

光衍射的定量研究

王崇斌 1800011716

1 数据处理

1.1 单缝衍射

首先给出单缝衍射时的数据信息，选择单缝 III-7；狭缝位置 28.00cm，光探测器位置 93.90cm，同时还要考虑真实的探测器与底座之间的距离 4mm，这样可以计算得到狭缝到探测器的距离 $d = 663 \text{ mm}$ 。我们首先给出单缝衍射实验原始数据所画出的图形，并且使用衍射一级斑光强极大值与零级斑光强最大值出现的位置粗略计算出狭缝的宽度。

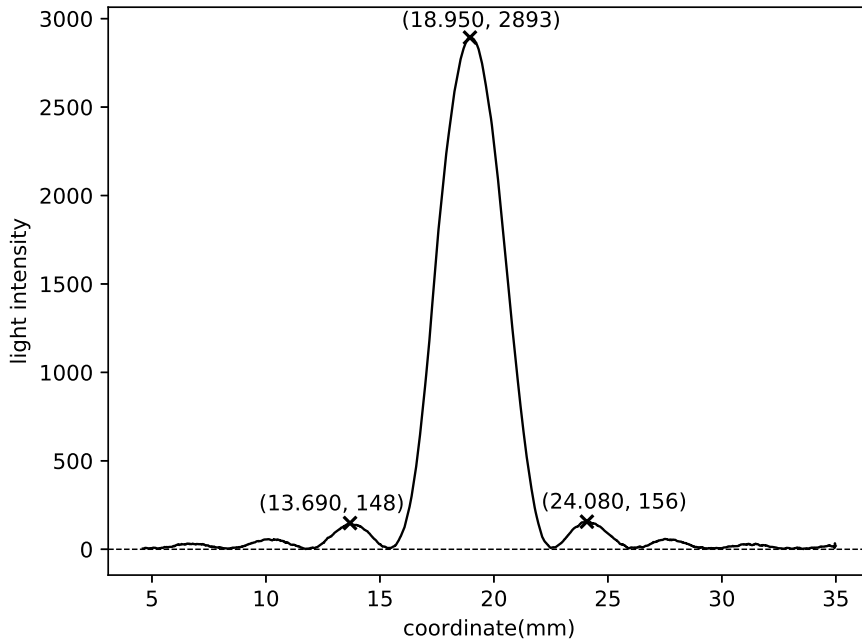


图 1: 单缝衍射的光强随探测器位置分布的原始数据图

图中标出了测得的零级斑的最大光强 I_0 、两个一级斑光强 I_1, I_2 以及出现的位置。根据单缝衍射的公式：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad u = \pi a \frac{\sin \theta}{\lambda} \quad (1)$$

公式中 a 为狭缝宽度， θ 为衍射图样相对于衍射屏的张角。由上述公式经过求导可得到一级斑的光强极大值出现在：

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \pm 1.43 \frac{\lambda}{a} \\ \sin \theta &\approx \frac{24.080 - 13.690}{2 \times 663} = 7.84 \times 10^{-3} \\ a &= 1.43 \frac{\lambda}{\sin \theta} = 1.43 \times \frac{632.8}{7.84} \mu\text{m} = 115 \mu\text{m} \end{aligned}$$

下面使用拟合的方式来计算 a ，即将公式 (1) 中的 a 当作参数，同时考虑到光强的测量由一定的不确定性，考虑 I_0 也为参数，使用 python 的 `scipy.optimize.curve_fit` 进行最小二乘拟合，得到拟合后的参数： $a = 114.5\mu\text{m}$, $I_0 = 2939$

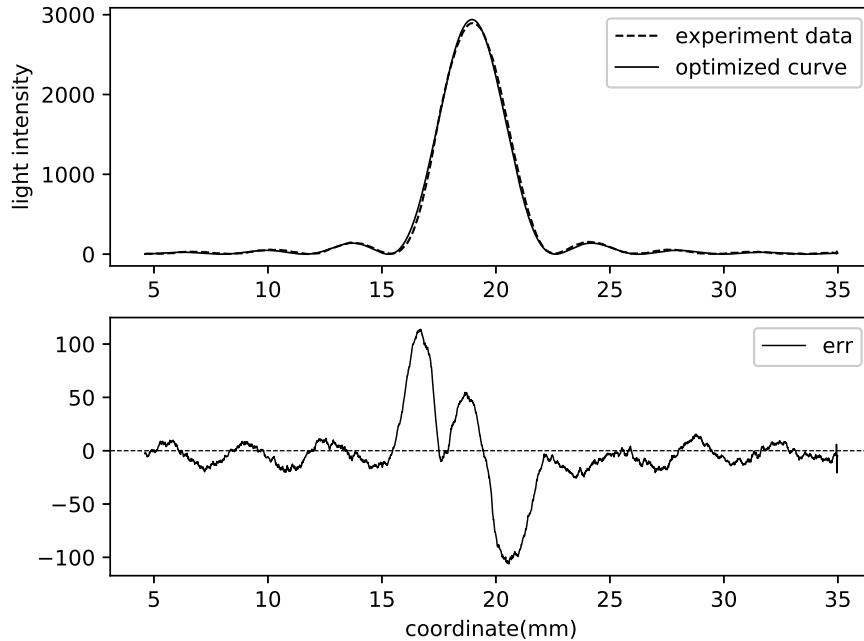


图 2: (1) 拟合曲线与实验曲线的对比 (2) 残差图

从图上可以看出，在整个测量区域内实验数据与理论相当一致。从残差图上可以进一步看出，在中间光强较大的位置理论与实际出现了较大的偏差，尤其是在中部光强较大的地方。进一步观察偏差的特点，发现并不是光强的绝对值较大就会有更大的绝对偏差，最大的偏差出现在光强曲线导数绝对值最大的地方，这里给出一个可能的猜测：探测器在测量时光强测量与距离测量不是同步的，可能会有微小的时间差，如果光强测量相对于距离测量有一定的延迟，那么就会出现实验中那样在光强增大时测量值小于理论值、光强减小时测量值大于理论值的情况。

1.2 双缝衍射

首先给出相关数据。探测器底座位置 93.90cm，狭缝位置 28.50cm，探测器距离底座的距离 4.0mm。可以得衍射屏与探测器之间的距离为 658mm。首先给出实验数据所绘制的衍射光强随探测器位置的分布。

从图中我们就可以看出双缝衍射与单缝衍射的明显差异，光强分布图中的峰变多了，也变得更加细锐，这正是多缝衍射的特点之一。最高峰出现在 33.850mm 处。

这次我们采用直接拟合的方法来确定相关的参数，首先给出理论公式：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2, \quad u = \pi a \frac{\sin \theta}{\lambda}, \quad \beta = \pi d \frac{\sin \theta}{\lambda} \quad (2)$$

上式中 N 应取值 2，将 I_0 , a , d 当作参数，使用 python 的 `scipy.optimize.curve_fit` 进行最小二乘拟合 (这里必须将光强作为一个参数，因为测出的极强光强并不是 I_0) 得到拟合后的参数： $a = 41.8\mu\text{m}$, $91.2\mu\text{m}$ 。

从残差图中可以看出，与理论的偏差依然明显体现在曲线导数较大的地方，除了主极大外，其余峰谷两者相差并不明显。

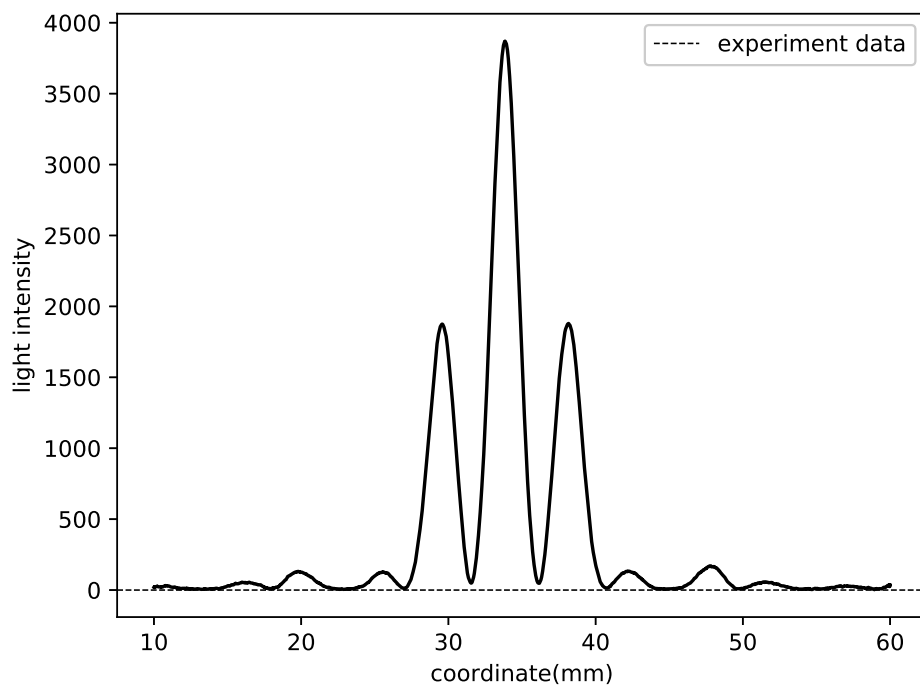


图 3: 双缝衍射光强随距离分布的原始数据

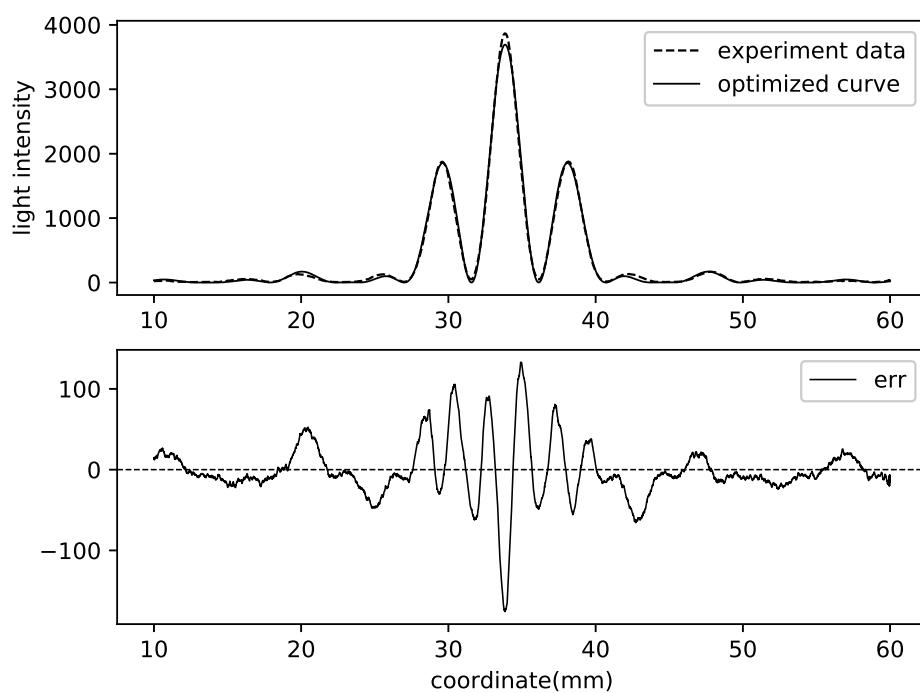


图 4: (1) 实验曲线与拟合曲线的对比 (2) 残差图

1.3 三缝衍射

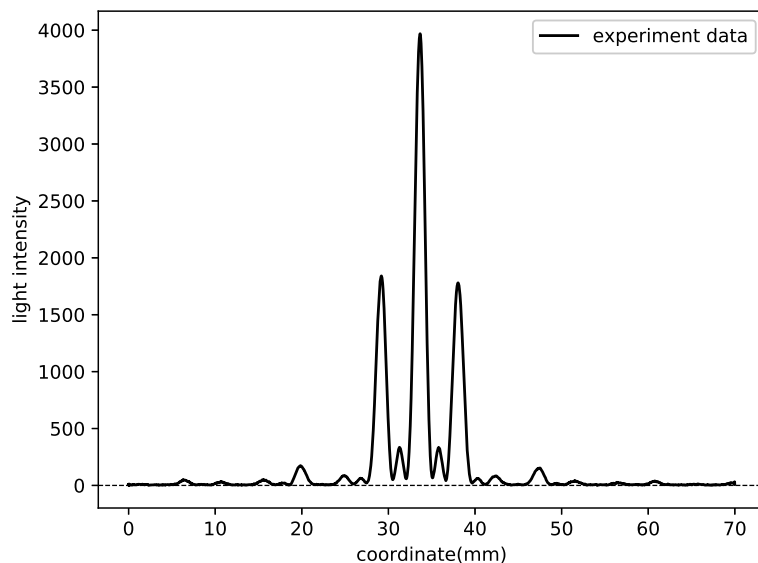


图 5: 三缝衍射光强随位置的分布图

。

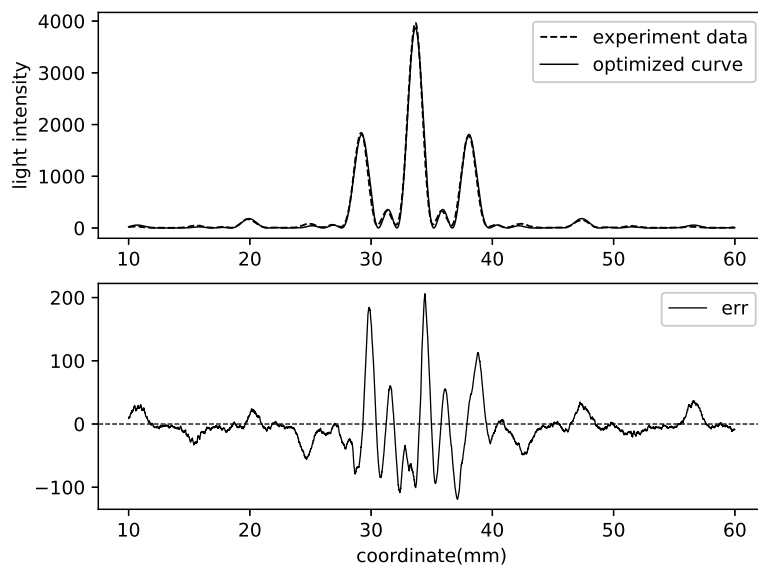


图 6: (1) 拟合曲线与实验曲线的对比 (2) 残差图

首先给出相关数据。探测器底座位置 93.90cm，狭缝位置 28.70cm，探测器与底座之间距离 4mm，可以得到 656nm。首先给出实验数据所绘制的衍射光强随探测器位置的分布。与双缝相比较可以看到，随着缝变多，光的能量开始向一些特定的点集中。

我们可以利用同样的公式 (2) 将里面的参数 N 改为 3，继续使用相同的方法进行拟合，可以得到参数： $a = 42.8 \mu\text{m}$, $d = 91.2 \mu\text{m}$ 。

从残差图上依然可以看出偏差有着与之前叙述相同的特点。

1.3.1 其他衍射屏的衍射图样

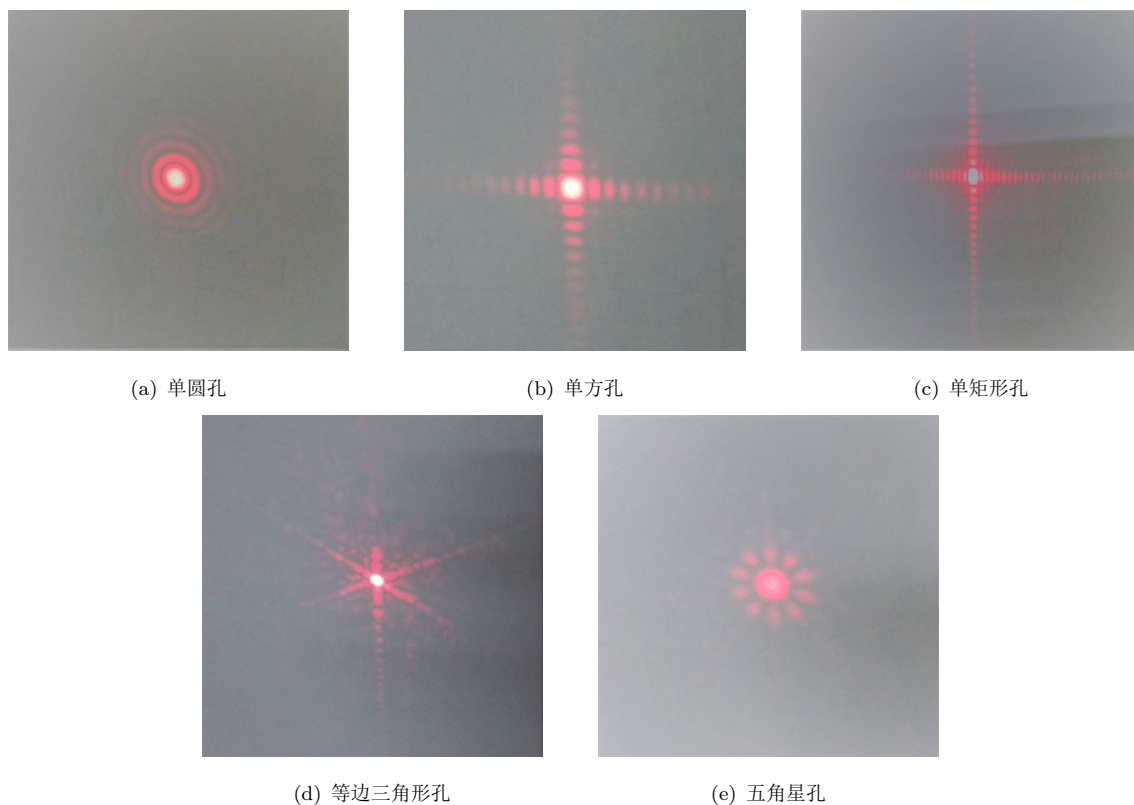


图 7: 单孔的衍射

从上图可以看出，衍射图样与光屏形状有着明显的依赖关系，从某种程度上反映了衍射屏的对称性，使得我们可以通过衍射图样来了解有关衍射屏的信息。

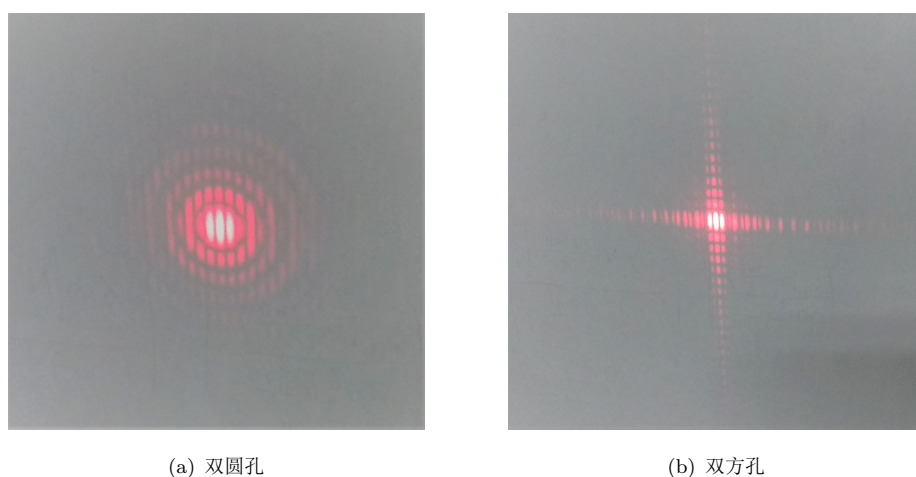
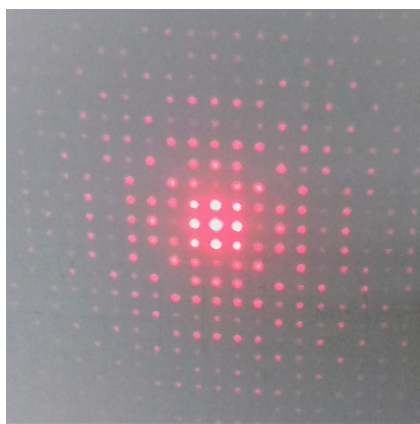


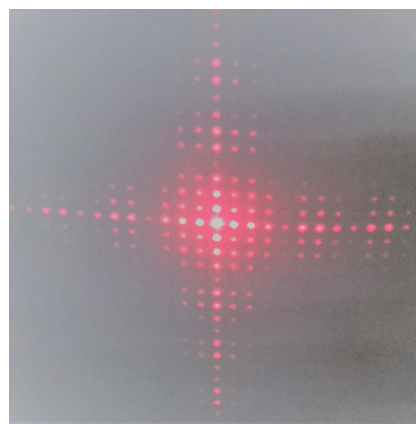
图 8: 双孔的衍射

双孔的衍射与单孔有着很明显的区别，出现了干涉条纹与更加精细的结构。

从图 9，图 10 与之前的衍射图样对比可知，当衍射单元增加时，衍射条纹开始变得细锐与丰富；从图中很容易可以看出方阵与密排的区别，那么可以得出结论，衍射图样不仅反映衍射单元的对称性，同时反映了单元排布的对称性。方阵排布的衍射屏对应的衍射图样就具有 4 重对称性，而平面密排一定是按照平面密置单层的硬球那样，具有 6 重对称性，这同样也反映到了衍射图样中。

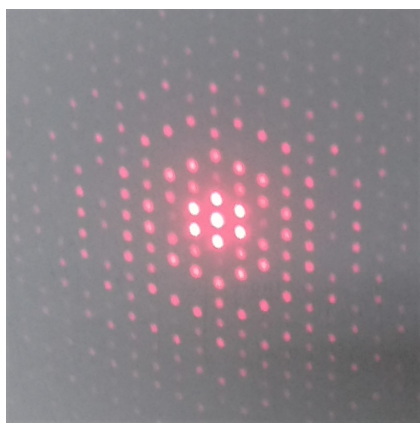


(a) 圆孔方阵

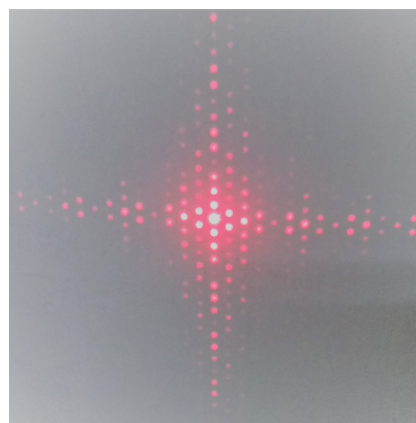


(b) 方孔方阵

图 9: 衍射单元排成方阵的衍射



(a) 圆孔密排



(b) 方孔密排

图 10: 衍射单元密排的衍射

2 分析与讨论

夫琅禾费衍射图样与衍射屏结构之间的关系 考察由夫琅禾费衍射的定义装置导出的衍射场复振幅的表达式:

$$\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = \tilde{P} \cdot \iint \tilde{t}(x, y) \cdot e^{-ik(\sin \theta_1 x + \sin \theta_2 y)} dx dy$$

$$\tilde{P} = \frac{-iA_1}{\lambda r_0} e^{ir_0(\theta_1, \theta_2)}$$

其中 $\tilde{t}(x, y)$ 是衍射屏的透射函数, 是振幅与相位透射函数的乘积, 若考虑屏的衍射, 其应该是一个振幅型透射函数, 透光部分取值为 1, 不透光部分取值为零。由于夫琅禾费衍射场的性质, 衍射积分中只有一次的相位因子, 从数学上看在不考虑积分前部分的 \tilde{P} (这是一个模为常数的因子) 时, 表达式相当于是对于屏函数 $\tilde{t}(x, y)$ 的傅里叶变换。如果要讨论光强, 那么就相当于 $|\tilde{U}|^2$ 只需要用 $|\tilde{P}|^2$ 乘上屏函数傅里叶变换的模的平方即可。因此夫琅禾费衍射本质上是衍射屏函数的一个积分变换。

有关曲线拟合的一点讨论 在拟合前面多缝衍射的光强分布曲线时, 遇到了一些小问题, 这引起了对于使用软件拟合实验曲线的一些思考。前面拟合的函数, 由于分母上可能为零, 所以并不是每个点都有定义 (每个点的函数值极限均存在, 因此表达式本身有意义, 但是拟合时是逐点计算, 可能会出现分母为零的情况), 因此严格按照实验数据拟合必然会出现程序报错的情况。考虑到这样的没有定义的点只有一个, 光强最大值必然对应函数的奇异点, 再考虑到探测器是以 0.01mm 为单位进行扫描, 我们只需要在拟合时微小地改变一下参与拟合的数据, 即把最大值的横坐标改动很小的值, 这样就可以避免 0 的出现, 同时对于整个曲线的形状几乎没有影响 (试过在一定范围内改动值, 对于图像和残差图均无可见的影响, 还有这可不是篡改实验数据)。

3 收获与感想

感想就是实验挺有意思的, 实验报告费了我很大的功夫, 收获就是实验报告在费了很大功夫的同时, 我的数据处理能力有所提高。