Domaine de LICENCE : *SCIENCES, TECHNOLOGIE (ST)*

Mentions : Sciences pour l'Ingénieur – Mathématiques Informatique

MECANIQUE DU POINT MATERIEL

SESSION 1 : METHODES ET OUTILS DE BASE

I. DEFINITIONS

I.1 La Mécanique

La Mécanique, science du mouvement, est une discipline de la Physique où l'on étudie les **relations** entre un **système matériel** et son **environnement**, en liaison avec des forces.

I.2 Point matériel

On appelle ainsi tout solide dont les dimensions sont petites par rapport à l'échelle de l'étude.

A titre d'exemples :

- A l'échelle de la molécule, un électron peut être considéré comme un point matériel.
- A l'échelle d'un billard, le mouvement de la boule est celui d'un point matériel.
- A l'échelle d'un terrain de foot, un ballon frappé par *Lionel MESSI* ou *Cristiano RONALDO* est assimilable à un point matériel.
- A l'échelle du système solaire, le mouvement de la Terre est assimilé à celui d'un point matériel…

Remarque : un point matériel peut être affecté d'une masse.

I.3 Système matériel

On appelle système matériel tout ensemble de points matériels. A titre d'exemple, tout corps solide, liquide ou gazeux constitue un système matériel.

Mais on parle de système matériel déformable, lorsque les distances entre les points matériels qui constituent ce système sont variables (cas des liquides, des gaz et des solides doués d'élasticité, exemple des ressorts) ou de système matériel indéformable lorsque la distance entre deux points matériels quelconques qui constituent ce système reste invariable (cas des solides en général).

Une fois que le système matériel est défini, il possède un contour qui délimite un « extérieur » et un « intérieur ».

I.4 Les différents domaines de la Mécanique

La **Statique** est l'étude de l'équilibre (l'état de repos). Lorsqu'un système matériel (ou un point matériel) est en équilibre, toutes les forces extérieures s'équilibrent (se neutralisent). Et le principe fondamental de la Statique s'écrit :

$$\sum \text{Forces extérieures} = \text{vecteur nul}.$$

La **Cinématique** est l'étude des mouvements sans soucier des causes (les forces). On étudie des trajectoires, on calcule des vitesses, des accélérations.

La **Dynamique** est également l'étude des mouvements, mais on fait la liaison entre les causes (forces) et leurs effets (les mouvements). Sous sa forme la plus simple, le principe fondamental de la Dynamique relie les forces extérieures et l'accélération par la relation :

$$\sum \text{Forces extérieures} = \text{masse x acccélération}.$$

II. GRANDEURS SCALAIRES EN MECANIQUE DU POINT

Ce sont des nombres **positifs**, **négatifs** ou **nuls** utilisés pour définir différentes grandeurs.

Quelques exemples :

- Une masse de **20** kg ;
- Une température de **-3**°C ;
- Un temps de **19** *s* ;
- Une densité de **0,85** (sans unité) ;
- Un poids de **28** *N*.

III. GRANDEURS VECTORIELLES EN MECANIQUE DU POINT

Les forces, les vitesses et les accélérations seront représentées par des vecteurs (on parlera donc de vecteurs-forces, de vecteurs-vitesses et de vecteurs-accélérations).

<u>**Caractéristiques d'un vecteur**</u>

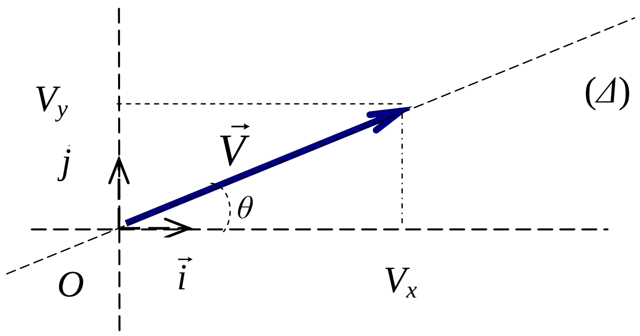


Figure 1

- **Direction**

C'est la **droite d'action** (encore appelée droite support) qui porte le vecteur (sur la Figure 1, c'est la droite Δ, inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale).

- **Sens**

C'est **l'orientation** du vecteur, de son origine O vers son extrémité E. Dans le langage courant, on confond souvent direction et sens (confusion à éviter en Physique mécanique).

- **Norme, module**

C'est une grandeur **toujours positive,** proportionnelle à la longueur du vecteur.

La norme du vecteur $\vec{V}$ peut être notée de deux façons : soit avec $\left\|\vec{V}\right\|$, soit avec V qui sont des **nombres positifs**.

IV. DIFFERENCES ENTRE SCALAIRES ET VECTEURS

En résumé, les scalaires sont des nombres **positifs**, **négatifs** ou **nuls** utilisés pour définir différentes grandeurs, alors que les vecteurs sont définis par une **direction,** un s**ens** et une n**orme (**ou le **module)** qui est un scalaire.

Dans un système d'axes, un vecteur peut être **décomposé** en composantes scalaires, c'est-à-dire **défini** par ses coordonnées cartésiennes (par exemple V_x et V_y pour un vecteur $\vec{V}$) :

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \; .$$

Les opérations sur les scalaires et sur les vecteurs obéissent à des règles très strictes.

- **Règle n°1** : « *On ne mélange pas des torchons et des serviettes* ».
  - **On** additionne **des scalaires entre eux**, s'ils sont de même nature (exemple : 20+30 = 50, donc une masse de 20 kg et une masse de 30 kg donnent une masse de 50 kg, mais additionner une masse de 20 kg et un temps de 30 s ne rime à rien).
  - **On** peut donc additionner **des vecteurs entre eux,** s'ils sont de même nature (vecteurs-forces avec vecteurs-forces, vecteurs-vitesses avec vecteurs-vitesses, vecteurs-accélérations avec vecteurs-accélérations), mais on n'additionne pas **des scalaires avec des vecteurs**.
- **Conséquence**, les notations suivantes sont **INCORRECTES** :

  - $\vec{F} = 30 \; N \; .$

    - A **la gauche du signe** =, on a **un vecteur, on doit également avoir un vecteur à sa droite**. On peut corriger cette notation par : $\left\|\vec{F}\right\| = 30 N$ ou $F = 30 \; N$ ou $\vec{F} = 30 \; \vec{i}$ (en N).

  - $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 0 \; .$

- On a d**eux vecteurs à gauche du signe** =, mais **un scalaire à droite**. On peut corriger en écrivant : $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{0}$.

  - $\vec{a} + 2 = \vec{b}$.

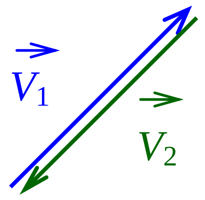
  On a **un vecteur** et **un scalaire** dans le membre de gauche, alors qu'on a un vecteur dans le membre de droite.

- Par contre, la notation suivante est **CORRECTE** :

  - $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{0} \Rightarrow V_1 = V_2$.

En effet, $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_1 = -\vec{V}_2 \Rightarrow \left\|\vec{V}_1\right\| = \left\|-\vec{V}_2\right\|$ (Figure 2, on voit que ces deux vecteurs ont la même longueur ou la même norme, car $V_1 = \left\|\vec{V}_1\right\|$ et $V_2 = \left\|\vec{V}_2\right\|$).

Figure 2



- **Règle n°2** : on peut multiplier un scalaire par un vecteur (exemple sur la Figure 3, le vecteur $2\,\vec{F}$ est deux fois plus long que $\vec{F}$, de même direction et même sens).

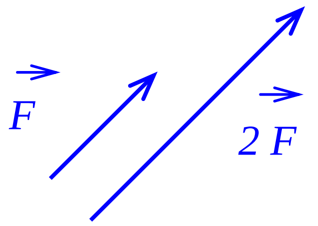


Figure 3

V. L'ANALYSE DIMENSIONNELLE ET SES APPLICATIONS

V.1 Unités essentielles du système international

Elles constituent les unités de base et sont regroupées dans le tableau suivant. Leurs dimensions sont désignées par une longueur (L), une masse (M) et un temps (T).

***Tableau 1** : Les unités essentielles*

	Unités	Dimensions
Distance	*m*	L
Masse	*kg*	M
Temps	*s*	T

V.2 Autres unités du système international

Elles sont obtenues par combinaison des unités de base. Par exemple, une surface est obtenue en multipliant deux distances et sa dimension est L^2. De la même façon, une vitesse est obtenue en divisant une distance par un temps et sa dimension est $L.T^{-1}$. Et l'accélération, obtenue en divisant une vitesse par un temps, a pour dimension $L.T^{-2}$.

***Tableau 2** : Les autres unités du système international*

	Unités	Dimensions
Vitesse	m/s	$L.T^{-1}$
Surface	m^2	L^2
Accélération	m/s^2	$L.T^{-2}$
Volume	m^3	L^3
Masse volumique	kg/m^3	$M.L^{-3}$
Force	N	$M.L.\ T^{-2}$
Energie	J	$M.L^2.T^{-2}$

V.3 Avantages de l'analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle permet parfois de se retrouver quand on se sent perdu dans « la jungle des formules » à utiliser.

Exemple n°1 : *La Terre tourne autour du Soleil en une année et le mouvement est considéré comme circulaire. On donne le rayon r de ce cercle (distance Terre-Soleil). Pour calculer la distance L parcourue par la Terre (circonférence du cercle), j'hésite entre deux formules.*

$\boxed{L = 2\pi r}$ ou $\boxed{L = \pi r^2}$???

Formule 2 π r : ***possible***

Produit π r² ***incorrect***

La formule à **droite** est **incorrecte** car πr^2 donne une surface et non une distance.

Exemple n°2 : *Je sais que l'unité de vitesse est le* ***<u>mètre par seconde</u>***. *Je veux calculer la vitesse de rotation de la Terre autour du Soleil, mais j'ai un doute sur la bonne formule.*

Distance d (m)

$\boxed{v = \frac{d}{t}}$ ou $\boxed{v = d * t}$???

Vitesse v (m/s) *Temps t (s)*

Formule ***possible***

*Produit d * t (m.s)* ***incorrect***

La formule à **droite** est **incorrecte** car le produit $d * t$ donne le mètre.seconde qui n'est pas une vitesse.

Par ailleurs, les grandeurs scientifiques sont exprimées en se basant sur une utilisation très astucieuse des puissances de 10.

VI. UTILISATION DES PUISSANCES DE 10

Notation scientifique : il est conseillé d'exprimer toute grandeur ou tout résultat de Physique, selon la procédure suivante. Soit A un nombre que l'on veut présenter.

$$\boxed{A = B \text{ x } 10^m}$$

B : nombre **compris entre 1 et 10** m : nombre entier relatif.

Exemple : Appliquons cette méthode pour présenter les nombres suivants

1°) La **distance Terre-Soleil** (150 000 000 *km*), en *km* puis en *m*.

2°) Le **rayon de la Terre au niveau de l'équateur** (6 378 *km*)

3°) La valeur de **cos (85°)** : environ 0,0871

4°) La valeur de **sin (1°)** : environ 0,01745.

Pour des opérations de multiplication ou de division entre des grandeurs, on **regroupe ainsi des puissances** de 10, on effectue d'abord les simplifications avant de terminer les calculs.

***Tableau 3** : Les multiples et sous-multiples des unités*

MULTIPLES DE L'UNITE			SOUS-MULTIPLES DE L'UNITE		
PREFIXE	**SYMBOLE**	**VALEUR**	**PREFIXE**	**SYMBOLE**	**VALEUR**
déca	da	10	**déci**	d	10^{-1}
hecto	h	10^2	**centi**	c	10^{-2}
kilo	k	10^3	**milli**	m	10^{-3}
méga	M	10^6	**micro**	µ	10^{-6}
giga	G	10^9	**nano**	n	10^{-9}
téra	T	10^{12}	**pico**	p	10^{-12}

Exemple : On retiendra de ce tableau.

1°) Un millinewton vaut un millième de newton donc un dix-millième de décanewton (10^{-4} décanewton).

2°) Un kilomètre équivaut à 10 000 décimètres.

3°) Un millimètre vaut un million de nanomètres.

4°) Un téraoctet équivaut à un milliard de kilooctets.

VII. DEMARCHE DE RESOLUTION D'UN EXERCICE OU D'UN PROBLEME

1°) **Poser le problème** en identifiant les inconnues recherchées.

2°) **Reformuler les données** (en écrivant, par exemple, certaines données dans les bonnes unités) et les hypothèses.

3°) Chercher les **relations** qui existent entre les grandeurs indiquées et les inconnues.

4°) Etablir **l'expression littérale** des inconnues recherchées.

5°) Faire **l'application numérique** (remplacer les grandeurs par leurs valeurs), en utilisant la notation scientifique conseillée au paragraphe précédent (puissances de 10).

Exercice d'application :

Le 12 novembre 2014, la sonde *ROSETTA*, située au voisinage sur la comète *Churyumov-Gerasimenko* (à 510 millions de kilomètres de la Terre) a émis un signal lumineux à destination de la Terre (à la vitesse constante de 300 000 km/s). Calculer le temps t mis par le signal pour nous parvenir.

Résolution de l'exercice d'application

1°) **Problème** : on veut calculer le temps t (inconnue recherchée).

2°) **Reformulation des données** (dans les bonnes unités et en notation scientifique) :
Distance $d = 5{,}1 \times 10^8\ km$ - Vitesse $v = 3 \times 10^5\ km.s^{-1}$.

3°) **Relation** entre **grandeurs indiquées** et l'inconnue du problème :
La relation entre la distance d et la vitesse v (supposée constante) est : $d = v \times t$.

4°) **Expression littérale** de l'inconnue :

De la relation précédente, on déduit l'expression de l'inconnue t : $t = \frac{d}{v}$.

5°) **Application numérique** :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{5{,}1\,\text{x}10^{8}\,km}{3\,\text{x}\,10^{5} km.s^{-1}}.$$

On fait passer le s^{-1} au numérateur et on simplifie les *km* : $t = \frac{5{,}1\,\text{x}10^{8}\,km.s}{3\,\text{x}\,10^{5} km}$.

Simplification des puissances de 10 : $t = \frac{5{,}1}{3}.10^{3}\ s$. Alors, on trouve: $t = 1{,}7.10^{3}\ s$.

$$\boxed{t = 1700\ \ s}.$$

Conclusion : le signal aura donc mis un temps de 1700 s (un peu plus de 28 minutes).

Cette méthode peut également s'appliquer pour calculer :

*la valeur de la vitesse de révolution de la Terre autour du Soleil (mouvement circulaire, de rayon 150 millions de km, effectué en 365 jours) ;

* la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même (mouvement circulaire, de rayon 6378 km, effectué en 1 jour)…

Il convient de commencer à y réfléchir.