

**硕 士 学 位 论 文**

**题 目 声信号宽带波束形成技术研究**

**作 者 廖峰乙 完成日期**

**培 养 单 位 四川大学**

**指 导 教 师 何培宇 教授**

**专 业 电子与通信工程**

**研究方向 阵列信号处理**

**授予学位日期 年 月 日**

声信号宽带波束形成技术研究

信号与信息处理

研究生：廖峰乙 指导教师：何培宇 教授

关键词

**Techniques**

**Presented for MSc Degree**

**Subject: Signal and Information Processing**

**Postgraduate: Fengyi Liao Supervisor: Professor Peiyu He**

**Abstract**

**Keywords**

目录

[绪论 1](#_Toc475301407)

[第一章 麦克风阵列波束形成 3](#_Toc475301408)

[1.1 常规波束形成 3](#_Toc475301409)

[1.1.1 窄带波束形成的定义 3](#_Toc475301410)

[1.1.2 波束形成器的性能指标 5](#_Toc475301411)

[1.1.3 窄带波束优化设计方法 6](#_Toc475301412)

[1.1.4 性能分析比较仿真实验 9](#_Toc475301413)

[1.1.4 本节小结 12](#_Toc475301414)

[1.2 一维宽带恒定束宽波束形成 12](#_Toc475301415)

[1.2.1基于SOCP的一维频率不变波束形成 13](#_Toc475301416)

[1.2.2基于IFT的一维频率不变波束形成 18](#_Toc475301417)

[1.2.3基于SOCP的一维方向不变波束形成 20](#_Toc475301418)

[1.2.4 性能分析比较仿真实验 22](#_Toc475301419)

[1.3 二维宽带恒定束宽波束形成 23](#_Toc475301420)

[1.3.1 均匀矩形平面阵列数学模型 23](#_Toc475301421)

[1.3.2基于IFT的二维频率不变波束形成 24](#_Toc475301422)

[1.3.3基于SOCP的二维频率不变波束形成 26](#_Toc475301423)

[1.3.4基于SOCP的二维方向不变波束形成 27](#_Toc475301424)

[1.3.5性能分析比较仿真实验 30](#_Toc475301425)

[第二章 一种基于IFT和SOCP的频率—方向不变波束形成方法 30](#_Toc475301426)

[2.1 方法实现原理 31](#_Toc475301427)

[2.2 子频带划分及参考波束设计 31](#_Toc475301428)

[2.3 仿真实验分析 32](#_Toc475301429)

[第三章 压缩感知及其在波束形成中的应用 32](#_Toc475301430)

[3.1 压缩感知的基本原理 33](#_Toc475301431)

[3.1.1 CS理论框架 33](#_Toc475301432)

[3.1.2信号稀疏表示 34](#_Toc475301433)

[3.1.3 CS测量编码的模型 34](#_Toc475301434)

[3.1.4 CS解码重构的模型 35](#_Toc475301435)

[3.2 稀疏信号恢复重建算法 36](#_Toc475301436)

[3.2.1 压缩采样匹配追踪（CoSaMP）信号恢复算法 36](#_Toc475301437)

[3.2.2 正交匹配追踪（OMP）信号恢复算法 37](#_Toc475301438)

[3.2.3 子空间追踪（SP）信号恢复算法 38](#_Toc475301439)

[3.3 压缩感知在波束形成中的应用 39](#_Toc475301440)

[参考文献 40](#_Toc475301441)

[在读期间科研成果 41](#_Toc475301442)

[声明 42](#_Toc475301443)

[学位论文版权使用授权书 43](#_Toc475301444)

[致谢 44](#_Toc475301445)

# 

# 绪论

阵列信号处理技术是实现空时域信号处理的一个重要手段，现已在雷达、声呐等领域收到大量关注和广泛应用。阵列信号处理的过程是：首先由若干个分布在不同位置的传感器组成的阵列进行数据的采集，然后利用阵列信号处理算法对采集的数据进行处理，从而获取需要的有用信息。

阵列信号处理的研究方向主要包括：

（1）、空间谱估计—对阵列的接收信号进行超分辨估计；

（2）、信号源定位—确定信号源的所在方位（方位角、俯仰角、信号源到

阵列的距离），甚至频率和时延等；

（3）、信源分离—确定各个信号源发出射的信号波形；

（4）、零点形成技术—是波束图的零点对准干扰的方向；

（5）、波束形成技术—使波束图的主轴方向指向期待的方向。

波束形成的研究主要包括：使阵列接收来自感兴趣区域的信号；估计信号的来波方向（DOA估计）；进行空域滤波，进而提高接收信号的信噪比；为识别目标提供信息等。波束形成技术在早期的研究中，主要是针对窄带信号，但随着信号环境的日趋复杂以及信号处理技术的不断提高，使得信号的频带范围越来越宽，已经上升到了宽带信号的范畴，这些信号包括卫星信号、语音信号等。因此，针对宽带信号的波束形成技术的研究越来越多，近年来也出现了很多宽带信号处理方法，这其中恒定束宽波束形成技术是研究的重点。

# 第一章 麦克风阵列波束形成

麦克风阵列波束形成包括窄带波束形成以及宽带波束形成。窄带波束形成是利用已知的传感器阵列，对阵元接收到的窄带信号进行线性加权求和输出，而宽带波束形成则是对阵元接收到的宽带信号进行线性加权求和输出。

恒定束宽指的是在不同情况下，阵列波束形成的波束主瓣宽度能够始终保持恒定不变。从概念上分，恒定束宽波束形成可以分为窄带方向不变恒定束宽波束形成以及宽带频率不变恒定束宽波束形成两个方向；从使用的阵列形状的不同来分，还可以分为基于线阵的一维恒定束宽波束形成以及基于平面阵的二维恒定束宽波束形成。二阶锥规划（SOCP）与傅里叶逆变换（IFT）方法可以分别实现

## 1.1 常规波束形成

### 1.1.1 窄带波束形成的定义

窄带信号是指与其中心频率相比带宽很小的信号，宽带信号则是指与其中心频率相比有很大带宽的信号。宽带信号与窄带信号是相对的，不满足窄带信号条件的信号就可视为宽带信号，设信号带宽为,中心频率为，则窄带信号的定义[张小飞，汪飞，陈伟华.阵列信号处理的理论与应用.北京，国防工业出版社[M]，2013]为：

，即相对带宽，一般窄带信号

可见，窄带信号与宽带信号在频率成分上是有很大不同的。声信号可视为宽带信号。

窄带波束形成指的是利用已知的传感器阵列，对阵元接收到的窄带信号进行线性加权求和输出。图1.1为基于均匀线阵的窄带波束形成方法的原理框图，图中的输出信号为：

 （1-1）

其中表示各阵元接收的信号，，

表示加权矢量，表示阵元个数。本文的表示共轭转置，表示共轭，表示转置。窄带波束形成器的设计就是对第个阵元上的加权矢量的设计。常规波束形成器的加权矢量为，表示阵列的导向矢量。线性阵列的导向矢量为：

 （1-2）

其中，，表示的是每一个阵元上的时延差；表示信号相对于线性阵列的入射方向,表示入射信号的波长，表示相邻两阵元之间的间距（这里假设线阵是等距的）。

波束响应是指波束形成器对某方位上单位功率平面波信号的响应，波束形成器相当于一个空间滤波器，波束响应考察的是阵列的空间响应特性，因此也称其为方向图。波束响应可以表示为：

 （1-3）

由式1-3可以看出，波束响应与加权矢量和导向矢量有关。

图1.2所示是在均匀线阵阵元个数为20，阵元间距为半波长，采用常规波束形成方法所获得的常规波束图。从图1.2中可以看出，波束主瓣方向在期望方向即0度角，这个方向也称之为波束主轴方向。同时，为了后续相关理论的推导，我们定义主波束左边第1个零点和右边第1个零点分别为,定义区域为主瓣区域，之外的区域为旁瓣区域。



图1.1 窄带波束形成方法的原理框图

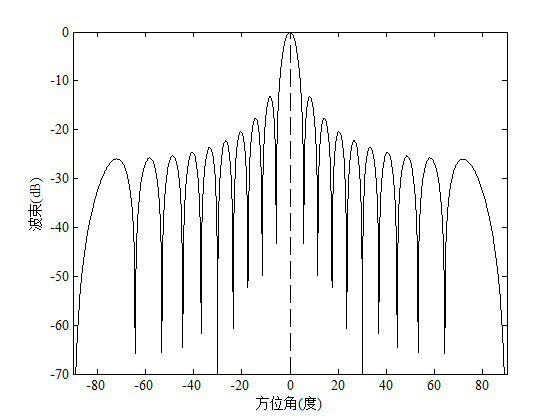


图1.2 均匀线阵常规波束图

### 1.1.2 波束形成器的性能指标

波束形成器的性能决定了波束图的优劣，波束形成器的性能可以由波束主瓣宽度、旁瓣水平和波束形成稳健性等指标来评价。但波束形成器的所有性能不可能同时达到最优，有的性能是互相矛盾的，如波束主瓣宽度与旁瓣水平，所以需要利用Dolph-Chebyshev等窄带波束优化设计方法来对其进行优化设计。波束优化设计就是在这些互相冲突的性能之间寻找最佳的折中，从而设计出满足需要的、综合性能最优的波束形成器。波束形成器的各性能指标定义如下：

1）波束主瓣宽度

波束图根据波束主瓣宽度被划分为主瓣区域和旁瓣区域，主瓣宽度可以有三种表示方式：a、波束两零点间束宽，即波束主瓣峰值左右第一次出现谷底的两个方向之间的夹角区域；b、旁瓣级束宽，即波束响应值下降到与最高旁瓣值相等时的两方向之间的夹角区域；c、3dB束宽，即波束主瓣功率下降到主轴功率一半时的两方向之间的夹角区域。

2）旁瓣级

用分贝表示的最高旁瓣值与主瓣峰值之间的差即为旁瓣水平，也称旁瓣级。

3）稳健性

阵元位置误差以及信号传输通道的幅相误差等外部环境中的扰动误差会到时波束图发生畸变，从而造成进行波束形成时波束形成器的空间滤波性能的下降。当阵元位置误差与信号传输通道的幅相误差一定时，为了使波束形成器对诸如上述扰动误差的稳健性较好，则要求加权矢量的范数较小[Dolph C L, Riblet H J. Discussion on “A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level” [J]. Proceedings of the IRE, 1947, 35(6): 489-492.]。为了保证波束形成器具有较好的稳健性，则还需要对加权矢量对应的范数进行如下约束：

 （1-4）

其中，为用户设定值，必须满足,为阵元数目，表示欧几里得范数。

### 1.1.3 窄带波束优化设计方法

波束优化设计方法能够对波束进行优化设计，使波束图的某一性能指标达到期望值。最经典的波束优化设计方法是Dolph提出的Dolph-Chebyshev加权方法，它能获得均匀旁瓣水平[Dolph C L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level [J]. Proceedings of the IRE, 1946, 34(6): 335-348.]。该方法应用于间隔为半波长的均匀线阵，当旁瓣水平一定时能获到最窄的波束主瓣宽度（以波束两零点间束宽为主瓣宽度指标），而当波束主瓣宽度一定时能获到最低的均匀旁瓣水平。Dolph-Chebyshev加权方法的缺点是仅适用于阵元一致性很好的均匀线阵。鄢社峰等人运用二阶锥规划（Second Order Cone Programming,SOCP）方法的强大功能，提出了适用于任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列波束优化形成方法[鄢社锋, 马远良, 孙超. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法[J]. 声学学报, 2005, 30(3): 264-270.]。下面介绍这两种波束优化设计方法：

#### （1）基于Dolph-Chebyshev加权的波束优化设计方法

文献[**如上批注3**]提出的Dolph-Chebyshev加权方法，当旁瓣水平或者主瓣宽度给定时，可以计算出此时的最优加权值。Dolph-Chebyshev加权值为：

 （1-5）

式中

 （1-6）

其中，表示阵元个数，表示阵元间距，表示信号波长，为波束两零点间束宽的一半，表示旁瓣水平（由于旁瓣水平比主瓣低，所以用一半负数表示）。

对于阵元间距为半波长的均匀线阵，采用Dolph-Chebyshev加权方法，当波束两零点间束宽不变时能获得最低的均匀旁瓣水平，或者当旁瓣水平不变时能获得最窄的波束两零点间束宽。Riblet将Dolph的方法进一步推广，提出了改进的Riblet-Chebyshev方法[Dolph C L, Riblet H J. Discussion on “A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level” [J]. Proceedings of the IRE, 1947, 35(6): 489-492.]。当均匀线阵间隔为半波长时，两种方法所获得的波束形成器的性能相当；但当阵元间距小于半波长且阵元个数为不小于7的奇数时，Riblet-Chebyshev方法可以获得更窄的波束主瓣。但这两种方法都有一个很大的局限，那就是这两种方法仅适用于均匀间隔的线阵，不适合于其余形状的阵列。

如果只对各阵元接收的信号进行Dolph-Chebyshev加权求和，波束的主轴方向始终指向0度，这是该方法的默认值。如果要使波束主轴方向指向其它角度，则还需要在对信号加权后附加一定的相移。Dolph-Chebyshev加权矢量为：

 （1-6）

附加一定相移后的加权矢量为：

 （1-6）

其中为均匀线阵在方向的阵列导向矢量。

#### （2）基于SOCP的波束优化设计方法

本小节介绍文献[**如上批注4**] 中基于二阶锥规划的两种波束优化设计准则，即稳健最低旁瓣波束设计和稳健旁瓣控制高增益波束设计。基于SOCP的波束优化设计方法可根据设计指标设计波束响应，但有时采用的设计指标不一定使波束形成器的综合性能最优。

1. 稳健最低旁瓣波束设计方法

最低旁瓣波束形成的设计准则是当波束主瓣宽度一定时，波束形成器具有最低的旁瓣水平。这里的波束主瓣宽度采用的是旁瓣级束宽。为了使这种方法能应用于实际中，还需在此基础上添加稳健性约束。因此该波束优化设计问题可表示为：

 （1-7）

其中，为用户设置的约束值（该约束值越小表示波束形成器的稳健性越好），为波束期望方向，为波束旁瓣级束宽，表示取幅度值。

用表示旁瓣区域，则有。将旁瓣区域均匀离散化，即，表示离散方位的个数。引入非负变量后，式1-7可以改写为：

 （1-8）

该优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，然后基于Matlab工具箱SeDuMi[32]仿真得到加权矢量。该方法可简称为SOCP-RMSL。

1. 稳健旁瓣控制高增益波束设计方法

文献[鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用[M]. 北京:科学出版社, 2009.]在第二章中指出最小方差无畸变响应（Minimum Variance Distortionless Response，MVDR）波束形成器具有最高的阵增益。如果要对MVDR波束形成器的旁瓣水平进行控制，可以在其设计问题中添加约束旁瓣水平的条件，即：

 （1-9）

其中是自己设定的期望旁瓣水平，当所有的相等时，波束图具有均匀旁瓣水平。为了减小波束形成器受外部扰动误差的影响，还需对加权矢量的范数进行约束。因此该设计问题可以描述为：

 （1-10）

该方法称为SOCP-RSLC方法。当协方差矩阵（对应于白噪声）时，该方法不能自适应地抑制干扰。式1-10可简化为:

 （1-11）

如果协方差矩阵为数据协方差矩阵，SOCP-RSLC方法为旁瓣控制自适应波束设计。

令，式1-11可以改写为：

 （1-12）

该优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，然后基于Matlab工具箱SeDuMi仿真得到加权矢量。

### 1.1.4 性能分析比较仿真实验

本小节分析并比较Dolph-Chebyshev加权方法和基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束优化设计方法的性能。性能分析主要包括：分析波束两零点间束宽与旁瓣级的关系；分析波束两零点间束宽与阵元个数的关系；分析波束两零点间束宽与波束指向角的关系；分析波束两零点间束宽与阵元间距的关系；最后还对这两种方法的优化性能进行了比较。1)到4)只对Dolph-Chebyshev加权方法做性能分析，但其分析结果也适用于基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法。

#### 1）波束两零点间束宽与旁瓣级的关系

仿真条件为：阵列为相邻阵元间距为半波长的均匀线阵，阵元个数为15个，波束指向角设为0度，旁瓣级变化范围为-10:-5:-50（dB）。仿真实验波束图如图1.3所示。由图1.3可知，当阵元个数、阵元间距以及波束指向角一定时，波束两零点间束宽与旁瓣级变化是相反的，即两者不可能同时达到最优。

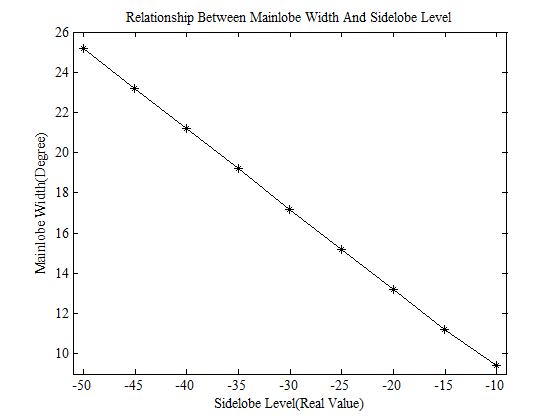
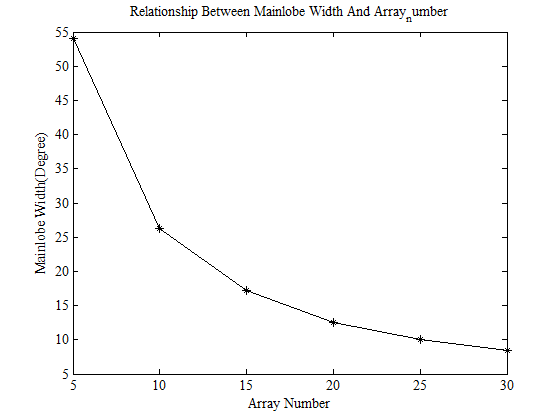
 

图1.3 波束两零点间束宽与旁瓣级关系 图1.4 波束两零点间束宽与阵元个数关系

#### 2）波束两零点间束宽与阵元个数的关系

仿真条件为：阵列为间隔半波长的均匀线阵，波束指向角设为0度，旁瓣级设为-30dB，阵元个数变化范围为5:5:30。仿真实验波束图如图1.4所示。由图1.4可知，当阵元间距、旁瓣级以及波束指向角一定时，波束两零点间束宽随着阵元个数的增加而变窄，说明阵元个数的多少能够影响波束主瓣的宽度即阵列分辨性能。

#### 3）波束两零点间束宽与波束指向角（方位角）的关系

仿真条件为：阵列为间隔半波长的均匀线阵，阵元个数取15个，旁瓣级设为-30dB，波束指向角变化范围为0:5:50。仿真实验结果如图1.5所示。由图1.5可知，当阵元个数、阵元间距以及旁瓣级不变时，波束；两零点间束宽随着波束指向角的增大而变宽，但在波束指向角较小时，波束主瓣宽度几乎是不变的。

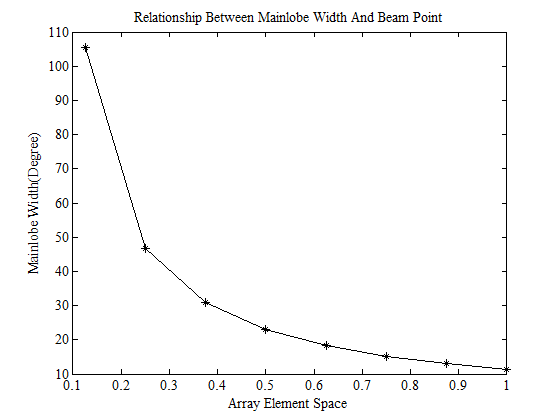
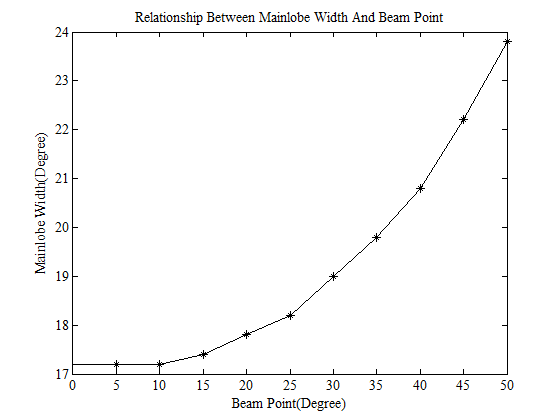


图1.5 波束两零点间束宽与波束指向角关系 图1.6 波束两零点间束宽与阵元间距关系

#### 4）波束两零点间束宽与阵元间距的关系

仿真条件为：阵列为15阵元的均匀线阵，波束指向角设为0度，旁瓣级取-30dB，阵元间距变化范围为0.125:0.125:1（，信号波长）。仿真实验结果如图1.6所示。由图1.6可知，随着阵元间距的增大，波束两零点间束宽会逐渐变小，这说明阵元间距的增大即阵列孔径的增大是能够使得波束主瓣变窄的。

#### 5）两种波束优化设计方法的性能比较

由于在实际应用中，阵元间距需要考虑空间采样频率必须满足奈奎斯特率的要求，因此对Dolph-Chebyshev加权波束优化设计方法和基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束优化设计方法的性能的比较，需要在阵元间距小于等于半波长的前提下进行，并且这里主要考虑其对波束主瓣宽度与旁瓣级关系的影响。

仿真条件为：阵列为15阵元的均匀线阵，波束指向角设为0度，阵元间距则选取两种不同的长度： 波长以及波长。仿真实验结果如图1.7所示。由图1.7可以看出，在阵元间距为波长的时候，两种方法的性能是几乎一致的；而在阵元间距为波长的时候，基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束形成方法的性能略优于Dolph-Chebyshev加权波束优化设计方法，这是因为它具有更窄的波束主瓣。

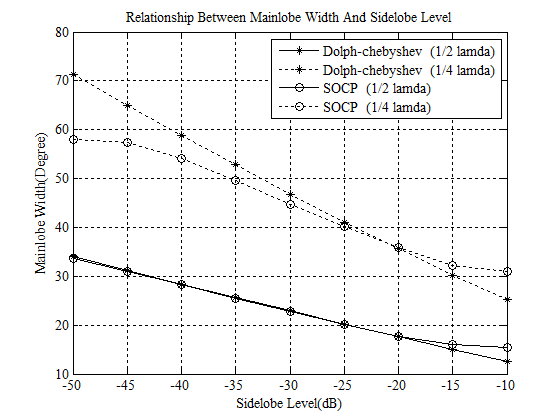


图1.5 不同阵元间距时波束两零点间束宽与旁瓣级的关系

### 1.1.4 本节小结

本节首先介绍了窄带波束形成的定义及基本数学模型，其次介绍了波束形成器的性能评价指标，包括波束主瓣宽度、旁瓣级水平以及稳健性，然后介绍了两种经典的波束优化设计方法—基于Chebyshev和基于SOCP的加权方法，并设计仿真实验分析比较了这两种方法的性能。基于上述分析，我们可以得到这样的结论：对于间隔波长的均匀线阵来说，采用Dolph-Chebyshev加权方法和基于SOCP的文件旁瓣控制高增益波束形成方法均能够实现较好的波束优化设计，但当阵元间距小于波长时，则采用SOCP方法能够得到更窄的波束主瓣。本小节为下一节介绍基于均匀线阵的一维频率不变波束形成和一维方向不变波束的期望响应波束设计奠定了基础。

## 1.2 一维宽带恒定束宽波束形成

一维宽带恒定束宽波束形成包括一维频率不变波束形成及一维方向不变波束形成两个方面，所采用的阵列模型为图2.2所示均匀线阵。频率不变波束形成技术能够解决波束图发生畸变的问题，其核心思想是保证阵列对每一个子带信号都具有相同的波束响应，而方向不变波束形成技术则使波束图能够在各个不同的方向上都能形成一致的波束主瓣。如引言所述，现已存在多种频率不变和方向不变波束形成方法，针对线阵的频率不变波束形成方法主要包括基于SOCP的频率不变波束形成方法和基于IFT的频率不变波束形成方法；针对线阵的方向不变波束形成方法目前主要有基于SOCP的方向不变波束形成方法。本节将对这三种方法进行介绍。

信源

图2.2 一维宽带恒定波束形成方法的原理框图

### 1.2.1基于SOCP的一维频率不变波束形成

基于SOCP的一维频率不变波束形成方法的原理为：首先利用窄带波束优化设计方法设计出期望波束响应，然后使不同频率分量对应的波束主瓣响应逼近于期望波束主瓣响应，而旁瓣低于某一个门限值。该方法对阵形和阵元一致性不做要求。本节讨论的波束主瓣是由旁瓣级束宽来衡量的。

基于SOCP的频率不变波束形成方法既可以在时域实现，也可以在频域实现。频域实现目的是设计不同频率分量对应的加权矢量，而时域实现则是为每一个阵元设计一个FIR滤波器。

Matlab工具箱SeDuMi中，标准的凸优化问题定义为：



式中，和是任意向量，是任意的系数矩阵，是包含有未知参数的向量，而是一个对称锥的集合。，和的维数必须匹配，各向量均可以为复数。不等式可以转化为对称二阶锥，维二阶锥定义为：



等式约束可以表示为零锥，即：



#### （1）频域实现

一维阵列的波束响应为：

 （1-13）

其中，表示波束形成器工作频带内的第个频率分量，表示频率为和信号来波方向为时的阵列导向矢量，表示频率为时的加权矢量。

频率不变波束形成方法的最佳设计准则为频率对应的波束主瓣响应幅度与所设计的期望波束响应幅度之间的误差最小，即：

 （1-14）

其中，表示设置的参考频率，表示参考频率处的波束响应（称为期望波束响应），表示主瓣区域内离散的方位点，表示主瓣区域的离散点数。

文献[7]指出式1-14无法求得最优解，只能对其进行适当变换而求其次优解，同时给出了三种次最优求解方法。本文介绍第一种方法，其设计准则为：

 （1-15）

其中，控制了波束的旁瓣水平，表示旁瓣区域内离散的方位点，表示旁瓣区域的离散点数；控制稳健性，其计算公式为， 为阵元个数，表示白噪声增益损失。

为了提高该方法的稳健性，还需要对加权矢量的范数加以约束。这里引入一组变量和变量，这些变量均大于等于零，则1-15式变为：

 （1-16）

定义，，这里表示维的零向量，则有。

可以表示为：

 （1-17）

其中，，表示实数集，表示维数。

可以表示为:

（1-18）

其中，，表示的是第个实数域内的三维二阶锥。

可以表示为：

 （1-19）

可以表示为：

（1-20）

于是，式1-16的约束优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，即：



（1-21）

其中，，。利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到，进而求得第个频率分量对应的加权矢量。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号均匀划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带，将每一个划分出来的子带视为窄带。
2. 确定一个参考频率，采用窄带波束优化设计方法设计出期望波束响应。参考频率不一定是工作频带内的某个频率，可以取任意频率。如果参考频率不是工作频带内的最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束优化设计方法来设计期望波束响应。
3. 采用上述介绍的方法设计不同频率分量对应的加权矢量。

#### （2）时域实现

基于SOCP的一维频率不变波束形成时域实现方法有文献[7]提出的分步设计法和文献[8]提出的全局优化设计方法。分步设计法的优点是实现简单、计算复杂度低，但其不能保证得出的解满足全局最优性；全局优化设计方法直接优化FIR滤波器系数，可以保证获得满足约束条件的全局最优解，但其计算量高于分步设计法。这里介绍全局优化设计方法。

时域实现的基本原理是对第个阵元接收的信号进行FIR滤波，该滤波器的冲激响应和在频率处的频率响应为：

 （1-22）

 （1-23）

其中，为FIR滤波器的阶数，为采样频率。

阶FIR滤波器的群延迟为，。由频率实现方法求得的加权矢量的第个分量可表示为：

 （1-24）

其中，为第个阵元预延迟的采样点数。式1-24的第一部分由延迟个采样点数来实现，第二部分由FIR滤波器实现。第n个阵元后接FIR滤波器的系数为：

 （1-25）

令，则有：

 （1-26）

 （1-27）

其中，。

频率对应的加权矢量为：

 （1-28）

式1-13表示的波束响应可转换为：

（1-29）

令，，，则

 （1-30）

后续采用文献[7]的第一种次优化方法实现频率不变波束形成。其优化问题可表示为：

 （1-31）

其中为一个常数。

将式1-31表述的优化问题转换为标准的二阶锥规划问题，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到各阵元的FIR滤波器系数。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号均匀划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带，将每一个划分出来的子带视为窄带。
2. 确定参考频率，基于窄带波束优化设计方法设计出期望波束响应。如果参考频率不是最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计期望波束响应。
3. 根据波束指向，求出各阵元预延迟的采样点数。
4. 采用上述介绍的方法求解出每个阵元的FIR滤波器系数，使得到的不同频率分量对应的波束主瓣响应逼近于期望的波束主瓣响应。

### 1.2.2基于IFT的一维频率不变波束形成

基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成有文献[12]提出的时域实现方法和文献[13]提出的频域实现方法。两种实现方法均可应用于线阵（阵列）、矩形阵（阵列）、立方阵（阵列）。对于阵列，时域实现方法需用到维傅里叶逆变换，而频域实现只需要维傅里叶逆变换，因此频域实现方法具有更低的设计复杂度。本节介绍基于一维傅里叶逆变换的均匀线阵频率不变波束形成频域实现方法，

均匀线阵如图2.2所示，其波束响应为：

 （1-32）

其中，表示阵元间距，表示角频率， 表示第个阵元的频率响应，表示来波方向，表示声音的传播速度。

令，式1-32可改写为：

 （1-32）

由式1-32可以看出，在经过的替换后，与是一对傅里叶变换对。

要使具有频率不变性，或者说使只与角度有关，即：

 （1-33）

则变量和就要有一定的依赖关系使中的能够得到消除。如果是的函数，而，变量替换后就实现了波束响应与频率无关。

上述方法的实现步骤为：

1） 将宽带信号均匀划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为

个子带，将每一个划分出来的子带视为窄带。

2） 设计期望波束响应。如果参考频率不是最高频率，则采用基于3） SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计期望波束响应。

通过变量替换求出各个频率分量对应的波束响应。

 （1-34）

其中，，表示角频率范围，表示函数值有限的任意函数。选择的应使尽可能平滑，最简单的选择就是置0.本文仿真实验中选择的是将其置0。

4） 对波束响应的点采样做一维点离散傅里叶逆变换，得到

的近似值，的取值为。

5） 为了匹配个阵元的均匀线阵，需使用矩形窗对步骤4得到的

进行截取，从而得到。即：

 （1-35）

 （1-36）

 （1-37）

6） 求线阵的波束响应。即：

 （1-38）

### 1.2.3基于SOCP的一维方向不变波束形成

文献[幸高翔, 蔡志明. 基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽波束形成[J]. 电子与信息学报, 2009, 21(9): 2109-2112.]提出的基于SOCP的方向不变恒定束宽波束形成的基本思想是：在保证各个指向角上设计波束的主瓣与相应的参考波束的主瓣之间的均方误差最小的条件下，使设计波束旁瓣级最低。其实现原理如下。

首先需要设计参考波束，参考波束的设计可采用1.1.3节中介绍的任意一种窄带波束优化设计方法。参考波束的设计指标为：波束指向角为，旁瓣水平为。参考波束图设为，由旁瓣级束宽切割的参考波束主瓣为。不同波束指向角对应的参考波束主瓣都由平移得到，平移的角度为，为波束指向角。

阵列的法线方向对应的方位角设为0度，设感兴趣的区域为。离散化感兴趣的区域得到个波束指向角。对每一个波束指向角，其约束如下：

 （5-1）

其中，为波束指向角对应的旁瓣区域（该区域被均匀离散化），为波束指向角对应的波束主瓣的第个值，为平移后的参考波束主瓣第个值，为波束指向角时对应的主瓣区域（主瓣区域由旁瓣级束宽决定），为主瓣均方误差和上限值。

为了便于使用Matlab工具箱SeDuMi对5-1式进行求解，和1.2.1节一样，可将其先改写为：

 （3-。）

式中，是一个新引入的非负标量，是一组新引入的非负向量，。

定义，，这里表示维的零向量。式（3-。）的等式约束可以用零锥的定义表示为



式（3-。）的第一个不等式约束可以用二阶锥表示为



借鉴文献[4]和[10]式（3-。）的第二个不等式约束可以用2阶锥表示为



其中， 。

式（3-。）的第三个不等式约束可以用2阶锥表示为



令，，则约束优化问题式（3-。）可以表述为标准的2阶锥优化问题：



在利用SeDuMi工具箱求解得到之后，其最后个分量就是所求的权值向量。

### 1.2.4 性能分析比较仿真实验

## 1.3 二维宽带恒定束宽波束形成

1.2节所介绍的一维频率不变和方向不变波束形成方法仅适用于均匀线阵，利用平面阵列进行方向不变波束形成时，能够兼顾方位角和俯仰角，平面阵列也能实现频率不变波束形成，此时称之为二维恒定束宽波束形成。相对于线性阵列而言，由于阵列孔径的增大，平面阵列能够形成更窄的波束主瓣以及更低的旁瓣，波束形成的性能会有较大的体高。1.2节所介绍的基于SOCP和IFT的频率不变波束形成方法以及基于SOCP的方向不变波束形成方法均适用于平面阵列，下面介绍平面阵列中进行恒定束宽波束形成的这三种方法。

### 1.3.1 均匀矩形平面阵列数学模型

考虑一由个全向麦克风阵元组成的均匀矩形麦克风阵列，阵元间距均为,如图2.3所示



图2.3 均匀矩形麦克风阵列示意图

假设一个远场单频平面波信号以方位角和俯仰角入射到阵列上，此时阵列的输出信号为



其中，是矩形阵列加权矢量，表示阵列接收信号。设矩形阵的行数为，列数为，即，那么在第行和第列上的权值向量分别为



则阵列的权值可表示为，表示矩阵的克罗内克积。设信号幅度为,信号频率为，则第行和第列上的接收信号分别为



其中，表示信号的导向矢量即



其中：

则由此可得阵列的输入信号为。

定义行波束响应和列波束响应分别为和，则整个矩阵的波束响应为



由此便得到了信号入射角为时的波束响应。同时，定义方位角方向上和俯仰角方向上的旁瓣级束宽分别为和即波束主瓣区域，其余的部分为波束旁瓣区域。

### 1.3.2基于IFT的二维频率不变波束形成

采用图2.3的均匀矩形阵列，阵元间距取最高频率对应波长的一半设为，假设阵元的位置坐标为假设阵元的位置坐标为，其波束响应为

 （9）

其中，为阵元间距，表示角频率，表示位于处的阵元的频率响应，表示信号来波俯仰角，表示信号来波方位角，表示声音传播速度。令和，则式（9）可表示为



由上式可以看出，在经过变量代换后，波束响应与频率响应之间满足二维傅里叶变换的关系。

要使具有频率不变性，即

 （11）

则变量之间就要有一定的依赖关系，使得中的能够被消除。如果是和的函数，而且，变量替换后就能够实现波束响应与频率无关。该方法的实现步骤为：

1）将宽带信号划分为若干个窄带信号即子带；

2）设计波束响应；

3）通过变量替换求出各个频率分量对应的波束响应



其中，，，表示函数值有限的任意函数，表示角频率范围。选择的应使尽可能平滑，最简单的选择是将其置零。

4）对波束响应作二维离散傅里叶逆变换，得到的近似值，的取值为，的取值为；

5）为了匹配的均匀矩形阵，使用矩形窗对步骤4）得到的进行截取，从而得到；

6）求出均匀矩形阵的波束响应即为所求

### 1.3.3基于SOCP的二维频率不变波束形成

同1.3.1节，首先给出基于均匀矩形平面阵的二维阵列波束响应：

 （1-13）

其中，表示波束形成器工作频带内的第个频率分量，表示频率为和信号来波方向为时的阵列导向矢量，表示频率为时的加权矢量。

同式1-14，二维频率不变波束形成方法的最佳设计准则应为：

 （1-14）

其中，表示设置的参考频率，表示参考频率处的波束响应（称为期望波束响应），表示方位角方向上主瓣区域内离散的方位点，表示离散点数；表示俯仰角方向上主瓣区域内离散的方位点，表示离散点数。

采用同1.3.1节同样的次最优解法同时添加对加权矢量的范数约束之后，基于均匀矩形阵的二维频率不变波束形成方法的设计准则为：

（1-16）

其中，控制了波束的旁瓣水平，表示方位角方向上旁瓣区域内离散的方位点，表示该旁瓣区域的离散点数；表示俯仰角方向上旁瓣区域内离散的方位点，表示旁瓣区域的离散点数；和变量为新引入的变量；控制稳健性，其计算公式为， 为阵元个数，表示白噪声增益损失。

同1.3.1节一样，我们可以将上述设计准则转化为标准的二阶锥规划问题，然后就可以利用Matlab的SeDuMi工具箱对其进行求解，具体的标准二阶锥规划表示形式和求解过程这里不再赘述。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号均匀划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带，将每一个划分出来的子带视为窄带。
2. 确定一个参考频率，采用窄带波束优化设计方法设计出基于均匀矩形平面阵的期望波束响应。参考频率不一定是工作频带内的某个频率，可以取任意频率。如果参考频率不是工作频带内的最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束优化设计方法来设计期望波束响应。
3. 采用上述介绍的方法设计不同频率分量对应的加权矢量。

### 1.3.4基于SOCP的二维方向不变波束形成

文献[幸高翔, 蔡志明. 基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽波束形成[J]. 电子与信息学报, 2009, 21(9): 2109-2112.]提出的基于SOCP的方向不变波束形成方法只针对一维线阵情况，因此本文将其拓展至基于均匀矩形平面阵的二维情况，实现了俯仰角和方位角二维恒定束宽方向不变波束形成。该方法的基本原理是：

由于波束旁瓣级是需要进行约束最小化的目标，而真正的约束在于某特定指向上设计出的波束主瓣与参考波束主瓣之间的差值，因此这里主要考虑主瓣约束。首先利用1.1.3节所介绍的任意一种波束优化设计方法设计参考波束，假设参考波束指向角为，和分别表示方位角和俯仰角，旁瓣水平为，参考波束图设为，由此可以计算出该波束的主瓣范围为,由旁瓣级束宽切割的参考波束主瓣为。不同波束指向角对应的参考波束主瓣都由平移得到，平移的角度为及，为波束指向角。

以图2.3中轴方向为方位角零度方向，轴方向为俯仰角零度方向。假设感兴趣的区域为和所组成的区域，将和分别离散化之后得到个方位角指向角度以及个俯仰角指向角度。对每一个方位角和俯仰角所组成的波束主瓣指向角而言，有如下约束

 （1.3.4.1）

其中，和表示感兴趣区域内的第个方位角波束指向和第个俯仰角波束指向，和分别为和对应的旁瓣区域，和分别为和对应的主瓣区域，俯仰角方向上的主瓣离散数为，方位角方向上的主瓣离散数为，为均匀矩形阵的导向矢量，为移动后的参考波束主瓣响应，为设计的波束主瓣响应。当和取遍整个区域，就可以在不同的主瓣指向角度上获得具有相同主瓣宽度的波束图，同时波束的旁瓣级会自适应的调整并达到此条件下的最小值，这样就实现了方向不变恒定束宽波束形成。

同1.2.3节，（1.3.4.1）式提出的约束问题可以转化为标准的二阶锥约束形式。为此引入新变量，将式（1.3.4.1）重写成如下的形式：

（1.3.4.2）

式中是一个新引入的非负标量，是一组新引入的非负向量，。

定义，其中表示维的零向量。则约束式（1.3.4.2）中的第一个等式约束可以利用0锥的定义表示为：



式（1.3.4.2）的第1个不等式约束可以用二阶锥表示为：



式中：表示为非负实数集。借鉴文献[4]和[10]，式（1.3.4.2）的第2个不等式约束可以用2阶锥表示为



式中，表示二阶锥；。

式（1.3.4.2）的第3个不等式约束可以用2阶锥表示为



式中，表示每一个波束指向角上旁瓣离散化后的总个数。

令，其中和分别由上述几个公式给出。则优化约束问题式（1.3.4.2）可以表示为标准的2阶锥优化问题



利用Matlab的SeDuMi工具箱求得之后，其最后个分量就是所求的权值向量。

### 1.3.5性能分析比较仿真实验

# 第二章 一种基于IFT和SOCP的频率—方向不变波束形成方法

宽带信号波束形成中，不同信号频率和不同的波束指向角所对应的波束主瓣均不相同，信号频率变化和波束指向角的变化均会导致波束主瓣的变化，进而影响阵列的分辨率以及波束形成器的整体性能。在实际的信号处理应用中，信号的来波方向是空间方向，它包含方位角和俯仰角两个方向，而且信号也多是宽带信号，这就要求我们在进行实际信号处理时必须同时考虑信号带宽、信号来波方位角以及信号来波俯仰角三个因素对波束形成器的性能的影响。1.2节中介绍的基于SOCP的一维方向不变和基于IFT的一维频率不变波束形成方法仅适用于均匀线阵，没有考虑空间中俯仰角的问题； 1.3节中介绍的基于IFT的二维频率不变波束形成方法仅考虑了频率不变，而基于SOCP的二维方向不变和频率不变波束形成方法也没有考虑到俯仰角的问题。

为了提高宽带信号波束形成器在不同方向（方位角和俯仰角）和不同频率上的指向性能，本章在1.3节介绍的基于均匀矩形阵的IFT二维频率不变波束形成方法以及提出的基于均匀矩形阵的SOCP二维方向不变波束形成方法的基础上，提出了一种基于SOCP和IFT的宽带频率—方向不变恒定束宽波束形成方法，实现了三维空间中的宽带恒定束宽波束形成。下面详细介绍该方法。

## 2.1 方法实现原理

本文提出的基于SOCP和IFT的宽带频率—方向不变恒定束宽波束形成方法用流程图描述为如图2.1所示。该方法主要包含三个部分：子频带划分及参考波束形成、基于IFT的频率不变波束形成以及基于SOCP的方向不变波束形成。图中信源为远场宽带信号，麦克风阵列为均匀矩形平面阵，分别表示划分出的每个子频带中心频率对应的接收信号，分别表示经过频率不变波束形成之后每个子频带中心频率对应的信号。其实现原理为：首先，基于SOCP波束优化设计方法，在参考频率和参考方向上设计出参考波束。然后基于二维IFT频率不变波束形成方法，实现参考方向上的频率不变恒定主瓣波束。再以前述频率不变恒定主瓣波束为参考，在各个波束指向角上以主瓣逼近和旁瓣最小为约束，基于SOCP设计不同方向上的方向不变恒定主瓣波束。



图2.1 频率—方向不变恒定束宽波束形成原理框图

## 2.2 子频带划分及参考波束设计

假设宽带信号的频率范围为，子频带划分系统将其均匀划分成个子带，每一个子带的中心频率为

 （7）

采用基于SOCP的文件旁瓣控制高增益波束设计方法设计参考波束，该方法能够在保持波束旁瓣水平稳定的情况下，实现较高增益的波束形成，其约束准则为：

（8）

其中，为预置的约束值（约束值越小表示波束形成器的稳定性越好），为波束指向角，为阵列加权值，表示信号协方差矩阵，为信号导向矢量，方位角和俯仰角旁瓣区域分别被均匀离散化为和个离散角度。将其转化为标准二阶锥规划问题，再求得最优解即可得到参考波束。

## 2.3 仿真实验分析

# 第三章 压缩感知及其在波束形成中的应用

压缩感知（Compressed sensing，CS），也被称为压缩采样(Compressive sampling)、稀疏采样(Sparse sampling) 或者压缩传感，是一种能够充分利用信号稀疏性或可压缩性的全新信号采集、编解码理论。当信号具有稀疏性或可压缩性时，CS理论能够在远小于Nyquist [采样率](http://baike.baidu.com/view/53433.htm)的条件下，用随机采样获取信号的离散样本，然后通过非线性重建算法近似甚至完美的重建信号。压缩感知由于其对采样理论的颠覆性创新，可以被应用在诸如阵列信号处理、无线通信以及生物成像等众多领域。本章首先介绍压缩感知的基本原理以及集中常见的恢复算法，其次介绍其在阵列信号波束形成中的几种应用，最后给出了仿真说明实验。

## 3.1 压缩感知的基本原理

### 3.1.1 CS理论框架

CS理论是编解码思想的一个重要突破。传统的信号采集、编解码过程如图3.1（a）所示：编码端先对信号进行采样，再对所有采样值进行变换，并将其中重要系数的位置和幅度进行编码，最后将编码值进行存储或者传输；信号的解码过程仅仅是编码过程的逆过程，接收的信号经解压缩、反变换后得到恢复信号。这种传统的编解码方法存在两个严重的缺陷：1）由于信号的采样速率不得低于信号带宽的2倍，这使得硬件系统面临着很大的采样速率的压力；2）在压缩编码过程中，大量变换计算得到的小系数被丢弃，会造成数据计算和内存资源的浪费。



（a）传统编解码理论框图 （b）CS编解码理论框图

图3.1 传统编解码理论与CS编解码理论

CS理论的信号编解码框架和传统的框架大不一样，如图3.1（b）所示。CS理论对信号的采样、压缩编码发生在同一个步骤，它利用信号的稀疏性，以远低于Nyquist采样率的速率对信号进行非自适应的测量编码。测量值并非信号本身，而是从高维到低维的投影值，从数学角度看，每个测量值是传统理论下的每一个样本信号的组合函数，即一个测量值已经包含了所有样本信号的少量信息。和传统编解码相比，解码过程不是编码的简单逆过程，而是在盲源分离中的求逆思想下，利用信号稀疏分解中已有的重构方法在概率意义上实现信号的精确重构或者具有一定误差的近似重构，而此时解码所需要的测量值的数目远小于传统理论下的样本数。

### 3.1.2信号稀疏表示

由于CS理论的前提条件是信号具有稀疏性或可压缩性，为使模型简单化，考虑一长度为的离散实值信号，记为 。由信号处理基础理论可知，信号 能够用一组基的线性组合来表示为：

 （3-1）

式中，，是维矩阵，是维矩阵。当信号在某个稀疏基上仅有个非零系数（或远大于零的系数）时，称为信号的稀疏基。信号在稀疏基上仅有个非零系数属于严格稀疏的情况，大多数情况下信号是无法满足严格稀疏的要求的，但此时的信号仍然会具有可压缩性，即当信号的变换系数经过排序后可以指数级衰减趋近于零时，信号也是可以近似稀疏表示的。因此，选择一个合理的稀疏基来表示信号在压缩感知的理论中就显得尤为重要。常用的稀疏基有：正（余）弦基，小波基，chirplet基以及curvelet基等，本文后面的实验采用正弦基以及小波基来对信号进行稀疏表示。

### 3.1.3 CS测量编码的模型

在CS编码测量模型中，并不是直接测量稀疏信号本身，而是将信号投影到一组测量向量上，而得到测量值，写成矩阵形式为：

 （3-2）

其中：是维矩阵，是维矩阵，是维的测量矩阵。将（3-1）式代入（3-2），有：

 （3-3）

式中：是矩阵，这里称之为传感矩阵。

由于测量值维数远小于信号维数，求解式（2）的逆问题是一个病态问题，所以无法直接从的个测量值中直接解出信号。而由于式（3-3）中的是稀疏的，即仅有个非零系数，而且,那么利用信号稀疏分解理论中已有的系数分解算法，可以通过求解式（3-3）的逆问题得到稀疏系数，再代回式（3-1）就可以进一步得到信号。Candes等人在文献[**Robust uncertainty principles: Exact Signal reconstruction from highly incomplete frequency information**]中指出，为了保证算法的收敛性，使得个系数能够由个测量值准确地恢复，式（3-3）中矩阵必须满足受限等距特性（Restricted Isometry Property, RIP）准则，即对于任意具有严格稀疏（可压缩情况下要求是）的矢量，矩阵都能保证如下不等式成立：

 （3-4）

式中。RIP准则的一种等价情况是稀疏矩阵与测量矩阵满足不相关性的要求。实际测量中稀疏基可能会因信号的不同而改变，因此希望找到对任意的稀疏基都能满足与之不相关的测量矩阵。由文献[**Compressive sampling**]、[**Theoretical and experimental analysis of a randomized algorithm for sparse Fourier transform analysis**]以及[**Block compressed sensing of natural images**]可知，对一维信号而言，测量矩阵选取服从高斯分布的基矢量或者是Bernouli矩阵能够保证和任意稀疏基不相关；对于二维信号而言，测量矩阵可选部分傅里叶变换矩阵或者随机扰动的Hadamard矩阵。

### 3.1.4 CS解码重构的模型

当式（3-3）中的矩阵满足RIP准则时，CS理论能够通过对（3-3）的逆问题先求解稀疏系数后代入式（3-1）将稀疏度为的信号从维的测量投影值中正确的恢复出来。解码的最直接方法是通过范数下求解式（3-3）的最优化问题：

 （3-5）

从而得到稀疏系数的估计。同时由于（3-5）式的求解是一个NP-hard问题，而该问题的求解与信号的稀疏分解中的十分类似，所以有学者提出从信号稀疏分解的相关理论中去寻找更有效的求解途径，文献[**Extensions of compressed sensing**]提出的基追踪法（Basis Pursuit, BP）法是有效的改进方法之一，该方法将原始的范数下的最优化问题转化为最小范数下的最优化问题，可用内点法或梯度投影法来实现。另外，由于最小范数下的算法速度慢，新的快速贪婪法如压缩采样匹配追踪法（Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP）、正交匹配追踪法（Orthogonal Matching Pursuit,OMP）以及子空间追踪法（Subspace Pursuit, SP）被逐渐采用。（补充：**贪婪类算法虽然复杂度低运行速度快，但其重构精度却不如BP类算法，为了寻求复杂度和精度更好地折中，SP算法应运而生。所以可以说SP算法是结合了BP类算法以及贪婪算法的优缺点所提出的一种折中的算法，性能上面SP应该是最优的，它兼具两种算法的优点。**）

## 3.2 稀疏信号恢复重建算法

常用的压缩感知的恢复算法主要有上述提到的CoSaMP、OMP、SP以及BP四种算法，下面对这四种算法分别进行介绍：

### 3.2.1 压缩采样匹配追踪（CoSaMP）信号恢复算法

压缩采样匹配追踪(Compressive Sampling Matching Pursuit,CoSaMP)是对OMP算法的一种改进，不同于OMP算法而言，它的每次迭代会选择多个原子。CoSaMP算法的输入输出及算法详细步骤如下：

输入：

维的传感矩阵

维的观测向量

信号的稀疏度

输出：

信号稀疏表示系数估计值

维残差

算法流程为：

1. 初始化残差值，，，；
2. 计算（即计算），选择中个最大值，将这些值对应的列序号构成集合（列序号集合）；
3. 令，；
4. 求的最小二乘解： ；
5. 从中选出绝对值最大的项记为，对应的中的列记为，对应的的列序号记为
6. 更新残差：；
7. ，如果则返回第2)步继续迭代，如果或残差则停止迭代并进入第8）步；
8. 重构所得的稀疏矩阵在处有非零项，其值分别为最后一次迭代所得。

上述流程中，表示残差值，表示迭代次数，表示空集，表示每次迭代找到的索引（序列号），。表示第次迭代的索引（列序号）集合，表示矩阵的第列，表示按索引选出的矩阵的列集合，为的列向量，表示迭代次数。符号表示集合并运算，表示求向量的內积，表示求模值（绝对值）。获得后，就可以获得重构后的信号： 。

### 3.2.2 正交匹配追踪（OMP）信号恢复算法

采用正交匹配追踪算法来进行信号的恢复重构过程，实际上是一个范数最优化问题。其基本思想是：首先构造一个由小波基表示的字典矩阵，然后在该字典矩阵中寻找一个与信号最匹配的列向量，来构建一个稀疏逼近，并计算信号向量与该逼近列向量之间的差值，记为残差。然后继续选择与信号残差最匹配的列向量，如此循环下去。最后，原始信号可以由这些作为稀疏逼近的列向量的线性组合再加上最后的残差值来决定，如果残差值在可以忽略的范围内，则信号就是这些列向量的线性组合。该算法的输入输出以及算法详细步骤为：

输入：

维的传感矩阵

维的观测向量

信号的稀疏度

输出：

信号稀疏表示系数估计值

维残差

算法流程为：

1. 初始化残差值，，，；
2. 找到索引，使得：；
3. 令，；
4. 求的最小二乘解： ；
5. 更新残差：；
6. ，如果则返回第二步，否则停止进入第7）步；
7. 重构所得的稀疏矩阵在出有非零值，其值分别为最后一次迭代所得。获得后，就可以获得重构后的信号： 。

上述流程中，表示残差值，表示迭代次数，表示空集，表示第次迭代的索引（列序号）集合，表示第次迭代的索引（列序号），表示矩阵的第列，表示按索引选出的矩阵的列集合（大小为的矩阵），为的列向量，表示迭代次数。符号表示集合并运算，表示求向量的內积。获得后，就可以获得重构后的信号： 。

### 3.2.3 子空间追踪（SP）信号恢复算法

子空间追踪算法的提出相较于CoSaMP略晚，但他们的算法原理几乎是完全一样的。SP与CoSaMP几乎是一致的，他们的主要区别在于SP算法每次迭代选择K个原子，而CoSaMP选择的则是2K个原子，这样做的好处是使得SP具有相对于CoSaMP而言更优的计算效率。SP与CoSaMP的另外一个区别是SP在迭代过程中增加了一个停止迭代的条件：当残差经过迭代后却变大了的时候就停止迭代。由上节可知，SP算法的输入输出及详细步骤如下：

输入：

维的传感矩阵

维的观测向量

信号的稀疏度

输出：

信号稀疏表示系数估计值

维残差

算法流程为：

1. 初始化残差值，，，；
2. 计算（即计算），选择中个最大值，将这些值对应的列序号构成集合（列序号集合）；
3. 令，；
4. 求的最小二乘解： ；
5. 从中选出绝对值最大的项记为，对应的中的列记为，对应的的列序号记为
6. 更新残差：；
7. 如果，停止迭代直接进入第9）步；
8. ，如果则返回第2)步继续迭代，如果或残差则停止迭代并进入第8）步；
9. 重构所得的稀疏矩阵在处有非零项，其值分别为最后一次迭代所得。获得后，就可以获得重构后的信号： 。

上述流程中，表示残差值，表示迭代次数，表示空集，表示每次迭代找到的索引（序列号），。表示第次迭代的索引（列序号）集合， 表示矩阵的第列，表示按索引选出的矩阵的列集合，为的列向量，表示迭代次数。符号表示集合并运算，表示求向量的內积，表示求模值（绝对值）。获得后，就可以获得重构后的信号： 。

## 3.3 压缩感知在波束形成中的应用

# 参考文献

[1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 1996, 13(4): 67-94.

[2] H. L. Van Trees, Optimum Array Processing, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York: Wiley, 2002.

[3] Michael L, Kohno R. Ultra Wideband signals and systems in communication engineering [M]. Chichester, U.K.: Wiley, 2004.

[4] 智婉君, 李志舜. 空间重采样法恒定束宽波束形成器设计[J]. 信号处理, 1998, 14: 1-5.

# 在读期间科研成果

[1] 罗胡琴, 何培宇, 张勇. 复合K分布海杂波模拟方法的性能比较[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(S1), 186-189.

# 声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得四川大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

本学位论文成果是本人在四川大学读书期间在导师指导下取得的，论文成果归四川大学所有，特此声明。

研究生：

导师：

# 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解四川大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权四川大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保持、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名： 导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日

# 致谢

时光荏苒，岁月如梭，在川大的七年校园生活即将画上句号。回想这七年来的种种，我度过了一段非常难忘的时光， 感受过众多学识渊博、德才兼备的老师们的教导和熏陶，收获了许多勤奋刻苦、乐观开朗的同学的友情，实在是荣幸之至，幸运之极。在这里，我要向那些帮助、支持和鼓励我的人们表示真诚的感谢，这一路上我不曾孤单。

首先，我要特别感谢我的恩师——何培宇教授。在就读研究生期间，何老师求真务实的科研作风，严谨求实的治学理念，一丝不苟的工作态度，都慢慢地渗透到我的学习和生活中。当面对科研实践中的难题一筹莫展时，在何老师的循循善诱和精心点拨下，我拓展了研究思路，最后终于攻克了难关。何老师不仅在学习上悉心培养我分析问题和解决问题的能力，思想上亦是向我灌输着正确的人生理念和价值体系，而且生活中也对我关怀备至。虽历时三载，却受益匪浅，对何老师的感激之情无以言表，在此谨向恩师致以最崇高的敬意和最诚挚的谢意。

在这里我也要向给我传授知识的老师如夏秀渝老师、周渊平老师等，致以最真挚的谢意。

本论文的顺利完成，同样离不开博士师兄的指导以及各位同学的鼓励和支持。感谢师兄师姐张勇、胡德孟、汪璐、覃勐、殷晴青等，谢谢你们对我的帮助和鼓舞；感谢同届的同学周鹤、何礼、龚晓龙、吕多玉和陈杰梅等，和你们一起学习是一件很快乐的事情，在彼此的沟通和交流中我们都收获很多；感谢我的师弟师妹王强、程冉、郑林楠、廖峰乙和李尚文等，因为你们的存在实验室有了更多的欢歌笑语。同时，感谢我的朋友们，在前进的道路上互相扶持和鼓劲，永不言弃。

最后，感谢我的父母，焉得谖草，言树之背，养育之恩，无以为报，惟愿双亲一直健康快乐。

由于时间上的仓促以及自身专业水平的有限，整篇论文依旧存在不足之处。恳请阅读此文的专家、老师和同学，多予指正，从你们的建议中我才能获得更多的进步，不胜感激。