UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA/COMPUTAÇÃO
DISCIPLINA: SISTEMAS LINEARES
PROFESSOR: CÉSAR R. CLAURE TORRICO

Campus Pato Branco

Alunos:	**Nota:**
1 -	
2 -	
3 -	**Data:**

Encontro 2

Transformada de Laplace e Transformada Inversa de Laplace.

1. Objetivo:

Utilizar os conceitos da Transformada de Laplace e Transformada Inversa de Laplace. Os conceitos são apresentados através de teoria e da resolução dos exercícios via simulações através do software ***Matlab***.

1.1 Transformada de Laplace e Inversa de Laplace:

Para uma função $f(t)$ com t ≥ 0, define-se **<u>Transformada unilateral de Laplace</u>** de $f(t)$ como sendo a função complexa $F(s)$ obtida através da integral:

$$F(s) = L\left[f(t)\right] = \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

A **<u>Transformada Inversa de Laplace</u>** é dada da seguinte forma:

$$f(t) = L^{-1}\left[F(s)\right] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}ds$$

Normalmente a transformação de uma equação para o domínio da frequência e/ou para o domínio do tempo é feita usando as **<u>equações tabeladas</u>**. Muitas vezes a transformada inversa de uma equação despende um tempo muito grande pois, deve-se decompor a equação em frações parciais para aí sim fazer a sua transformada inversa. A utilização do programa ***Matlab*** fará este procedimento automático.

Primeiramente observa-se um exemplo utilizando a **<u>Transformada de Laplace</u>**.

Exemplo 1: Seja a função $g(t) = e^{2t}u(t)$. Sabe-se que a transformada de uma exponencial Real $f(t) = e^{at}u(t)$ pela tabela é $F(s) = \dfrac{1}{s-a}$. Desta forma a **Transformada de Laplace** de $g(t)$ é $G(s) = \dfrac{1}{s-2}$.

Transformada de Laplace:

```
syms t;                 %declara t como uma variável simbólica
gt = exp(2*t);          %cria a função gt
Gs = laplace(gt)        %determina a transformada de Laplace de gt
pretty(Gs)
```

Transformada inversa de Laplace:

Dada a função no domínio da frequência $H(s)=\dfrac{1}{s-2}$, determinar a função no domínio do tempo.

```
syms s;              %declara s como uma variável simbólica
Hs = 1/(s-2);        %cria a função Hs
ft = ilaplace(Hs)    %Determina a transformada inversa de Laplace de Gs
```

Exemplo 2: Fazer a transformada de Laplace para um degrau unitário e sua transformada inversa. (No Matlab a função degrau é representado pelo comando `heaviside(t)`)

Exemplo 3: Fazer a transformada de Laplace para uma rampa e sua transformada inversa.
$f(t)=A.t\cdot u(t)$, sendo A igual a 1 e constante ao longo do tempo.

Exemplo 4: Fazer a transformada de Laplace para uma função senoidal e sua transformada inversa.
$g(t)=sen\left(\omega_0 t\right)u(t)$, sendo ω_0 igual a 1 e constante ao longo do tempo.

Exemplo 5: Fazer a transformada de Laplace e sua transformada inversa para:
$g(t)=\left(t-2\right)^3 u(t-1)$

1.2 Exercícios

Exercício 1: Para as funções a seguir determinar manualmente a Transformada de Laplace e logo em seguida com o programa ***Matlab*** verificar o resultado obtido.

a) $f(t)=\left(t^6+3\,\mathrm{sen}(t-\tfrac{\pi}{3})+\mathrm{e}^{2t}t^2\right)u(t)$

b) $f(t)=\mathrm{sen}(3t)\,\mathrm{sen}(5t)u(t)$

c) $f(t)=\left(e^{-2t+3}\cos\left(2t+\tfrac{\pi}{4}\right)\right)u(t)$

d) $f(t)=e^{-3t}\left(\cos^2(3t)+e^{-5t}t^3+t^5\right)u(t)$

e) $f(t)=\left(\mathrm{e}^{-4(t-1)}(t-5)^2\right)u(t-3)$

Exercício 2: Para as funções a seguir determinar manualmente a Transformada inversa de Laplace e logo em seguida com o programa ***Matlab*** verificar o resultado obtido:

a) $F(s)=\dfrac{s^2+6}{\left(s+2\right)\left(s+4\right)\left(s+8\right)}$

b) $F(s)=\dfrac{s^2+1}{(s+2)^3}$

c) $F(s)=\dfrac{s+2}{2s^2+3s+10}$

d) $F(s)=\mathrm{e}^{-5s}\,\dfrac{s+5}{(s+1)(s^2+9)}$

e) $F(s)=\dfrac{s^3}{(s^2+2s+2)(s+3)}$