Université de Guyane

Domaine de LICENCE : *SCIENCES, TECHNOLOGIE (ST)*

Mentions : Sciences pour l'Ingénieur – Mathématiques Informatique

MECANIQUE DU POINT.

SESSION N° 7 : CHOSES A RETENIR

I. LA METHODOLOGIE

I. 1 Analyse dimensionnelle et ses applications

	Unités	Dimensions
Vitesse	m/s	$L.T^{-1}$
Surface	m^2	L^2
Accélération	m/s^2	$L.T^{-2}$
Volume	m^3	L^3
Masse volumique	kg/m^3	$M.L^{-3}$
Force	N	$M.L.\ T^{-2}$
Energie	J	$M.L^2.T^{-2}$

Exercice : compléter le tableau en précisant les unités et les dimensions des grandeurs

	Unités	Dimensions
Quantité de mouvement		
Moment d'une force		
Moment cinétique		

I.2 L'utilisation des puissances de 10 et des notations scientifiques

$$A = B \text{ x } 10^m$$

B : nombre **compris entre 1 et 10** m : nombre entier relatif.

Exemple : Appliquons cette méthode pour présenter les nombres suivants

1°) La distance de la Terre à la Lune (384 000 *km*), en *km* puis en *m*.
2°) La masse de la Terre (6 millions de milliards de milliards de *km*)
3°) Le nombre de secondes contenues dans une journée.
4°) Le nombre de secondes contenues dans une année.
5°) Une année-lumière (tout d'abord, que signifie ce terme ?).

Pour des opérations de multiplication ou de division entre des grandeurs, on regroupe ainsi des puissances de 10, on effectue d'abord les simplifications avant de terminer les calculs.

Pour chaque grandeur, il existe une unité légale (par exemple, **le mètre par seconde** pour la vitesse) et des unités secondaires (par exemple, le kilomètre par heure) mais pas le kilomètre.heure, car kilomètre.heure suppose qu'on multiplie le kilomètre par une heure). L'opération qui consiste à convertir des m/s en km/h (ou l'inverse) doit être maîtrisée, de même pour les correspondances entre g/cm^3 et kg/m^3.

I.3 La rigueur dans ses écritures et dans ses notations

Scalaire ou vecteur ? On doit identifier la nature exacte de chaque grandeur et l'utilisation en tenant compte de sa nature : les forces, vitesses et accélérations sont des grandeurs vectorielles. Donc faire l'addition de deux forces revient à faire une addition vectorielle. Si on fait la somme vectorielle de deux forces dont les normes sont respectivement 20 N et 30 N, cette somme ne fera pas forcément 50 N (sauf dans le cas exceptionnel où les deux forces sont colinéaires et de même sens).

I.4 La rigueur dans son raisonnement

La rigueur consiste également à comprendre les conditions d'utilisation des formules appliquées. Un exemple concerne, en cinématique, la formule $d = v.t$ valable seulement lorsque la vitesse est constante (mouvement uniforme). La vitesse instantanée s'exprime par la formule de la dérivée, par rapport au temps, de l'abscisse curviligne. Et, sur un axe horizontal $x'Ox$ donne :

$$v = \frac{dx}{dt} = x'(t)\,.$$

ATTENTION, il faut faire des efforts pour bien comprendre cette écriture : cette écriture ne signifie pas qu'on fait la division d'un quelconque dx par un quelconque dt. **C'est une dérivée, par rapport au temps, de l'expression de x**.

Exemple.

Le déplacement d'un point mobile M sur l'axe horizontal $x'Ox$) est décrit par une équation :

$$x = t^2 - 2t + 4\,.$$

x désigne la position sur l'axe horizontal (en mètres) et t désigne le temps (en secondes).

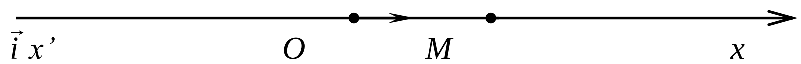

Figure 1

1°) Donner l'expression de la vitesse instantanée *v*.

2°) Calculer le temps nécessaire pour atteindre une vitesse de 36 km/h.

3°) Calculer la distance parcourue entre le temps $t = 0$ et l'instant où cette vitesse a été atteinte.

<u>Solution</u>

1°) Expression de la vitesse instantanée *v*.

Remarque préalable : la formule $v = \frac{x}{t}$ n'est pas la bonne (la vitesse n'est pas constante). C'est l'expression : $v = \frac{dx}{dt}$ (dérivée de *x* par rapport au temps) qu'il faut appliquer.

$$v = x'(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(t^2 - 2t + 4)}{dt} = \frac{d(t^2)}{dt} + \frac{d(-2t)}{dt} + \frac{d(4)}{dt}$$

$$\boxed{v = 2t - 2}.$$

Si *x* est en *m* et *t* en *s*, la vitesse *v* est en ***m/s***.

2°) Temps nécessaire pour atteindre une vitesse de 36 km/h.

$36 \ km/h = 10 m/s$

On résout l'équation : $10 = 2t - 2$ $\boxed{t = 6\,s}$.

3°) Distance parcourue.

Remarque préalable : la formule $d = v.t$ n'est pas la bonne (la vitesse n'est pas constante).

On calcule : $d = x_{(t=6)} - x_{(t=0)}$

$$x_{(t=6)} = 6^2 - 2 \text{ x } 6 + 4 = 36 - 12 + 4$$

$$x_{(t=6)} = 0^2 - 2 \text{ x } 0 + 4 = 4$$

$d = 28 - 4$ $\boxed{d = 24 \quad m}$.

II. DEMARCHE GENERALE D'UN EXERCICE OU PROBLEME DE PHYSIQUE

1°) **Poser le problème** en identifiant les inconnues recherchées.

2°) **Reformuler les données** (en écrivant, par exemple, certaines données dans les bonnes unités) et les hypothèses.

3°) Chercher les **relations** qui existent entre les grandeurs indiquées et les inconnues.

4°) Etablir **l'expression littérale** des inconnues recherchées.

5°) Faire **l'application numérique** (remplacer les grandeurs par leurs valeurs), en utilisant la notation scientifique conseillée au paragraphe précédent (puissances de 10).

III. DEMARCHE POUR UN BILAN D'ACTIONS MECANIQUES EXTERIEURES

1°) **Isoler le système** (ou le solide ou une pièce, numérotée *i*).

2°) **Compter** toutes les **actions mécaniques extérieures de contact**.

On note : $\vec{M}_{j\ /i}$ l'action exercée au point *M* par le solide n°*j* sur le solide n°*i* (isolé).

Exemple : on a isolé le solide **1**, l'action exercée au point *M* par le solide **0** sur le solide **1** est une action extérieure, notée $\vec{M}_{0\ /1}$ (mais, attention, l'action $\vec{M}_{1/0}$ exercée par **1** sur **0** n'est pas une action mécanique extérieure).

3°) **Ajouter** les actions à distance (par exemple, le poids du solide isolé).

4°) Présenter l'ensemble des actions sous forme de tableau.

IV. APPLICATION A LA STATIQUE

La Statique, caractérisée par un **état d'équilibre,** se traduit par un système d'équations :

IV.1 Equilibre sous l'action de deux forces extérieures

Ces deux forces sont **directement opposées** (même direction ou droite d'action, même norme, sens contraires).

IV.2 Equilibre sous l'action de trois forces extérieures parallèles

La troisième force a le sens contraire à celui des deux premières et pour norme (longueur) la somme des normes des deux premières.

IV.3 Equilibre sous l'action de trois forces extérieures concourantes

Si les directions de $\vec{F}_1$ et de $\vec{F}_2$ doivent se couper en ce point *I* (point de concours des directions deux premières forces), on fait passer la direction de la force $\vec{F}_3$ par ce même point *I*.

On trace ensuite le triangle des forces qui traduit la relation : Ce triangle traduit la relation : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Ce triangle donne également les normes (en fonction de l'échelle des forces) et les sens des forces inconnues (à chaque sommet du triangle, une seule flèche).

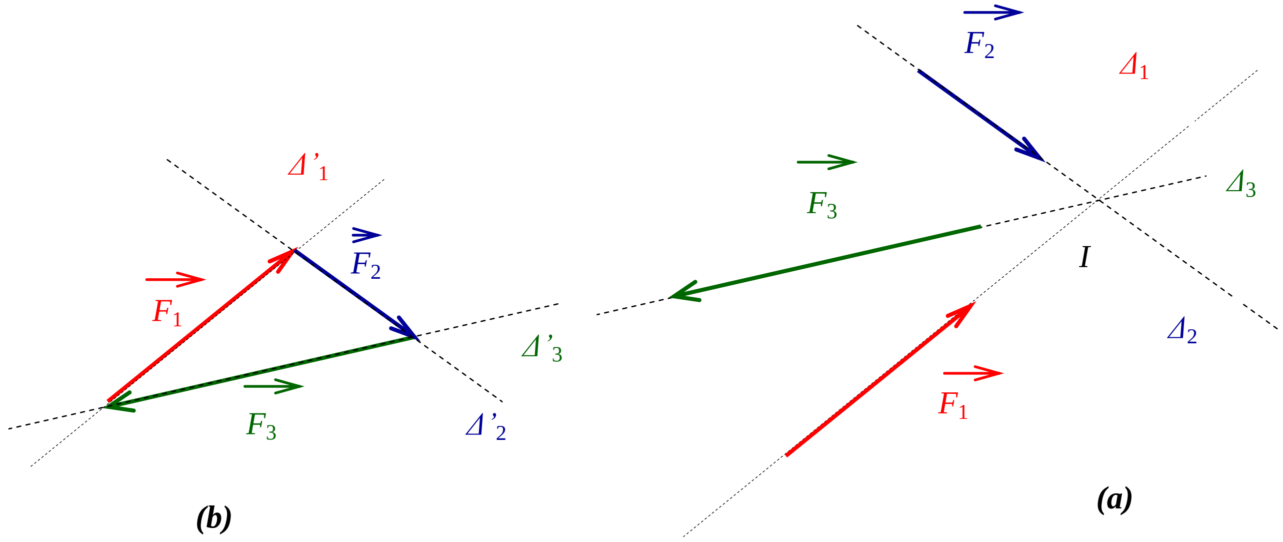

Figure 2

V. DEMARCHE DE RESOLUTION D'UN PROBLEME DE DYNAMIQUE.

1°) **Isoler** le système qui matérialise le point.

2°) **Faire le bilan** des **forces extérieures** (forces de contact, forces à distance) qui s'exercent sur le système. Par exemple, « *Il y a **n** forces extérieures* $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ ».

3°) **Ecrire la relation fondamentale** de la Dynamique : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m.\vec{a}$, soit . $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 ... + \vec{F}_n = m.\vec{a}$.

4°) **Projeter** cette relation vectorielle dans un système d'axes O_x, O_y, O_z.

5°) **Résoudre** les équations scalaires qui en découlent.