

Alunos:	Nota:
1 -	
2 -	
3 -	
4 -	Data:

Encontro 2 – parte B

Resposta transitória de sistemas de 2ª ordem.

1. Introdução.

Em muitos casos práticos, as características de desempenho desejadas para sistemas de controle são especificadas em termos de grandezas no domínio do tempo. Frequentemente, estas características de desempenho são especificadas em termos da resposta transitória para uma entrada em degrau, pois esta entrada é muito fácil de gerar fisicamente e é suficientemente severa. Além disto, se a resposta a uma entrada em degrau é conhecida, é matematicamente possível computar a resposta para qualquer entrada.

O estudo da resposta transitória de sistemas de segunda ordem é muito importante uma vez que uma grande parcela dos sistemas físicos ou são sistemas deste tipo ou têm um comportamento tal que podem ser aproximados por um sistema de segunda ordem equivalente. Sendo assim, este laboratório tem como objetivo fixar os principais conceitos sobre resposta transitória de sistemas de segunda ordem vistos na teoria.

2. Desenvolvimento.

Nesta seção serão analisados alguns exemplos específicos passados em sala de aula.

Foi visto que a forma de um sistema de segunda ordem era conforme **Fig 1**.

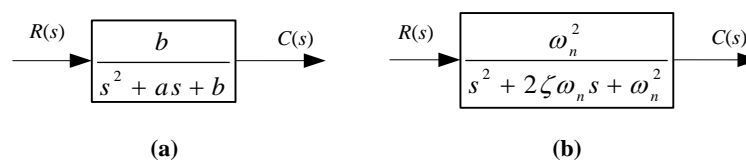


Figura 1: Forma de um sistema de segunda ordem

Caso 1): Sistema superamortecido:

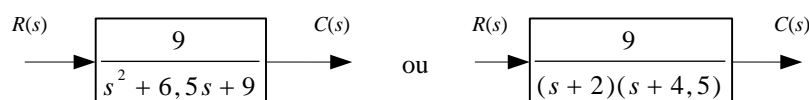


Figura 2: Sistema de segunda ordem superamortecido

Utilizando Matlab simular a resposta ao degrau unitário e a partir do gráfico determinar os parâmetros de tempo de subida T_r , tempo de assentamento T_s .

Aproxime o sistema de segunda ordem superamortecido por um de primeira ordem (**Dica!** Ao retirar um pólo ou zero de um sistema, o ganho não pode ser mudado). Utilizando Matlab simular a resposta ao degrau unitário e a partir do gráfico determinar os parâmetros de tempo de subida T_r , tempo de assentamento T_s .

Compare os dois sistemas anteriores e tire as suas conclusões.

Caso 2): Sistema subamortecido:

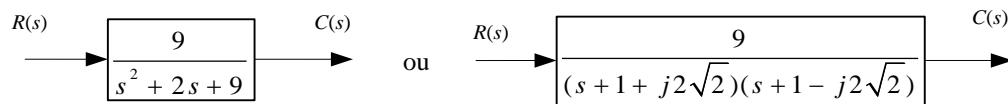


Figura 3: Sistema de segunda ordem subamortecido

Utilizando Matlab simular a resposta ao degrau unitário e a partir do gráfico determinar os parâmetros de tempo de subida T_r , tempo de assentamento T_s e tempo de pico T_p .

Caso 3): Sistema sem amortecimento:

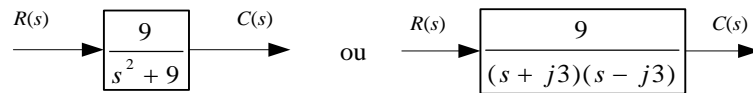


Figura 4: Sistema de segunda ordem sem amortecimento

Utilizando Matlab simular a resposta ao degrau unitário. Comente com relação aos parâmetros de tempo de subida T_r , tempo de pico T_p e tempo de assentamento T_s .

Caso 4): Sistema criticamente amortecido:

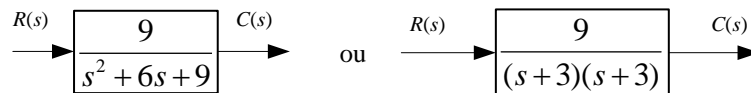


Figura 5: Sistema de segunda ordem criticamente amortecimento

Utilizando Matlab simular a resposta ao degrau unitário e a partir do gráfico determinar os parâmetros de tempo de subida T_r e tempo de assentamento T_s .

3. Exercícios

Exercício 1 - Considere os sistemas apresentados na **Fig 6**.

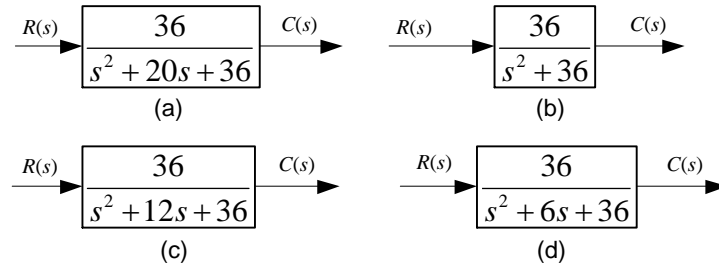


Figura 6: Sistemas de segunda ordem para análise.

- I. Implemente os 4 sistemas da **Fig. 6** no **MATLAB** e obtenha, num mesmo gráfico, suas respostas para uma entrada tipo degrau unitário.
- II. Determine os polos de cada sistema (usar o comando “pzmap” do Matlab), e identifique a qual caso de amortecimento descrito anteriormente corresponde cada sistema (justifique a sua resposta).
- III. Para o sistema subamortecido adicione um polo real em -4 e estime se a resposta transitória será afetada significativamente (justifique a sua resposta). Apresentar num mesmo gráfico as respostas dos dois sistemas anteriores para verificação.
- IV. O sistema superamortecido aproximar por um sistema de primeira ordem. Apresentar num mesmo gráfico a resposta dos dois sistemas e comentar sobre a validade da aproximação.

Exercício 2 – Para os sistemas da **Fig 7**. Implemente-os no Matlab e obtenha suas respostas (em malha aberta) para uma entrada tipo degrau unitário.

$$G_1(s) = \frac{34}{s^2 + 10s + 34}$$

$$G_2(s) = \frac{61}{s^2 + 10s + 61}$$

$$G_3(s) = \frac{106}{s^2 + 10s + 106}$$

Figura 7: Sistemas para análise.

- a) Usando o comando “pzmap” do Matlab, determine a posição dos polos para cada um dos sistemas. Mostre, num mesmo gráfico, a localização dos polos para os três sistemas e observe que todos os polos têm partes reais σ iguais.
- b) Obtenha o tempo de assentamento de forma **experimental** e **teórica** ($T_s = 4/(\zeta\omega_n)$) para cada um dos sistemas e compare os resultados. Observe que o resultado teórico é exatamente o mesmo para os três sistemas, pois o produto $\zeta\omega_n$ (parte real dos polos) não muda, mas que os resultados experimentais não são iguais. **Justifique!!!**
- c) Considerando que o tempo de assentamento teórico mais próximo do experimental seja

$$T_s = \frac{-\ln(0,02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \quad (\text{conforme deduzido em sala de aula}). \text{ Calcular os tempos de}$$

assentamento com esta última fórmula e comparar com os resultados experimentais. Existe a chance destes tempos calculados serem menores aos tempos de assentamento obtido experimentalmente? Justifique a sua resposta.

Exercício 3 - Sejam os sistemas da **Fig 8**. Implemente-os no Matlab e obtenha suas respostas (em malha aberta) para uma entrada tipo degrau unitário.

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 2} \quad G_2(s) = \frac{8}{s^2 + 4s + 8} \quad G_3(s) = \frac{18}{s^2 + 6s + 18}$$

Figura 8: Sistemas para análise.

- Usando o comando “pzmap” do Matlab, verifique a posição dos polos para cada um dos sistemas. Mostre, num mesmo gráfico, a localização dos polos para os três sistemas e observe que todos os polos estão sobre a reta que faz um ângulo $\beta=45^\circ$ em relação ao eixo negativo de σ .
- Determine os valores de %UP experimental para os três sistemas, comentando os resultados com base na localização dos polos.
- Determine o tempo de assentamento T_s e tempo de pico T_p para os três sistemas, comentando os resultados com base na localização dos polos.

Exercício 4 – Na **Fig. 9** apresenta-se a resposta de um sistema real quando foi aplicada uma entrada em degrau de amplitude 40.



Figura 9: Resposta ao degrau para um sistema de segunda ordem.

Determine uma função de transferência que represente o modelo matemático deste sistema. Utilize o Matlab ou Simulink para simular a resposta do sistema encontrado e verifique se esta resposta é igual à resposta mostrada.