Campus Pato Branco

Alunos:	**Nota:**
1 -	
2 -	
3 -	
4 -	**Data:**

Encontro 1 – parte A

Representação de modelos de sistemas no Matlab/Simulink.

1. Objetivo:

Representar e verificar os modelos matemáticos de sistemas de controle utilizando a ferramenta computacional Matlab/Simulink.

Os modelos matemáticos serão representados no *domínio da frequência* (*Laplace*) e *domínio do tempo* (*Espaço de Estados*).

2. Modelos matemáticos no domínio da frequência.

O modelo matemático no domínio da frequência é a **<u>Função de Transferência</u>**, a qual relaciona a entrada e saída do sistema.

A maior parte dos sistemas reais possuem características de entrada/saída não-lineares, mas diversos sistemas, quando operados dentro de parâmetros nominais, têm um comportamento que é tão próximo de um comportamento linear que a teoria de sistemas lineares invariantes no tempo é uma representação aceitável do comportamento de sua entrada e saída. Esta representação é através da função de transferência descrita da forma a seguir:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

Onde $C(s)$ é a saída e $R(s)$ é a entrada do sistema.

Exemplo 1: Seja o sistema apresentado na **Fig. 1**.

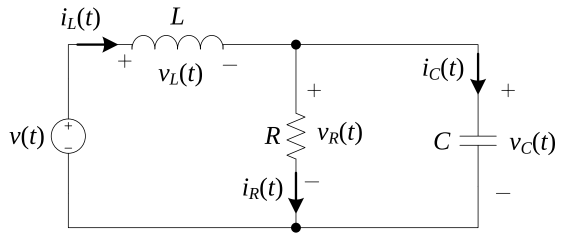


Fig 1. Sistema para análise

Considerando como saída a corrente $i_R(t)$ e como entrada a fonte de tensão $v(t)$. O modelo matemático está dado por:

$$\frac{I_R(s)}{V(s)} = G(s) = \frac{\frac{1}{RLC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

Para o caso específico quando R= 1kΩ, L=10H e C= 10μF, tem-se:

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 100s + 10000}$$

<u>Representação no ***Matlab***</u>:

O código será:

```
clc;                        %limpa a tela
clear all;                  %apaga a memória de variáveis
close all;                  %fecha as figuras abertas
s = tf('s');                %define o operador s para TF
Gs = 10/(s^2+100*s+10000)   %define a função de transferência
step(Gs)                    %verificação da resposta para entrada degrau
```

Forma alternativa de representação:

```
clc;                        %limpa a tela
clear all;                  %apaga a memória de variáveis
close all;                  %fecha as figuras abertas
num = [10];                 %polinômio do numerador
den = [1 100 10000];        %polinômio do denominador
Gs = tf(num,den);           %define a função de transferência
step(Gs)                    %verificação da resposta para entrada degrau
```

Apenas para efeitos de verificação na **Fig. 2** apresenta-se a resposta do sistema quando perturbado por uma entrada degrau unitário (`step(Gs)`):

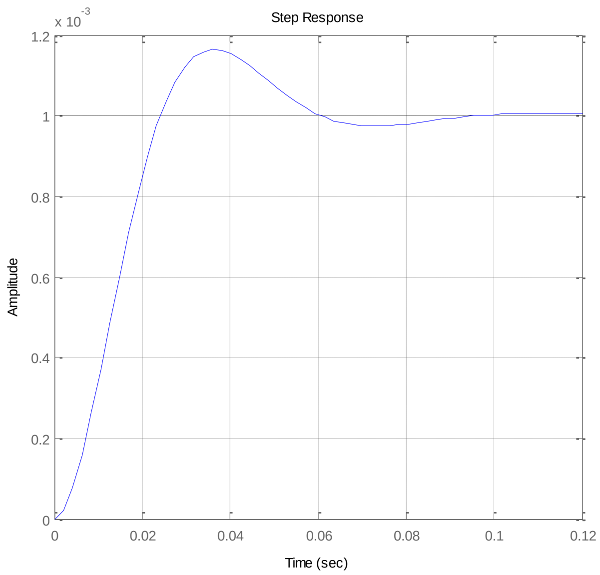


Fig 2. Resposta do sistema para entrada degrau - Matlab

Representação no ***Simulink***:

O diagrama de blocos no Simulink será conforme mostrado na **Fig 3**.

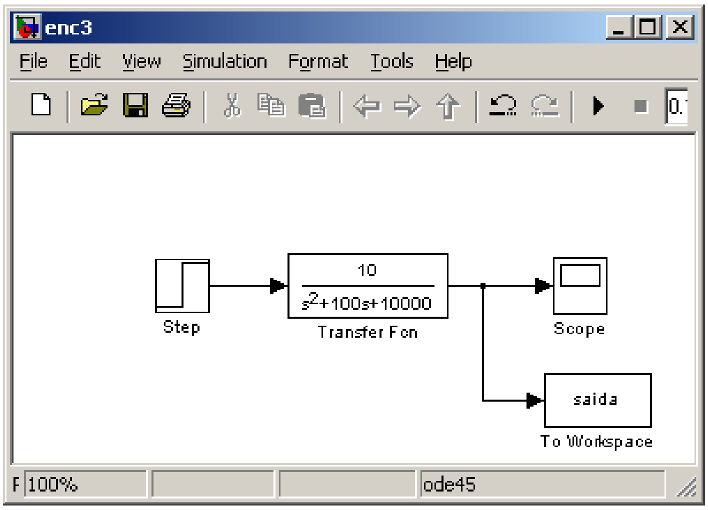
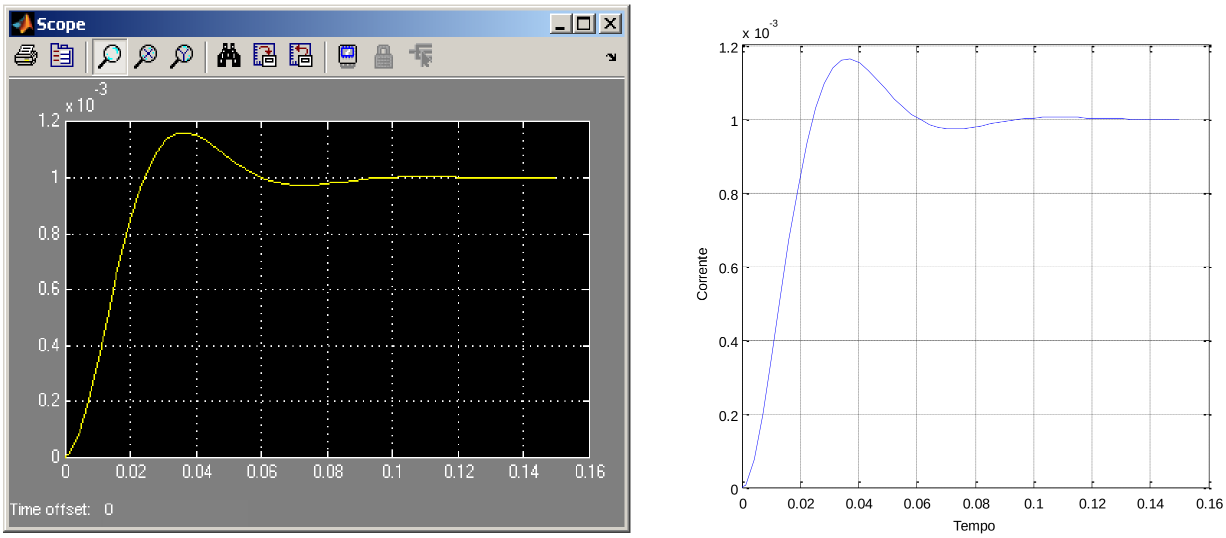


Fig 3. Diagrama de blocos da representação do modelo do sistema - Simulink

A resposta do sistema para uma entrada degrau unitário apresenta-se na **Fig 4**.



(a) (b)

Fig 4. Resposta do sistema para entrada degrau - Simulink

A **Fig. 4(a)** representa o resultado do bloco "Scope" e a **Fig. 4(b)** do bloco "To Workspace".

Observa-se que a resposta do sistema nos dois casos (**Fig. 2** e **Fig. 4**) coincidem.

3. Modelos matemáticos no domínio do tempo.

O modelo matemático no domínio do tempo é o **Espaço de Estados**.

O espaço de estados está dado pela seguinte forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

Onde:

x	Vetor de variáveis de estado $(n \times 1)$
$\dot{x}$	Vetor das derivadas em relação ao tempo das variáveis de estado$(n \times 1)$
u	Vetor de entradas ou de controle $(p \times 1)$
y	Vetor de saídas $(q \times 1)$
A	Matriz do sistema $(n \times n)$
B	Matriz de entradas $(n \times p)$
C	Matriz de saídas $(q \times n)$
D	Matriz de realimentação $(p \times q)$

Para o sistema apresentado na **Fig. 1**. O modelo matemático no domínio do tempo será:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$
$$\begin{bmatrix} i_R(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} v(t)$$

Para o mesmo caso especifico do anterior quando R= 1kΩ, L=10H e C= 10µF, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0,1 \\ 100000 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$
$$\begin{bmatrix} i_R(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} v(t)$$

Representação no ***Matlab***:

O código será:

```
clc;                       %limpa a tela
clear all;                 %apaga a memória de variáveis
close all;                 %fecha as figuras abertas
A=[0 -0.1; 1e5 -100];      %cria a matriz A
B=[0.1; 0];                %cria a matriz B
C=[0 0.001];               %cria a matriz C
D= 0;                      %cria a matriz D
F=ss(A,B,C,D)              %cria uma classe de dados do tipo espaço de estados.
step(F);                   %verificação da resposta para entrada degrau
```

O resultado será apresentado conforme segue:

```
a =
             x1      x2
   x1         0    -0.1
   x2   1e+005    -100

b =
         u1
   x1   0.1
   x2     0

c =
            x1      x2
   y1        0   0.001

d =
        u1
   y1    0

Continuous-time model.
```

Apenas para efeitos de verificação na **Fig. 5** apresenta-se a resposta do sistema quando perturbado por uma entrada degrau unitário (`step(F)`):

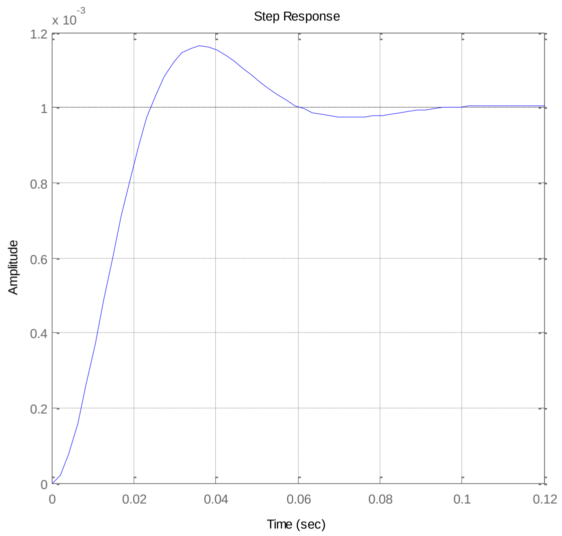


Fig 5. Resposta do sistema para entrada degrau - Matlab

<u>Representação no ***Simulink***</u>:

O diagrama de blocos no Simulink poderá ser desenvolvida de forma compacta mostrado na **Fig 6**., semi-compacta (**Fig 7**.), ou de forma expandida conforme **Fig 8**.

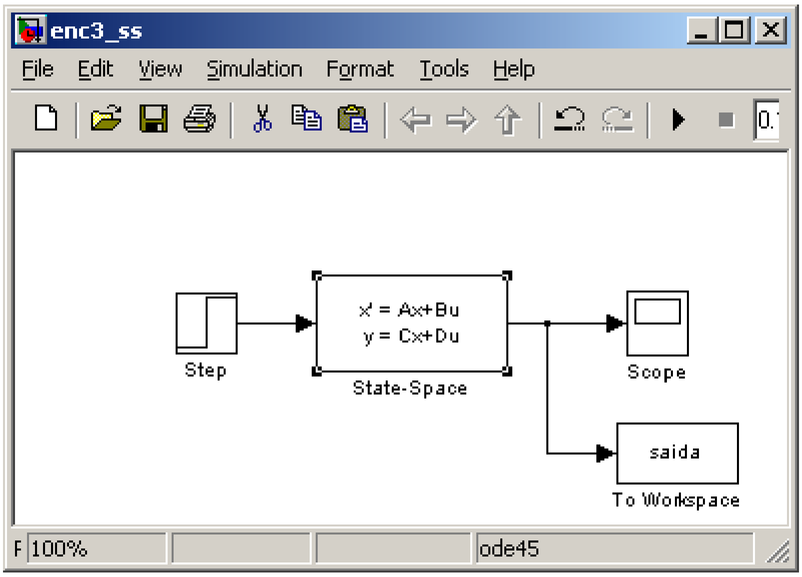


Fig 6. Diagrama de blocos compacto da representação do modelo do sistema – Simulink

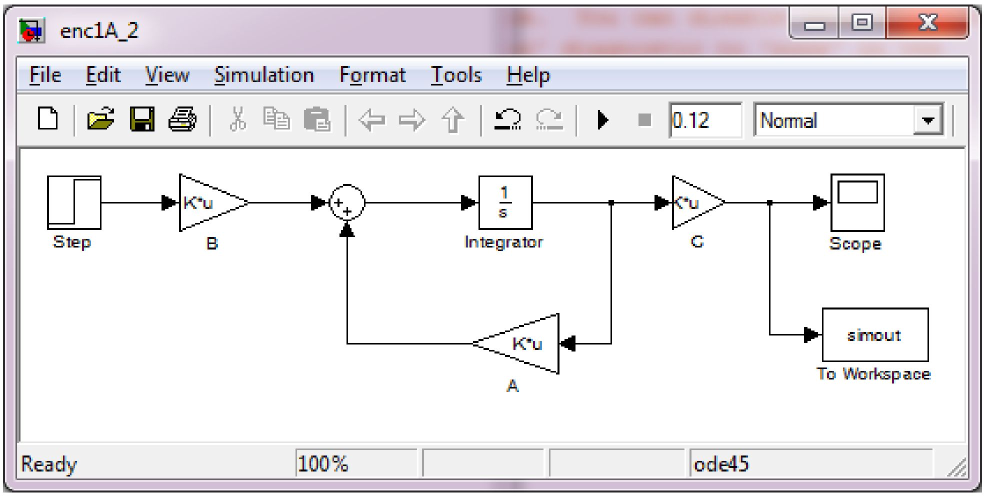


Fig 7. Diagrama de blocos semi-compacto da representação do modelo do sistema – Simulink

Onde A, B e C são as matrizes conforme colocado nas variáveis do Matlab.

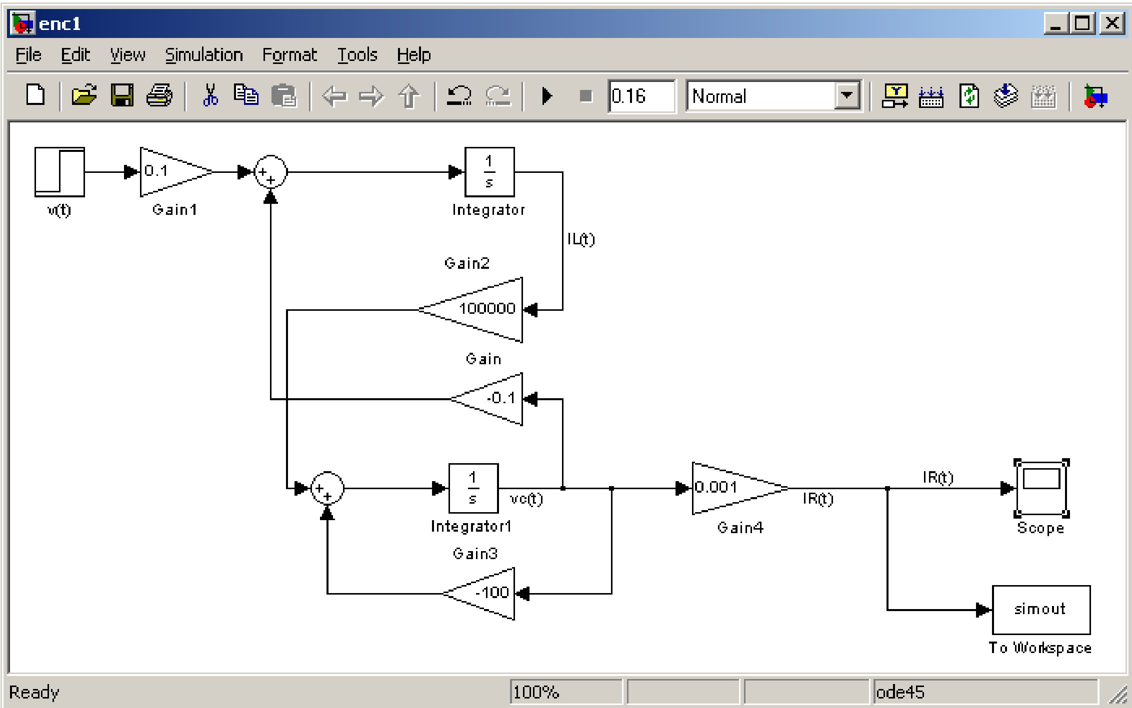
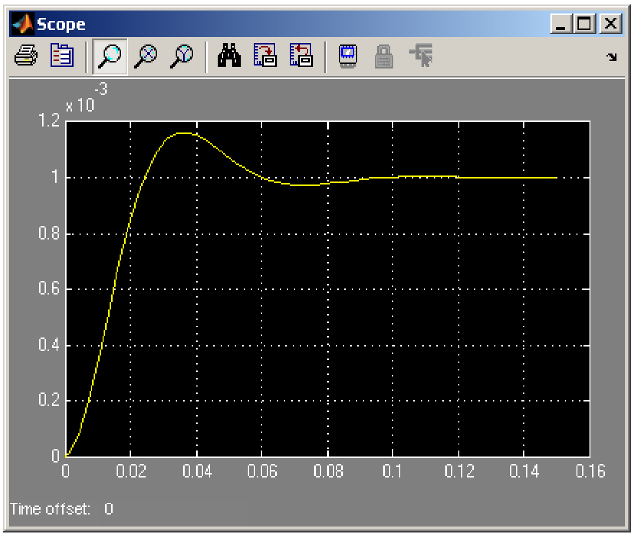
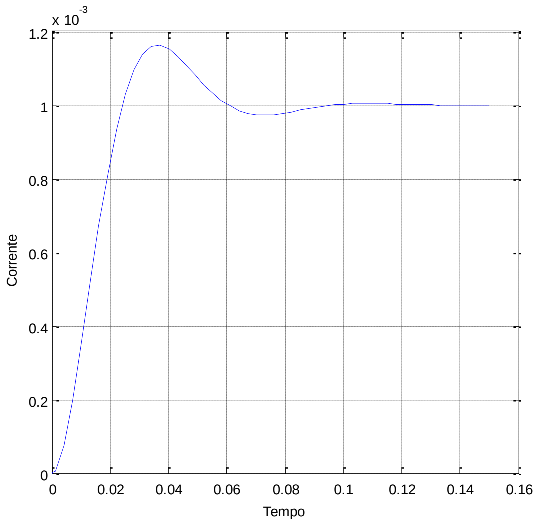


Fig 8. Diagrama de blocos expandido da representação do modelo do sistema - Simulink

A resposta do sistema para uma entrada degrau unitário apresenta-se na **Fig 9**.



(a)



(b)

Fig 9. Resposta do sistema para entrada degrau - Simulink

A **Fig. 9(a)** representa o resultado do bloco “Scope” e a **Fig. 9(b)** do bloco “To Workspace”.

Observa-se que a resposta do sistema em todos os casos (**Fig.** 2, **Fig.** 4 e **Fig**. 9) coincidem.

4. Exercício.

Seja o sistema apresentado na **Fig. 10**, com entrada a fonte de corrente $i_i(t)$ e saída a corrente $i_o(t)$

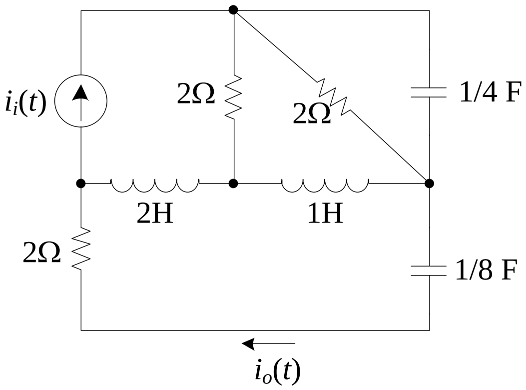


Fig 10. Sistema para análise do exercício.

a) Determinar o modelo do sistema no domínio da frequência. (apresentar cálculos)
b) Determinar o modelo do sistema no domínio do tempo. (apresentar cálculos - não fazer a transformação direta da função de transferência)
c) Representar e graficar os modelos obtidos no Matlab para uma entrada degrau unitário. (apresentar código e gráficos do matlab)
d) Representar e graficar os modelos obtidos no Simulink para uma entrada degrau unitário. Para o modelo no espaço de estados apresentar a forma compacta e expandida de implementação.