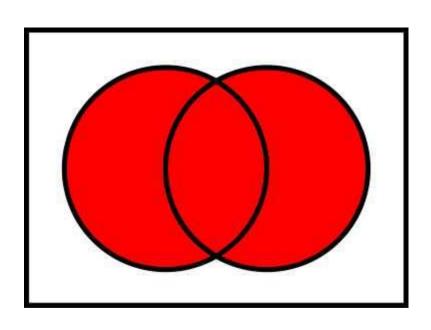
XOR(Exclusive or)

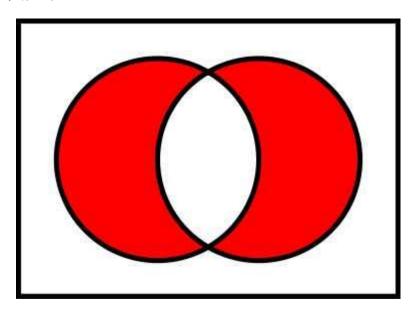
异或是 Z₂ 群的加法运算,满足加法结合律和交换律.

exclusive 有一个意思是『排外的』。如果我们说 A 和 B 是『mutually exclusive』,那就是说 A 和 B 互不相容,互相排斥。回想一下『或』这个词在数学里的意思——『一个元素在集合 A 或集合 B 里』往往意味着『它只在 A 里』、『它只在 B 里』、『它在 A 和 B 的交集里』这三种情况中的一种。

『或』的维恩图如下

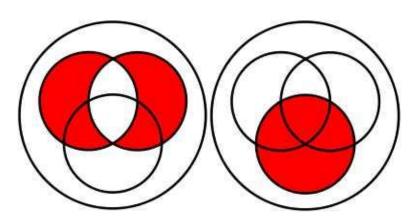


『异或』则不同,不允许『共存』的情况,因为是 exclusive 的,所以维恩图如下:

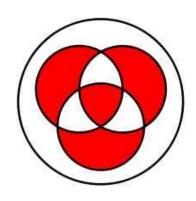


那三个圈的维恩图是什么样的呢?

在两个圈的基础上加上一个圈:



异或一下,得到:



在维恩图中,当我们用一个新的圈来异或已有的圈,我们相当于是在做『反色』操作。所以, 异或操作是交换且结合的. 关于 a^b^a=b,即 异或 是 异或 的逆运算。

假设有两个数 A=a 和 B=b, 我们要不依靠第三个变量交换它们。首先把 B加到 A上。

A = A + B = a + b

然后 A 现在就是 a 和 b 的和。B 仍然是 b。所以我们现在要让 B 变为 a 就是 B = A - B = a+b-b=a. 然后我们让 A 变成 b,

A = A-B=a+b-a=b

那么我们用二进制的性质。

下面举例子:(数字后的 b 表示这是个二进制数)

A = 1101b B = 1011b

然后我们按照下面的规则分别对每一位做加法:

1+0=1 0+1=1 0+0=0 如果有进位,我们就不要了:1+1=0 我们把这个运算用 "^" 符号表示。

和上面步骤一样: 先求 "和"

A=A^B=1101b^1011b=0110b

然后我们要算上面的"和""减"B的值来得到原来 a 的值。减是上面的"^"的逆运算,那么就是:

1-0=1 1-1=0 0-0=0 同时我们规定,减法的借位也不需要:

0-1=1

然后我们继续来算:

B=A^B=0110b^1011b=1101b

A=A^B=0110b^1101b=1011b

和上面的利用加法的交换原理是一样的。

我们现在再来看我们刚才定义的"^"运算:

 $0^0=0$

 $0^1 = 1$

 $1^0 = 1$

 $1^1 = 0$

这就是异或。

不用算术运算符实现两个数的加法(按位异或)

对于二进制的加法运算,若不考虑进位,则

1+1=0,1+0=1,0+1=1,0+0=0,通过对比异或,不难发现,此方 法与异或运算类似。因而排除进位,加法可用异或来实现。

然后考虑进位,0+0 进位为0,1+0 进位为0,0+1 进位为0,1+1 进位为1,该操作与位运算的&操作相似。

那么加法运算可以这样实现:

- 1) 先不考虑进位,按位计算各位累加(用异或实现),得到值a;
- 2)然后再考虑进位,并将进位的值**左移**,得值 b,若 b 为 0,则 a 就是加法运算的结果,若 b 不为 0,则 a+b 即得结果(递归调用该函数)。

```
1 int bitAdd(int a, int b)
2 {
3     if(b==0)
4         return a;
5     int sum = a^b;
6     int carry =(a&b)<<1;
7     return bitAdd(sum, carry);
8 }</pre>
```

题目

给定正整数 X, Y,询问满足 a+b=X 且 a^b=Y 的数对 (a,b)(a<=b)中, a 最小的情况;

输出该情况下的 a 值并输出总情况数。

如果不存在这样的数对 , 输出 No solution.

多组数据。

对于 100%的数据, 满足数据组 t<=100000;X,Y<=1e18.

样例:

Input:

3

7 7

4 2

9 7

Output:

04

No Solution

Sol:

考虑到 a+b=a^b(不考虑进位)+(a&b)<<1 (考虑进位)。

所以设 Z = (X-Y) >> 1。

则(a&b) = Z;

则最小的 a 值为 Z.

考虑(a^b) = Y,则对于Y的二进制,用加法实现异或,只要Y的首位1分给 b,则之后可任意分配1,又考虑到Y为0时只有一种情况,所以总情况数为 $2^{\max(0,bit\ (1)\ count(Y)-1)}$

考虑 No solution 的情况,即 (x-y) < 0 或 (x-y)为奇数 或 Z&Y不为 0 (考虑加法 与 异或 的关系)。