

## Introducción

La Estadística se ocupa de todo lo relacionado con la organización y presentación de datos. Un dato, en un cierto contexto, es información.

### Temas de la Estadística Descriptiva

1. **Recopilar** los datos: captación de la información. Obtener los datos. Encuestas. Censos. Formularios.
2. **Organizar y presentar**: tablas, gráficos, diagramas.
3. **Resumir**: métodos para captar las características principales de una gran masa de datos (promedios, dispersión, asimetría)
4. **Análisis**: conclusiones para decidir acciones.

### Inferencia Estadística

Basándose en información de una muestra al azar, elabora conjeturas (conclusiones) acerca de la población. Por ser una información parcial tiene error, pero tal error se puede medir asignándole una probabilidad.

- **Población** es la totalidad de los elementos bajo estudio.
- **Muestra** es sólo una parte de la población.

### Teoría de la probabilidad

- **Modelo** es una representación simplificada de la realidad. El modelo debe incluir sólo los datos inherentes al fenómeno bajo estudio.
- **Modelo determinista.**  
Al realizar el experimento, **se conoce** exactamente lo que va a ocurrir.  
Ejemplos: son modelos deterministas las leyes de gravitación que describen exactamente lo que sucede cuando un cuerpo cae bajo ciertas condiciones. También son modelos deterministas las leyes de Kepler que nos indican el comportamiento de los planetas. Los fenómenos de la Mecánica, la Física y la Química se expresan por modelos deterministas.
- **Modelo probabilístico o aleatorio.**  
A pesar de saber las condiciones bajo las cuales se hace el experimento NO se puede conocer exactamente el resultado del mismo.

### Características de un experimento aleatorio

- a. **Se puede repetir** el experimento en forma indefinida.
- b. Aunque no se conoce el resultado final, podemos determinar el **conjunto de todos los resultados** posibles.
- c. A medida que el experimento se repite, aparece un **patrón definido o regularidad** que se puede expresar por un modelo matemático.

### Espacio muestral

**Definición:** es el conjunto de todos los resultados posibles que se observan al realizar un experimento.

### Espacios muestrales discretos

Son aquellos donde los resultados pueden ponerse en una correspondencia uno a uno con el conjunto de números positivos. Los espacios muestrales discretos pueden ser:

- **Finitos**: contienen un número fijo de elementos.
- **Infinitos numerables**: sus resultados son infinitos, pero se los puede numerar (contar).

### **Espacios muestrales continuos**

Sus resultados consisten en un intervalo de números reales. Estos espacios se llaman:

- **Infinitos No numerables.** Sus resultados no pueden ser totalmente contados.

### **Eventos**

Un evento es todo conjunto de resultados que pertenecen al espacio muestral.

$S$  (el espacio muestral completo) es un evento;  $\emptyset$  es un evento.

Esto significa que **el espacio muestral es un evento**. Este evento se denomina **evento cierto** ya que siempre va a ocurrir. El **conjunto vacío** también es un evento: se llama **evento imposible**, no tiene ningún resultado.

### **Familia de eventos**

Dado un espacio muestral, podemos determinar toda la familia de eventos que se podrían formar a partir de  $S$ . Por ejemplo:  $S = \{a_1, a_2, a_3\}$

$$E_1 = \{a_1, a_2, a_3\}$$

$$E_5 = \{a_3\}$$

$$E_2 = \emptyset = \{ \}$$

$$E_6 = \{a_1, a_2\}$$

$$E_3 = \{a_1\}$$

$$E_7 = \{a_1, a_3\}$$

$$E_4 = \{a_2\}$$

$$E_8 = \{a_2, a_3\}$$

### **Evento complementario**

$\bar{A}$  (léase “no A”) Es aquel donde NO sucede el evento A

### **Eventos mutuamente excluyentes**

Dos eventos son mutuamente excluyentes cuando NO se pueden presentar juntos, es decir que su intersección está vacía

$$A \cap B = \emptyset$$

$$\text{y además } P(A \cap B) = 0$$

entonces A y B son mutuamente excluyentes.

### **Conceptos de probabilidad**

Daremos tres definiciones sobre probabilidad que convergen al desarrollo axiomático de la probabilidad.

#### **Def. 1. Definición clásica o de Laplace (a priori)**

Su desarrollo se asocia a los juegos de azar. Los resultados deben ser **mutuamente excluyentes** y todos **igualmente probables**. El espacio muestral es finito.

*La probabilidad del evento A es el cociente entre los resultados favorables a A sobre todos los casos posibles.*

Evento i:  $A_i = \{a_i\}$  le asignamos  $p_i$  llamado probabilidad del evento  $A_i$  que cumple las siguientes condiciones:

$$1) \quad p_i \geq 0$$

$$2) \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

#### **Def. 2. Concepto de frecuencia relativa (a posteriori)**

Supongamos que repetimos un experimento  $n$  veces y que dos eventos asociados al mismo sean A y B, entonces sea  $n_A$  el número de veces que ocurre A; asimismo sea  $n_B$  el número de veces que ocurre B, de tal forma que  $n_A + n_B = n$

Siendo  $f_{rA} = \frac{n_A}{n}$  la frecuencia relativa del evento A

del mismo modo:

$$f_{rB} = \frac{n_B}{n} \text{ la frecuencia relativa del evento B}$$

Debemos tener en cuenta que la  $f_r$  cumple las siguientes propiedades:

- 1)  $0 \leq f_r \leq 1$
- 2) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces:  
$$f_r(A \cup B) = f_{rA} + f_{rB}$$

**Def. 3.** La frecuencia relativa basada en **n** repeticiones del evento, converge en sentido probabilístico al concepto de probabilidad cuando  $n \rightarrow \infty$ , o sea:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_r = P(A)$$

### **Interpretación subjetiva**

Muchos fenómenos no se prestan para la **repetición** y tampoco para la **interpretación clásica**, pero a pesar de esto requieren una noción de **probabilidad**. Por ejemplo: para asegurar pinturas o esculturas de valor muy alto se debe tener idea del **riesgo** que se asume. O también cuando un corredor de bolsa asesora a un cliente sobre el alza de una acción. En ese caso está sugiriendo alguna idea de la **probabilidad** de ocurrencia de un hecho (el alza o la baja de la acción).

En estos contextos, la probabilidad **representa un juicio personal acerca de un fenómeno impredecible**.

### **Desarrollo axiomático de la probabilidad**

Definición: sea  $\varepsilon$  un experimento y S su espacio muestral. Con cada evento A asociamos un número real  $P(A)$  llamado probabilidad de A que satisface las siguientes propiedades:

- 1)  $0 \leq P(A) \leq 1$
- 2)  $P(S) = 1$
- 3) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- 4) Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son mutuamente excluyentes de a pares  $A_i \cap A_j = \emptyset$ , entonces:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$