ANÁLISIS NUMÉRICO

Práctica N° 2: Fundamentos de Análisis de Variable Compleja (Parte II)

3. TRANSFORMACIONES DEL PLANO COMPLEJO

1) Aplicarle al paralelogramo de vértices $z_1 = 2,\ z_2 = i,\ z_3 = 1+2i,\ z_4 = 3+i$ **, las transformaciones lineales siguientes:**

1.1) $T : w = f(z) = z - 1 - 2i$ **1.2)** $T : w = f(z) = 2z$

1.3) $T : w = f(z) = iz$

2) Hallar una transformación lineal (¿Es única?) que envíe:

2.1) **El punto** $z_1 = i$ **en** $w_1 = 1$**, y el punto** $z_2 = -1$ **en** $w_2 = 2 - i$**.**

2.2) **El punto** $z_1 = i$ **en** $w_1 = 1$**, y deja fijo el punto** $z_2 = -1$**.**

3) Dada la región $A = \{z : \ |\text{z-4i}| \le 2\}$ **y las transformaciones** $T_1 : w = \dfrac{z}{2}$ **y** $T_2 : w = z - 4i$ **:**

3.1) Hallar gráficamente la imagen de A por $T_1 \ o \ T_2$**.**

3.2) Hallar gráficamente la imagen de A por $T_2 \ o \ T_1$**.**

4) Aplicar la transformación inversión $T : w = \dfrac{1}{z}$ **a las siguientes regiones. Representar gráficamente la transformación obtenida.**

4.1) $A = \left\{z : \ |\text{z}| \ge \dfrac{1}{2}\right\}$

4.2) $A = \{z : \ |\text{z-2i}| = 2\}$

4.3) $A = \{x + iy : \ \text{y} = x\}$

4.4) $A = \{x + iy : \ 2\text{y} = 2x - 1\}$

5) Hallar gráficamente las imágenes de las siguientes regiones al aplicar la transformación potencia $T : w = z^2$ **:**

5.1) $A = \{(x, y) : \ 0 \le y < x\}$

5.2) $A = \{(x, y) : \ 0 \le y < x, \ \text{x}^2 + \text{y}^2 \ge 4\}$

6) Resolver los siguientes ejercicios:

6.1) **Hallar el dominio de conformidad de** $T : w = z^3 + 3z$ **.**

6.2) **Hallar el dominio de conformidad de** $T : w = \dfrac{i}{z^2 + 1}$**.**

4. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES COMPLEJAS

7) Calcular las siguientes integrales de funciones complejas de variable real:

7.1) $\int e^{it}dt$ **7.2)** $\int_{-\pi}^{\pi} te^{it}dt$

8) Calcular las siguientes integrales a lo largo de curvas del plano complejo:

8.1) $\int_{C_1} \overline{z}dz$ siendo C_1: el segmento dirigido desde $z_1 = 2$ hasta $z_2 = 2i$.

8.2) $\int_{C_2} \overline{z}dz$ siendo C_2: $z = (2-t)+it,\ t \in [0,2]$.

8.3) $\int_{C} \overline{z}dz$ siendo C: la poligonal dirigida de vértices $z_1=2$, $z_2=0$ y $z_3=2i$.

8.4) $\oint_C \frac{1}{z}dz$ siendo C: $|z|=1$ con orientación antihoraria.

8.5) $\int_{C_1} \frac{1}{z}dz$ siendo C_1: $|z|=1$ desde $z_1 = 1$ hasta $z_2 = -1$ (antihoraria).

8.6) $\int_{C_2} \frac{1}{z}dz$ siendo C_2: $|z|=1$ desde $z_1 = 1$ hasta $z_2 = -1$ (horaria).

9) Sean $z_1 = 1$ y $z_2 = i$. Verificar si $\int_{C_k} zdz$ para *k* = 1,2,3 es independiente del camino, siendo:

9.1) C_1: el segmento dirigido desde z_1 hasta z_2.

9.2) C_2: $|z|=1$ recorrida en sentido antihorario desde desde z_1 hasta z_2.

9.3) C_3: la poligonal de vértices z_1, 0, z_2 en ese orden.

10) Calcular las siguientes integrales con orientación antihoraria:

10.1) $\oint_C \frac{1}{z}dz$ siendo C: $|z-1-i|=1$.

10.2) $\oint_C \frac{z^2 e^{i\pi z}}{z-1}\,dz$ siendo *C*: $|z| = 2$.

10.3) $\oint_C \frac{z+2}{z\left(z^2+4\right)}\,dz$ siendo *C*: la frontera del cuadrado de vértices ± 1 y $\pm i$.

10.4) $\oint_C \frac{sen(z)}{(z-\pi)^4}\,dz$ siendo *C*: $|z| = 4$.

10.5) $\oint_C \frac{(z+2)^2}{z^3+16z}\,dz$ siendo *C1*: $|z-i| = 2$.

10.6) $\oint_C \frac{(z+2)^2}{z^3+16z}\,dz$ siendo *C2*: $|z-2i| = 1$.

10.7) $\oint_C \frac{(z+2)^2}{z^3+16z}\,dz$ siendo *C3*: $|z-3i| = 2$.