Université de Guyane

Licence 1

Mentions : Sciences pour l'Ingénieur – Mathématiques Informatique

ECO 113

MECANIQUE DU POINT

SESSION N° 7 : *CHOSES A RETENIR EN MECANIQUE DU POINT*

Université de Guyane

I. LA METHODOLOGIE

I. 1 Analyse dimensionnelle et ses applications

***Tableau 1** : Quelques autres unités du système international (à compléter)*

	Unités	Dimensions
Vitesse	*m/s*	$L.T^{-1}$
Surface	m^2	L^2
Accélération	m/s^2	$L.T^{-2}$
Volume	m^3	L^3
Masse volumique	kg/m^3	$M.L^{-3}$
Force	*N*	$M.L.T^{-2}$
Quantité de mouvement	**?**	**?**
Moment d'une force	**?**	**?**
Moment cinétique	**?**	**?**

I.2 Utilisation des puissances de 10 et des notations scientifiques

$$\boxed{A = B \text{ x } 10^m}$$

B : nombre décimal **compris entre 1 et 10.** m : nombre entier relatif.

Exemple : Application aux nombres suivants.

1°) **Distance Terre-Soleil**, soit 150 millions de kilomètres.

2°) **Masse de la Terre** (6 millions de milliards de milliards de *kg*)

3°) **Nombre de secondes** contenues **dans une année**.

4°) **Une année-lumière** (tout d'abord, que signifie ce terme ?).

- Pour des opérations de multiplication ou de division entre des grandeurs : **regroupement des puissances de 10** et **simplifications avant de terminer** les calculs.

- Unité légale pour chaque grandeur (**le mètre par seconde**, m/s, pour la vitesse) et **kilomètre par heure** (km/h, unité secondaire. Mais, terme **kilomètre.heure incorrect**.

- A maîtriser :

  Opérations de **conversion** : des **m/s en km/h** (ou l'inverse), des **g/cm^3 en kg/m^3** (ou l'inverse)…

I.3 La rigueur dans ses écritures et dans ses notations

- **Scalaire ou vecteur ?** Identifier la nature exacte de chaque grandeur et utiliser chaque grandeur en tenant compte de sa nature : **forces, vitesses et accélérations, grandeurs vectorielles** (opérations vectorielles applicables sous certaines conditions).

- **Somme vectorielle** ne signifie **pas somme des normes** !

- Pour rappel : **interdiction d'additionner** un vecteur-force avec un vecteur-vitesse, ou un vecteur-force avec un vecteur-accélération, ou un vecteur-vitesse avec un vecteur-accélération (« *on ne mélange pas des torchons avec des serviettes* »).

I.4 La rigueur dans son raisonnement

- **Compréhension des conditions d'utilisation des formules appliquées.**

Exemple (cinématique), formule entre la distance, le temps et la vitesse : $d = v.t$

(mais **valable seulement lorsque la vitesse est constante**, c'est-à-dire, mouvement uniforme).

Vitesse instantanée : dérivée, par rapport au temps, de l'abscisse curviligne.

Sur un axe horizontal *x'Ox* :

$$v = \frac{dx}{dt} = x'(t) \quad .$$

x'(t) : dérivée, par rapport au temps, de l'expression de *x*.

- **Efforts de compréhension de cette écriture** : c'est le calcul de **la dérivée, par rapport au temps, de l'expression de *x*,** ~~pas la division d'un quelconque *dx* par un quelconque *dt*~~.

Exemple d’application.

Le déplacement d’un point mobile *M* sur l’axe horizontal *x’Ox* (Figure 1) est décrit par une équation :

$$x = t^2 - 2t + 4.$$

x : position sur l’axe horizontal (en mètres)

et *t :* temps (en secondes).

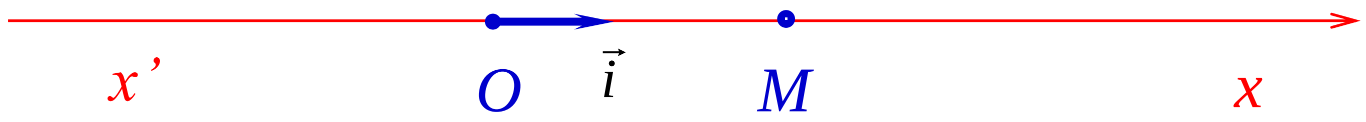

Figure 1

1°) Déterminer l'expression de la vitesse instantanée *v*.

Résolution

Formule à éviter (la vitesse n'est pas constante) : $v = \frac{x}{t}$.

Formule à utiliser : $v = \frac{dx}{dt}$ (dérivée de x par rapport au temps).

$$v = x'(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(t^2 - 2t + 4)}{dt} = \frac{d(t^2)}{dt} + \frac{d(-2t)}{dt} + \frac{d(4)}{dt}$$

$$\boxed{v = 2t - 2}.$$

Remarques :

On constate que l'expression de la vitesse n'est pas constante. Elle est une fonction qui dépend du temps (ici, polynôme du premier degré en *t*). Par ailleurs, comme x est en m et *t* en s, la vitesse *v* est en $\mathbf{m/s}$.

2°) Calculer le temps nécessaire pour atteindre une vitesse de 36 *km*/h.

Résolution

On convertit d'abord : $36\ km/h = 10 m/s$.

On résout l'équation : $10 = 2t - 2$

$$\Longrightarrow 2t = 10 + 2 \Longrightarrow$$

$$\boxed{t = 6\ s}.$$

3°) Calculer la distance parcourue entre le temps *t = 0* et l'instant où cette vitesse a été atteinte.

Rappel : la formule $d = v\,.\,t$ n'est pas la bonne (la vitesse n'est pas constante).

On calcule : $d = x_{(t=6)} - x_{(t=0)}$

(différence entre les positions à l'instant *t* = *6*s et à l'instant *t* = 0).

$x_{(t=6)} = 6^2 - 2 \text{ x } 6 + 4 = 36 - 12 + 4 = 28$.

$x_{(t=0)} = 0^2 - 2 \text{ x } 0 + 4 = 4$.

$d = 28 - 4$.

$$\boxed{d = 24 \quad m}.$$

II. DEMARCHE GENERALE DE RESOLUTION D'UN EXERCICE OU PROBLEME DE PHYSIQUE

1°) **Poser le problème** en identifiant les inconnues recherchées.

2°) **Reformuler les données** (en écrivant, par exemple, certaines données dans les bonnes unités) et les hypothèses.

3°) Chercher les **relations** qui existent entre les grandeurs indiquées et les inconnues.

4°) Etablir **l'expression littérale** des inconnues recherchées.

5°) Faire **l'application numérique** (remplacer les grandeurs par leurs valeurs), en utilisant la notation scientifique conseillée au § **I.2**).

III. DEMARCHE POUR UN BILAN DE FORCES EXTERIEURES

1°) **Isoler le système** (ou le solide ou une pièce, numérotée *i*).

2°) **Compter** toutes les **actions mécaniques (forces) extérieures de contact**.

$\vec{M}_{j/i}$: action exercée au point *M* par le solide n°*j* sur le solide n°*i* (isolé).

Exemple : on a isolé le solide **1**, l'action exercée au point *M* par le solide **0** sur le solide **1** est une action extérieure, notée $\vec{M}_{0/1}$ (mais, son opposée, l'action $\vec{M}_{1/0}$ exercée par **1** sur **0** n'est pas une action mécanique extérieure).

3°) **Ajouter** les actions à distance (exemple, poids du système isolé).

4°) Présenter éventuellement l'ensemble des actions sous forme de tableau.

IV. APPLICATION A LA STATIQUE

Statique (**état d'équilibre),** se traduit par un système d'équations :

$$\boxed{\begin{cases} \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \\ \sum \vec{M}_{M(\vec{F}_{\text{ext}})} = \vec{0}, \ \forall\, M \end{cases}}$$

En termes plus clairs :

***Somme vectorielle** des **forces extérieures** = **vecteur nul**.

ET

***Somme vectorielle** des **moments**, par rapport à un point quelconque *M*, des forces extérieures = **vecteur nul**.

Université de Guyane

IV.1 Equilibre sous l'action de deux forces extérieures

Deux forces extérieures $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1$.

Ces deux forces sont **directement opposées** :

- **même direction** (même droite d'action).
- **même norme** (même longueur) :

  $\left\|\vec{F}_2\right\| = \left\|-\vec{F}_1\right\| = \left\|\vec{F}_1\right\|$ ou $F_2 = F_1$.

- **sens contraires**.

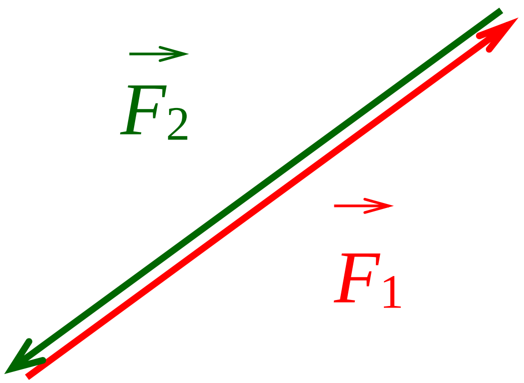

Figure 2

IV.2 Equilibre sous l'action de trois forces extérieures parallèles

Ces **trois forces** extérieures $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2).$$

- $\vec{F}_3$ a **même direction** (même droite d'action) que $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.
- $\vec{F}_3$ a le **sens contraire** à celui de $\vec{F}_1$ et de $\vec{F}_2$
- La **norme** de $\vec{F}_3$ est telle que :

$$\|\vec{F}_3\| = \|-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\| = \|(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\| = \|\vec{F}_1\| + \|\vec{F}_2\|.$$

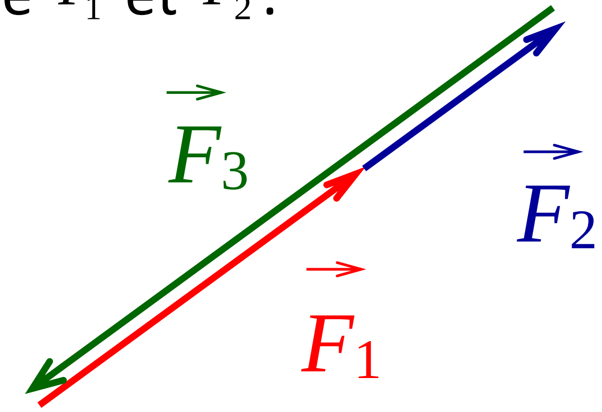

Figure 3

En termes clairs, **longueur** de $\vec{F}_3$ = **somme des longueurs** des deux premiers vecteurs forces.

IV.3 Equilibre sous l'action de trois forces extérieures concourantes

Forces non parallèles, deux relations à vérifier :

$$\boxed{\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \\ \vec{M}_{M(\vec{F}_1)} + \vec{M}_{M(\vec{F}_2)} + \vec{M}_{M(\vec{F}_3)} = \vec{0} \end{cases}}$$

$$\sum \vec{M}_{M(\vec{F}_{\text{ext}})} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{I(\vec{F}_1)} + \vec{M}_{I(\vec{F}_2)} + \vec{M}_{I(\vec{F}_3)} = \vec{0}.$$

Rappel : **pour tout point situé sur la direction d'une force, le moment de cette force par rapport à ce point est un vecteur nul**.

Soit *I*, **un point de la direction** de $\vec{F}_1$: $\vec{M}_{I(\vec{F}_1)} = \vec{0}$.

Si *I* est également **un point de la direction de** $\vec{F}_2$: $\vec{M}_{I(\vec{F}_2)} = \vec{0}$.

- Donc les directions de $\vec{F}_1$ et de $\vec{F}_2$ doivent se couper en ce point ***I*** (**point de concours** de leurs directions).

- Direction de $\vec{F}_3$: doit alors également passer par ce même point *I*, car $\vec{M}_{I(\vec{F}_3)} = \vec{0}$.

- Principe de la construction graphique :
  - Tracé de la droite Δ'_1 parallèle à Δ_1 (toutes deux en rouge)
  - Tracé de la droite Δ'_2 parallèle à Δ_2 (toutes deux en bleu)
  - Tracé de la droite Δ'_3 parallèle à Δ_3 (toutes deux en vert).

- Résultat : **triangle des forces** (Figure 4-b) en prenant une échelle pour les représenter.

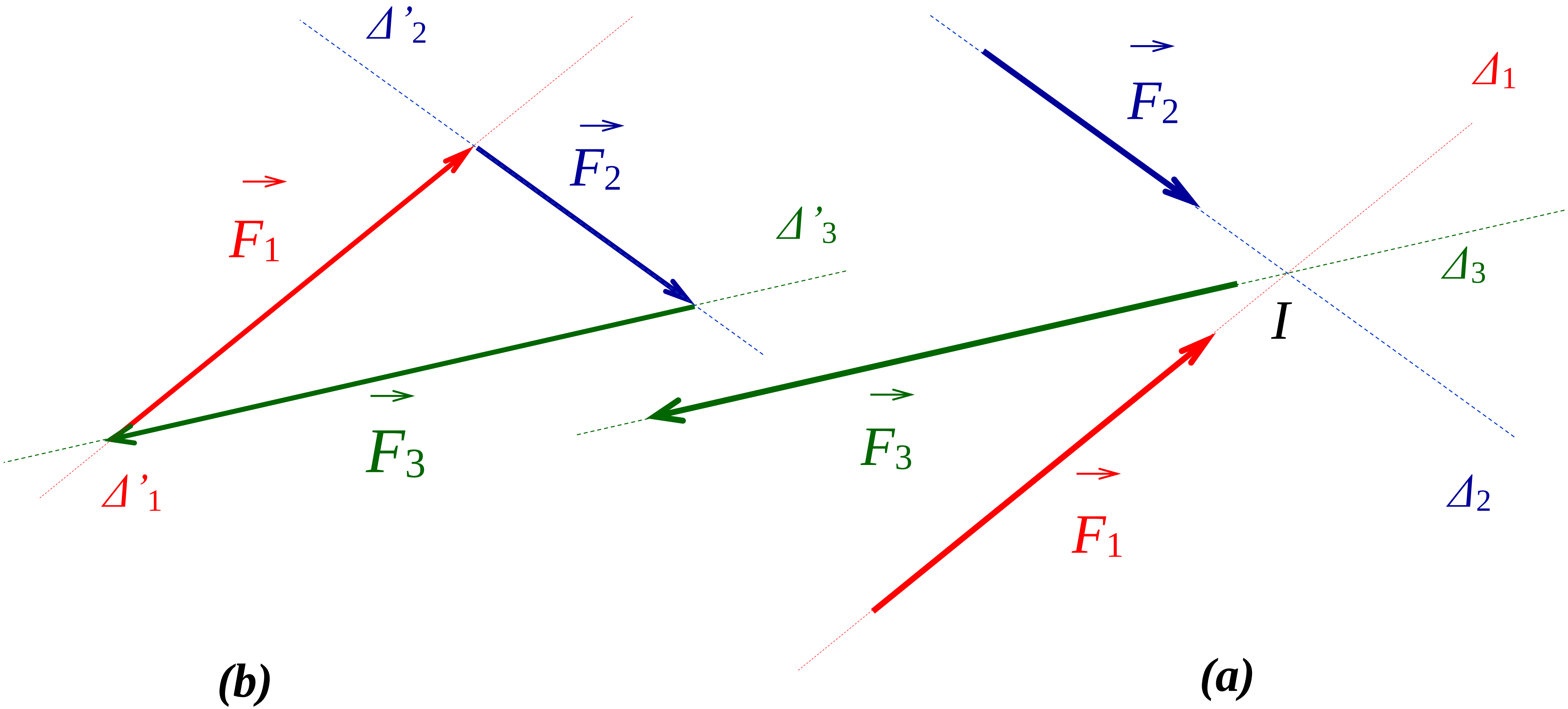

Figure 4

- Ce triangle traduit la **relation vectorielle** :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}\,.$$

- A chaque sommet du triangle, arrive une flèche et une seule.
- Ce triangle donne également **les normes** (en fonction de l'échelle choisie pour une des forces) et **les sens** des forces encore inconnues.
- La **somme des vecteurs-forces est nulle**, mais **la somme des normes des vecteurs-forces** (somme des longueurs) est **toujours supérieure à 0** (sauf si toutes ces forces sont nulles).

$$\left\|\vec{F}_1\right\| + \left\|\vec{F}_2\right\| + \left\|\vec{F}_3\right\| \geq 0\,.$$

V. DEMARCHE DE RESOLUTION D'UN PROBLEME DE DYNAMIQUE.

1°) **Isoler** le système qui matérialise le point.

2°) **Faire le bilan** des **forces extérieures** (forces de contact, forces à distance) qui s'exercent sur le système. Par exemple, « *Il y a **n** forces extérieures* $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ … $\vec{F}_n$ ».

3°) **Ecrire la relation fondamentale** de la Dynamique : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,.\,\vec{a}$, soit . $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots + \vec{F}_n = m\,.\,\vec{a}$.

4°) **Projeter** cette relation vectorielle dans un système d'axes O_x, O_y, O_z.

5°) **Résoudre** les **équations scalaires** qui en découlent.

MERCI POUR VOTRE AIMABLE ATTENTION !

- *Thank you for your attention !*
- *Obrigado !*
- *Danke schoen !*
- *Grémési*
- *Grazie mille !*
- *Arigato*
- *Xie Xie*