网球拍定理

维基百科,自由的百科全书

网球拍定理或者**中间轴定理**,是经典力学中描述自由刚体运动时<u>欧拉方程</u>的解,该刚体可以绕三个不同的主轴旋转,并且三个转动惯量互不相等。因为该现象由俄罗斯宇航员弗拉基米尔·扎尼别科夫于1985年在太空中发现,所以又称作扎尼别科夫效应。[1] 1991年的一篇论文解释了该效应。[2]

该定理可以用如下实验来描述:刚体绕居中的主轴转动时,转动很快就变得不稳定,而绕另外两根轴旋转则比较规则。^[3] 现在用下面的实验来解释:握住拍柄使得拍面水平,然后释放球拍,这时将不容易接住球拍,因为拍面会翻转。相应的,如果双手去搓拍柄,然后释放球拍,将很容易接住;还可以使拍面与地面垂直,释放后也将比较容易接住。



播放媒体

來源: NASA

事实上,该实验可以用任意有三个不同转动惯量的物体来实现,例如书本或者电视遥控器。只要旋转轴稍微与第二主轴不同,该现象就会发生,不依赖于空气阻力或者重力。

数学描述

自由转动时, 欧拉方程的形式为

$$I_1\dot{\omega}_1 = (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3\tag{1}$$

$$I_2\dot{\omega}_2 = (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \tag{2}$$

$$I_3\dot{\omega}_3 = (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 \tag{3}$$

这里, I_1,I_2,I_3 为三个转动惯量,并假设 $I_1>I_2>I_3$ 。 $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ 为三个相应的角速度, $\dot{\omega}_1,\dot{\omega}_2,\dot{\omega}_3$ 为其时间导数。

现在研究绕主轴1旋转的情况,要确定平衡状态的性质,可以假设另外两个初始角速度都非常小,从而 $\dot{\omega}_1$ 也非常小,所以 ω_1 与时间的关系可以忽略掉。

然后对方程(2)求导,并把 $\dot{\omega}_3$ 到代入其中,从而有

$$I_2I_3\ddot{\omega}_2=(I_3-I_1)(I_1-I_2)(\omega_1)^2\omega_2$$

值得一提的是,注意,现在 $ω_2$ 的符号发生了变化,所以绕着这根轴旋转是稳定的。

对于 I_3 也是类似的原因,也是稳定的。

现在将一样的分析应用到 I_2 上,这一次是 $\dot{\omega}_2$ 非常小, ω_2 与时间的关系可以忽略。

对方程(1)求导,并把 $\dot{\omega}_3$ 到代入其中,从而有

$$I_1I_3\ddot{\omega}_1=(I_2-I_3)(I_1-I_2)(\omega_2)^2\omega_1$$

注意, ω_1 的符号保持不变(角速度会增长),所以绕主轴2旋转*不稳定*。因此,一个很小的扰动就会使物体发生"翻转"。

参考文献

- 1. <u>Эффект Джанибекова Форумы CNews</u>. live.cnews.ru. [2016-03-26]. (<u>原始内容</u>存档于2016-08-16). (俄文)
- 2. Mark S. Ashbaugh, Carmen C. Chicone and Richard H. Cushman (1991).
- 3. https://www.youtube.com/watch?v=0ns5yfwAP2U

取自"https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=网球拍定理&oldid=53502449"

本页面最后修订于2019年3月9日 (星期六) 03:39。

本站的全部文字在<u>知识共享署名-相同方式共享3.0协议</u>之条款下提供,附加条款亦可能应用。(请参阅<u>使用条款</u>) Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标;维基™是维基媒体基金会的商标。 维基媒体基金会是按美国国内税收法501(c)(3)登记的<u>非营利慈善机构</u>。