最小化目标函数思考

在1.最小二乘路径求解A.md中我们选择在起始点均匀插入`SIZE`个路径点作为初始值

由于初始路径序列经过障碍区域，所以该序列本身并不是较优秀的结果

那思考下，基于目标函数，可能的最优路径序列是什么？

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n+1}\left[(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2\right]+\lambda\sum_{i=0}^{n+1}\max\left(0,Safe\_Dis-d_i\right)^2\right\}$$

- 首先路径长度一定会产生`cost`，最小值即为起点连接目标点的长度
- 其次只要路径点在障碍区域外，障碍便不会产生`cost`

所以最优状态有以下两个特点

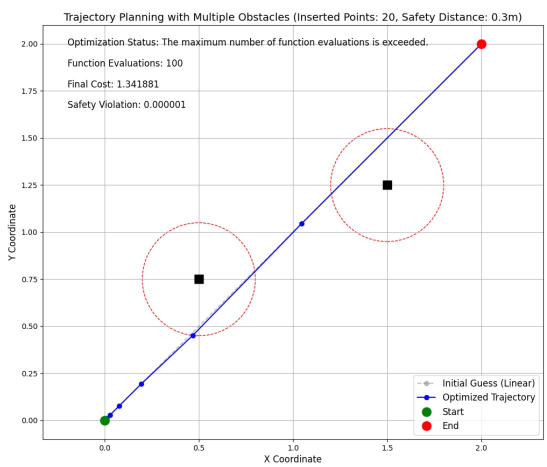
- 路径点在起点和目标点连接的线段上
- 路径点不在障碍范围内

所有，我把`SIZE`个点均放在起点或者终点，这样是不是最优呢？

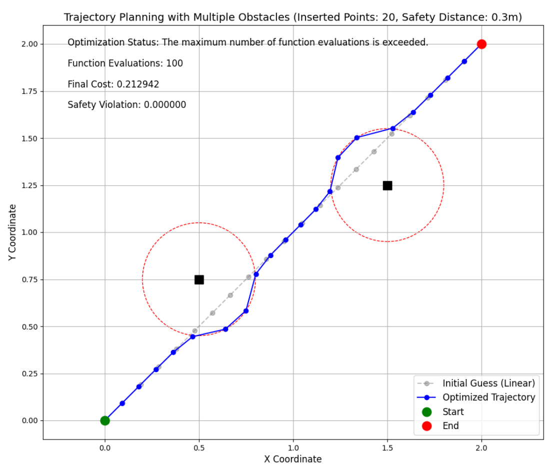
修改上一节代码

```
# other code
start_pose = np.array([0, 0])
end_pose = np.array([2, 2])
obs_pose = np.array([[0.5, 0.75], [1.5, 1.25]])
safe_dis = 0.3
size = 20

# other code

# 生成线性插值的初始猜测
def generate_linear_initial_guess():
    """生成线性插值的初始猜测"""
    initial_guess = np.zeros((size, 2))
    # for i in range(size):
    #     ratio = (i + 1) / (size + 1)
    #     point = start_pose + ratio * (end_pose - start_pose)
    #     initial_guess[i] = point
    return initial_guess
```

所有初始路径点均在$[0,0]$点，计算结果如下



初始路径全位于起点



线性插值初始路径点

基本验证了猜想，也暴露了上一节中目标函数设计问题-没有考虑相邻路径点之间的约束

新增约束

假设起始点的直线距离为 `l`,中间插入 `SIZE` 个轨迹点，理论上均匀分布的两个相邻路径点之间的距离最小为

$$l_{min} = \frac{l}{SIZE}$$

对于最大距离，我们希望最后路径总长度要小于$1.5d$,所以最大距离为

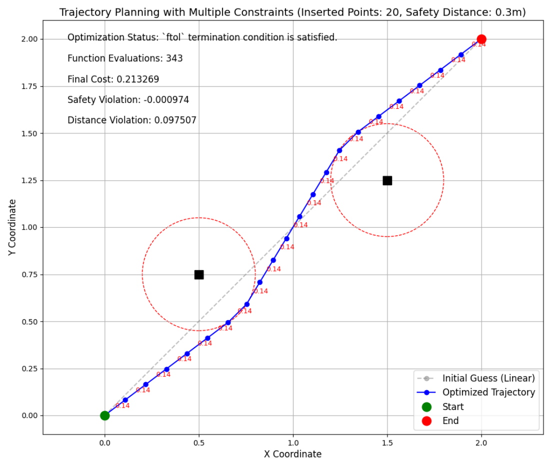
$$l_{max} = \frac{1.5l}{SIZE}$$

对于超出$[l_{min}, l_{max}]$的 `l` 产生代价(取$l_{mid} = \frac{l_{max}-l_{min}}{2}$)，修改目标函数为

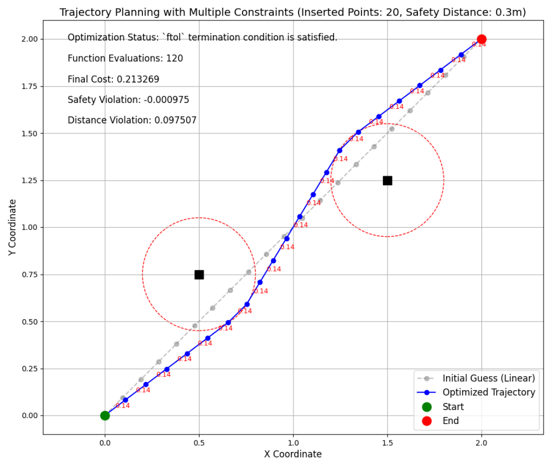
$$\begin{align}
\min \left\{ \sum_{i=1}^{n+1} \left[(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 \right] + \right. \tag{1} \\
\lambda_1 \sum_{i=0}^{n+1} \max\left(0, Safe_Dis - d_i\right)^2 + \tag{2} \\
\left. \lambda_2 \sum_{i=0}^{n} (l_{mid} - l_i)^2 \right\} \tag{3}
\end{align}$$

结果

完整代码2_path_solveB



初始路径全位于起点



线性插值初始路径点

二者除了初始路径序列不同，其他条件一致，可以看到路径的均匀性有改善。