

**硕 士 学 位 论 文**

**题 目** **频率不变波束形成技术的研究**

**作 者** **罗胡琴**  **完成日期** **2015年5月**

**培 养 单 位** **四 川 大 学**

**指 导 教 师** **何培宇 教授**

**专 业** **信号与信息处理**

**研究方向** **信号处理理论与技术**

**授予学位日期** **年** **月** **日**

频率不变波束形成技术的研究

信号与信息处理

研究生：罗胡琴 指导教师：何培宇 教授

宽带波束形成是宽带阵列信号处理研究的一个重要问题，已广泛应用于雷达、声纳、无线通信等多个领域。对于常规宽带波束形成方法来说，由于不同频率分量对应的波束主瓣宽度不一致，从而导致了阵列接收的宽带信号频谱发生畸变。在宽带阵列信号处理中，通常要求阵列系统无失真地接收宽带信号。频率不变波束形成(Frequency Invariant Beamforming，FIB)技术能满足这一要求，因此对其的研究越来越深入。

对于均匀线阵和均匀矩形阵的频率不变波束形成方法来说，当其它仿真条件不变时，较大波束指向角对应的波束主瓣宽度较宽，这将导致阵列的分辨性能降低。因此需要对期望波束进行优化设计。方向不变恒定束宽窄带波束形成方法能使波束主瓣宽度在正负60度波束指向角范围内保持恒定。但已有的研究主要聚焦于窄带一维波束形成，本文提出了基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法。为了使阵列无失真地接收来自较大波束指向角方向的宽带信号，本文结合方向不变恒定束宽窄带波束形成，提出了基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法。

本文首先介绍了窄带波束优化设计方法，然后深入地研究和讨论了频率不变波束形成技术。本文详细地介绍了四种常见的频率不变一维波束形成方法，并从频率不变性、信源的频带范围、波束形成器性能的影响因素及波束指向角对波束主瓣宽度的影响四个方面对这些方法进行了详细地性能分析和比较。在实际应用中，可根据应用环境和设计指标选择合适的阵列结构和频率不变波束形成方法。

在某些特定的应用中，需利用频率不变二维多波束形成对一个子阵进行赋形，使其等效为一个只接收来自指定俯仰角方向的宽带信号的阵元。本文基于对常见的频率不变波束形成方法的分析和比较，选择了两种较优的方法对子阵进行赋形。第一种方法是在频率实现的，采用的子阵为均匀矩形阵，其缺点是当俯仰角波束指向较大时俯仰角方向上的波束主瓣宽度较宽。第二种方法是在时域实现的，采用的子阵为均匀同心球阵，其缺点是实现代价过高。

本文介绍的频率不变波束形成器的性能由设计的期望波束响应决定。本文提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法可以解决俯仰角波束指向较大时俯仰角方向上的波束主瓣宽度较宽这一问题。因此该方法可以作为均匀矩形阵频率不变波束形成方法所需的期望波束响应的设计方法。本文还提出了基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法。仿真分析表明，该方法设计的频率不变波束形成器能保证不同波束指向角对应的波束主瓣宽度保持恒定。同时，仿真给出了俯仰角波束指向较大时的子阵赋形图，这为以后的研究和工程实现提供了一定的参考价值。

关键词 阵列；宽带信号；频率不变波束形成；多波束形成；恒定束宽

**Research on Frequency Invariant Beamforming Techniques**

**Presented for MSc Degree**

**Subject: Signal and Information Processing**

**Postgraduate: Huqin Luo Supervisor: Professor Peiyu He**

**Abstract** Broadband beamforming is a main research question for broadband array signal processing, which has been studied extensively due to their applications for sonar, radar and radio communications. Using conventional broadband beamforming, it is well known that the beamwidth decreases while the frequency increases. In broadband array signal processing，it is not expected. The so-called frequency invariant beamforming (FIB) technique is required as a remedy. In frequency invariant beamformers (FIBs), a beamforming network is used to generate beam pattern with approximately frequency invariant characteristics over the frequency band of interest.

Using uniform linear array (ULA) and uniform rectangular array (URA), the beamwidth of FIBs is changeable when the mainlobe is steered to a different beam pointing, which may cause the performance of these arrays to descend. It is needed that the desired beam pattern is optimized. Constant beamwidth narrowband beamforming with steering-invariance can form steering-invariance constant beamwidth effectively under the designed mainlobe direction from -60º to +60º. But the existing research is focused on narrowband one-dimensional beamforming. A steering-invariance constant beamwidth narrowband beamforming method based on URA is proposed which can be used in two-dimensional beamforming. In order to achieve constant beamwidth in both frequency and steering domains, a broadband frequency-steering invariant constant beamwidth beamforming method based on multi-dimensional inverse Fourier transform is proposed.

Optimal design methods of narrowband beamformer are firstly introduced, and then frequency invariant beamforming techniques are studied and discussed in detail. Common frequency invariant beamforming methods have been analyzed in detail from frequency invariant characteristics, working frequency band, influence factors of the beamformer performance and relationship between the beam pointing and the beamwidth. In practice, array structure and suitable frequency invariant beamforming method can be selected according to application environment and design target.

It is possible that a subarray is equivalent to a special array element if frequency invariant two-dimensional multi-beamforming technique is exploited. This special array element only receives broadband signals which are from the region of interest. Two better methods are selected to realize frequency invariant two-dimensional multi-beamforming. The first method is realized in the frequency domain, and the array structure is uniform rectangular array. Its design is simple, but the beamwidth of FIBs in elevation angle will become wider when the desired mainlobe is steered to larger elevation angle, which is not expected. The second method is realized in the time domain, and the array structure is uniform concentric spherical array. It doesn’t have the disadvantage of the first method and uniform beam responses in both the azimuth and elevation angles are achieved.

The performance of the introduced FIBs is determined by the desired beam response. The proposed steering-invariance constant beamwidth narrowband two-dimensional beamforming method based on URA can solve the problem that the beamwidth is wider while the mainlobe is steered to larger elevation angle. So it can be used to design the desired two-dimensional beam response. Moreover, analyses and experimental simulations show that through using the proposed wideband frequency-steering invariant beamforming method based on multi-dimensional inverse Fourier transform, constant beamwidth can be achieved in both frequency and steering domains, especially when the mainlobe is steered to larger elevation angle. This method has a valuable reference for further studies and engineering realization.

**Keywords** Array, Broadband signal, Frequency invariant beamforming, Multi-beamforming, Constant beamwidth

目录

[第一章 绪论 1](#_Toc419295104)

[1.1 研究背景及意义 1](#_Toc419295105)

[1.2 研究历史及发展现状 2](#_Toc419295106)

[1.3 本文主要工作及内容安排 4](#_Toc419295107)

[第二章 窄带波束优化设计 5](#_Toc419295108)

[2.1 窄带波束形成的定义 5](#_Toc419295109)

[2.2 波束形成器的性能指标 6](#_Toc419295110)

[2.3 窄带波束优化设计方法 7](#_Toc419295111)

[2.3.1 基于Dolph-Chebyhsev加权的波束优化设计方法 7](#_Toc419295112)

[2.3.2 基于SOCP的波束优化设计方法 9](#_Toc419295113)

[2.3.3 性能分析和比较 10](#_Toc419295114)

[2.4 本章小节 13](#_Toc419295115)

[第三章 频率不变一维波束形成 14](#_Toc419295116)

[3.1 基于空间重采样的频率不变波束形成方法 16](#_Toc419295117)

[3.2 基于SOCP的频率不变波束形成方法 17](#_Toc419295118)

[3.2.1 频域实现 18](#_Toc419295119)

[3.2.2 时域实现 20](#_Toc419295120)

[3.3 基于一维傅里叶逆变换的频率不变波束形成方法 23](#_Toc419295121)

[3.4 基于相位模式的均匀同心圆阵频率不变波束形成方法 24](#_Toc419295122)

[3.5 性能分析和比较 28](#_Toc419295123)

[3.5.1 均匀线阵 29](#_Toc419295124)

[3.5.2 均匀同心圆阵 34](#_Toc419295125)

[3.6 本章小节 38](#_Toc419295126)

[第四章 基于频率不变二维波束形成的子阵赋形 39](#_Toc419295127)

[4.1 基于二维傅里叶逆变换的均匀矩形阵频率不变波束形成方法 40](#_Toc419295128)

[4.1.1 方法实现原理 40](#_Toc419295129)

[4.1.2 仿真实验分析 41](#_Toc419295130)

[4.1.3 子阵赋形 42](#_Toc419295131)

[4.2 基于相位模式的均匀同心球阵频率不变波束形成方法 44](#_Toc419295132)

[4.2.1 方法实现原理 44](#_Toc419295133)

[4.2.2 仿真实验分析 49](#_Toc419295134)

[4.2.3 子阵赋形 50](#_Toc419295135)

[4.3 本章小节 51](#_Toc419295136)

[第五章 恒定束宽波束形成 53](#_Toc419295137)

[5.1 方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法 54](#_Toc419295138)

[5.1.1 方法实现原理 54](#_Toc419295139)

[5.1.2 仿真实验分析 55](#_Toc419295140)

[5.2 基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法 56](#_Toc419295141)

[5.2.1 方法实现原理 56](#_Toc419295142)

[5.2.2 仿真实验分析 57](#_Toc419295143)

[5.3 基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法 59](#_Toc419295144)

[5.3.1 方法实现原理 59](#_Toc419295145)

[5.3.2 仿真实验分析 59](#_Toc419295146)

[5.3.3 子阵赋形 62](#_Toc419295147)

[5.3 本章小节 63](#_Toc419295148)

[第六章 总结与展望 65](#_Toc419295149)

[6.1 总结 65](#_Toc419295150)

[6.2 展望 66](#_Toc419295151)

[参考文献 67](#_Toc419295152)

[在读期间科研成果 70](#_Toc419295153)

[声明 71](#_Toc419295154)

[学位论文版权使用授权书 72](#_Toc419295155)

[致谢 73](#_Toc419295156)

# 

# 第一章 绪论

## 1.1 研究背景及意义

阵列信号处理技术是实现空时域信号处理的一个重要手段，现已在声纳、通信、雷达等众多领域内受到大量关注和广泛应用[1]。阵列信号处理的过程为：采用由若干个分布在不同位置的传感器组成的阵列采集数据，然后利用阵列信号处理算法对采集的数据进行处理，从而获取有用信息。它所研究的主要方向有：

1. 空间谱估计——对阵列的接收信号进行超分辨估计；
2. 信号源定位——确定信号源所在方位（俯仰角、方位角、信号源到阵列的距离），甚至时延和频率等；
3. 信源分离——确定各个信号源发射的信号波形；
4. 零点形成技术——使波束图的零点对准干扰的方向；
5. 波束形成技术——使波束图的波束主轴方向指向期待方向。

波束形成的研究主要包括：使阵列只接收来自感兴趣区域的信号；进行空域滤波，进而提高接收信号的信噪比；估计信号的来波方向；为识别目标提供信息等。波束形成技术在早期的研究中，主要针对窄带信号。近年来，随着日趋复杂的信号环境和不断提高的信号处理技术，信号的频带范围越来越宽，从而遇到了宽带信号方面的问题，如卫星通信信号、语音信号等。宽带信号具有丰富的信息，对其处理更有利于实现目标检测、目标提取和参数估计。因此针对宽带波束形成技术的研究越来越多，且宽带波束形成已广泛应用于雷达、无线通信和声纳等领域[2][3]。但对于一个已经设计好的阵列，当采用常规宽带波束形成方法时，不同频率分量对应的波束主瓣宽度不一致，从而导致了阵列接收的宽带信号频谱发生畸变。这种波形畸变会对信号检测、目标识别等信号处理算法产生不良影响。频率不变波束形成技术能使阵列系统无失真地接收宽带信号，因此对其的研究越来越深入。

在某些特定的应用中，需利用频率不变二维多波束形成对一个子阵进行赋形，使其等效为一个只接收来自指定俯仰角方向的宽带信号的阵元，然后基于等效阵元组成的阵列估计信源所在的空间位置，从而提高估计性能和降低计算复杂度。本文主要研究利用频率不变二维多波束形成技术对子阵进行赋形，其目的是为机场分布式麦克风子阵的赋形做铺垫。本文所涉及的子阵赋形的覆盖区域（感兴趣的区域）为俯仰角指向一个固定的角度，方位角指向覆盖。

## 1.2 研究历史及发展现状

频率不变波束形成是指阵列接收的信号在特定频带内所形成的波束响应与频率无关且束宽恒定。它分为固定的频率不变波束形成和自适应的频率不变波束形成。本文着重研究固定的频率不变波束形成。较早的设计思路是随着频率的变化改变阵列的有效孔径，但阵列尺寸会限制带宽且实现复杂。后来常用的设计思路是随着频率的变化改变各阵元的加权系数或为每个阵元设计一个滤波器。

智婉君等人利用空间重采样法来实现频率不变波束形成[4]（本文简称为基于空间重采样的频率不变波束形成）。该方法是将均匀间隔的线阵看作是对连续线阵的空间采样，但此法只适用于均匀间隔的线阵。

Ward等人基于波束响应与频率和阵元间距之间的关系提出了频率不变波束形成方法[5]。它适用于多维阵列，但当阵列维数超过一维时，该设计方法较复杂。

杨益新等人提出了适用于任意阵形的基于Bessel函数分解的频率不变波束形成方法[6]。但该方法计算过程相对复杂。

鄢社峰等人提出了适用于任意阵形的基于二阶锥规划(second-order cone programming，SOCP)的频率不变波束形成方法[7][8]。这类方法的原理是将波束图设计问题和任意频率响应的FIR滤波器设计问题转换成二阶锥规划问题，然后利用已有的内点方法SeDuMi来求解最优解，从而实现频率不变波束形成。该类方法仅要求设计波束在主瓣区域逼近于参考波束，故其设计精度更高。

Chen 等人提出了针对均匀同心圆阵和均匀同心球阵的频率不变波束形成方法[9][10][11]（本文简称为基于相位模式的频率不变波束形成）。该方法的原理是首先通过傅里叶逆变换将阵元域快拍数据转换为相位模式数据，然后通过滤波补偿使相位模式数据与频率无关，最后与一组权值加权求和以获得期待的频率不变波束响应。该方法所获得的波束形成器的性能与波束指向角（波束主瓣峰值指向的方向）无关，但当阵列维数过多时，其实现代价较高。

Wei Liu等人利用波束响应与各阵元频率响应或与各阵元的FIR滤波器的系数的关系，提出了频率不变波束形成的实现方法[12][13]（本文简称为基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成方法）。文献[13]提出的频域实现方法比文献[12]提出的时域实现方法计算复杂度低，两种方法均适用于均匀线阵、均匀矩形阵、均匀立方阵。对于文献[13]提出的方法，维阵列的频率不变波束形成需利用维傅里叶逆变换来实现频率不变波束形成。为了提高低频段的频率不变性，一些改进的算法被提出[14][15][16]。Wei Liu等人还提出了一种新的替换方法[17]，这种傅氏变换频率不变波束形成设计可使矩形阵覆盖360°的范围。旁瓣波束形成一致性出现误差的情况是由于范数界限的控制而引起的，Wei Liu 等人在2013年针对这一问题提出了一种新的鲁棒的固定频率不变波束形成技术[18]。

目前的大多数频率不变波束形成方法往往需要预先指定期望波束响应， 然后通过优化技术或其它方法进行波束形成器的设计。近年来出现了一种新的基于空间响应变化函数的频率不变波束形成设计思路。其中有代表性的方法是Huiping Duan等人利用空间响应变化函数来实现宽带波束图综合设计[19]、Yong Zhao等人提出的基于最小二乘的频率不变波束形成方法[20] [21]和汪婉清等人提出的改进的宽带阵元延迟线恒定束宽波束形成算法[22]。为了减小计算复杂度，Yong Zhao等人将子带设计和最小二乘方法联合起来设计频率不变波束形成[23]。针对阵列失配的情况，Jing Li等人提出了鲁棒的最小二乘设计方法[24]。针对波束形成器的实现复杂度随着滤波器抽头长度的增加而变高这一问题，陈华伟等人提出了基于抽头稀疏化的最小二乘设计方法[25]，从而降低计算复杂度。

对于线阵、平面阵和共形阵来说，当旁瓣水平和阵元个数不变时，频率不变波束形成器的波束主瓣宽度与波束指向角有关，即波束主瓣宽度随着波束指向角的增大而变宽。幸高翔等人提出了基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽窄带波束形成方法，它能够在的波束指向角范围内获得恒定束宽[26]。该方法可作为均匀线阵频率不变波束形成的期望波束响应设计方法。因此在此基础上，苏成晓等人提出了宽带频率——方向不变恒定主瓣波束形成方法[27]，但主要聚焦于一维波束形成。而在某些特定应用中，期待当俯仰角（阵列法线方向对应的俯仰角为0度）波束指向较大时频率不变二维波束形成能在俯仰角方向上获得较窄的主瓣宽度，因此频率不变波束形成技术还有待更深入的研究。

## 1.3 本文主要工作及内容安排

本文在讨论窄带波束优化设计方法的基础上，深入地研究和讨论了频率不变波束形成技术。本文首先分析和比较了常见的频率不变一维波束形成方法的性能。然后选择了两种较优的方法对子阵赋形，使子阵只接收来自感兴趣区域的宽带信号。其次针对当旁瓣水平和阵元个数不变时，频率不变波束形成器的波束主瓣宽度随着波束指向角增大而变宽这一问题，提出了基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法设计期望二维波束响应。最后基于方向不变恒定束宽窄带波束形成，提出了基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法，使波束主瓣宽度在工作频带和波束指向角范围内保持恒定。

本文第一章为绪论，其它内容安排如下：

第二章为窄带波束优化设计。首先介绍了窄带波束形成的定义，其次介绍了几个评价波束形成器性能的重要指标，最后详细地介绍了基于Dolph-Chebyshev加权的波束优化设计方法和基于SOCP的波束优化设计方法，并分析和比较了这两种方法的性能。

第三章为频率不变一维波束形成。首先详细地介绍了四种常见的频率不变波束形成方法，然后从频率不变性、信源的频带范围、波束形成器性能的影响因素及波束指向角对波束主瓣宽度的影响四个方面对这些方法进行了详细地性能分析和比较。

第四章为基于频率不变二维波束形成的子阵赋形。首先详细地介绍了两种较优的频率不变二维波束形成方法，然后利用这两种方法对子阵进行赋形，使其只接收来自感兴趣区域的宽带信号。

第五章为恒定束宽波束形成。首先详细地介绍和分析了方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法。其次详细地介绍和分析了提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法。最后详细地介绍和分析了提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法，并将其应用于子阵赋形。

第六章为总结和展望。对所做的工作进行了总结，并探讨后续研究需要进一步解决的问题。

# 第二章 窄带波束优化设计

波束形成器的性能可由波束主瓣宽度、旁瓣水平和稳健性等指标来评价。但波束形成器的所有性能不可能同时达到最优，有的性能是互相矛盾的，如波束主瓣宽度与旁瓣水平。所以波束优化设计就是在这些互相冲突的性能之间寻找最佳的折中，从而设计出满足需要、综合性能最优的波束形成器。

最经典的波束优化设计方法是Dolph提出的Dolph-Chebyshev加权方法，它能获得均匀旁瓣水平[28]。该方法对于间隔为半波长的均匀线阵，当旁瓣水平一定时能获到最窄的波束主瓣宽度（波束两零点间束宽），当波束主瓣宽度一定时能获到最低的均匀旁瓣水平。Dolph-Chebyshev加权方法仅适用于阵元一致性很好的均匀线阵。鄢社峰等人运用二阶锥规划方法的强大功能，提出了适用于任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法[29]。

本章首先介绍窄带波束形成的定义，其次介绍几个评价波束形成器性能的指标，最后介绍上述两种波束优化设计方法，并分析和比较这两种方法的性能。研究窄带波束优化设计方法的目的是为后续某些频率不变波束形成方法的期望波束响应的设计做铺垫。

## 2.1 窄带波束形成的定义

窄带波束形成是对各阵元接收的窄带信号进行线性加权求和。图2.1为针对均匀线阵的窄带波束形成方法的原理框图，图中的输出信号为：

 （2-1）

其中，表示各阵元接收的信号，，

表示加权矢量，表示阵元个数。本文的表示共轭，表示共轭转置，表示转置。窄带波束形成器的设计就是加权矢量的设计。常规波束形成器的加权矢量为，表示导向矢量。

波束响应是指波束形成器对某方位单位功率平面波信号的响应。波束响应考察阵列的空间响应特性，因此也称为方向图。波束响应为：

 （2-2）

由式2-2可以看出，波束响应与加权矢量和导向矢量有关。



**+**

图2.1 窄带波束形成方法的原理框图

## 2.2 波束形成器的性能指标

假设均匀线阵由10阵元组成，阵元间隔为半波长，对其采用常规波束形成方法所获得的波束响应如图2.2所示。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 波束图 | (b) 波束主瓣局部放大图 |

图2.2 10阵元均匀线阵的常规波束响应

从图2.2(a)中可以看出，波束主峰值出现在期望方向0度，即波束形成器对0度方向的信号响应最大。主峰值方向是波束响应最大值对应的方向，也称为波束主轴方向。

波束形成器的性能可由波束主瓣宽度、旁瓣水平和稳健性等指标来评价。

1. 旁瓣水平

用分贝表示的最高旁瓣值与主峰值的差为旁瓣水平。图2.2中的旁瓣水平约为-13dB。旁瓣水平也可称为旁瓣级。

1. 波束主瓣宽度

波束响应根据波束主瓣宽度被划分为主瓣区域和旁瓣区域。图2.2(b)为波束主瓣局部放大图。波束主瓣宽度有三种表示方式：波束两零点间束宽，即波束主瓣峰值左右第一次出现谷底的两方向之间的夹角；旁瓣级束宽，即波束响应值下降到与旁瓣水平相等时的两方向之间的夹角；半功率束宽，即波束主瓣功率下降到-3dB时的两方向之间的夹角。

1. 稳健性

阵元位置标定误差或通道幅相误差等扰动误差会导致波束图发生畸变，从而造成波束形成时其空域滤波性能下降。当阵元位置误差与通道幅相误差一定时，为了使波束形成器对扰动误差的稳健性较好，则要求加权矢量的范数较小[30]。为了保证波束形成时具有较好的稳健性，则需对加权矢量对应的范数加以约束，即：

 （2-3）

其中，为用户设定值，必须满足，表示阵元数目，表示[欧几里得](http://www.baidu.com/s?wd=%E6%AC%A7%E5%87%A0%E9%87%8C%E5%BE%97&hl_tag=textlink&tn=SE_hldp01350_v6v6zkg6)[范数](http://www.baidu.com/s?wd=%E8%8C%83%E6%95%B0&hl_tag=textlink&tn=SE_hldp01350_v6v6zkg6)。

## 2.3 窄带波束优化设计方法

### 2.3.1 基于Dolph-Chebyhsev加权的波束优化设计方法

文献[28]提出的Dolph-Chebyshev加权方法，当旁瓣水平或波束主瓣宽度给定时，可以计算出加权值。Dolph-Chebyshev加权值为：

 （2-4）

式中

 （2-5）

其中，表示阵元个数，表示阵元间距，表示信号波长，为波束两零点间束宽的一半，表示旁瓣水平（由于旁瓣水平比主瓣低，所以用负数表示）。

对于间隔为半波长的均匀线阵，Dolph-Chebyshev加权方法，当波束两零点间束宽不变时能获得最低的均匀旁瓣水平，或者当旁瓣水平不变时能获得最窄的波束两零点间束宽。Riblet将Dolph的方法进一步推广，提出了Riblet-Chebyshev方法[31]。当均匀线阵间隔为半波长时，两种方法所获得的波束形成器的性能相当；但当阵元间距小于半波长且阵元个数为不小于7的奇数时，Riblet-Chebyshev方法可以获得更窄的主瓣。不幸的是这两种方法仅适用于均匀间隔的线阵。

如果只对各阵元接收的信号进行Dolph-Chebyshev加权求和，波束的主轴方向始终指向0度。如果要使波束主轴方向指向其它角度，还需在加权后附加一定的相移。Dolph-Chebyshev加权矢量为：

 （2-6）

附加一定相移后的加权矢量为：

 （2-7）

其中为均匀线阵在方向的阵列导向矢量。

### 2.3.2 基于SOCP的波束优化设计方法

本小节介绍文献[29]中的两种波束优化设计准则，即稳健最低旁瓣波束设计和稳健旁瓣控制高增益波束设计。基于SOCP的波束优化设计方法可根据设计指标设计波束响应。有时采用的设计指标不一定使波束形成器的综合性能最优。

1. 稳健最低旁瓣波束设计方法

最低旁瓣波束形成的设计准则是当波束主瓣宽度一定时，波束形成器具有最低的旁瓣水平。这里的波束主瓣宽度指的是旁瓣级束宽。为了使这种方法能应用于实际中，还需在此基础上添加稳健性约束。因此该设计问题可表示为：

 （2-8）

其中，为用户设置的约束值（该约束值越小表示波束形成器的稳健性越好），为波束期望方向，为波束旁瓣级束宽，表示取幅度值。

用表示旁瓣区域，则有。将旁瓣区域均匀离散化，即，表示离散方位的个数。引入非负变量后，式2-8可以改写为：

 （2-9）

该优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，然后基于Matlab工具箱SeDuMi[32]仿真得到加权矢量。该方法可简称为SOCP-RMSL。

1. 稳健旁瓣控制高增益波束设计方法

文献[30]在第二章中指出MVDR波束形成器具有最高的阵增益。如果要对MVDR波束形成器的旁瓣水平进行控制，可以在其设计问题中添加约束旁瓣水平的条件，即：

 （2-10）

其中是用户设定的期望旁瓣水平，当所有的相等时，波束图具有均匀的旁瓣水平。为了减小波束形成器受扰动误差的影响，还需对加权矢量的范数进行约束。因此该设计问题可以描述为：

 （2-11）

该方法称为SOCP-RSLC方法。当协方差矩阵（对应于白噪声）时，该方法不能自适应地抑制干扰。式2-11可简化为:

 （2-12）

如果协方差矩阵为数据协方差矩阵，SOCP-RSLC方法为旁瓣控制自适应波束设计。

令，式2-12可以改写为：

 （2-13）

该优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，然后基于Matlab工具箱SeDuMi仿真得到加权矢量。

### 2.3.3 性能分析和比较

本小节分析并比较Dolph-Chebyshev加权方法和基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法的性能。性能分析指的是：分析旁瓣水平与波束两零点间束宽的关系；分析波束两零点间束宽与波束指向角的关系；分析波束两零点间束宽与阵元个数的关系；分析波束两零点间束宽与阵元间距的关系。1)到4)只对Dolph-Chebyshev加权方法做性能分析，但其分析结果也适用于基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法。

1. 旁瓣水平与波束两零点间束宽的关系

仿真条件为：阵形为间隔二分之一波长的均匀线阵，阵元的个数为10，波束指向角为0度。

旁瓣水平与波束两零点间束宽的关系如图2.3所示。本小节图中的波束主瓣宽度为波束两零点间束宽。由图2.3可知，当阵元个数、阵元间距和波束指向角不变时，波束两零点间束宽越宽，旁瓣水平越低，二者无法同时达到最优。

|  |  |
| --- | --- |
| 图2.3 旁瓣水平与波束两零点间束宽的关系 | 图2.4 波束两零点间束宽与波束指向角的关系 |

1. 波束两零点间束宽与波束指向角的关系

仿真条件为：阵形为间隔二分之一波长的均匀线阵，阵元的个数为10，旁瓣水平为-25dB。

波束两零点间束宽与波束指向角的关系如图2.4所示。从图2.4中可以看出，当阵元个数、阵元间距和旁瓣水平不变时，波束两零点间束宽随着波束指向角的增大而变宽，但当波束指向角较小时，波束两零点间束宽几乎不变。

1. 波束两零点间束宽与阵元个数的关系

仿真条件为：阵形为间隔二分之一波长的均匀线阵，波束指向角为0度，旁瓣水平为-25dB。

波束两零点间束宽与阵元个数的关系如图2.5所示。从图2.5中可以看出，当阵元间距、波束指向角和旁瓣水平不变时，波束两零点间束宽随着阵元个数的增加而变窄。

|  |  |
| --- | --- |
| 图2.5 波束两零点间束宽与阵元个数的  关系 | 图2.6 波束两零点间束宽与旁瓣水平的关系 |

1. 波束两零点间束宽与阵元间距的关系

仿真条件为：均匀线阵由10个阵元组成，波束指向角为0度。

不同阵元间距下的波束两零点间束宽与旁瓣水平的关系如图2.6所示。从图2.6中可以看出，当阵元个数、波束指向角和旁瓣水平不变时，波束两零点间束宽随着阵元间距的减小而变宽。

1. 两种波束优化设计方法的性能比较

仿真条件为：均匀线阵由10个阵元组成，波束指向角为0度，阵元间距分别为二分之一波长和四分之一波长。

本小节采用的的设计指标使基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法所获得的波束形成器性能达到最优。二分之一波长间距时的波束两零点间束宽与旁瓣水平的关系如图2.7所示。四分之一波长间距时的波束两零点间束宽与旁瓣水平的关系如图2.8所示。

从图2.7和图2.8可以看出，对于间隔为二分之一波长的均匀线阵，基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计的波束形成器的性能与Dolph-chebyshev加权方法相当。但当均匀线阵间距为波长的四分之一时，基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计的波束形成器的性能优于Dolph-chebyshev加权方法。

|  |  |
| --- | --- |
| 图2.7 间距为二分之一波长 | 图2.8 间距为四分之一波长 |

## 2.4 本章小节

本章首先介绍了窄带波束形成的定义，其次介绍了评价波束形成器的性能指标，包括旁瓣水平、波束主瓣宽度、稳健性，最后详细地介绍了Dolph-Chebyshev加权方法和基于SOCP的波束优化设计方法，并分析和比较了两种方法的性能。

基于上述分析，对于间隔为半波长的均匀线阵，Dolph-Chebyshev加权方法和基于SOCP的波束优化设计方法均可用于波束优化设计；对于间隔小于半波长的均匀线阵，则采用基于SOCP的波束优化设计方法，该方法还可适用于其它阵形，如圆阵、球阵等。对于适用于线阵的频率不变波束形成方法来说，本章为其期望波束响应的设计奠定了基础。

# 第三章 频率不变一维波束形成

对于宽带信号来说，不同频率分量对应的阵列相对孔径不同，从而导致了常规宽带波束形成所获得的波束响应与频率有关，如图3.1所示。图3.1中的频率范围为HzHz。

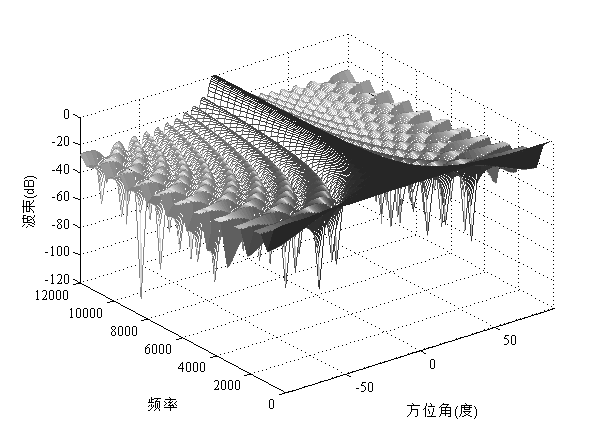


图3.1 常规宽带波束形成

从图3.1中可以看出，不同频率分量对应的波束响应不一致，即阵元接收的宽带信号在非主轴方向产生了波形畸变。如果想要解决这一问题，则要求不同频率分量对应的波束响应与频率无关。

频率不变波束形成技术能解决上述问题。如1.2节所述，现已存在多种频率不变波束形成方法：有仅适用于均匀线阵的基于空间重采样的频率不变波束形成方法；有适用于任意阵形的基于SOCP的频率不变波束形成方法；有适用于均匀线阵、均匀矩形阵和均匀立方阵的基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成方法；有适用于均匀同心圆阵和均匀同心球阵的基于相位模式的频率不变波束形成方法。

本章主要讨论频率不变一维波束形成，首先详细地介绍上述四种频率不变波束形成方法，然后对适用于均匀线阵的基于空间重采样的频率不变波束形成、基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成及基于SOCP的频率不变波束形成三种方法做了性能分析和比较，最后对适用于均匀同心圆阵的基于SOCP的频率不变波束形成和基于相位模式的频率不变波束形成两种方法做了性能分析和比较。均匀线阵如图3.2所示，均匀同心圆阵如图3.3所示。

信源

图3.2 均匀线阵

环P

环1

信源

图3.3 均匀同心圆阵

## 3.1 基于空间重采样的频率不变波束形成方法

均匀线阵如图3.2所示，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一，其空间滤波器对应的频率响应为：

 （3-1）

其中，表示阵元的个数，表示角频率，表示空间角频率，表示加权系数，表示信号来波方位角，表示阵元间距，表示声速。

令，则式3-1可改写为：

 （3-2）

由式3-2可以看出，与是傅里叶变换关系，则称为空间滤波器的脉冲响应，表示空间采样距离，表示空间数字频率。

当阵元个数一定时，如果模拟角频率和阵元间隔的乘积为常数，就会产生不同频率对应的波束响应在同一方向相同。阵列对某一时间频率，有，称为基准频率（在3.5.1节的仿真分析中，基准频率取为最低频率）。对另一时间频率，有，可见阵列已经等效地改变了采样间隔。

文献[4]提出的空间重采样法就是简单地调整空间采样间隔，使之成为的函数。假设存在虚拟的连续线阵，可视该连续阵列为模拟滤波器，其冲激响应为。连续阵列需满足的条件为：将均匀间隔的线阵看作是对它的空间采样。均匀线阵可视为数字滤波器。该滤波器的脉冲响应为，即：

 （3-3）

为了获得，假设对任意都存在均匀间隔的线阵，阵元的间距为，这些均匀间隔的线阵具有相同的加权系数，即它们所代表的数字滤波器具有相同的脉冲响应。

根据信号处理理论中由数字信号到模拟信号的恢复公式，则有：

 （3-4）

对采样可得不同频率分量对应的加权系数：

 （3-5）

 （3-6）

如果波束需指向，需使用一组相移滤波器对的滤波输出进行再滤波。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带（每个子带对应的频率分量不相同）。
2. 确定参考频率，利用Dolph-Chebyshev加权方法计算加权系数。
3. 根据式3-6求出不同频率分量对应的加权系数。
4. 根据波束指向角求出不同频率分量对应的相移滤波器系数。

## 3.2 基于SOCP的频率不变波束形成方法

基于SOCP的频率不变波束形成方法的原理为：首先利用窄带波束优化设计方法设计期望波束响应，然后使不同频率分量对应的波束主瓣响应逼近于期望波束主瓣响应，而旁瓣低于某个门限值。该方法对阵形和阵元一致性不做要求。本节讨论的波束主瓣是由旁瓣级束宽划分的。

基于SOCP的频率不变波束形成方法既可以在频域实现，也可以在时域实现。频域实现：设计不同频率分量对应的加权矢量。时域实现：为每一个阵元设计一个FIR滤波器。

### 3.2.1 频域实现

一维阵列的波束响应为：

 （3-7）

其中，表示工作频带内的第个频率分量，表示频率为和信号来波方向为时的导向矢量，表示频率为时的加权矢量。

频率不变波束形成方法的最佳设计准则为频率对应的波束主瓣响应幅度与期望波束幅度误差最小，即：

 （3-8）

其中，表示参考频率，表示参考频率处的波束响应（称为期望波束响应），表示主瓣区域离散的方位点，表示主瓣区域的离散点数。

文献[7]指出式3-8无法求得最优解，只能对其进行适当变换求次优解，同时给出了三种次最优方法。本文介绍第一种方法，其设计准则为：

 （3-9）

其中，控制了波束的旁瓣水平，表示旁瓣区域离散的方位点，表示旁瓣区域的离散点数，控制稳健性（在3.5.1小节和3.5.2小节的仿真分析中，该值分别为0.4217和0.625），其计算公式为，为阵元个数，为白噪声增益损失。

为了提高该方法的稳健性，还需对加权矢量的范数加以约束。引入一组变量和变量，这些变量均大于等于零，则上式变为：

 （3-10）

定义，，这里表示维的零向量，则有。

可以表示为：

 （3-11）

其中，，表示实数集，表示维数。

可以表示为:

（3-12）

其中，，表示第个实数域内的三维二阶锥。

可以表示为：

 （3-13）

可以表示为：

（3-14）

于是，该约束优化问题可转换为标准的二阶锥规划问题，即：



（3-15）

其中，，。利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到，进而求得第个频率分量对应的加权矢量。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 确定参考频率，采用窄带波束优化设计方法设计期望波束响应。参考频率不一定是工作频带内的某个频率。如果参考频率不是最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计期望波束响应。
3. 采用上述介绍的方法设计不同频率分量对应的加权矢量。

### 3.2.2 时域实现

时域实现有文献[7]提出的分步设计法和文献[8]提出的全局优化设计方法。分步设计法虽然实现简单、计算复杂度低，但其不能保证全局最优。全局优化设计方法直接优化FIR滤波器系数，可以保证获得满足约束条件的全局最优解，但其计算量高于分步设计法。这里介绍全局优化设计方法。

时域实现的原理为对第个阵元接收的信号进行FIR滤波，该滤波器的冲激响应和在频率处的频率响应为：

 （3-16）

 （3-17）

其中，为FIR滤波器的阶数，为采样频率。

阶FIR滤波器的群延迟为，。由频率实现方法求得的加权矢量的第个分量可表示为：

 （3-18）

其中，为第个阵元预延迟的采样点数。式3-18的第一部分由延迟个采样点数来实现，第二部分由FIR滤波器实现。FIR滤波器系数为：

 （3-19）

令，则有：

 （3-20）

 （3-21）

其中，。

频率对应的加权矢量为：

 （3-22）

式3-7表示的波束响应可转换为：

（3-23）

令，，，则

 （3-24）

采用文献[7]的第一种次优化方法实现频率不变波束形成。其优化问题可表示为：

 （3-25）

其中为一个常数。

将式3-25表述的优化问题转换为标准的二阶锥规划问题，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到各阵元的FIR滤波器系数。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 确定参考频率，基于窄带波束优化设计方法设计期望波束响应。如果参考频率不是最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计期望波束响应。
3. 根据波束指向，求出各阵元预延迟的采样点数。
4. 采用上述介绍的方法求解每个阵元的FIR滤波器系数，使得到的不同频率分量对应的波束主瓣响应逼近于期望的波束主瓣响应。

## 3.3 基于一维傅里叶逆变换的频率不变波束形成方法

基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成有文献[12]提出的时域实现方法和文献[13]提出的频域实现方法。两种实现方法均可应用于线阵（简称阵列）、矩形阵（简称阵列）、立方阵（简称阵列）。对于阵列，时域实现方法需用到维傅里叶逆变换，而频域实现只需维傅里叶逆变换，从而减少了设计复杂度。本章介绍基于一维傅里叶逆变换的均匀线阵频率不变波束形成方法，该方法是在频域实现的。

均匀线阵如图3.2所示，其波束响应为：

 （3-26）

其中，表示角频率，表示阵元间距，表示第个阵元的频率响应，表示来波方向，表示声音的传播速度。

令，式3-26可改写为：

 （3-27）

由式3-27可以看出，在的替换后与是一对傅里叶变换对。

要使具有频率不变性，即：

 （3-28）

则变量和就要有一定的依赖关系使中的消除。如果是的函数，而，变量替换后就实现了波束响应与频率无关。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 设计期望波束响应。如果参考频率不是最高频率，则采用基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计期望波束响应。
3. 通过变量替换求出各个频率分量对应的波束响应。

 （3-29）

其中，，表示角频率范围，表示函数值有限的任意函数。选择的应使尽可能平滑，最简单的选择就是置零。

1. 对波束响应的点采样做一维点离散傅里叶逆变换，得到的近似值，的取值为。
2. 为了匹配个阵元的均匀线阵，需使用矩形窗对步骤4得到的进行截取，从而得到。即：

 （3-30）

 （3-31）

 （3-32）

1. 求线阵的波束响应。即：

 （3-33）

## 3.4 基于相位模式的均匀同心圆阵频率不变波束形成方法

文献[10]提出的针对均匀同心圆阵的基于相位模式的频率不变波束形成方法的原理是把阵元域数据转换为相位模式数据，补偿滤波后再进行波束指向。补偿滤波的目的是使相位模式数据与频率无关。因为均匀同心圆阵的几何形状，故其不能指向任意的俯仰角，这里假定俯仰角为90度。

均匀同心圆阵如图3.3所示，每个圆环上的阵元间距为最高频率对应波长

的一半。第个圆环上有个均匀间隔的全向阵元，每个阵元的坐标为，，。

第个圆环的快拍数据为：

 （3-34）

阵元域数据转换为相位模式数据的实现为：

 （3-35）

 （3-36）

其中，为第个圆环的相位数，为傅里叶逆变换矩阵，表示矩阵维数，。

假定为奇数，定义和。相位模式数据通过补偿滤波器，然后再乘以波束形成器加权系数后的输出为：

 （3-37）

的频谱为：

 （3-38）

其中，为数字频率（本文在计算数字频率时，采样频率为最高频率的2倍），

为信号的频谱，，表示采样频率。

由式3-38可知，第个圆环的波束响应为：

 （3-39）

波束响应是数字频率与方位角的函数，要使其与无关，则需利用Jacobi-Anger展开式。Jacobi-Anger展开式为：

 （3-40）

其中为n阶的第一类贝塞尔函数。

将式3-40代入式3-39，则有：

（3-41）

上式括号内的项具有如下性质：

 （3-42）

将式3-42代入式3-41，则有：

 （3-43）

而具有如下性质：

 （3-44）

即当n值足够大时，的值可忽略不计。因此当阵元数足够多时，可截

断式3-43中的无限求和，只保留这一项。因此第个圆环的波束响应可

近似为：

 （3-45）

为了简化式3-45，假定每个圆环对应的波束形成器加权系数相同，即，。要实现所有的波束形成器加权系数都为

，可设置内环的补偿滤波器系数为0。所有圆环的波束响应为：

 （3-46）

观察式3-46，如果满足如下条件：

 （3-47）

则与无关，从而实现了波束响应与频率无关。其中，为最低数字频率，为最高数字频率。因此波束响应可近似为：

 （3-48）

由上式可知，波束响应只与波束形成器加权系数有关，可记为。式3-48的右边部分可看作一个时域的数字FIR滤波器，其脉冲响应为。可采用传统的滤波器设计算法设计，如Parks-McClellan算法和强调凸二次优化的二阶锥规划方法[33]。为了实现波束响应与频率无关，还需设计补偿滤波器系数使其满足式3-47，可利用二阶锥规划来求解。将式3-48所示的优化问题表述为二阶锥规划问题，即：

 （3-49）

其中。

由于这一项仅与相关，令。展开后有。式3-49可重写为：

（3-50）

其中，，，。

将式3-50表述的问题转化为标准的二阶锥规划问题，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到各相位模式下的补偿滤波器系数。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 利用Matlab工具箱SeDuMi求解各相位模式下的补偿滤波器系数。
3. 利用Parks-McClellan算法设计波束形成器的加权系数。

## 3.5 性能分析和比较

评价频率不变波束形成器性能的主要指标为频率不变性、波束主瓣宽度、信源的频带范围、计算复杂度等。

本文研究的是固定频率不变波束形成，每个频率分量对应的加权系数或每个阵元的FIR滤波器系数都是预先设计好的，所以这里不考虑计算复杂度。频率不变性由各频率分量对应的波束主瓣响应与期望值（设计的期望波束主瓣响应）之间的均方根误差来体现。第频率分量对应的均方根误差为：

 （3-51）

本节讨论的波束主瓣是由波束两零点间束宽来划分的。因此本节的波束主瓣宽度指的是波束两零点间束宽。

### 3.5.1 均匀线阵

对于均匀间隔的线阵，本小节比较的FIB方法有基于SOCP的FIB频域实现方法（简称SOCP方法）、基于一维傅里叶逆变换的FIB实现方法（简称IFT方法）和基于空间重采样的FIB方法（简称SR方法）。

1. 频率不变性

实验一的仿真条件为：阵元的个数为21，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一；数字的频率范围为（子带个数为15）；各个方法的期望波束响应设计指标如表3.1所示。

表3.1期望波束响应设计指标

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| FIB方法 | 旁瓣水平  （dB） | 波束两零点间束宽(度) | 参考频率 | 波束指向角（度） | 参考阵元个数 |
| SR方法 | -30 | 约束下达到最优：32 | 最低频率 | 0 | 21 |
| SOCP方法 | -30 | 32 | 最低频率 | 0 | 21 |
| IFT方法 | -30 | 约束下达到最优：32 | 最高频率 | 0 | 11 |

图3.4为期望波束响应。图3.5为各频率分量对应的波束主瓣响应与期望值之间的均方根误差。

|  |  |
| --- | --- |
| 图3.4 期望波束响应 | 图3.5 主瓣均方根误差 |

从图3.4可以看出三种方法主瓣内的期望波束响应基本一致。在保证期望波束主瓣响应一致的情况下，从图3.5可以看出，三种方法中SOCP方法的频率不变性最好，SR方法的频率不变性最差。SOCP方法的频率不变性最好，是因为仅要求设计的各频率分量对应的波束主瓣响应逼近于期望的波束主瓣响应。

1. 信源的频带范围

实验二的仿真条件为：数字频率范围分别为（子带个数为12，称为情形1）和（子带数个数为15，称为情形2），其它仿真条件和实验一相同。

图3.6为SR方法的仿真图。图3.7为SOCP方法的仿真图。图3.8为IFT方法的仿真图。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.6 SR方法的仿真图

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.7 SOCP方法的仿真图

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.8 IFT方法的仿真图

由图3.6可知，当其它仿真条件不变时，频带范围越宽，SR方法所获得的波束主瓣宽度越宽，且频率不变性降低。由图3.7可知，当其它仿真条件不变时，当频率范围变宽时，SOCP方法所获得的波束主瓣宽度不变，但频率不变性降低。由图3.8可知，当其它仿真条件不变时，IFT方法所获得的波束主瓣宽度与频带范围无关，但较低频率处的频率不变性较差。

对于SR方法来说，当其它仿真条件不变时，频带范围决定了频率不变波束形成器的性能和频率不变性的高低。对于SOCP方法来说，当其它仿真条件不变时，频带范围决定了频率不变性的高低，但当最低频率较小时，也会影响频率不变波束形成器的性能。对于IFT方法来说，当其它仿真条件不变时，频带范围不影响其波束性能（波束性能受设计期望波束响应时采用的参考阵元个数的影响），但较低频率处的频率不变性会降低。

1. 波束形成器性能的影响因素

当其它仿真条件不变时，频率不变波束形成器的性能与旁瓣水平、波束主瓣宽度、波束指向角、阵元个数及阵元间距的关系与2.3.3节所做的分析相同。本小节着重讨论当阵元个数和频带范围不变时，如何提高频率不变波束形成器的性能。基于以上分析可知，当阵元数不变时，SR方法的波束性能受最低频率的影响。因此SR方法的波束性能无法提高。下面讨论如何提高SOCP方法和IFT方法的波束性能。

SOCP方法可通过改变波束设计指标来提高波束性能，而IFT方法可通过改变设计期望波束响应时所采用的参考阵元个数来提高波束性能。

实验三的仿真条件为：两种方法在不同情形下的期望波束设计指标如表3.2所示，其它仿真条件和实验一相同。

表3.2期望波束响应设计指标

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| FIB方法 | 旁瓣水平  （dB） | 波束两零点间束宽(度) | 参考频率 | 波束指向角（度） | 参考阵元个数 |
| SOCP方法情形1 | -30 | 32 | 最低频率 | 0 | 21 |
| SOCP方法情形2 | -30 | 28 | 最低频率 | 0 | 21 |
| IFT方法  情形1 | -30 | 约束下达到最优：32 | 最高频率 | 0 | 11 |
| IFT方法  情形2 | -30 | 约束下达到最优：26 | 最高频率 | 0 | 13 |

图3.9为SOCP方法的仿真图。图3.10为IFT方法的仿真图。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.9 SOCP方法的仿真图

从图3.9可知，对于SOCP方法来说，当波束形成器性能提高时，其工作带宽内的频率不变性会降低，因此在设计时需在两者之间折中。

从图3.10可以看出，IFT方法在其它仿真条件不变的情况下，当采用的参考阵元个数增加时，其波束形成器的波束主瓣宽度变窄，但其较低频率处的频率不变性变差。所以IFT方法采用的参考阵元个数只能是一个合适的值，该值既要保证波束形成器的性能较优，又要保证较低频率处的频率不变性不会太差。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.10 IFT方法的仿真图

由实验一到实验三的分析可知，IFT方法是三种方法中最佳的FIB方法，而且其计算复杂度比SOCP方法低。

1. 波束指向角对波束主瓣宽度的影响

在其它仿真条件不变的情况下，本小节分析波束指向角对波束主瓣宽度的影响。采用的FIB方法为IFT方法。

实验四的仿真条件为：波束指向角为变量，其它仿真条件和实验一中IFT方法的仿真条件相同。

表3.3表示波束主瓣宽度与波束指向角的关系。图3.11为IFT方法的仿真图。

表3.3 波束主瓣宽度与波束指向角的关系

|  |  |
| --- | --- |
| 波束指向角（度） | 波束主瓣宽度（度） |
| 0 | 32 |
| 20 | 34 |
| 40 | 43 |

由表3.3和图3.11可以看出，在其它仿真条件相同的情况下，随着波束指向角的增大，波束主瓣宽度变宽，而频率不变性变化极小。本小节性能分析结果也适用于SOCP方法和SR方法。所以对这三种适用于均匀线阵的FIB方法来说，在保证旁瓣水平相同的情况下，当波束指向角增大时，波束主瓣宽度会变宽。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.11 IFT方法的仿真图

### 3.5.2 均匀同心圆阵

SR方法和IFT方法均不适用于均匀同心圆阵，SOCP方法和基于相位模式的FIB方法（简称UCCA-FIB方法）适用于均匀同心圆阵。SOCP方法采用的期望波束响应设计方法为2.3节介绍的第二种方法。

1. 频率不变性

实验一的仿真条件为：SOCP方法的圆环数为1，阵元的个数为16，设计期望波束响应时采用的参考频率为最低频率；UCCA-FIB方法的圆环数为2，环1的阵元个数为12，环2的阵元个数为18，环1的相位数为11，环2的相位数为17，环2的17个相位模式只取中间11个来实现频率不变波束形成，补偿滤波器阶数为11；每个圆环上的阵元间距为最高频率对应波长的二分之一；数字频率范围为（子带个数为15）；波束指向。

图3.12为期望波束响应。图3.13为各频率分量对应的波束主瓣响应与期望值之间的均方根误差。图3.14为SOCP方法的频率不变波束图。图3.15为UCCA-FIB方法的频率不变波束图。

从图3.12可以看出两种方法的期望波束主瓣响应基本一致。在保证期望波束主瓣响应一致的条件下，由图3.13可知，SOCP方法的频率不变性比UCCA-FIB方法好。从图3.14和图3.15可知，SOCP方法只保证了主瓣响应的频率不变性，而UCCA-FIB方法还保证了旁瓣响应的频率不变性，但其缺点是阵元数较多。

|  |  |
| --- | --- |
| 图3.12 期望波束响应 | 图3.13 主瓣均方根误差 |
| 图3.14 SOCP方法的频率不变波束图 | 图3.15 UCCA-FIB方法的频率不变波束图 |

1. 信源的频带范围

在3.5.1节分析了频带范围对均匀线阵SOCP方法的影响，其结果也适用于均匀圆阵SOCP方法。本小节只分析频带范围对基于相位模式的均匀同心圆阵FIB方法的影响。

实验二的仿真条件为：数字频率范围分别取为（子带数为12，称为情形1）和（子带数为15，称为情形2），其它仿真条件和实验一中UCCA-FIB方法的仿真条件相同。

图3.16为UCCA-FIB方法的仿真图。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.16 UCCA-FIB方法的仿真图

由图3.16可知，对于针对均匀同心圆阵的基于相位模式的FIB方法来说，在其它仿真条件不变时，频带范围不影响波束性能，但带宽的范围越宽，整个频带内的频率不变性会降低。

1. 波束形成器性能的影响因素

本小节着重讨论当阵元个数和频带范围不变时，如何提高波束形成器的性能。均匀圆阵SOCP方法可通过改变波束设计指标提高波束形成器的性能，这点和均匀线阵SOCP方法一样。所以本小节着重讨论UCCA-FIB方法。结合基于相位模式的均匀同心圆阵频率不变波束形成方法的实现原理可知，波束性能与设计的数字FIR滤波器有关。在设计数字FIR滤波器时，旁瓣水平与波束主瓣宽度两个性能指标是相互矛盾的，要提高整体的波束性能，还得增大相位数（即增加阵元数）。

实验三的仿真条件为：不同情形下的均匀同心圆环如表3.4；相位数和滤波器阶数由圆环数和每个圆环上的阵元数决定；两种情形下的滤波器设计参数相同；其它仿真条件和实验一中UCCA-FIB方法的仿真条件相同。

表3.4不同情形下的均匀同心圆环

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 情形 | 圆环数 | 环1阵元个数 | 环2阵元个数 |
| 情形1 | 2 | 12 | 18 |
| 情形2 | 2 | 8 | 14 |

图3.17为UCCA-FIB方法的仿真图。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.17 UCCA-FIB方法的仿真图

由图3.17可以看出，当阵元数增多时，在其它仿真条件不变时，波束形成器的主瓣宽度变窄，而其频率不变性的变化极小。

1. 波束指向角对波束主瓣宽度的影响

实验四的仿真条件为：波束指向角为变量，其它仿真条件和实验一相同。

图3.18为SOCP方法的仿真图。图3.19为UCCA-FIB方法的仿真图。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.18 SOCP方法的仿真图

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 主瓣均方根误差 |

图3.19 UCCA-FIB方法的仿真图

由图3.18和图3.19可知，在其它仿真条件相同的情况下，两种方法的波束主瓣宽度与波束指向角无关，且当波束指向角增大时，其频率不变性的变化极小。由此可见，波束指向角是否会影响波束主瓣宽度与阵列的结构有关。

## 3.6 本章小节

本章围绕频率不变一维波束形成，详细地介绍了基于空间重采样的频率不变波束形成、基于SOCP的频率不变波束形成、基于一维傅里叶逆变换的频率不变波束形成及基于相位模式的均匀同心圆阵频率不变波束形成四种方法，并针对适用于均匀线阵和均匀同心圆阵的频率不变波束形成方法进行了详细地性能分析和比较。

基于以上分析，综合频率不变性、频带范围对FIB方法的影响及波束形成器性能的提高，在不考虑阵元个数代价的情况下，对于均匀线阵来说，最佳的FIB方法是IFT方法；对于均匀同心圆阵来说，最佳的FIB方法是UCCA-FIB方法。但如果要考虑阵元个数的代价，则SOCP方法是最佳的。在其它仿真条件不变时，均匀线阵FIB方法所获得的波束主瓣宽度与波束指向角有关；而均匀同心圆阵FIB方法所获得的波束主瓣宽度与波束指向角无关。且对两种阵形来说，波束指向角的变化都不会影响频率不变性。本章为下一章利用频率不变二维多波束形成实现子阵赋形做了铺垫。

# 第四章 基于频率不变二维波束形成的子阵赋形

在某些特定的应用（如机场分布式麦克风子阵）中，需利用频率不变二维多波束形成对一个子阵进行赋形，使其等效为一个只接收来自指定俯仰角方向的宽带信号的阵元，然后基于等效阵元组成的阵列估计信源所在的空间位置，从而提高估计性能和降低计算复杂度。机场分布式麦克风子阵如图4.1所示。图4.1中的子阵为均匀矩形阵或均匀同心圆阵。由于时间的关系，本文处于将子阵等效为一个特殊阵元的前期研究中。本文旨在利用频率不变二维多波束形成技术使子阵覆盖感兴趣的区域，该区域为俯仰角指向一个固定的角度，方位角范围覆盖。为了实现此波束设计，还需利用多波束形成技术。多波束形成技术获得的波束形成器是由指向单个角度的波束形成器组成。

图4.1 机场分布式麦克风子阵

本章基于对常见的频率不变波束形成方法的分析和比较，选择了两种较优的方法对子阵进行赋形。两种方法为基于二维傅里叶逆变换的均匀矩形阵频率不变波束形成和基于相位模式的均匀同心球阵频率不变波束形成。

## 4.1 基于二维傅里叶逆变换的均匀矩形阵频率不变波束形成方法

### 4.1.1 方法实现原理

文献[13]中介绍的均匀矩形阵频率不变二维波束形成的实现原理如下。

均匀矩形阵如图4.1所示，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一，其波束响应为：

 （4-1）

其中，为轴上的阵元间距，为轴上的阵元间距，表示角频率，表示位于处的阵元的频率响应，表示信号来波俯仰角，表示信号来波方位角，表示声音传播速度。令和，则式4-1可表示为：

 （4-2）

由式4-2可以看出，波束响应与频率响应存在二维傅里叶变换的关系。

要使具有频率不变性，即：

 （4-3）

则变量、和就要有一定的依赖关系使得中的消除。如果

是和的函数，而 和 ，

变量替换后就实现了波束响应与频率无关。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 设计波束响应。
3. 通过变量替换求出各个频率分量对应的波束响应。

 （4-4）

其中，，，表示函数值有限的任意函数，表示角频率范围。选择的应使尽可能平滑，最简单的选择就是置零。

1. 对波束响应做二维离散傅里叶逆变换，得到的近似值，的取值为，的取值为。
2. 为了匹配的均匀矩形阵，采用3.3节介绍的方法对步骤4得到的进行截取，从而得到。
3. 求出均匀矩形阵的波束响应。

### 4.1.2 仿真实验分析

仿真条件：阵元的个数为，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一；数字频率范围为（子带个数为15）；设计期望波束响应时采用的参考频率为最高频率，参考阵元个数为，采用的方法为基于Dolph-Chebyshev加权的波束优化设计方法，旁瓣控制在-20dB以下。

均匀矩形阵的导向矢量可等效为两个均匀线阵导向矢量的Kronecker积，因此可采用Dolph-Chebyshev加权方法设计均匀矩形阵的波束响应。

在3.5.1节已经详细地分析了基于一维傅里叶逆变换的均匀线阵频率不变波束形成方法的性能，其分析结果同样适用于均匀矩形阵。均匀矩形阵的波束性能由设计的期望波束响应决定。本小节着重讨论波束主瓣宽度与波束指向角的关系。

图4.2表示波束形成器性能与方位角的关系。图中（30，0）表示俯仰角指向30度，方位角指向0度。图4.3表示波束形成器性能与俯仰角的关系。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 方位角方向上的期望波束图 | (b) 俯仰角方向上的期望波束图 |

图4.2 波束形成器性能与方位角波束指向的关系

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 方位角方向上的期望波束图 | (b) 俯仰角方向上的期望波束图 |

图4.3 波束形成器性能与俯仰角波束指向的关系

由图4.2和图4.3可知，在其它仿真条件不变时，方位角波束指向的增大对波束性能的影响极小，而在其它仿真条件不变时，俯仰角波束指向的增大导致方位角上的波束主瓣宽度变窄，而俯仰角方向上的波束主瓣宽度变得极宽。在某些应用中，当俯仰角波束指向较大时，期待俯仰角方向上的波束主瓣宽度较窄，这就需要对波束进行进一步优化设计。

### 4.1.3 子阵赋形

波束设计指标为：俯仰角波束指向为，方位角波束指向范围为，其角度间隔为。其它仿真条件和4.1.2小节一样。

图4.4为期望波束图，图4.5为设计的最低频率处的波束图。本章的二维波束图都为球坐标系下的波束图，波束响应的单位是dB，波束响应最大值为0dB，最小值为-20dB。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 三维图 | (a) 三维图 |
| (b) 俯视图 | (b) 俯视图 |
| (c) 侧视图  图4.4 期望波束图 | (c)侧视图  图4.5 最低频率处的波束图 |

对于基于多维傅里叶逆变换的FIB方法来说，最低频率处的频率不变性最差。由图4.4和图4.5可以看出期望波束图达到了波束设计指标，同时最低频率处的波束响应逼近于期望波束响应，这表明了其它频率对应的波束响应也逼近于期望波束响应。

图4.4和图4.5出现的垭口是因为方位角小于20度或大于340度时，方位角方向上的旁瓣水平较高，所以这里方位角范围取为。

## 4.2 基于相位模式的均匀同心球阵频率不变波束形成方法

### 4.2.1 方法实现原理

文献[11]提出的针对均匀同心球阵的基于相位模式的频率不变波束形成方法的原理为将阵元域数据转换为相位模式数据，补偿滤波后再进行波束指向。补偿滤波的目的是使相位模式数据与频率无关。均匀同心球阵能克服均匀同心圆阵存在的问题，其波束能指向任意俯仰角。

均匀同心球阵如图4.1所示，每个圆环上的阵元间距为最高频率对应的波长的一半。如2.1.4节介绍的，均匀同心球阵可由均匀同心圆阵旋转得到。为了使问题简化，可用信号源的旋转代替均匀同心圆阵的旋转。

每个圆环的旋转角度为，。表示第个圆环旋转的次数，。第个圆环上有个均匀间隔的全向阵元，每个阵元的坐标为，。

第个圆环旋转后所得到的快拍数据为，即：

 （4-5）

其中的维数为。

阵元域数据转换为相位模式的实现为：

 （4-6）

其中，的维数为，可称为水平方向上的相位数，可称为垂直方向上的相位数。假定和为奇数，定义。

相位模式数据通过补偿滤波器（补偿滤波器的频响为）再乘以波束形成器加权系数（加权系数为）后的输出为：

 （4-7）

离散傅里叶变换后的频谱为：

 （4-8）

其中，为信号的频谱，为数字频率。

由式4-8可知，第个圆环旋转后的波束响应为：

 （4-9）

是、及的函数。为了实现频率不变波束形成，还需利用三

角恒等式变换和Jacobi-Anger展开式，其表达式如下：



（4-10）

 （4-11）

其中为阶的第一类贝塞尔函数。

将以上两个公式代入到式4-9中，则有：

（4-12）

上式括号内的项具有如下性质：

 （4-13）

其中为整数。

将式4-13代入到式4-12中，则有：

 （4-14）

而阶的第一类贝塞尔函数具有如下性质：

 （4-15）

即当值足够大时，的值可忽略不计。因此当阵元数足够多时，可截断式4-14中的无限求和，只保留和这两项。

因此波束响应可近似为：

（4-16）

均匀同心球阵外环的球比内环所拥有的相位模式更多。因此令所有的加权

矩阵相同，即。为第个圆环对应的加权矩阵，其维数为，有。要实现所有的加权矩阵都为，可设置

内环的补偿滤波器系数为0。整个均匀同心球阵的波束响应为：

（4-17）

观察式4-17，当设计的满足如下条件时，即：

（4-18）

则波束响应与无关。其中，为最低的数字频率，为最高的数字频率。因此波束响应可近似为：

 （4-19）

由上式可知，波束响应只与波束形成器加权系数相关，可记为。式4-19的右边部分可看作时域的二维数字FIR滤波器（其脉冲响应为）。二维数字FIR滤波器可采用传统的滤波器设计算法设计，如窗函数法、Parks-McClellan算法和强调凸二次约束的二阶锥规划方法。波束指向其它角度的方法为：利用正弦函数调制。为了实现波束响应与频率无关，还需设

计补偿滤波器系数使其满足式4-18，可利用二阶锥规划来求解。将式

4-18表达为二阶锥规划问题所要求的形式，即：

 （4-20）

其中，，为补偿滤波器的阶数。

由于这一项仅与相关，所以令。式4-20表述的问题转换为求解系数。展开后有。令，式4-20可重写为：

 （4-21）

其中，，，。

将式4-21表述的二阶锥规划问题转化为标准的二阶锥规划问题形式，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到各相位模式下的补偿滤波器系数。

上述方法的实现步骤为：

1. 将宽带信号划分为个窄带信号，即信号的频带范围被划分为个子带。
2. 利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到各相位模式下的补偿滤波器系数。
3. 利用Parks-McClellan算法设计波束形成器的加权系数。

### 4.2.2 仿真实验分析

仿真条件：均匀同心球阵可通过旋转均匀同心圆阵得到；均匀同心圆阵的圆环数为2，环1的阵元个数为10，环2的阵元个数为18，每个圆环的阵元间距为最高频率对应的波长的二分之一，第1个圆环旋转10次，第2个圆环旋转18次；第1个圆环的和都为9，第2个圆环的和都为17，外环17个相位模式只利用中间的9个来实现均匀同心球阵频率不变波束形成；数字频率范围为（子带个数为15）；期望波束形成器的设计方法为Parks–McClellan算法，旁瓣水平控制在-15.8dB以下。

均匀同心球阵具有均匀同心圆阵频率不变波束形成方法的所有优点且能在任意的方位角和俯仰角上获得恒定束宽。这里着重讨论当阵元个数、旁瓣水平及数字FIR滤波器的设计指标不变时，波束主瓣宽度与波束指向角的关系。

图4.6为对应于两种波束指标的期望波束图，图中（120，100）表示俯仰角指向120度，方位角指向100度。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

图4.6 期望波束图

从图4.6可知，在其它仿真条件不变的情况下，当波束指向角增大时，其波束性能不受影响。结合基于相位模式的均匀同心球阵频率不变二维波束形成方法的实现原理可知，波束性能与设计的二维数字FIR滤波器有关。在设计二维数字FIR滤波器时，旁瓣水平与波束主瓣宽度两个性能指标是相互矛盾的，要提高整体的波束性能，还得增大相位数（即增加阵元数）。

### 4.2.3 子阵赋形

设计指标为：俯仰角波束指向为，方位角波束指向范围为，其角度间隔为。其它仿真条件和4.2.2小节一样。

图4.7为期望波束图，图4.8为设计的最低频率处的波束图。

由4.7和图4.8可以看出期望波束响应与波束设计指标相符，同时最低频率处的波束响应逼近于期望波束响应，这表明了其它频率对应的波束响应也逼近于期望波束响应。但该方法的缺点是波束形成器的主瓣宽度较宽。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 三维图 | (a) 三维图 |

|  |  |
| --- | --- |
| (b) 俯视图 | (b)俯视图 |
| (c) 侧视图  图4.7 期望波束图 | (c)侧视图  图4.8 最低频率处的波束图 |

## 4.3 本章小节

本章对两种较优的频率不变二维波束形成方法做了详细地介绍和仿真分析，并将其应用于子阵赋形，使子阵可以无失真地接收只来自感兴趣区域的宽带信号。

仿真分析表明，两种方法均能实现频率不变二维波束形成。第一种方法的优点是实现简单，缺点是在旁瓣水平不变的情况下，当俯仰角波束指向较大时，俯仰角上的波束主瓣宽度较宽。第二种方法的优点是波束形成器性能与波束指向角无关，缺点是需增加阵元数来提高波束的性能。总之，在旁瓣水平与波束主瓣宽度相矛盾的前提下，高代价下才能保证高性能。本章为实现将机场分布式麦克风子阵等效为一个特殊的阵元奠定了基础。

# 第五章 恒定束宽波束形成

对于线阵、平面阵和共形阵，当阵元个数和旁瓣水平不变时，窄带波束形成器的波束主瓣宽度与波束指向角有关。即当波束指向角增大时，波束主瓣宽度是逐渐变宽的。这将导致阵列的分辨性能下降。为了保证阵列的分辨性能不变，则要求波束主瓣宽度与波束指向角无关。第二章介绍的窄带波束优化设计方法无法解决这一问题。文献[26]提出的窄带波束优化设计方法能在一定的波束指向角范围内保持波束主瓣宽度恒定，但其主要聚焦于窄带一维波束形成。本文提出了基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束设计方法，该方法使波束主瓣宽度在感兴趣的区域内保持恒定，可作为均匀矩形阵频率不变二维波束形成所需的期望波束响应的设计方法。

对于宽带信号来说，其波束形成器的波束主瓣宽度还与频率有关。为了使阵列系统无失真地接收宽带信号，并保证阵列的分辨性能不变，文献[27]提出了宽带频率——方向不变恒定主瓣波束形成方法，但其主要针对一维阵列。

为了将一个子阵等效为一个只接收来自指定俯仰角方向的宽带信号的阵元，需利用频率不变二维波束形成对子阵进行赋形。第四章介绍的基于二维傅里叶逆变换的均匀矩形阵频率不变波束形成方法，在阵元个数、旁瓣水平及设计期望波束响应采用的参考阵元个数不变的情况下，当俯仰角波束指向较大时，俯仰角方向上的波束主瓣宽度较宽。但在实际应用时，往往期待俯仰角方向上的波束主瓣宽度较窄，从而提高阵列的分辨性能。因此本文结合方向不变恒定束宽窄带波束形成，提出了基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法，并将其应用于子阵赋形，使阵列可以无失真地接收只来自感兴趣区域的宽带信号。

本章围绕恒定束宽波束形成，首先详细地介绍和分析方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法，其次详细地介绍和分析提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法，最后详细地介绍和分析提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法，并将其应用于子阵赋形。

## 5.1 方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法

### 5.1.1 方法实现原理

本节介绍基于一维阵列的波束优化设计方法。波束优化的目的是在感兴趣的区域内使波束主瓣宽度与波束指向角无关。这里的波束主瓣宽度指的是旁瓣级束宽。

文献[26]提出的方法的实现原理如下。

参考波束的设计可采用第二章介绍的任意一种波束优化设计方法。参考波束的设计指标：波束指向角为，旁瓣水平为。参考波束图设为，由旁瓣级束宽切割的参考波束主瓣为。不同波束指向角对应的参考波束主瓣都由平移得到，平移的角度为，为波束指向角。

阵列的法线方向对应的方位角为0度，设感兴趣的区域为。离散化感兴趣的区域得到个波束指向角。对每一个波束指向角，其约束如下：

 （5-1）

其中，为波束指向角对应的旁瓣区域（该区域被均匀离散化），为波束指向角对应的波束主瓣第个值，为平移后的参考波束主瓣第个值，为波束指向角对应的主瓣区域（主瓣区域由旁瓣级束宽决定），

为主瓣均方误差和上限值。

要实现波束主瓣宽度在感兴趣的区域内与波束指向角无关，则需求解式5-1。求解方法为将式5-1表述的二阶锥规划问题转化为标准的二阶锥规划问题，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到不同波束指向角对应的加权系数。

文献[26]指出当波束指向角超出正负50度范围时，旁瓣水平明显升高。当波束指向角较大时，高代价下才能获得高性能。

### 5.1.2 仿真实验分析

仿真条件为：阵形为均匀间隔的线阵，阵元的个数为15，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一；参考波束的设计方法为基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法，参考波束指向为，旁瓣级束宽为，旁瓣水平为；主瓣均方误差和上限值为3。

图5.1为参考波束图。图5.2(a)是由基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束设计方法设计的波束图，波束指向40度时的设计指标为旁瓣级束宽，旁瓣水平，波束指向60度时的设计指标为旁瓣级束宽，旁瓣水平。图5.2(b)为由本节介绍的方法设计的波束图，其旁瓣级束宽为。图5.2为设计的波束图。

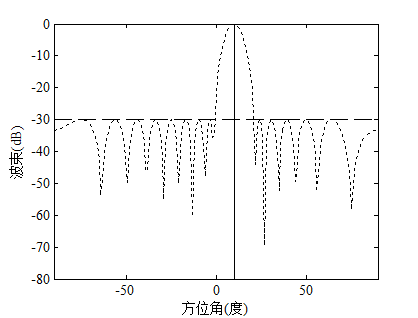


图5.1 参考波束

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 基于SOCP的稳健旁瓣控制高增益波束  设计方法 | (b) 方向不变恒定束宽窄带一维波束形成  方法 |

图5.2 两种方法设计的波束图

由图5.1和图5.2(a)可知，在旁瓣水平不变的条件下，当波束指向角增大时，波束的主瓣宽度会变宽。图5.2(b)是牺牲了旁瓣水平来保证波束主瓣宽度不变。

由图5.2(a)可以看出，当波束指向60度时，在旁瓣水平不变的条件下，其主瓣宽度比波束指向40度时更宽，且波束主轴方向发生了偏移。图5.2(b)当波束指向60度时主瓣宽度保持不变，且波束主轴方向没有发生偏移，但其旁瓣水平较高。

## 5.2 基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法

### 5.2.1 方法实现原理

文献[26]只聚焦于一维波束形成。因此本文提出了基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法，其设计准则可描述为：

（5-2）

其中，和表示感兴趣区域内的第个方位角波束指向和第个俯仰角波束指向，和分别为和对应的旁瓣区域，和分别为和对应的主瓣区域，俯仰角方向上的主瓣离散数为，方位角方向上的主瓣离散数为，为均匀矩形阵的导向矢量，为移动后的参考波束主瓣响应，为设计的波束主瓣响应。

同5.1.1节一样，将式5-2表述的二阶锥规划问题转化为标准的二阶锥规划问题，然后利用Matlab工具箱SeDuMi仿真得到不同波束指向角对应的加权系数。

参考波束主瓣响应的设计较为复杂。鉴于均匀矩形阵的导向矢量可等效为两个均匀线阵导向矢量的Kronecker积，因此可基于Dolph-Chebyshev加权方法设计窄带二维波束响应。基于Dolph-Chebyshev加权的窄带二维波束形成方法比较简单。此外，还可采用基于SOCP的二维波束优化设计方法设计参考波束主瓣。图5.3为基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法的实现原理框图。图中线阵1的阵元个数乘以线阵2的阵元个数为均匀矩形阵的阵元个数，在计算线阵1和线阵2的导向矢量时考虑了俯仰角。

Dolph-Chebyshev方法设计线阵1的加权矢量

乘以线阵1的导向矢量

乘以线阵2的导向矢量

得到参考波束主瓣

Dolph-Chebyshev方法设计线阵2的加权矢量

设计不同波束指向角对应的加权矢量

求得不同波束角对应的波束响应

图5.3 实现原理框图

### 5.2.2 仿真实验分析

仿真条件为：阵元的个数为；阵元间距为工作频率对应波长的二分之一；参考波束的设计方法是基于Dolph-Chebyshev加权的窄带二维波束形成方法，旁瓣控制在以下，参考方位角波束指向为0度，参考俯仰角波束指向为20度；波束设计指标为：俯仰角波束指向60度，方位角波束指向0度。

图5.4为设计的参考波束图。本小节的二维波束图都为球坐标系下的波束图，波束响应的单位是dB，波束响应最大值为0dB，最小值为-50dB。图5.5为两种方法设计的波束图。

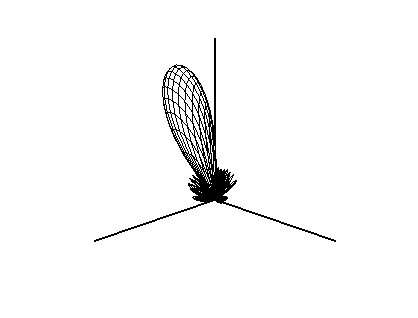


图5.4 参考波束图

|  |  |
| --- | --- |
| (a) Dolph-Chebyshev加权方法 | (b) 方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法 |

图5.5两种方法设计的波束图

由图5.4和图5.5(b)可知，本文提出的方法设计的波束响应与参考波束响应相比较，其旁瓣水平较高，这是由俯仰角波束指向较大造成的。由图5.5(a)和图5.5(b)可知，方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法克服了Dolph-Chebyshev加权方法存在的问题，它在俯仰角方向上能获得较窄的波束主瓣宽度，但牺牲了其它方向的旁瓣水平。

## 5.3 基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法

### 5.3.1 方法实现原理

本文提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法的实现原理为：首先利用Dolph-Chebyshev加权方法设计参考波束主瓣响应；然后基于方向不变恒定束宽波束形成方法的设计准则设计参考频率在不同波束指向角下的加权矢量；最后基于多维傅里叶逆变换实现频率不变波束形成。该方法可适用于均匀线阵和均匀矩形阵，其实现原理框图如图5.6所示。

宽带信号波束输出

子频带划分系统

方向不变恒定束宽权值形成系统

方向不变恒定束宽波束形成

每个阵元频率响应形成系统

频率不变恒定束宽波束形成

图5.6 方法实现原理框图

### 5.3.2 仿真实验分析

本节对提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法进行仿真分析，并将其应用于子阵赋形，使阵列可以无失真地接收只来自感兴趣区域的宽带信号。

1. 一维波束形成

仿真条件为：阵形为均匀间隔的线阵，阵元的个数为27，阵元间距为最高频率对应波长的二分之一；数字频率范围为（子带个数为15）；设计期望波束响应时采用的参考频率为最高频率，采用的阵元数为13，采用的方法为方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法（其参考波束的设计指标为波束指向，旁瓣级束宽为，旁瓣水平为，主瓣均方误差和的上限为10）；感兴趣的方位角区域为，其间隔为5度。

图5.7表示期望波束响应与波束指向角的关系。图5.8表示设计的波束主瓣响应与期望值之间的均方根误差与波束指向角的关系，每个波束指向角对应的均方根误差是对各个频率分量处的均方根误差求平均得到的。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| (a) 三维图 | (b) 俯视图 |

图5.7 期望波束响应与波束指向角的关系

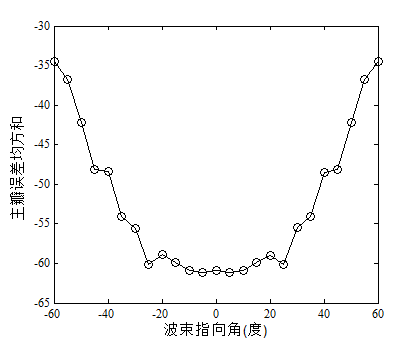


图5.8 主瓣均方根误差与波束指向角的关系

由图5.7(a)可知，期望波束响应当波束指向角增大时，其旁瓣水平是逐渐升高的。由图5.7(b)可知，当波束指向角在一定的角度范围内时，波束主瓣宽度是恒定不变的。由图5.8可知，波束主瓣响应与期望值之间的均方根误差在一定的波束指向角范围内变化极小，但当波束指向角较大时，主瓣均方根误差增大较快。

1. 二维波束形成

仿真条件为：阵元的个数为；阵元间距为最高频率对应的波长的二分之一；数字频率范围为（子带个数为15）；设计期望波束响应时采用的参考频率为最高频率，采用的参考阵元数为，采用的方法为5.2节提出的方法（其旁瓣控制在以下，参考波束的指向为方位角指向0度，俯仰角指向20度）；波束设计指标为：俯仰角波束指向60度，方位角波束指向0度。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 期望波束响应 | (b) 不同频率分量对应的波束响应 |

图5.9 球坐标系下的波束响应

|  |  |
| --- | --- |
| 图5.10方位角方向上不同频率分量  对应的波束响应 | 图5.11 俯仰角方向上不同频率分量  对应的波束响应 |

图5.9为设计的期望波束响应和不同频率分量对应的波束响应。该图为球坐标系下的波束图，波束响应的单位是dB，波束响应最大值为0dB，最小值为-50dB。图5.10为方位角方向上的不同频率分量对应的波束响应。图5.11为俯仰角方向上的不同频率分量对应的波束响应。

从图5.9到图5.11可以看出本节介绍的方法其频率不变性较好，且当俯仰角波束指向较大时，在俯仰角方向上获得了较窄的波束主瓣宽度。

### 5.3.3 子阵赋形

设计指标为:俯仰角波束指向，方位角波束指向范围为，角度间隔为。其它仿真条件和5.2.2小节相同。

图5.12为期望波束图，图5.13为设计的最低频率处的波束图。本小节的二维波束图为球坐标系下的波束图，波束响应的单位是dB，波束响应最大值为0dB，最小值为-25dB。

由图5.12和图5.13可以看出期望波束响应与波束设计指标相符，同时最低频率对应的波束响应逼近于期望波束响应，这表明了其它频率分量对应的波束响应也逼近于期望波束响应。这为将子阵等效为一个只接收来自较大俯仰角方向的宽带信号的阵元的工程实现奠定了基础。

|  |  |
| --- | --- |
| (a) 三维图 | (a) 三维图 |

|  |  |
| --- | --- |
| (b) 俯视图 | (b) 俯视图 |
| (c) 侧视图  图5.12 期望波束图 | (c) 侧视图  图5.13 最低频率处的波束图 |

## 5.3 本章小节

本章首先介绍了方向不变恒定束宽窄带一维波束形成方法。其次介绍了提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法，其仿真分析表明，当俯仰角波束指向较大时，它在俯仰角方向上能获得较窄的波束主瓣宽度。最后介绍了提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法。仿真分析表明，该方法设计的频率不变波束形成器能在波束指向角范围内使波束主瓣宽度保持恒定。该方法改善了基于多维傅里叶逆变换的频率不变波束形成方法存在的不足，并为以后的研究和工程实现提供了一定的参考价值。

# 第六章 总结与展望

## 6.1 总结

宽带波束形成是宽带阵列信号处理的一个重要研究问题，其目的是增强期待的信号，同时尽量抑制干扰源。为了使宽带信号无失真地通过阵列系统，频率不变波束形成技术的研究越来越深入。

对于均匀线阵和均匀矩形阵，在阵元个数和旁瓣水平不变的情况下，频率不变波束形成器的波束主瓣宽度与波束指向角有关，即当波束指向角增大时，波束主瓣宽度是逐渐变宽的。但在某些特定的应用中，通常要求频率不变波束形成器的波束主瓣宽度在波束指向角范围内保持恒定。因此要求对其期望波束进行优化设计。本文提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法可用于设计期望二维波束响应。为了使波束主瓣宽度能在不同频率和不同波束指向角上保持恒定，本文还基于方向不变恒定束宽窄带波束形成，提出了基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法。

本文主要工作有以下几方面：

1. 首先介绍了窄带波束形成的定义，然后介绍了两种窄带波束优化设计方法，并分析和比较了这两种方法的性能。
2. 围绕频率不变一维波束形成，首先详细地介绍了四种常见的频率不变波束形成方法，然后从频率不变性、信源的频带范围、波束形成器性能的影响因素和波束主瓣宽度与波束指向角的关系这四个方面对适用于均匀线阵的三种方法及适用于均匀同心圆阵的两种方法进行了详细地性能分析和比较。
3. 围绕频率不变二维波束形成，首先介绍了两种较优的方法，然后仿真分析这两种方法，并将其应用于子阵的赋形，使阵列可以无失真地接收只来自感兴趣区域的宽带信号。
4. 围绕恒定束宽波束形成，介绍了针对窄带和宽带的恒定束宽波束形成方法。本文提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法可用于设计均匀矩形阵频率不变二维波束形成所需的期望二维波束响应。同时，提出的基于多维傅里叶逆变换的宽带频率——方向不变恒定束宽波束形成方法，能使频率不变波束形成器的波束主瓣宽度在波束指向角范围内保持恒定，这为以后的研究提供了一定的参考价值。

## 6.2 展望

为了无失真地接收宽带信号，频率不变波束形成的研究越来越深入。为了将子阵等效为一个只接收来自指定俯仰角方向的宽带信号的阵元，需用到频率不变二维多波束形成技术对子阵进行赋形，然后各波束指向对应的输出之和作为这个等效阵元的接收信号。根据目前的研究进展，为了实现这一目的，还有一些问题在后续的研究中需要进一步解决。

主要的问题有：

1. 对于均匀矩形阵来说，在其它仿真条件不变的情况下，当俯仰角指向较大时，俯仰角方向上的波束主瓣宽度较宽。本文提出的基于均匀矩形阵的方向不变恒定束宽窄带二维波束形成方法虽能解决这一问题，但其旁瓣较高。因此还需进一步研究俯仰角波束指向较大时的期望二维波束响应的优化设计方法，从而使得频率不变波束形成器的波束主瓣宽度能在波束指向角范围内保持恒定，且旁瓣较低。
2. 本文采用的频率不变多波束形成器由分别指向单个波束指向角的波束形成器构成。对机场分布式麦克风子阵的赋形来说，方位角范围覆盖360度，为了降低设计复杂度，可在方位角方向上设计具有平顶幅度响应的波束。
3. 高性能，高代价。要保证高性能，则阵元数会增多、计算量会增加。
4. 相位问题。子阵的频率不变二维多波束形成的输出作为一个阵元的接收信号，其相位信息对后续算法的影响尚不可知。为了减小相位对后续算法的影响，在频率不变二维多波束形成时尽量采用时域算法，从而保证相位的连续。

# 参考文献

[1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 1996, 13(4): 67-94.

[2] H. L. Van Trees, Optimum Array Processing, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York: Wiley, 2002.

[3] Michael L, Kohno R. Ultra Wideband signals and systems in communication engineering [M]. Chichester, U.K.: Wiley, 2004.

[4] 智婉君, 李志舜. 空间重采样法恒定束宽波束形成器设计[J]. 信号处理, 1998, 14: 1-5.

[5] Ward D B, Kennedy R A, Williamson R C. FIR filter design for frequency invariant beamformers [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(3): 69-71.

[6] 杨益新, 孙超. 任意结构阵列宽带恒定束宽波束形成新方法[J]. 声学学报, 2001, 26(1): 55-58.

[7] 鄢社锋, 马远良. 基于二阶锥规划的任意传感器阵列时域恒定束宽波束形成[J]. 声学学报, 2005, 30(4): 309-216.

[8] Yan S, Ma Y. Design of FIR beamformer with frequency invariant patterns via jointly optimizing spatial and frequency responses[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. IEEE, 2005, 4: 789-792.

[9] Chan S C, Pun C K S. On the design of digital broadband beamformer for uniform circular array with frequency invariant characteristics [C]//IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2002. IEEE, 2002, 1: 693- 696.

[10] Chan S C, Chen H H. Theory and design of uniform concentric circular arrays with frequency invariant characteristics.[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. IEEE, 2005, 4: 805- 808.

[11] Chan S C, Chen H H. Theory and design of uniform concentric spherical arrays with frequency invariant characteristics[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. IEEE, 2006, 4: 1057-1060.

[12] Liu W, Weiss S, McWhirter J G, et al. Frequency invariant beamforming for two-dimensional and three-dimensional arrays[J]. Signal Processing, 2007, 87(11): 2535-2543.

[13] Liu W, Weiss S. Design of frequency invariant beamformers for broadband arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 855-860.

[14] Liu W, Weiss S. Off-broadside main beam design for frequency invariant beamformers[C]//International ITG Workshop on Smart Antennas, 2008. IEEE, 2008: 190-194.

[15] Liu W, Weiss S. Off-broadside main beam design and subband implementation for a class of frequency invariant beamformers[J]. Signal Processing, 2009, 89(5): 913-920.

[16] 王冬霞, 周城旭, 韩颖, 等. 非均匀傅里叶变换频率不变波束形成方法[J]. 信号处理, 2013, 29(6): 691-696.

[17] Liu W. Design of a rectangular frequency invariant beamformer with a full azimuth angle coverage[C]// Proceedings of European Signal Processing Conference, 2009: 579-582.

[18] Zhao Y, Liu W. Robust fixed frequency invariant beamformer design subject to norm -bounded errors[J]. Signal Processing Letters, IEEE, 2013, 20(2): 169-172.

[19] Duan H, Ng B P, See C M S, et al. Applications of the SRV constraint in broadband pattern synthesis[J]. Signal Processing, 2008, 88(4): 1035-1045.

[20] Zhao Y, Liu W, Langley R. A least squares approach to the design of frequency invariant beamformers[C]//Proceedings of European Signal Processing Conference, 2009: 844-848.

[21] Zhao Y, Liu W, Langley R. An eigenfilter approach to the design of frequency invariant beamformers[J]. methods, 2009, 16(17): 18-23.

[22] 汪婉秋, 刘成城, 赵拥军, 等. 改进的宽带阵元延迟线恒定束宽波束形成算法[J]. 信号处理, 2013, 29(2): 194-200.

[23] Zhao Y, Liu W, Langley R J. Subband design of fixed wideband beamformers based on the least squares approach[J]. Signal Processing, 2011, 91(4): 1060-1065.

[24] Li J, Chen H. Least squares frequency invariant beamforming robust against microphone mismatches[C]//International Conference on Information Science and Technology, 2011. IEEE, 2011: 496-499.

[25] 陈华伟, 王天南, 张峰, 等. 基于抽头稀疏化的最小二乘频率不变波束形成器设计[J]. 数据采集与处理, 2014, 29(2): 191-197.

[26] 幸高翔, 蔡志明. 基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽波束形成[J]. 电子与信息学报, 2009, 21(9): 2109-2112.

[27] 苏成晓, 罗景青, 刘颂阳. 宽带频率-方向不变恒定主瓣波束形成[J]. 数据采集与处理, 2014, 29(3): 409-414.

[28] Dolph C L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level [J]. Proceedings of the IRE, 1946, 34(6): 335-348.

[29] 鄢社锋, 马远良, 孙超. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法[J]. 声学学报, 2005, 30(3): 264-270.

[30] 鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用[M]. 北京:科学出版社, 2009.

[31] Dolph C L, Riblet H J. Discussion on “A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level” [J]. Proceedings of the IRE, 1947, 35(6): 489-492.

[32] Sturm J F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones[J]. Optimization methods and software, 1999, 11(1-4): 625-653.

[33] Lobo M S, Vandenberghe L, Boyd S, et al. Applications of second-order cone programming[J]. Linear algebra and its applications, 1998, 284(1): 193-228.

# 在读期间科研成果

[1] 罗胡琴, 何培宇, 张勇. 复合K分布海杂波模拟方法的性能比较[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(S1), 186-189.

# 声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得四川大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

本学位论文成果是本人在四川大学读书期间在导师指导下取得的，论文成果归四川大学所有，特此声明。

研究生：

导师：

# 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解四川大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权四川大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保持、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名： 导师签名：

签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日

# 致谢

时光荏苒，岁月如梭，在川大的七年校园生活即将画上句号。回想这七年来的种种，我度过了一段非常难忘的时光， 感受过众多学识渊博、德才兼备的老师们的教导和熏陶，收获了许多勤奋刻苦、乐观开朗的同学的友情，实在是荣幸之至，幸运之极。在这里，我要向那些帮助、支持和鼓励我的人们表示真诚的感谢，这一路上我不曾孤单。

首先，我要特别感谢我的恩师——何培宇教授。在就读研究生期间，何老师求真务实的科研作风，严谨求实的治学理念，一丝不苟的工作态度，都慢慢地渗透到我的学习和生活中。当面对科研实践中的难题一筹莫展时，在何老师的循循善诱和精心点拨下，我拓展了研究思路，最后终于攻克了难关。何老师不仅在学习上悉心培养我分析问题和解决问题的能力，思想上亦是向我灌输着正确的人生理念和价值体系，而且生活中也对我关怀备至。虽历时三载，却受益匪浅，对何老师的感激之情无以言表，在此谨向恩师致以最崇高的敬意和最诚挚的谢意。

在这里我也要向给我传授知识的老师如夏秀渝老师、周渊平老师等，致以最真挚的谢意。

本论文的顺利完成，同样离不开博士师兄的指导以及各位同学的鼓励和支持。感谢师兄师姐张勇、胡德孟、汪璐、覃勐、殷晴青等，谢谢你们对我的帮助和鼓舞；感谢同届的同学周鹤、何礼、龚晓龙、吕多玉和陈杰梅等，和你们一起学习是一件很快乐的事情，在彼此的沟通和交流中我们都收获很多；感谢我的师弟师妹王强、程冉、郑林楠、廖峰乙和李尚文等，因为你们的存在实验室有了更多的欢歌笑语。同时，感谢我的朋友们，在前进的道路上互相扶持和鼓劲，永不言弃。

最后，感谢我的父母，焉得谖草，言树之背，养育之恩，无以为报，惟愿双亲一直健康快乐。

由于时间上的仓促以及自身专业水平的有限，整篇论文依旧存在不足之处。恳请阅读此文的专家、老师和同学，多予指正，从你们的建议中我才能获得更多的进步，不胜感激。