

文章编号:1006-2467(2016)02-0188-06

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2016.02.005

改进的最小方差无畸变响应波束形成方法

郑恩明¹, 黎远松², 陈新华¹, 余华兵¹, 孙长瑜¹

(1. 中国科学院 声学研究所, 北京 100190; 2. 四川理工学院 计算机学院, 四川 自贡 643000)

摘要: 提出一种改进的最小方差无畸变响应(MVDR)波束形成方法,通过调节波束形成的权向量设计中的增强因子来改善其方位分辨力,并且不以牺牲信号与干扰+噪声比增益为代价. 仿真结果表明,所提出的方法可以有效改善 MVDR 波束形成的方位分辨力,且不损失 MVDR 波束形成的信号与干扰+噪声比增益.

关键词: 最小方差无畸变响应; 波束形成; 方位分辨力

中图分类号: TB 566 **文献标志码:** A

Improved Bearing Resolution Approach for MVDR Beam-Forming

ZHENG Enming¹, LI Yuansong², CHEN Xinhua¹, YU Huabing¹, SUN Changyu¹

(1. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. School of Computer Science, Sichuan University of Science and Engineering,
Zigong 643000, Sichuan, China)

Abstract: An approach was proposed to improve the minimum variance distortionless response (MVDR) beam-forming bearing resolution by designing an enhancement factor in its weight vector which is known to be a principal factor in resolution improvement under a high signal-to-noise ratio (SNR) condition. This method can provide improved bearing resolution not at the expense of the signal-to-noise plus interference ratio gain. The simulation results show that this method can effectively improve the MVDR beam-forming bearing resolution without losing the signal-to-noise plus interference ratio gain.

Key words: minimum variance distortionless response (MVDR); beam-forming (BF); bearing resolution

在目标检测和方位估计中,波束形成(BF)对拖线阵具有重要作用.对于常规的波束形成,角度分辨力无法突破“瑞利限”.随着实际情况的复杂变化,对同时估计多个目标方位的需求越来越迫切^[1-3].为此,相关学者研究了多种高分辨波束形成技术,大致可分为以下两类^[4-12].第1类是子空间类方法,是基于协方差矩阵特征分解理论、利用信号子空间和噪

声子空间的正交特性来提高目标分辨能力的,能够得到方位参数的渐近无偏估计,并使方位估计方差接近于克拉美罗界(CRB),突破了“瑞利限”的制约,具有良好的参数估计性能,其中主要包括 Pisarenko 法、MUSIC 法和 Johnson 法,已经成为阵列信号处理领域中的研究热点,但此类方法对先验知识的依赖性较强,对目标检测的最低门限信噪比要求较高;

收稿日期:2014-10-08

基金项目:国家自然科学基金项目(61372180),中国科学院声学研究所青年人才领域前沿项目(2014YSGZZ02),江河流域生态环境的集成感知与应用四川省院士(专家)工作站项目(2014YSGZZ02),四川省教育厅科研项目(13ZAO125),四川省高校重点实验室开放基金项目(2014WZY05)资助

作者简介:郑恩明(1985-),男,河南省周口市人,助理研究员,主要研究方向为阵列信号处理及水下目标定位.

黎远松(联系人),男,副教授,电话(Tel.):010-82547952; E-mail:wsdp2015@163.com.

第2类是参数模型方法,包括自相关法、协方差法和线性预测法等,是根据信号特点、利用参数模型来拟合信号变化过程并进一步估计方位的,能够较好地解决加窗函数带来的不利影响,在信噪比不太低、数据长度不太短的情况下具有比常规波束形成方法更好的估计性能,但其估计性能受模型准确性及相应阶数影响较大,对目标检测的最低门限信噪比要求较高。其中:基于自回归(AR)参数模型的波束形成方法因方位分辨力较好且对先验知识的依赖性较弱而具有较大的优势,但对目标检测的最低门限信噪比要求较高;而基于最小方差无畸变响应(MVDR)的波束形成方法是一种典型的约束最佳波束形成技术^[13-16],它可使来自于非期望波达方向的干扰响应最小,且能够保持观察方向的信号功率不变并起到最佳的信号保护、消除干扰和降低噪声的作用^[15-16]。本文应用参数模型方法,在MVDR波束形成的权向量设计中引入增强因子,并通过调节增强因子来改善MVDR波束形成的方位分辨力,而且不以牺牲信号与干扰+噪声比增益为代价,以期改善MVDR波束形成的方位分辨力提供参考。

1 MVDR 波束形成

波束形成是一个多输入-单输出系统,如图1所示。

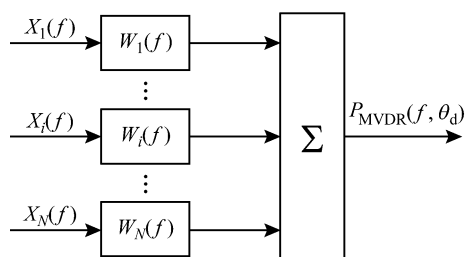


图1 波束形成框图

Fig. 1 Block diagram of beam-forming

假设在一个 N 元等间距水平线阵中的每个阵元输出信号为 $x_i(t)$, $1 \leq i \leq N$, 经过快速傅里叶变换(FFT)后在频率单元 f 的响应为 $X_i(f)$, 对 $X_i(f)$ 加权得到 $W_i(f)$, 再相加所得一个频域的输出为

$$Y(f) = \sum_{i=1}^N W_i^*(f) X_i(f) = \mathbf{W}^H(f) \mathbf{X}(f) \quad (1)$$

式中: $(\cdot)^*$ 为共轭; $(\cdot)^H$ 为共轭转置;

$$\mathbf{W}(f) = [W_1(f) \quad W_2(f) \quad \cdots \quad W_N(f)]^H$$

$$\mathbf{X}(f) = [X_1(f) \quad X_2(f) \quad \cdots \quad X_N(f)]^H$$

MVDR 波束形成采用典型的约束最佳波束形成技术,可表示为

$$\begin{cases} \min \mathbf{W}^H(f) \mathbf{R}(f) \mathbf{W}(f) \\ \text{s. t. } \mathbf{W}^H(f) \mathbf{A}(\theta_d) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}(f)$ 为线阵数据 $\mathbf{X}(f)$ 在频率单元 f 的协方差矩阵, $\mathbf{R}(f) = E[\mathbf{X}(f) \mathbf{X}^H(f)]$, $E[\cdot]$ 为均值运算; $\mathbf{A}(\theta_d) = [1 \quad 2 \quad \cdots \quad e^{-j2\pi fd(N-1)\cos\theta_d/c}]^H$, 表示驱动向量, d 为相邻阵元间距, θ_d 为观察方向, c 为平均声速。

求解式(2), 所得 MVDR 波束形成的权向量为

$$\mathbf{W}_{\text{MVDR}}(f) = \frac{\mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{A}(\theta_d)}{\mathbf{A}^H(\theta_d) \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{A}(\theta_d)} \quad (3)$$

由式(3)可知, MVDR 波束形成在观察方向上的输出能量为

$$P_{\text{MVDR}}(f, \theta_d) = \frac{1}{\mathbf{A}^H(\theta_d) \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{A}(\theta_d)} \quad (4)$$

由式(2)可知, 约束可以保护信号。MVSR 波束形成的固定权向量在观察方向的响应为常规相干求和, 其可使噪声以及不在观察方向上的干扰响应最小, 使信号与干扰+噪声比增益最大。

另外, 由式(3)和(4)可以看出, $\mathbf{W}_{\text{MVDR}}(f)$ 和 $P_{\text{MVDR}}(f, \theta_d)$ 与 $\mathbf{R}(f)$ 有关, $P_{\text{MVDR}}(f, \theta_d)$ 可作为一种方位估计器, 其估计效果取决于 $\mathbf{R}(f)$ 中的噪声量, 而低信噪比条件限制了 MVDR 波束形成的分辨能力。例如, 在图2(a)所示的MVDR波束形成方位分

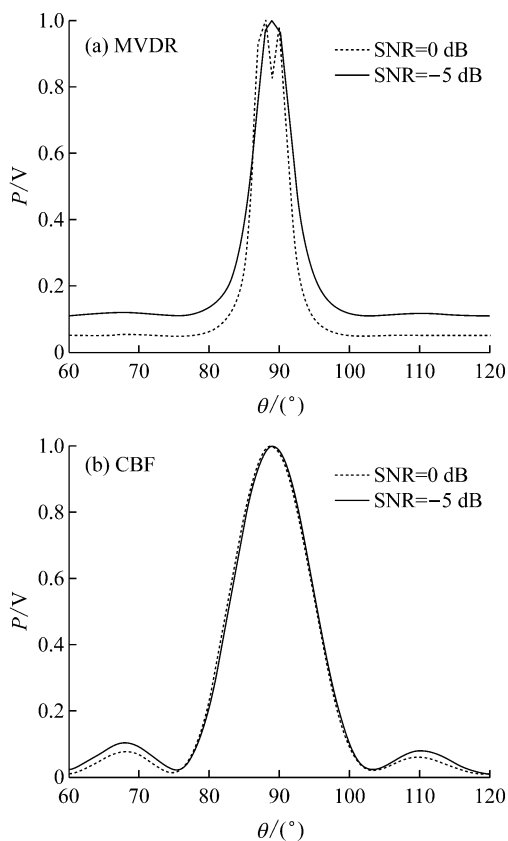


图2 波束形成方位分辨力与信噪比关系

Fig. 2 Beam-forming bearing resolution versus SNR

辨力与信噪比的关系图(其中 P 为信号的归一化幅度)中,对于信号幅度相同的 2 个目标,在信噪比 $\text{SNR}=0$ dB 时出现了 2 个峰,分别对应于 2 个信号的方位 $\theta_1=85^\circ$ 和 $\theta_2=90^\circ$,在 $\text{SNR}=-5$ dB 时仅出现 1 个峰,不能实现对双目标的判别;而在图 2(b)所示由相移-求和所得常规波束形成(CBF)方位分辨力与信噪比的关系图中,对于信号幅度相同的 2 个目标,在 $\text{SNR}=0, -5$ dB 时,CBF 空间谱均只出现了 1 个峰值,不能分辨 85° 和 90° 处 2 个方位较近的目标。

在图 2 的仿真中,水平线阵阵元数为 8,采用 2 个平面波信号,且信号的幅度相同,2 个信号的方位分别为 $\theta_1=85^\circ$ 和 $\theta_2=90^\circ$,背景噪声为空间白噪声。

2 基于 AR 参数模型的波束形成

依据阵元接收信号的相关性,阵元 1 的接收数据可由其余阵元接收数据+高斯噪声拟合得到,即可将水平线阵所有阵元接收数据看作是满足 N 阶 AR 参数模型的空间数据序列^[10-12],可表示为

$$X_1(f) = -\sum_{n=1}^{N-1} a_n X_{n+1}(f) + N(f) \quad (5)$$

式中: $\{a_n\}$ 为 AR 系数; $N(f)$ 为加性高斯噪声频域数据.根据式(5),可采用第 2,3,..., N 个阵元接收数据来预测第 1 个阵元接收数据,即

$$\hat{X}_1(f) = -\sum_{n=1}^{N-1} a_n X_{n+1}(f) \quad (6)$$

其预测误差为

$$e(f) = X_1(f) - \hat{X}_1(f) = X_1(f) + \sum_{n=1}^{N-1} a_n X_{n+1}(f) = \mathbf{A}^T \mathbf{X}(f) \quad (7)$$

式中, $\mathbf{A}=[a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_N]^T$,表示 AR 系数向量.当预测误差的均方误差 $E[|e(f)|^2]$ 值最小时,所求 AR 系数向量 \mathbf{A} 为最优值,即

$$\min E[|e(f)|^2] = \min \mathbf{A}^H \mathbf{R}(f) \mathbf{A} \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{A}^H \mathbf{V} = 1$$

式中, $\mathbf{V}=[1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$.

对于式(8)中的具有约束条件的最优化问题,一般采用拉格朗日方法求解.所以利用式(8)中的最优化问题构造如下代价函数:

$$C(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^H \mathbf{R}(f) \mathbf{A} + \lambda(1 - \mathbf{A}^H \mathbf{V}) \quad (9)$$

式中, λ 为任意常数.将式(9)中的 $C(\mathbf{A})$ 对 AR 系数向量 \mathbf{A} 求导并令求导结果为 0,所得 AR 系数向量的最优解为

$$\mathbf{A}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}} \quad (10)$$

将式(10)的等号左边进行 z 变换,所得传递函数为

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{N-1} a_n z^{-n}} = \frac{1}{\mathbf{A}_{\text{opt}}^T \mathbf{Z}} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{Z}=[1 \ z^{-1} \ \cdots \ z^{-N}]$,假设噪声功率为 1,根据随机信号并通过线性系统理论所得其输出序列的功率谱为

$$B(\omega) = \mathbf{H}^H(z) \mathbf{H}(z) \big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{1}{\mathbf{A}_{\text{opt}}^T \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \mathbf{A}_{\text{opt}}} = \frac{1}{\mathbf{A}_{\text{opt}}^H \mathbf{A}_{\text{opt}}} \quad (12)$$

式中, ω 为角频率.

由文献[10-12]推导,所得基于 1 组 AR 参数模型系数向量的波束形成在观察方向的输出能量近似为

$$P_{1\text{-AR}}(f, \theta_d) = \frac{1}{\mathbf{A}^H(\theta_d) (\mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}) \mathbf{A}(\theta_d)} \quad (13)$$

采用均匀直线阵阵元数为 8,一个平面波信号,信号的方位为 $\theta_1=90^\circ$,背景噪声为空间白噪声, $\text{SNR}=-5$ dB,所得 2 种波束形成方法的仿真结果如图 3 所示.图中,1-AR 为基于 1 组 AR 系数模型系数向量的波束形成所得结果;MVDR 为 MVDR 波束形成的估计结果.

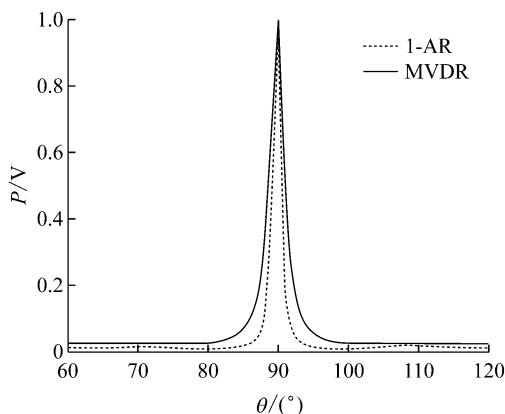


图 3 2 种波束形成方法的方位估计结果

Fig. 3 Bearing estimation results of different beam-formings

3 改进的 MVDR 波束形成方法

同理,将第 j 个阵元数据用第 i ($i=1,2,\dots,N$) 且 $i \neq j$ 元数据来拟合,再利用 AR 参数模型算出 N 组 AR 系数向量 \mathbf{A}_i .

依据式(6)~(10)的运算,可得 AR 系数向量为

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}_i}{\mathbf{V}_i^T \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}_i} \quad (14)$$

式中:

$$\mathbf{V}_i = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$$

$$\mathbf{V}_2 = [0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$$

$$\mathbf{V}_N = [0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 1]^T$$

由于式(14)中的 $\mathbf{V}_i^T \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}_i$ 在实际应用中只对 \mathbf{A}_i 的幅度修正,故可用 1 来取代 $\mathbf{V}_i^T \mathbf{R}^{-1}$,式(14)可变换为

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}_i, \quad 1 \leq i \leq N \quad (15)$$

对式(15)中的信息进行组合,所得 AR 系数矩阵为

$$\mathbf{A}' = \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}' \quad (16)$$

式中:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N-1,0} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}' = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

由式(16)可知, \mathbf{A}' 具有各阵元接收信号所含相位差的特性,由此所得基于 N 组 AR 参数模型系数向量的波束形成在观察方向的输出能量近似为

$$P_{AR}(f, \theta_d) = \frac{1}{\mathbf{A}^H(\theta_d) \mathbf{A}' \mathbf{A}(\theta_d)} = \frac{1}{\mathbf{A}^H(\theta_d) (\mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{V}') \mathbf{A}(\theta_d)} \quad (17)$$

将 \mathbf{V}' 进行修改可得:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (18)$$

令 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N$ 为调节权向量所用的增强因子,根据文献[12]中的理论推导过程,当 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = \lambda_3 = \cdots = \lambda_N = 0$ 时,式(17)可变为

$$P_{AR}(f, \theta_d) = P_{1-AR}(f, \theta_d) \quad (19)$$

当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_N = 1$ 时,式(17)可变为

$$P_{AR}(f, \theta_d) = \frac{1}{\mathbf{A}^H(\theta_d) \mathbf{R}^{-1}(f) \mathbf{A}(\theta_d)} = P_{MVDR}(f, \theta_d) \quad (20)$$

由式(13)可知, $P_{1-AR}(f, \theta_d)$ 只利用了 $\mathbf{R}^{-1}(f)$ 中的 1 列数据,在低信噪比下可以减少噪声对 MVDR 波束形成分辨力的影响. 在更低信噪比下可以设置 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_N = 1$, 以使 MVDR 波束形成信号与干扰+噪声比增益最大. 由此得到了式(17)中改进的 MVDR 波束形成方案,它能够提供优于 MVDR 波束形成的方位估计分辨力,并保持最大的信号与干扰+噪声比增益.

采用水平线阵阵元数为 8、一个平面波信号、信号方位为 $\theta_1 = 90^\circ$ 、背景噪声为空间白噪声、SNR =

-5 dB 进行仿真,所得改进的 MVDR 波束形成方位分辨力随增强因子变化的关系如图 4 所示. 图中: 1-AR 为 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = \lambda_3 = \cdots = \lambda_N = 0$ 时 1 组 AR 参数模型系数向量的波束形成方法的结果; 4-AR 为 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1, \lambda_5 = \lambda_6 = \cdots = \lambda_N = 0$ 时 4 组 AR 参数模型系数向量的波束形成方法的结果; MVDR 为 $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_N = 1$ 时 MVDR 波束形成方法的结果. 由图 4 可见,增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N$ 中被置 0 的个数越多, MVDR 波束形成的方位分辨力越强.

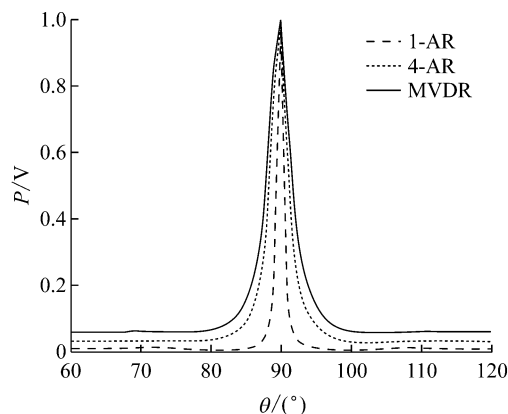


图 4 改进的 MVDR 波束形成方法的方位分辨力随增强因子变化的情况

Fig. 4 Bearing resolution versus enhancement factor in meliorative MVDR

采用水平线阵阵元数为 8, 2 个平面波信号, 信号方位分别为 $\theta_1 = 87^\circ$ 和 $\theta_2 = 90^\circ$, 背景噪声为空间白噪声, SNR = -5 dB, 仿真所得改进的 MVDR 波束形成方法与现有的 MVDR 波束形成方法对双目标的检测结果如图 5 所示. 图中, 4-AR 和 MVDR 同图 4 中. 由图 5 可见: 当增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N$ 中只有 4 个未被置 0 (即 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$) 时, 改进

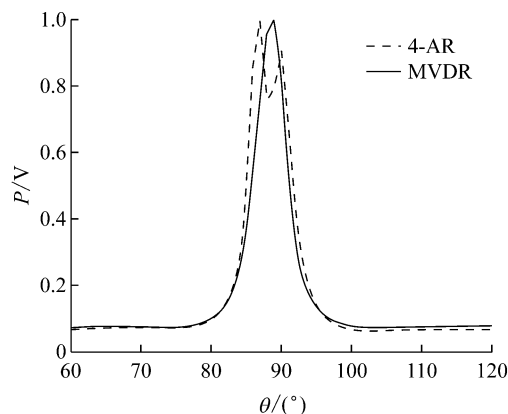


图 5 改进的 MVDR 与现有 MVDR 波束形成方法对双目标的检测结果

Fig. 5 Detection results of two targets by improving MVDR and existing MVDR beam-forming

的 MVDR 波束形成的方位分辨力远高于现有 MVDR 波束形成的方位分辨力,并可有效分辨 87° 和 90° 方位的 2 个目标;而现有的 MVDR 波束形成不能有效分辨 87° 和 90° 方位的 2 个目标。

4 数值仿真

4.1 分辨多目标的最低信噪比门限

为了验证分辨方位角较近的多目标时,改进的 MVDR 波束形成方法降低了对最低信噪比的门限要求,采用 3 种波束形成方法对双目标进行了方位估计。数值仿真过程中,采用频率 $f_1=150$ Hz、幅度 $P_1=1$ V 的正弦信号作为目标 1 的辐射信号,其相对水平线阵方位角 $\theta_1=90^\circ$ ($t=1\sim 500$ s);采用频率 $f_2=180$ Hz、幅度 $P_2=1$ V 的正弦信号作为目标 2 的辐射信号,其相对水平线阵方位角 $\theta_2=87^\circ$ ($t=1\sim 500$ s);另外,设背景噪声为各向同性的白高斯白噪声。水平线阵阵元数为 8,阵间距为 $d=c/2f_1$,平均声速 $c=1.5$ km/s,采样频率 $f_s=2$ kHz,每次采样的时间 $t=1$ s。图 6 所示为不同信噪比下利用 3 种 MVDR 波束形成方法所得双目标的分辨率。图中,CBF 为常规波束形成方法的结果,其他同图 4。

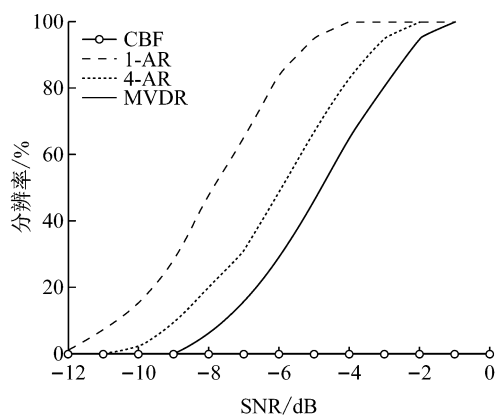


图 6 几种波束形成方法的分辨率

Fig. 6 Correct probability of distinguishing two targets by different beam-formings

由图 6 可见,在所用的仿真条件下,当分辨双目标的正确概率为 60% 时,不同波束形成方法对最低信噪比的门限要求分别为:1-AR 为 -7 dB;4-AR 为 -5 dB,现有 MVDR 为 -4 dB。可见,相比常规的 MVDR 波束形成方法(CBF),改进的 MVDR 波束形成方法对最低信噪比的门限要求有所降低。随着增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 中被置 0 的个数增多,改进的 MVDR 波束形成方法的方位分辨力将提高。

4.2 最大的信号与干扰+噪声比增益

为了验证改进的 MVDR 波束形成方法具有最

大的信号与干扰+噪声比增益,采用 $f_1=150$ Hz、幅度 $P_1=1$ V 的正弦信号作为目标辐射信号,其相对水平线阵方位角 $\theta_1=90^\circ$ ($t=1\sim 500$ s);用 $f_2=180$ Hz、 $P_2=1$ V 的正弦信号作为干扰辐射信号,即信号与干扰比(信干比) $SIR=0$ dB,其相对水平线阵方位角 $\theta_2=80^\circ$ ($t=1\sim 500$ s);另外,假设背景噪声为各向同性的高斯白噪声, $SNR=-6$ dB。水平线阵阵元数为 8,阵间距 $d=c/2f_1$, $c=1.5$ km/s,采样频率为 $f_s=2$ kHz,每次采样时间为 $t=1$ s。表 1 列出了由改进的 MVDR 波束形成方法所得信号与干扰+噪声比(SNIR)输出与增强因子的关系。

表 1 几种波束形成方法所得 SNIR 输出结果

Tab. 1 Output SNIR by different beam-formings

波束形成方法	SNIR/dB
1-AR	0.87
4-AR	1.56
MVDR	2.21

由表 1 可见,当增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 中被置 0 的个数较少时,改进的 MVDR 波束形成在提高方位分辨力的同时仍能保持较大的 SNIR 输出;随着增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 中被置 0 的个数增多,改进的 MVDR 波束形成方法在提高方位分辨力的同时,其 SNIR 的损失较大。

5 结 语

为了提高 MVDR 波束形成方位估计的分辨力,文中提出一种波束形成器加权向量的设计方法,并通过数值仿真验证了其正确性。结果表明,所提出的方法能够改进 MVDR 波束形成方位估计的分辨力,并保持 MVDR 波束形成方法的最佳信噪比增益。从统一考虑信号检测和方位估计的角度看来,这种阵列信号处理方法是最佳的。

然而,本文方法还需通过大量的数值仿真和湖/海试试验的进一步验证,特别是增强因子 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 的设置是一个复杂问题,还有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] OSMAN A, NOURELDIN A. Direction of arrival estimation using virtual array search[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2011, 5(4): 389-397.
- [2] HAN D, YIN J S, KANG C Y, *et al.* Optimal matrix filter design with controlled mean-square sidelobe level[J]. *IET Signal Processing*, 2011, 5(3): 306-312.

- [3] 曾雄飞,孙贵青,李宇,等. 单矢量水听器的几种 DOA 估计方法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(3): 499-507.
ZENG Xiongfei, SUN Guiqing, LI Yu, *et al.* Several approaches of DOA estimation for single vector hydrophone [J]. *Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(3): 499-507.
- [4] JING M X, NAN N Z, SANO A. Simple and efficient on parametric method for estimating the number of signals without eigen decomposition [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2007, 55(4): 1405-1420.
- [5] FISHLER E, POORH V. Estimation of the number of sources in unbalanced arrays via information theoretic criteria[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2005, 53(9): 3543-3553.
- [6] 任仕伟,马晓川,鄢社锋. 基于酉变换 ESPRIT 的相干信源 DOA 估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(8):1543-1548.
REN Shiwei, MA Xiaochuan, YAN Shefeng. DOA estimation of coherent signals based on unitary transformation ESPRIT[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(8):1543-1548.
- [7] 杨群,曹祥玉,高军,等. 基于导向矢量信号的未知信源数 DOA 估计算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2013,35(10): 2027-2031.
YANG Qun, CAO Xiangyu, GAO Jun, *et al.* DOA estimation for unknown sources number based on steering vector signals[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(10): 2027-2031.
- [8] 尤国红,邱天爽,夏楠,等. 基于均匀圆阵的扩展循环 MUSIC 算法[J]. 通信学报, 2014,35(2):9-15.
YOU Guohong, QIU Tianshuang, XIA Nan, *et al.* Novel extended cyclic MUSIC algorithm based on uniform circular array[J]. *Journal on Communications*, 2014, 35(2): 9-15.
- [9] 焦亚萌,黄建国,侯云山. 一种基于峰均功率比的信源个数检测新力法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(7): 1593-1599.
JIAO Yameng, HUANG Jianguo, HOU Yunshan. A new method for source number detection based on peak-to-average power ratio [J]. *Electronics and Information Technology*, 2011, 33(7): 1593-1599.
- [10] 苏帅,孙超. 基于改进的 AR 模型的逆波束形成方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(24): 59-62.
SU Shuai, SUN Chao. Studies on inverse beamforming based on modified AR model[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(24): 59-62.
- [11] 陈立纲,苑秉成,刘建国. 改进的逆波束形成高分辨方位估计方法[J]. 兵工学报, 2011,32(3): 309-314.
CHEN Ligang, YUAN Bingcheng, LIU Jianguo. A high resolution DOA estimation algorithm based on modified inverse beamforming[J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(3): 309-314.
- [12] 郑恩明,孙长瑜,陈新华,等. 改善高分辨逆波束形成检测性能方法研究[J]. 信号处理, 2013, 29(5): 570-576.
ZHENG Enming, SUN Changyu, CHEN Xinhua, *et al.* The research of detection performance improving method for high-resolution inverse beam-forming[J]. *Journal of Signal Processing*, 2013, 29(5): 570-576.
- [13] 罗涛,刘宏伟,纠博,等. 基于矩阵加权的稳健波束形成力法[J]. 电波科学学报, 2014, 29(1):135-142.
LUO Tao, LIU Hongwei, JIU Bo, *et al.* Robust beamforming via matrix weighted method[J]. *Journal of Radio Science*, 2014, 29(1):135-142.
- [14] 王绪虎,陈建峰,韩晶,等. 单个压差式矢量水听器 MVDR 波束形成的优化研究[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(3):434-439.
WANG Xuhu, CHEN Jianfeng, HAN Jing, *et al.* Optimization for MVDR beamforming based on single pressure gradient vector hydrophone[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(3):434-439.
- [15] 竺士蒙,宋明凯,宫先仪. 一种改善 MVDR 波束形成性能的方法[J]. 声学学报, 1993, 18(1):54-60.
ZHU Shimeng, SONG Mingkai, GONG Xianyi. A method for improving the performance of MVDR beamforming [J]. *Acta Acustica*, 1993, 18(1): 54-60.
- [16] 竺士蒙,宋明凯,宫先仪. 改进 MVDR 波束形成性能的计算机模拟[J]. 声学学报, 1994, 19(6): 430-433.
ZHU Shimeng, SONG Mingkai, GONG Xianyi. Improving the performance of MVDR beamforming: Computer simulation [J]. *Acta Acustica*, 1994, 19(6): 430-433.