

Probabilidad y Estadística

Práctica Nº 9

UNIDAD TEMÁTICA nº 8 Prueba de Hipótesis.

SUBTEMA. Caso de una sola población. Prueba de Hipótesis para la media poblacional. Cálculo de los errores y de la potencia de la prueba de hipótesis.

EJERCICIOS: Aplicaciones de la metodología para ejecutar una prueba de hipótesis de la media de una distribución normal con varianza conocida. Cálculo de los tipos de errores al realizarla.

- 1) Un proceso industrial usado por una fábrica durante algunos años da una producción media de 100 unidades por hora con una desviación estándar de 8 unidades. Ofrecen una nueva máquina más costosa, pero será más lucrativa si su producción media fuera mayor a 150 unidades por hora. En una demostración de 35 horas de funcionamiento, la máquina produjo 160 unidades por hora. Utilizando un nivel de significación del 5%, se pide:
 - (a) Plantear la hipótesis nula y alternativa para evaluar si es conveniente comprar la máquina.
 - (b) Establezca el estadístico de prueba conveniente y detalle su distribución muestral.
 - (c) Expresar la regla de decisión utilizando la escala estandarizada del estadístico de prueba.
 - (d) De acuerdo a la evidencia muestral, ¿es conveniente comprar la máquina?
 - (e) Hallar el valor p e interprete su significado.
- 2) La cantidad promedio de sustancia que se coloca en un recipiente en un proceso de llenado se fijó en 20 gramos. Se puede asumir que la cantidad que se vacía en cada recipiente se encuentra distribuida normalmente con un desvío estándar de 5 gramos. Para controlarlo, periódicamente se seleccionan muestras aleatorias de 30 recipientes y se pesa el contenido de cada uno de ellos. El gerente de producción sospecha que el proceso se ha desajustado, colocando una cantidad superior.
 - (a) Establecer las hipótesis.
 - (b) Para un nivel de significación $\alpha = 0.05$, establecer una regla de decisión en términos de la escala de medición.
 - (c) Si la muestra aleatoria dio un promedio de 22,30 gramos, ¿puede decirse que la sospecha del gerente se encuentra justificada?
 - (d) ¿Cuál es el error tipo II y la potencia de la prueba, si la media verdadera es de 22 gramos?
 - (e) Si se juzgara al proceso como “fuera de control” cuando la media muestral fuera mayor a 21,83 gramos, ¿cuál es la probabilidad de error tipo I asumida?
- 3) En una pieza fabricada que ha de acoplarse a otras piezas, cierta dimensión crítica es de 4,6 centímetros. Las dimensiones se distribuyen normalmente. La variabilidad en la fabricación se indica mediante una desviación estándar de 0,5 centímetros. El proceso es considerado bajo control y se continúa si produce esta pieza con una media de casi 4,6 centímetros para la dimensión crítica. En caso contrario, el proceso se considera fuera de control y es detenido. Para comprobar que el proceso está bajo control, el estadístico de la fábrica queda satisfecho con un nivel de significación del 5% y un tamaño de muestra de cinco piezas, tomadas cada dos horas, para $\mu = 4.6$ centímetros.
 - (a) Formule las hipótesis apropiadas.
 - (b) Establezca los valores para que el proceso se considere bajo control.
 - (c) Si una muestra dio 4,35. Hallar el valor p .
 - (d) Hallar el error tipo II para los siguientes valores de la media poblacional: $\mu = 4.40$; $\mu = 4.50$; $\mu = 4.60$; $\mu = 4.70$; $\mu = 4.80$.
- 4) Expertos en corrosión de acero intemperizado están tratando de convencer a los estados de que prohíban su uso en la construcción de puentes. Por otro lado, las corporaciones acereras aseguran que estas acusaciones son exageradas y dicen que el 95% de todos los puentes de acero intemperizado en operación tienen un buen desempeño, sin daños graves por corrosión. A fin de probar esta aseveración, un equipo de ingenieros y expertos de la industria del acero evaluó 60 puentes de acero intemperizado seleccionados al azar y encontraron que 54 de ellos exhibían buen desempeño. Se pretende probar que la verdadera proporción de puentes de autopista de acero intemperizado que presentan buen desempeño es menor a 0,95.

- (a) Plantee la hipótesis nula y alternativa para verificar la opinión de los expertos.
 - (b) Establezca el estadístico de prueba conveniente y su distribución.
 - (c) Establezca la regla de decisión con $\alpha = 0.05$, en términos de la escala estandarizada.
 - (d) Expresar la conclusión de acuerdo con la muestra.
 - (e) Calcular el valor p.
 - (f) Calcular la potencia para los siguientes valores: $\pi = 0.93$; $\pi = 0.92$; $\pi = 0.91$.
- 5) Un informe de una empresa de seguros indicó que en la industria metalúrgica el 10% de los operarios ha tenido más de un accidente de trabajo. Un grupo de asesoría decidió investigar esta afirmación, pues considera dicho porcentaje muy elevado. Una muestra de 200 operarios de industrias metalúrgicas mostró que 13 habían tenido más de un accidente durante el trabajo. Utilizando un nivel de significación del 6%, se pide:
- (a) Plantear la hipótesis.
 - (b) Establezca el estadístico de prueba conveniente y detalle su distribución muestral.
 - (c) Diseñe la regla de decisión en términos de la escala de medición, para muestras aleatorias de tamaño 200.
 - (d) ¿Cuál es la conclusión?
 - (e) Si el porcentaje de los operarios que han tenido más de un accidente fuera en realidad del 8%, ¿cuál es la probabilidad de concluir que el porcentaje es menor al 10%?