

Domaine de LICENCE : SCIENCES, TECHNOLOGIE (ST)
Mentions : Sciences pour l'Ingénieur – Mathématiques Informatique

MECANIQUE DU POINT MATERIEL
SESSION N°2 : OPERATIONS VECTORIELLES

EXERCICES pour TESTER

Exo Test 1 - Pièges à éviter en trigonométrie

1°) Compléter : $\sin 30^\circ = \dots\dots\dots$; $\sin 60^\circ = \dots\dots\dots$
 $\sin 30^\circ + \sin 60^\circ = \dots\dots\dots$; $\sin (90^\circ) = \sin (30^\circ + 60^\circ) = \dots\dots\dots$ Conclure.

2°) De même, compléter : $\cos 30^\circ = \dots\dots\dots$; $\cos 60^\circ = \dots\dots\dots$
 $\cos 30^\circ + \cos 90^\circ = \dots\dots\dots$; $\cos (90^\circ) = \cos (30^\circ + 60^\circ) = \dots\dots\dots$ Conclure.

3°) Pour aller plus loin :

Donner les formules de : $\sin (a+b)$ et $\cos (a+b)$ en fonction de $\sin a$, $\cos a$, $\sin b$ et $\cos b$.

En déduire la formule de $\sin (30^\circ + 60^\circ)$ en fonction de $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$ et $\cos 60^\circ$.

En déduire la formule de $\cos (30^\circ + 60^\circ)$ en fonction de $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$ et $\cos 60^\circ$.

Exo Test n°2 - Résultante de plusieurs vecteurs

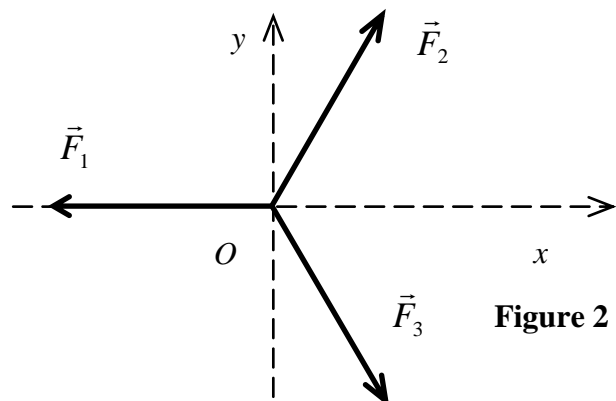
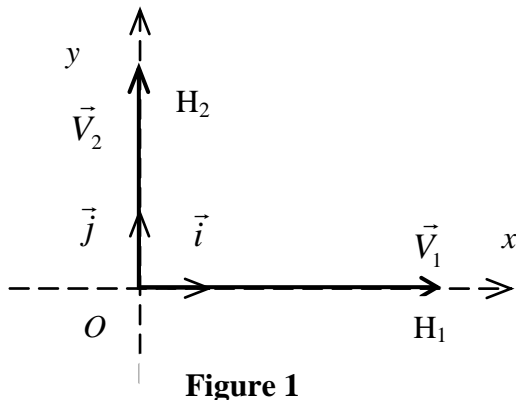
On note \vec{i} , \vec{j} , les vecteurs unitaires respectifs des axes x et y (**Figure 1**).

On donne les **longueurs** : $\overline{OH_1} = 4$ $\overline{OH_2} = 3$.

1°) Déterminer les coordonnées cartésiennes de chacun des vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 .

2°) Déterminer la **résultante** \vec{R} (somme) des deux vecteurs (retrouver ce résultat graphiquement).

3°) Déterminer la norme $\|\vec{R}\|$ du vecteur \vec{R} . Comparer avec la somme des normes $\|\vec{V}_1\|$ et $\|\vec{V}_2\|$.



Exo Test n°3 - Résultante de plusieurs vecteurs forces

Les vecteurs unitaires respectifs des axes x et y (Figure 2) seront notés \vec{i} et \vec{j} .

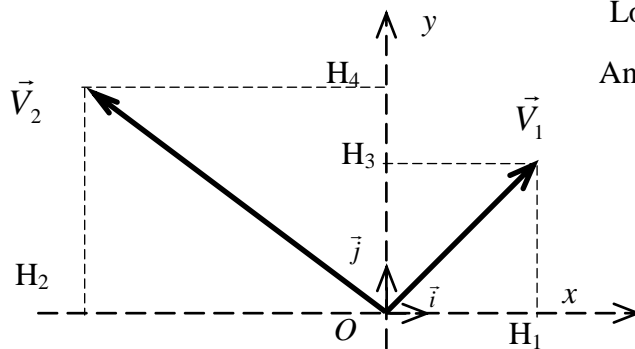
Les angles sont définis par : $\theta_1 = (Ox, \vec{F}_2) = 60^\circ$ et $\theta_2 = (Ox, \vec{F}_3) = -60^\circ$.

On donne : $\|\vec{F}_1\| = 30\text{ N}$; $\|\vec{F}_2\| = 30\text{ N}$; $\|\vec{F}_3\| = 30\text{ N}$ (échelle de forces : $1\text{ cm} \rightarrow 10\text{ N}$).

1°) Déterminer les coordonnées cartésiennes de chacun des vecteurs forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 .

2°) Déterminer la **résultante** \vec{R} de ces trois forces et sa norme $\|\vec{R}\|$. Conclure.

Exo Test n°4 - Produit scalaire de deux vecteurs



Longueurs : $OH_1 = 2$; $OH_2 = 4$; $OH_3 = 2$; $OH_4 = 3$

Angles : $\theta_1 = (\vec{i}, \vec{V}_1) = 45^\circ$; $\theta_2 = (\vec{i}, \vec{V}_2) = 143,06^\circ$.

Figure 3

1°) Déterminer, **par deux méthodes différentes** (calcul avec les composantes et calcul avec les normes des vecteurs), le produit scalaire des vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 .

Exo Test n°5 - Produit vectoriel de deux vecteurs

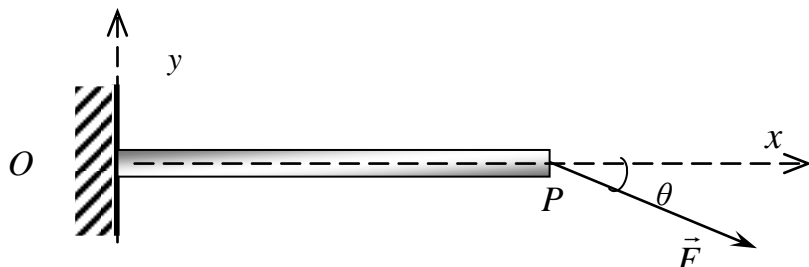
Deux vecteurs \vec{U} et \vec{V} sont définis par leurs coordonnées dans un repère : $[O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}]$

$$\vec{U} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} ; \quad \vec{V} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} .$$

1°) Déterminer le produit vectoriel de ces deux vecteurs.

Exo Test n°6 - Moments d'une force

Figure 4



La poutre représentée sur la Figure 4 est soumise à une force exercée au point P , et de norme : $\|\vec{F}\| = 500 \text{ N}$. Les axes Ox , Oy et Oz ont pour vecteurs unitaires respectifs \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} . La mesure de l'**angle orienté** θ est donnée par : $\theta = (P\vec{i}, \vec{F}) = -30^\circ$.

On désire calculer les moments, par rapport à un point et par rapport à des axes, de cette force \vec{F} .

1°) Déterminer la valeur des coordonnées cartésiennes de la force \vec{F} (résultat sous la forme :

$$\vec{F} = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} + \dots \vec{k}) .$$

2°) Indiquer la valeur du moment, par rapport au point O , de cette force \vec{F} .

3°) Indiquer les valeurs des moments respectifs, par rapport aux axes Ox , Oy , Oz , de cette force \vec{F} .