

Boosting



Филип Матяш

Ключевая идея

Группируем множество (слабых самих по себе) предикторов

Рассчитываем вес и добавляем их

Получаем сильный предиктор

Что “под капотом”?

Начинаем с набора классификаторов (K_1 - K_n)
пример - деревья, регрессионные модели, срезы, итд..

Создаем классификатор, который
комбинирует функции классификации

Цель — минимизировать ошибку

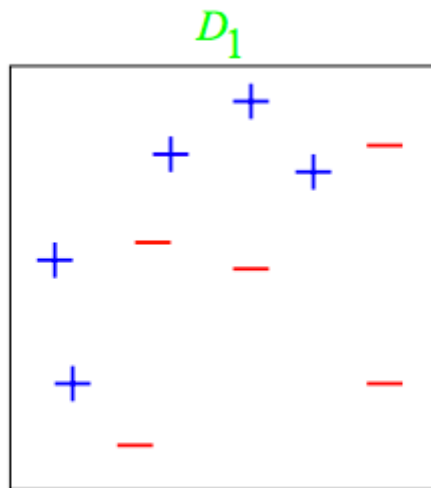
1)Итеративно добавляем классификатор

2)Рассчитываем веса основываясь на ошибке

3)Повышаем вес неверно классифицированных значений и
предиктор

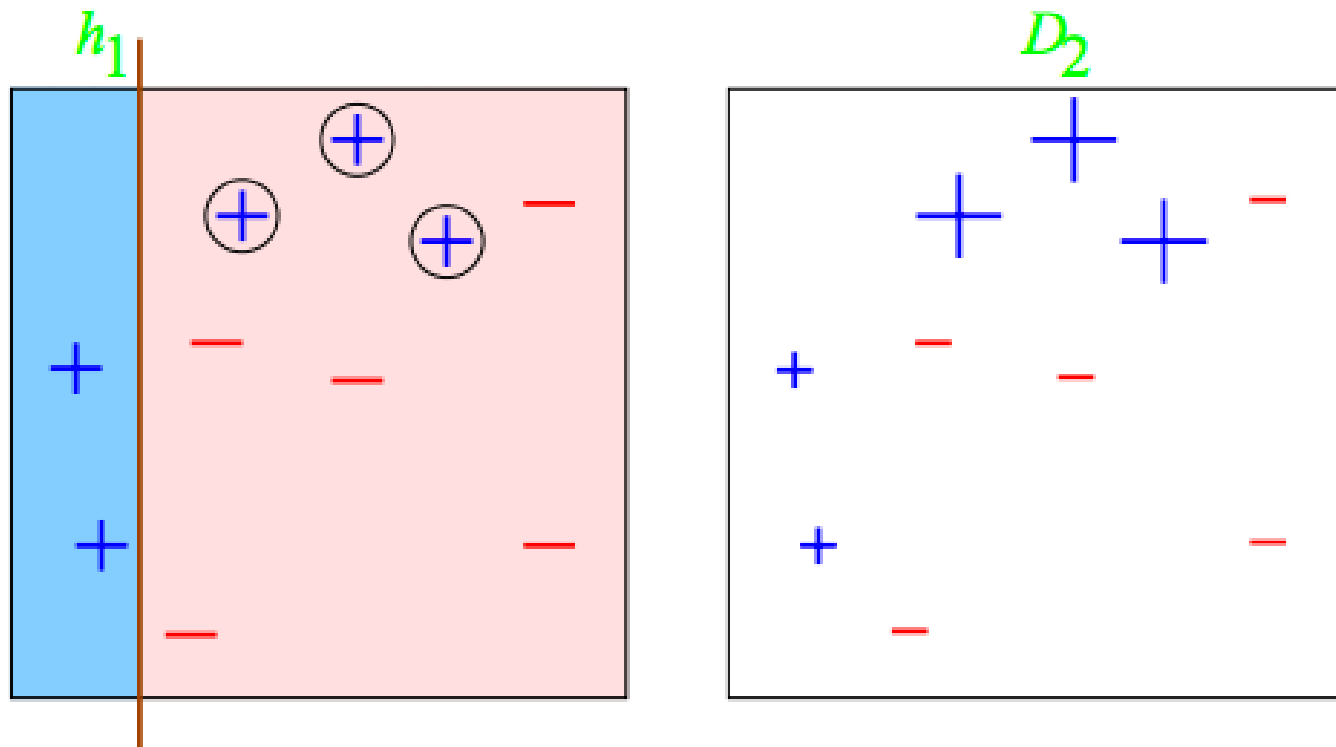
$$f(x) = \text{sgn}\left(\sum_{t=1}^T \alpha_t h_t(x)\right)$$

Простой пример



Пример

Round 1

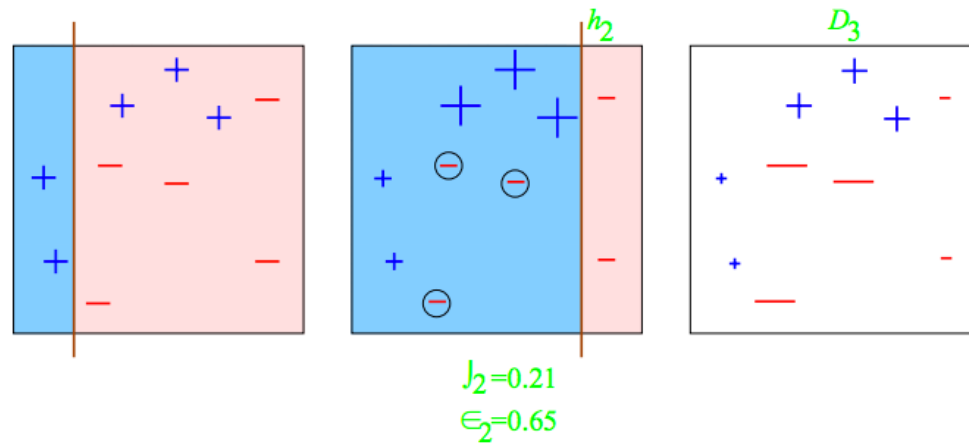


$$\epsilon_1 = 0.30$$

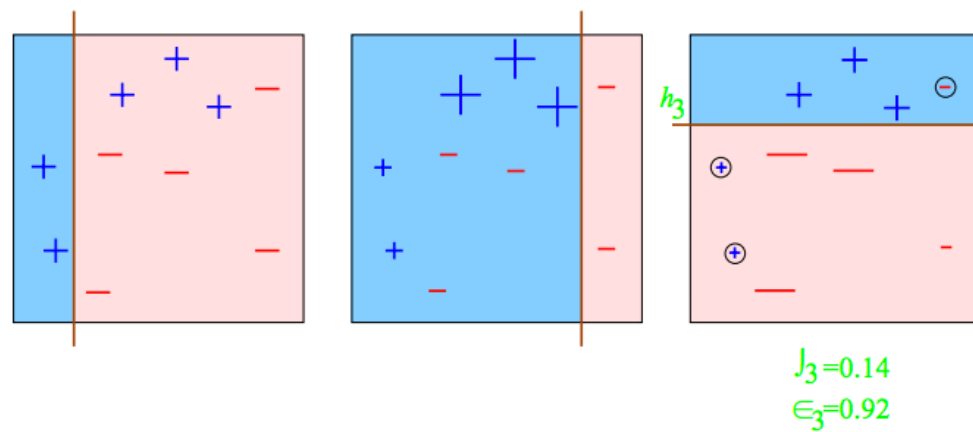
$$\alpha_1 = 0.42$$

Пример

Round 2



Round 3



Пример

Final Hypothesis

$$H_{\text{final}} = \text{sign} \left(0.42 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{red} \\ \hline \end{array} + 0.65 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{red} \\ \hline \end{array} + 0.92 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{blue} & \text{red} \\ \hline \end{array} \right)$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{blue} & \text{blue} & \text{red} \\ \hline \text{blue} & \text{red} & \text{red} \\ \hline \end{array}$$

The diagram illustrates the final hypothesis H_{final} as a weighted sum of three weak hypotheses. Each weak hypothesis is represented by a square divided into two regions (blue and red) by a vertical line. The weights are 0.42, 0.65, and 0.92. The final hypothesis is the sign of the sum of these weighted hypotheses. The resulting hypothesis is shown as a square divided into four regions by two vertical lines, with blue regions containing '+' signs and red regions containing '-' signs.

Boosting in R

Boosting можно использовать с любым набором классификаторов

Отдельный саб-класс gradient boosting

R имеет множество пакетов и методов

- gbm - boosting with trees.

- mboost - model based boosting

- ada - statistical boosting based on additive logistic regression

- gamBoost for boosting generalized additive models

Большинство есть в caret пакете

Еще пример

```
library(ISLR); data(Wage); library(ggplot2);  
library(caret);  
Wage <- subset(Wage,select=-c(logwage))  
inTrain <- createDataPartition(y=Wage$wage,  
                                p=0.7, list=FALSE)  
training <- Wage[inTrain,]; testing <- Wage[-  
inTrain,]  
#Fit the model  
  
modFit <- train(wage ~ .,  
method="gbm",data=training,verbose=FALSE  
)
```

Other

<http://en.wikipedia.org/wiki/AdaBoost>

<http://webee.technion.ac.il/people/rmeir/BoostingTutorial.pdf>

<http://www.cc.gatech.edu/~thad/6601-gradAI-fall2013/boosting.pdf>

Model based prediction

Basic idea

Предполагает, что данные следуют вероятностной модели

Использует Теорему Баеса для поиска оптимальных классификаторов

Плюсы:

- Дополнительные знания из структуры данных

- Не требовательно к вычислительным мощностям

- Достаточно точны в реальных условиях

Cons:

- Дополнительные предположения о данных (в случае ложных могут

- негативно повлиять на модель)

Model based approach

Цель — построить параметрическую модель для условного (вероятностного) распределения $P(Y = k | X = x)$

Обычно используют

Теорему Баеса:

$$Pr(Y = k | X = x) = \frac{Pr(X = x | Y = k)Pr(Y = k)}{\sum_{\ell=1}^K Pr(X = x | Y = \ell)Pr(Y = \ell)}$$

Обычно априорная вероя

Для $f(x)$ чаще всего испо

параметры которого мы получаем из данных.

Признак принадлежности классу — при максимальном $P(Y = k | X = x)$

$$\frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_k)^2}{\sigma_k^2}}$$

Классификационные модели

Linear discriminant analysis assumes $f(x)$ is multivariate Gaussian with same covariances

Quadratic discriminant analysis assumes $f(x)$ is multivariate Gaussian with different covariances

Model based prediction assumes more complicated versions for the covariance matrix

Naive Bayes assumes independence between features for model building

LDA

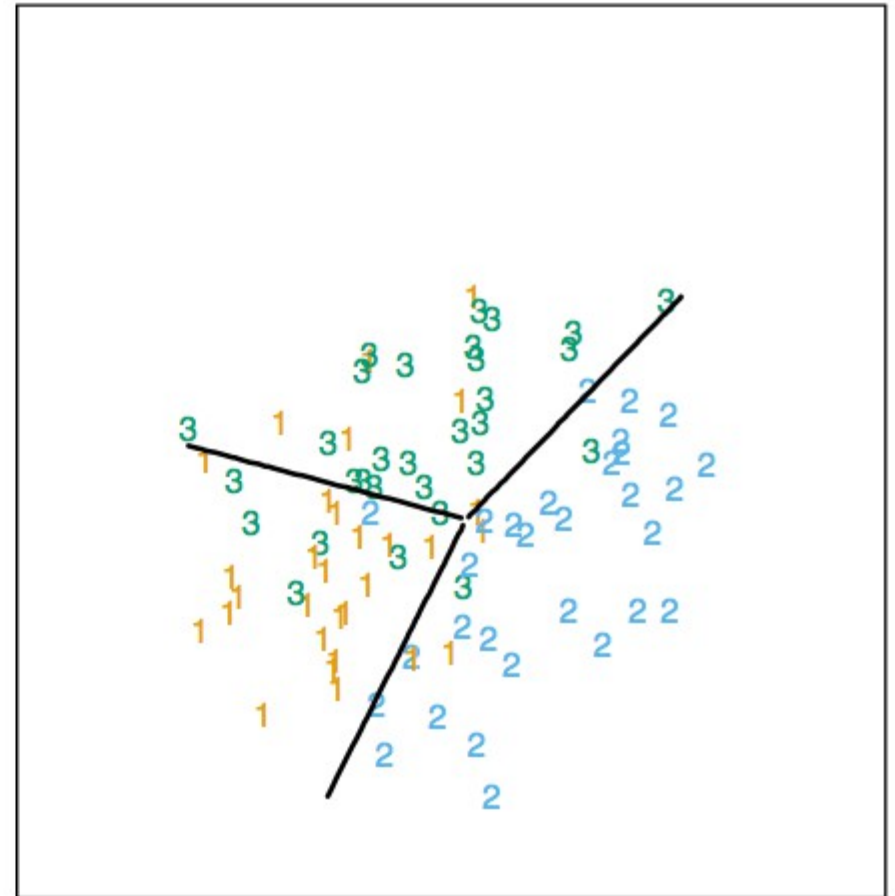
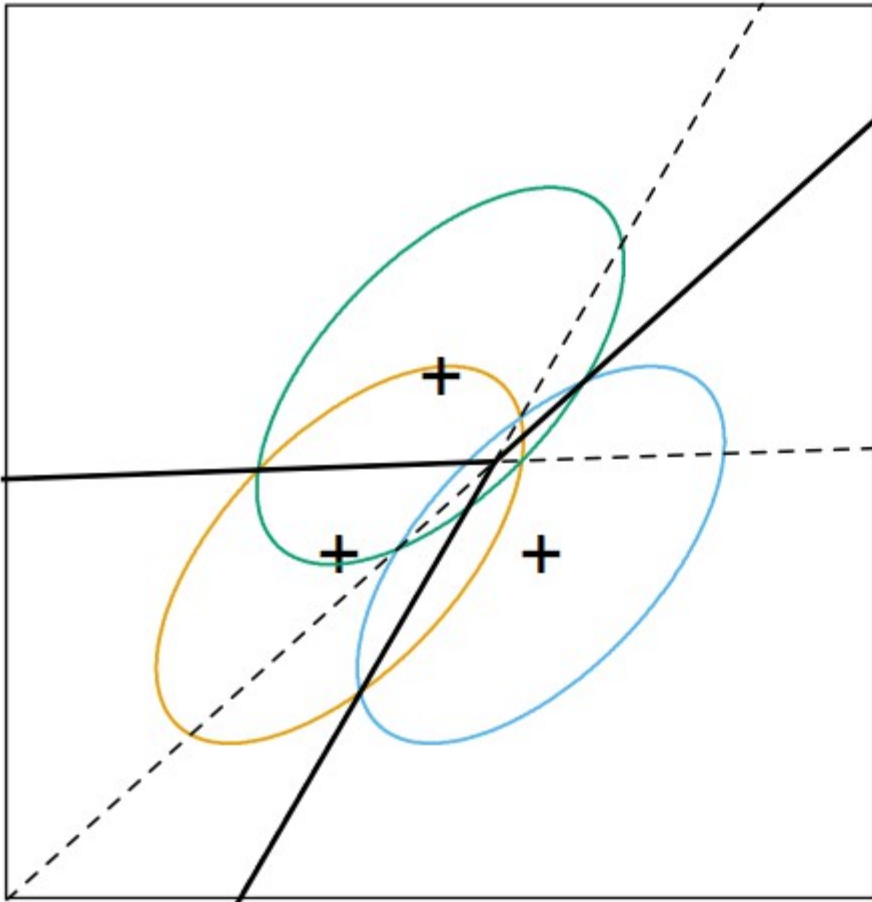
$$\log \frac{\Pr(Y = k | X = x)}{\Pr(Y = j | X = x)}$$

$$= \log \frac{f_k(x)}{f_j(x)} + \log \frac{\pi_k}{\pi_j}$$

$$= \log \frac{\pi_k}{\pi_j} - \frac{1}{2} (\mu_k + \mu_j)^T \Sigma^{-1} (\mu_k + \mu_j)$$

$$+ x^T \Sigma^{-1} (\mu_k - \mu_j)$$

Границы классификации



Discriminant function

$$\delta_k(x) = x^T \Sigma^{-1} \mu_k - \frac{1}{2} \mu_k^T \Sigma^{-1} \mu_k + \log(\mu_k)$$

Решение о принадлежности к классу принимается путем максимизации функции

Naive Bayes

Используя
Т. Баеса
получаем:

$$P(Y = k | X_1, \dots, X_m) = \frac{\pi_k P(X_1, \dots, X_m | Y = k)}{\sum_{\ell=1}^K P(X_1, \dots, X_m | Y = \ell) \pi_{\ell}} \\ \propto \pi_k P(X_1, \dots, X_m | Y = k)$$

Развернутый
вид:

$$P(X_1, \dots, X_m, Y = k) = \pi_k P(X_1 | Y = k) P(X_2, \dots, X_m | X_1, Y = k) \\ = \pi_k P(X_1 | Y = k) P(X_2 | X_1, Y = k) P(X_3, \dots, X_m | X_1, X_2, Y = k) \\ = \pi_k P(X_1 | Y = k) P(X_2 | X_1, Y = k) \dots P(X_m | X_1, \dots, X_{m-1}, Y = k)$$

Naive Bayes

$$\approx \pi_k P(X_1 | Y = k) P(X_2 | Y = k) \dots P(X_m | Y = k)$$

Пример

Example: Iris Data

```
data(iris); library(ggplot2)
```

```
names(iris)
```

```
table(iris$Species)
```

Create training and test sets

```
inTrain <- createDataPartition(y=iris$Species,  
p=0.7, list=FALSE)
```

```
training <- iris[inTrain,]
```

```
testing <- iris[-inTrain,]
```

```
dim(training); dim(testing)
```

Пример

Build predictions

```
modlda = train(Species ~  
.,data=training,method="lda")  
modnb = train(Species ~ .,  
data=training,method="nb")  
plda = predict(modlda,testing); pnb =  
predict(modnb,testing)  
table(plda,pnb)
```

Comparison of results

```
equalPredictions = (plda==pnb)  
qplot(Petal.Width,Sepal.Width,colour=equalPre
```

other

<http://statweb.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn>

https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_discriminant_analysis

<http://www.stat.washington.edu/raftery/Research/PDF/fraley2002.pdf>