算法能够在主波束指向  $\pm 60^\circ$  范围内形成有效的恒定束宽波束。

**关键词:** 波束形成; 方向不变恒定束宽; 主瓣控制; 旁瓣高度调整

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2009)03-0574-04

## Numerical Synthesis for Constant Beamwidth Beam Pattern with Steering-Invariance

Xing Gao-xiang Cai Zhi-ming

(Dept. of Electronics Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** A steering-invariant constant beamwidth beamforming algorithm is proposed. On the basis of main-lobe shape controlling idea, the proposed algorithm uses the main-lobe on some direction as reference main-lobe, and constructs the reference beam pattern whose main-lobe direction is changed with different designed main-lobe direction by parallel moving the reference main-lobe, and keeps the height of side-lobe adjusted adaptively. Some virtual interfere sources are set on the look-in domain, the proposed algorithm adjusts the intension of them iteratively and makes the designed main-lobe on arbitrary direction inosculated the reference main-lobe, then the steering-invariant constant beamwidth beam pattern is obtained after some iterative calculations. It is shown by simulation that the proposed algorithm can form the steering-invariant constant beamwidth beam pattern effectively under the designed main-lobe direction of  $\pm 60^\circ$ .

**Key words:** Beamforming; Steering-invariant constant beamwidth beamforming; Main-lobe shape controlling; Side-lobe height adjusting

### 1 引言

阵列天线是通信、雷达和声纳系统的重要组成部分,而非圆形阵列在阵列天线中占有很大比例,如线阵、平面阵、共形阵等。在这些阵列中,当波束主瓣指向不同方位时,主瓣宽度是变化的,例如,当主瓣逐渐偏离基阵法线方向时,主瓣是逐渐变宽的<sup>[1]</sup>。这势必导致阵列的分辨性能下降。为保证阵的指向性能不变,要求主波束在不同的指向上始终保持波束宽度不变,即实现方向不变恒定束宽波束。方向不变恒定束宽波束形成的应用领域包括声纳中的拖曳线列阵的高分辨波束形成、合成孔径声纳成像等。

从概念上分,恒定束宽波束形成有两大方面的研究内容。一为宽带频率不变恒定束宽波束形成,也就是在信号的带宽内,基阵对不同频率的输入信号具有相同的阵列响应,即主瓣宽度在带宽内保持恒定不变的波束图。基本思想有变

孔径法和变权系数法。二为窄带方向不变恒定束宽波束形成,即在波束的不同指向角上实现具有相同主瓣宽度的波束图。

恒定束宽波束形成的研究,主要集中在频率不变恒定束宽波束形成<sup>[2-5]</sup>方面,至于方向不变恒定束宽波束形成<sup>[6,7]</sup>的研究则很少。文献[6,7]提出了方向不变波束的概念,但是将研究局限于均匀线阵,无法适用于任意阵型阵列。近 20 年来零点自适应波束形成的研究在得到了广泛的关注。文献[8-10]仅考虑了单个或少数几个旁瓣区域干扰抑制的自适应零点波束形成,这些文献都没有涉及主瓣形状和旁瓣高度的控制问题;1984 年马远良<sup>[11]</sup>采用“凹槽声场法”对任意阵型阵列进行了束控和旁瓣控制;1991 年 Olen<sup>[12]</sup>等采用自适应迭代的方法实现了旁瓣高度的控制。但是文献[11,12]都没有考虑主瓣宽度控制问题,在降低旁瓣高度的同时主瓣变宽;2005 年文献[13]想控制主瓣宽度,但也仅是考虑了主瓣的锐度角控制问题,而主瓣的形状还是发生了一定的变化,不是理想的主瓣控制算法。2003 年文献[14]在文献[12]的基础上引

入了主瓣控制的思想, 该文献力图同时控制主瓣和旁瓣, 而且参考波束的主瓣采用的是余弦函数实现, 这会导致在实际操作中不便于控制主瓣宽度。

本文在主瓣控制思想的基础上, 提出一种方向不变恒定束宽波束形成算法, 保证主瓣在指向不同方向时主瓣波束宽度恒定不变。新算法采用约束优化方式控制主瓣形状, 参考主瓣的选取不同于文献[14]的余弦函数形式, 而是采用波束图在某方向上的主瓣, 即参考波束的主瓣; 旁瓣高度变化采用自适应控制实现。仿真实验表明本算法是有效的, 能够得到很好的方向不变恒定束宽波束图。

本文的第2节简单介绍了主瓣控制思想和自适应迭代控制预设旁瓣高度的算法, 第3节为方向不变恒定束宽算法的详尽步骤, 第4节是该算法的计算机仿真, 最后一节是本文的结论部分。

## 2 问题表述

考虑一  $p$  元阵列, 阵元  $i$  与阵元  $i+1$  之间间距为  $d_i$ 。设远场单频平面波信号以角度  $\theta$  入射在基阵上, 则基阵的输出信号为<sup>[12]</sup>

$$y(t) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_p]^T$  是权矢量,  $T$  代表转置, 设信号幅度为  $A$ , 平面波信号频率为  $\omega_0$ , 则观察向量  $\mathbf{x} = [\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_p(t)]^T = A e^{j\omega_0 t} \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{a}$  是指向向量, 其表达式为

$$\mathbf{a} = [f_1(\theta), f_2(\theta)e^{-j\phi_2(\theta)}, \dots, f_p(\theta)e^{-j\phi_p(\theta)}]^T \quad (2)$$

其中  $\phi_j(\theta) = 2\pi \left[ \sum_{k=1}^{j-1} d_k \right] \sin(\theta)$ ,  $f_j(\theta)$  表示基元的方向性。定义波束为

$$p(\theta) = |\mathbf{w}^T \mathbf{a}| \quad (3)$$

定义主波束左边第1个零点和右边第1个零点对应的角度分别为  $\theta_L$  和  $\theta_R$ 。定义区域  $[\theta_L, \theta_R]$  为主瓣区域,  $[\theta_L, \theta_R]$  之外的区域为旁瓣区域。

自适应阵能根据干扰强度和方位自动调整权矢量, 则最佳权矢量可以通过下式获得<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{w} = \mu (\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}_i^2 \mathbf{a}_i^* \mathbf{a}_i^T)^{-1} \mathbf{a}_i^* \quad (4)$$

式中  $\mu$  为任意非零标量,  $A_i$  为干扰的幅度, 设期望信号的方向角为  $\theta_d$ , 则  $\mathbf{a}_d$  可由式(2)令  $\theta = \theta_d$  获得, 干扰的方向角为  $\theta_i$ ,  $\mathbf{a}_i$  由式(2)令  $\theta = \theta_i$  获得,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $*$  代表复共轭。

假设在整个观察角内均匀分布  $M$  个假定的干扰源, 方位分别为  $\theta_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ 。采用迭代的方式自动调整干扰源强度。当旁瓣高于预设的数值时, 增大干扰强度; 若旁瓣低于预设值时, 适当减小干扰强度<sup>[12]</sup>。自适应迭代过程中, 第  $k+1$  次迭代时的虚拟干扰源强度为<sup>[14]</sup>

$$\xi_{i_m}(k+1) = \begin{cases} h_k(\theta_{i_m}), & \theta_{i_m} \in [\theta_L(k), \theta_R(k)] \\ \max \left\{ 0, \xi_{i_m}(k) + K_p [p(\theta_{i_m}, k) - d(\theta_{i_m}, k)] \right\}, & \text{其它} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $K_p$  为一常量因子, 称为迭代增益;  $d(\theta_{i_m}, k) = 1/10^{[D(\theta_{i_m}, k)/20]}$ ,  $D(\theta_{i_m}, k)$  为  $\theta_{i_m}$  方向上参考波束的值, 可以通过它指定主瓣形状和旁瓣高度;  $p(\theta_{i_m}, k)$  为第  $k$  次迭代时在  $\theta_{i_m}$  方向上波束的幅度值。式(5)中,

$$h_k(\theta_{i_m}) = \begin{cases} \xi_{i_m}(k), & |p(\theta_{i_m}, k) - d(\theta_{i_m}, k)| \leq \varepsilon \\ \xi_{i_m}(k) + K_m [p(\theta_{i_m}, k) - d(\theta_{i_m}, k)], & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\varepsilon$  是一个很小的正数,  $K_m$  是一常量因子, 值大于  $K_p$ 。获取到  $\xi_{i_m}(k)$  后, 式(4)变形为<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{w} = \mu \left( \sigma^2 \left[ \mathbf{I} + \sum_{m=1}^M \xi_{i_m}(k) \mathbf{a}_{i_m}^* \mathbf{a}_{i_m}^T \right] \right)^{-1} \mathbf{a}_d^* \quad (7)$$

如果对于任意一个给定的阵型, 如何采用上述自适应算法, 进行主瓣约束, 实现方向不变恒定束宽波束图? 这是后面要详细讨论的内容。

## 3 方向不变恒定束宽波束形成

要使用自适应算法实现方向不变恒定束宽波束图, 可以做如下考虑: 将不同指向的波束主瓣去逼近某一参考波束的主瓣, 包括主瓣宽度和形状。因为进行了主瓣约束, 所以旁瓣高度应该采用自适应的方式处理。

### 3.1 不同主瓣指向的参考波束的获取

为了讨论简洁, 先假设旁瓣高度  $D(\theta_{i_m})$  不变,  $\theta_{i_m} \notin [\theta_L(k), \theta_R(k)]$ , 下一小节再考虑旁瓣自适应调整。

假设以指向  $\theta_r$  的波束图主瓣为参考主瓣, 旁瓣高度指定为  $H_{SL}$  (dB), 这样就得到了一幅参考波束图。为了使不同指向的设计波束能逼近参考波束, 则应该根据不同的主瓣指向构造对应的参考波束。

设指向  $\theta_r$  的波束图为  $p_r(\theta)$ , 可以计算出  $[\theta_L, \theta_R]$ , 进而可以切割得到  $p_r(\theta)$  的主瓣  $p_{rml}(\theta)$ 。对应于不同指向的参考波束主瓣均以  $p_{rml}(\theta)$  平移得到, 平移关系为  $\theta_d - \theta_r$ 。  $\theta_d$  为所设计的主瓣指向。如果  $\theta_d = \theta_r$ , 则参考主瓣不需平移; 如果  $\theta_d < \theta_r$ , 则参考主瓣向左平移  $|\theta_d - \theta_r|$  度; 反之, 则向右平移  $|\theta_d - \theta_r|$  度。假设  $H_{SL} = -30$  dB, 参考波束如图1所示。图中,  $\theta_r = 25^\circ$ , 不同的参考主瓣仅仅是  $p_{rml}(\theta)$  平移的结果。这里假设了旁瓣不变。通过比较可以看到不同指向处的主瓣与  $\theta_r = 25^\circ$  处的主瓣是一致的。文献[14]采用余弦函数的形式指定主瓣的形状, 这会导致不便于控制主瓣宽度的情况发生。采用  $p_{rml}(\theta)$  作为参考主瓣, 则可以避免这种不利情况。

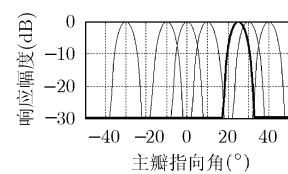


图1 不同主瓣指向的参考波束 ( $\theta_r = 25^\circ$ ,  $H_{SL} = -30$  dB)

### 3.2 旁瓣高度自适应实现

文献[12]采用的是指定的旁瓣高度,因此主瓣宽度和形状发生变化;文献[14]约束了主瓣,同时也约束了旁瓣,这样得到的效果不是很好。本算法的目的是实现方向不变恒定束宽波束,不同指向处的主瓣要相同,这就要求算法必须约束主瓣。为了能够使主瓣约束效果最好,则旁瓣高度不应该加以限制,即在迭代过程中自适应调整旁瓣高度。

每次迭代得到该次的波束图后,计算波束图的各个次极大的值,取最小的次极大值作为下一次迭代的旁瓣高度。这样,最小的次极大值随着迭代次数的增加是逐渐减小的,最后稳定在该主瓣宽度条件下的最低旁瓣水平上,此时得到的旁瓣是均匀高度的。

### 3.3 方向不变恒定束宽波束图的算法及其实现框图

方向不变恒定束宽波束形成算法是一种迭代算法,在每次迭代过程中,用式(5)、式(6)约束主瓣,旁瓣采用3.2节所述的自适应调整实现,用式(7)获取每次迭代的权值。为简洁起见,具体算法见图2。

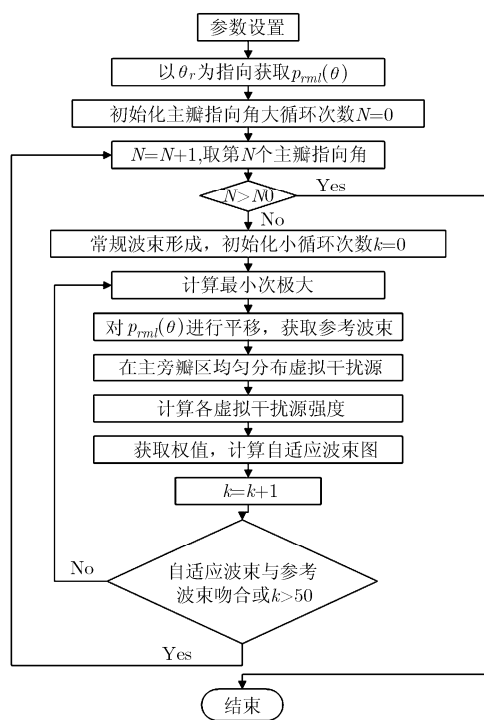


图2 方向不变恒定束宽波束形成算法流程图

## 4 仿真实例

由于波束图的数值综合方法不便于给出详细的数学表达式,用均匀线阵为例来验证算法的有效性。

采用16元均匀线阵,阵元各向同性,阵元间距为工作波长的半波长。以主波束指向 $25^\circ$ 处的波束主瓣为参考主瓣,运用上述算法进行方位不变恒定束宽波束形成,得结果如图3所示,图4为3dB波束宽度随方位变化曲线。图中常规波束是指均匀加权波束,均匀加权的主瓣在指向不同方向时,

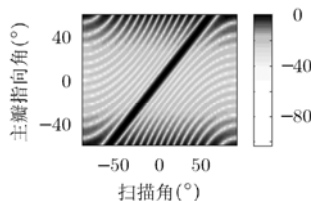


图3 方向不变恒定束宽波束

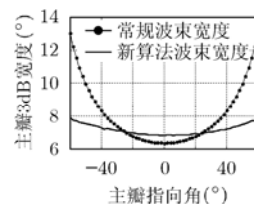


图4 3dB波束宽度随方位变化曲线

主瓣波束宽度变化很大。

从图3的分析可知,在主波束指向 $\pm 60^\circ$ 范围内时,主波束宽度是基本恒定的,而且在 $\pm 40^\circ$ 左右的范围内,还能形成比较低的均匀旁瓣。当主瓣指向角超出 $\pm 40^\circ$ 的范围时,旁瓣明显升高。这是因为常规波束当主瓣指向超出 $\pm 40^\circ$ 的范围时,主瓣束宽变宽较快,当要将其限定在一定的宽度内时,旁瓣会明显升高;而且参考主瓣 $p_{rml}(\theta)$ 宽度越窄,旁瓣越高。

图4表明,常规波束形成的3dB波束宽度变化较大。如果定义

$$\text{波束宽度相对变化率} = \frac{|\text{波束宽度变化}|}{\text{最小波束宽度}} \quad (8)$$

则常规波束形成波束宽度相对变化率达到104.73%,波束宽度变化绝对值为 $6.64^\circ$ 。新算法波束形成波束宽度的相对变化率仅为16.32%,波束宽度变化绝对值为 $1^\circ$ 。

图3,图4的分析表明,本算法能够形成很好的方向不变恒定束宽波束图。

## 5 结束语

本文在主瓣控制的思想下,提出了方向不变恒定束宽波束形成算法,保证了主瓣在指向不同方向时主瓣波束宽度恒定不变。构造主瓣位置能够随设计指向变化的参考波束,运用主瓣控制算法,旁瓣高度自适应调整。一维线阵的计算机仿真表明,方向不变恒定束宽波束形成算法能够在主波束指向 $\pm 60^\circ$ 范围内形成有效的恒定束宽波束。

尽管本文采用的是一维线阵进行验证,由于主瓣约束算法不存在阵型限制,因此,本文的方向不变恒定束宽波束形成算法也适用于任意阵型的阵列。

## 参考文献

- [1] Van Trees H L. Optimum Array Processing[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002: 1-14.
  - [2] Ward D B, Kennedy R A, and Williamson R C. Theory and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns [J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1995, 97(2): 1023-1034.
  - [3] 张保嵩, 马远良. 宽带恒定束宽波束形成器的设计与实现[J]. *应用声学*, 1999, 18(5): 29-33.
- Zhang Bao-song and Ma Yuan-liang. Beamformer for broadband constant beamwidth through FIR and DSP

- implementation[J]. *Applied Acoustics*, 1999, 18(5): 29-33.
- [4] Liu Wei and Weiss S. A new class of broadband arrays with frequency invariant beam patterns [C]. ICASSP-2004, Montreal, Canada, IEEE Publishing House, 2004: 185-188.
- [5] Yan Shefeng. Optimal design of FIR beamformer with frequency invariant patterns[J]. *Applied Acoustics*, 2006, 67(6): 511-528.
- [6] Giuseppe A and Ryuji K. Chebyshev-like sidelobe beam patterns with adjustable beamwidth and steering-invariance[C]. Proceedings for European Wireless 2002 (EW'02), Florence (Italy), 2002: 732-738.
- [7] Khanna R. Characterization and development of algorithms for arrays processing architectures of adaptive antennas in wireless communication[D]. [Ph.D. dissertation] Deemed University, India, 2006.
- [8] Samhan J M, Shubair R M, and Al-Qutayri M A. Design and implementation of an adaptive smart antenna system[C]. Innovations in Information Technology, Dubai, 2006: 1-4.
- [9] Xu Z and Zakharov Y. Modified null broadening adaptive beamforming: constrained optimisation approach[J]. *Electronics Letters*, 2007, 43(3): 145-146.
- [10] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 第一版, 北京: 国防工业出版社, 2000: 258-420.
- Zhang X D and Bao Z. Communication Signal Processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000: 258-420.
- [11] 马远良. 任意结构形状传感器阵方向图的最佳化[J]. 中国造船, 1984, (4): 78-85.
- Ma Yuan-liang. Pattern optimization for sensor arrays of arbitrary configuration[J]. *Ship Building of China*, 1984, (4): 78-85.
- [12] Olen C A and Compton R T. A Numerical pattern synthesis algorithm for arrays[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1990, 38(10): 1666-1676.
- [13] 幸高翔, 蔡志明. 任意形状旁瓣波束形成技术研究[J]. 电子学报, 2005, 15(12): 1278-1281.
- Xing Gao-xiang and Cai Zhi-ming. Research on the technology of arbitrary shape sidelobe beamforming[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 15(12): 1278-1281.
- [14] Anh P and Hoang D T. A numerical pattern synthesis algorithm for arbitrary arrays[C]. Proceedings of 6th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory, Beijing, 2003, 10: 210-213.
- 幸高翔: 男, 1978年生, 讲师, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、水声信号处理、数据融合等.
- 蔡志明: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 总装水声及水声技术专家组成员, 中国声学学会理事, 主要研究方向为信号处理、水声物理、水声对抗及声纳技术等.