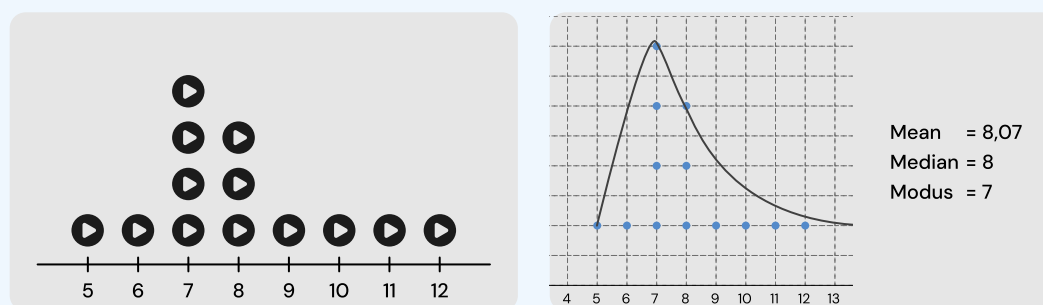


Dalam *dot plot*, titik-titik pada sumbu horizontal merepresentasikan nilai-nilai data, memungkinkan visualisasi distribusi data secara sederhana dan intuitif. Kemampuannya untuk menunjukkan pola, outlier, dan perbandingan antara kelompok data membuatnya efektif dalam analisis statistik. Ini yang menjadikan kelebihan diagram dot plot karena dengan melihat dot plotnya kita dapat langsung melihat modus, median dan kemencengannya. Namun, untuk data yang besar, dot plot mungkin menjadi tidak praktis karena tumpang tindihnya titik-titik yang dapat mengurangi keterbacaan dan informativitasnya. Selain itu, dot plot tidak selalu cocok untuk data kategorikal yang kompleks. Meskipun demikian, sebagai alat visualisasi yang sederhana dan mudah dipahami, dot plot tetap menjadi pilihan yang berguna dalam menyajikan informasi data statistik. Untuk membuat diagram dot plot harus memenuhi dua syarat yaitu datanya kecil dan diskrit. Contoh gambar diagram dot plot dan interpretasinya sebagai berikut.

Tabel di bawah ini menunjukkan banyaknya usia anak di sekitar perumahan Lestari.

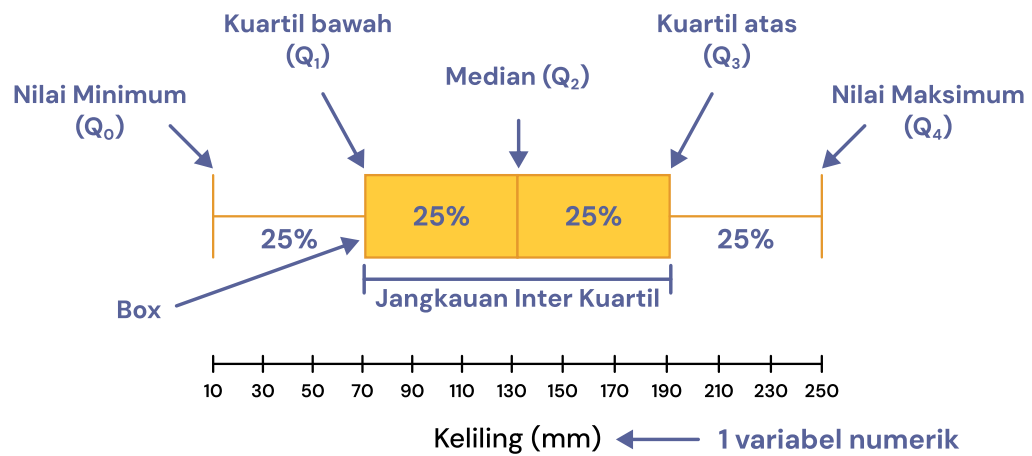
Usia	5	6	7	8	9	10	11	12
Frekuensi	1	1	4	3	1	1	1	1

Diagram dot plot



Interpretasi: Diagram dot plot di atas miring ke kanan ini berarti bahwa modus < Median < Mean

Boxplot dikenal sebagai diagram kotak dan garis, adalah metode visualisasi statistik yang memperlihatkan sebaran data numerik melalui representasi diagram yang terdiri dari kotak dan garis-garis "whisker". Kotak pada boxplot mencakup kuartil pertama (Q1) hingga kuartil ketiga (Q3), dengan garis di tengahnya menunjukkan median. Garis "whisker" menandai rentang dari kuartil bawah hingga atas, sering ditambah dengan titik atau garis tambahan untuk menandai nilai-nilai ekstrim.

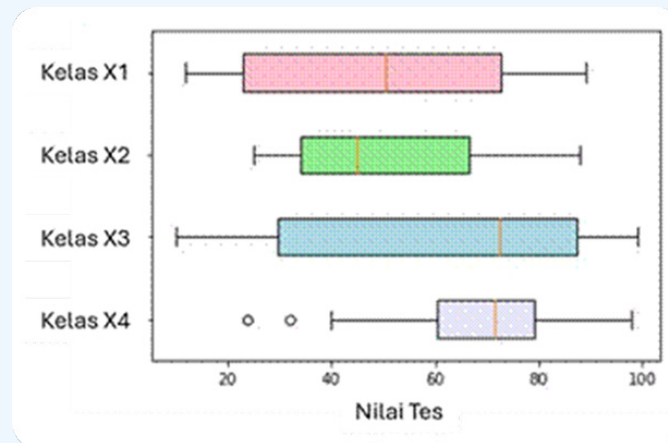


Tampilan di atas memberikan gambaran visual yang jelas tentang sebaran data, termasuk pusat distribusi (median dan kuartil), rentang data (*whisker*), dan nilai-nilai ekstrim yang mungkin perlu diperhatikan. Dengan demikian, *boxplot* membantu dalam pemahaman tentang distribusi data, pola-pola, dan deteksi pencilan dalam sebuah himpunan data, termasuk secara visual membandingkan dua atau lebih kelompok data.

Banyak kegiatan pembelajaran terkait boxplot adalah berupa pembuatan boxplot ataupun sebatas membaca atau menarik informasi (*retrieve information*) dari boxplot (misalnya: “berapa Q1 dan Q3 dari data yang ditampilkan boxplot di atas?”). Kegiatan semacam itu cenderung menekankan pada aspek pemahaman (misalnya: pemahaman bahwa Q1 dan Q3 ditunjukkan oleh sisi ‘box’) ataupun aspek penerapan (misalnya: menerapkan prosedur untuk menggambar boxplot).

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis dan pemecahan masalah matematis, kegiatan pembelajaran terkait boxplot sebaiknya ditekankan pada interpretasi lanjutan boxplot. Sebagai contoh adalah kegiatan berikut:

Hasil ulangan tes matematika kelas X SMA Cendekia disajikan dalam bentuk boxplot seperti disajikan pada gambar berikut.



Berdasarkan boxplot di atas:

1. Deskripsikan hasil ulangan keempat kelas tersebut.
2. Menurutmu mana kelas yang paling baik? Jelaskan alasanmu.

Kegiatan pembelajaran di atas sangat berkaitan dengan kemampuan pemecahan masalah, khususnya terkait kemampuan menafsirkan. Untuk menjawab pertanyaan (2) tidak cukup dengan membaca (*retrieve information*) boxplot, tetapi murid perlu menafsirkan apa makna boxplot beserta konsekuensinya. Misalnya bagaimana hubungan jangkauan interkuartil (yang direpresentasikan oleh panjang box) dengan kualitas kelas. Selain itu, kemampuan penalaran matematis murid juga bisa berkembang ketika mereka diminta memberikan justifikasi atau argumen terkait kelas yang paling baik. Untuk memperkuat kemampuan tersebut, pendidik bisa mengajukan pertanyaan yang:

- bersifat klarifikatif, seperti "*kenapa kamu bilang Kelas X4 yang paling baik?*"
- menanyakan implikasi, seperti: "*seandainya ada murid Kelas X2 yang mendapatkan nilai tertinggi 100 pada ulangan susulan, apakah Kelas X2 bisa menjadi yang terbaik?*"

- **Penggunaan Diagram pencar pada data numerik**



Gambar 45. Peta Konsep Materi Diagram Pencar

Materi diagram pencar pada data numerik relevan dengan konteks yang sangat luas untuk memerhatikan hubungan atau korelasi antara dua variabel, seperti dalam bidang kesehatan, ekonomi, pendidikan, dan lain sebagainya.

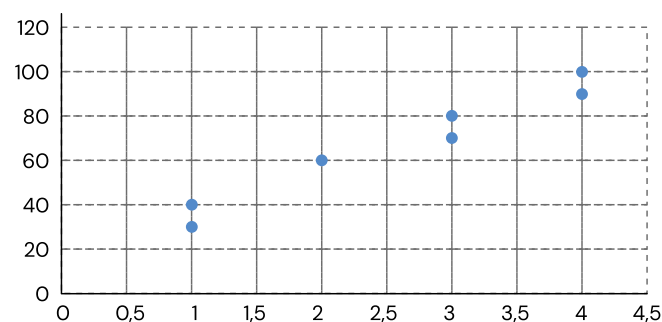
Pembelajaran dapat dilakukan dengan aktivitas murid menggunakan diagram pencar untuk menyelidiki hubungan antara dua variabel numerik. Pada diagram pencar, setiap titik dalam grafik mewakili satu pengamatan atau titik data, dengan sumbu x dan sumbu y menunjukkan dua variabel yang sedang diamati. Murid dapat memerhatikan dan mengidentifikasi pola, tren, atau hubungan untuk menentukan apakah terdapat korelasi antara dua variabel tersebut. Ini merupakan alat yang sangat berguna dalam analisis data eksploratif dan statistik deskriptif.

Sebagai contoh, misalnya kita memiliki satu variabel yang mewakili jumlah jam belajar dan variabel lain yang mewakili nilai ujian, diagram pencar akan menunjukkan apakah ada hubungan (tidak berarti selalu hubungan sebab-akibat) antara jumlah jam belajar dan nilai ujian. Jika titik-titik cenderung bergerak ke atas dan ke kanan, itu menunjukkan bahwa semakin banyak jam belajar, semakin tinggi nilai ujian, yang

menunjukkan adanya korelasi positif antara kedua variabel tersebut. Sebaliknya, jika titik-titik tersebar secara acak, tanpa pola yang jelas, itu menunjukkan bahwa tidak ada korelasi yang signifikan antara kedua variabel tersebut.

Tabel berikut menunjukkan lamanya waktu belajar dalam jam dengan nilai ujian.

x (jam)	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4
y	30	40	60	60	60	70	70	80	90	100



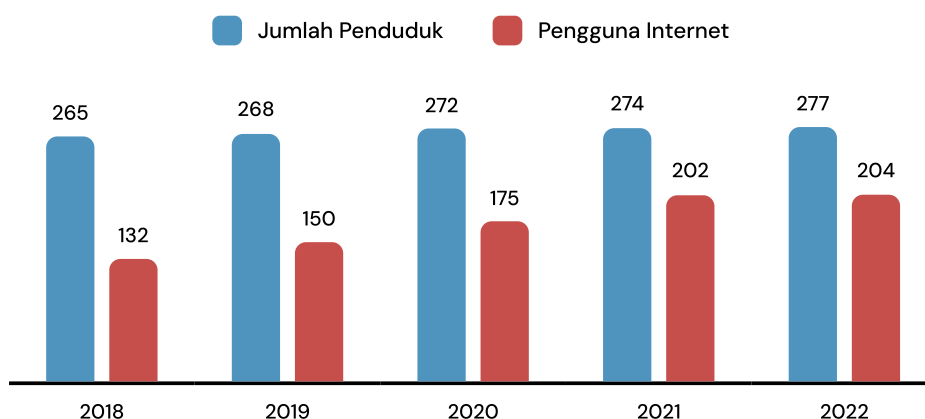
• Evaluasi Laporan Berbasis Statistika



Gambar 46. Peta Konsep Materi Evaluasi Laporan Berbasis Statistika

Murid diharapkan lebih kritis terhadap laporan statistika yang terdapat pada media umum atau media sosial karena seringkali disalahgunakan untuk kepentingan tertentu. Penyalahgunaan statistika dapat dilakukan terhadap sampel data yang digunakan atau memanipulasi tampilan data untuk mengarahkan interpretasi tertentu dari data, oleh karena itu materi ini penting dipelajari oleh murid. Sebagai contoh diberikan laporan statistika tentang pertumbuhan pengguna internet di Indonesia pada tahun 2018 sampai tahun 2022 sebagai berikut.

Pertumbuhan Pengguna Internet di Indonesia dalam 5 Tahun Terakhir



Sumber: <https://andi.link/hootsuite-we-are-social-data-digital-indonesia-2024/>

Di sini pendidik dapat mengeksplorasi berbagai pertanyaan berbasis data tersebut di atas. Pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat berupa pertanyaan terbuka misalnya: (1) Apa yang dapat kalian simpulkan ketika melihat data di atas? (2) Apa yang dapat kalian lakukan agar penggunaan internet dapat berdampak positif pada kehidupan kalian? dan seterusnya.

Matriks dapat digunakan untuk merepresentasikan (menyajikan) data dalam bentuk untuk mempermudah pengolahan, khususnya dengan komputer. Sebagai contoh, misalnya Asri dipercayakan untuk mengelola tiga toko kue dan setiap toko menjual kue basah dan kue kering. Baris merepresentasikan toko kue, kemudian kolom merepresentasikan kue basah (pertama) dan kue kering (kedua) yang terjual selama sepekan. Berikut ini tampilan penjualan dari toko-toko tersebut.

$$K = \begin{bmatrix} 144 & 192 \\ 115 & 127 \\ 27 & 34 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks tersebut, maka pendidik dapat mengajukan pertanyaan berikut:

1. Apa yang dinyatakan oleh 127?
 - 127 merepresentasikan jumlah kue basah yang terjual pada lokasi toko kedua.
2. Berapa banyak keseluruhan kue basah yang dijual Asri?
 - Jumlah total kue basah yang dijual adalah $192+127+34 = 353$
3. Berapa banyak kue kering yang dijual di toko lokasi pertama?
 - Toko pada lokasi pertama terjual 144 kue kering
4. Lokasi mana yang kurang baik hasil penjualannya?
 - Toko pada lokasi ketiga kurang baik hasil penjualannya dibandingkan dua lokasi lainnya.

6

Fase F (Kelas XI dan XII SMA/MA/SMK/Program Paket C)

Pada bagian ini dijelaskan materi esensi untuk Fase F dari setiap elemen serta subelemen. Setiap bagian subelemen dimulai dengan peta konsep yang menjelaskan tentang cakupan materi, alasan penting materi ini dipelajari, dan kompetensi yang dikembangkan.

Bilangan

• Pemahaman Konsep Barisan dan Deret (Aritmetika dan Geometri)



Gambar 47. Peta Konsep Materi Barisan dan Deret

Materi barisan dan deret aritmetika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk sebelumnya ada di fase E. Karena konsep dan aplikasinya lebih luas sehingga materi ini diperdalam dan disatukan di fase F termasuk pada masalah pemodelan pinjaman, investasi dan periode pembayaran, serta parameter lainnya agar pembelajaran lebih terpadu dan utuh. Materi ini relevan pada bidang ekonomi seperti pada konteks keuangan dan investasi, biologi seperti pada konteks pertumbuhan populasi, bidang teknologi informasi seperti perhitungan *bandwidth*, pengguna internet dan lain lain.

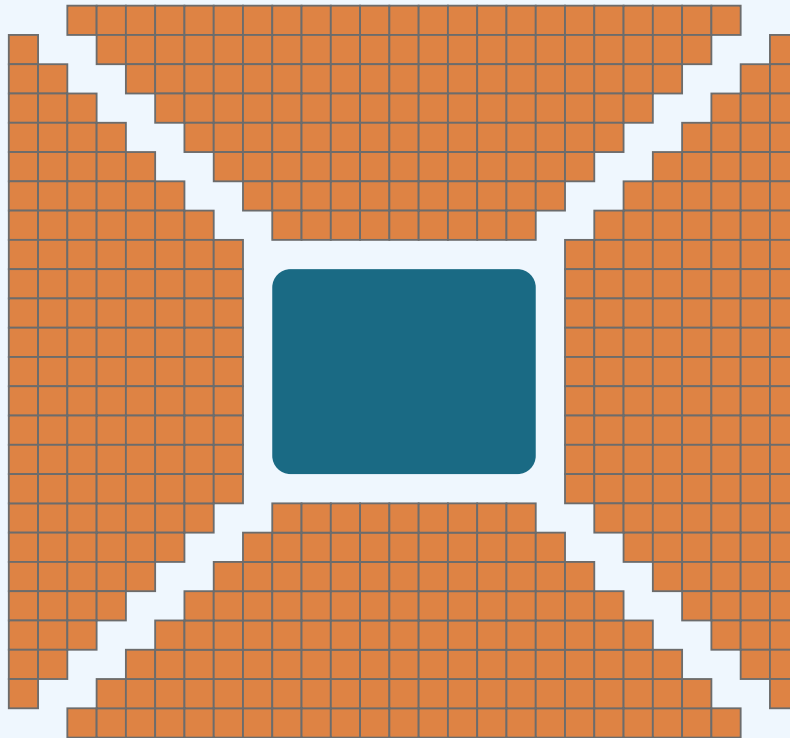
Catatan

Bagi murid yang sudah pernah mendapatkan materi barisan dan deret aritmetika dan geometri di fase E, pendidik dapat langsung melanjutkan pada materi penerapan dan pemodelan dalam aplikasi di berbagai bidang, khususnya bidang finansial.

Pada pembelajaran murid tidak hanya menghafal rumus barisan dan deret aritmetika dan geometri, namun membangun pemahaman dari konteks sehingga mereka dapat membedakan antara barisan dengan deret, maupun membedakan antara barisan/deret aritmetika dan geometri. Mereka dapat melihat hubungan antara barisan aritmetika dengan fungsi linear dengan melihat bahwa keduanya memiliki perubahan yang konstan, yaitu selisih antara dua nilai yang berurutan selalu sama besarnya. Perbedaannya adalah barisan aritmetika bersifat diskrit, sedangkan fungsi bersifat kontinu. Demikian pula dengan hubungan barisan geometri dengan fungsi eksponen. murid dapat melihat bahwa keduanya memiliki perubahan rasio yang konstan, sedangkan perbedaannya, yang satu diskrit dan yang satu kontinu.

Topik barisan dan deret bukan sebatas pemahaman konsep, tetapi justru perlu penguatan kemampuan penalaran matematis. Hal tersebut bisa dilakukan melalui kegiatan mengidentifikasi pola suatu barisan yang ditampilkan dalam bentuk permasalahan kontekstual atau penerapan. Sebagai contoh adalah:

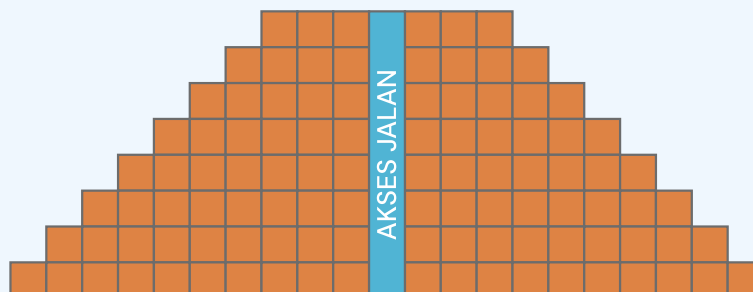
Kursi penonton pada suatu gedung pertunjukan diletakkan pada empat area di sekeliling panggung seperti ditampilkan pada gambar berikut.



Cara penataan kursi pada keempat area tersebut sama. Di setiap area, baris pertama atau baris paling depan diberi kursi paling sedikit. Baris berikutnya diletakkan kursi lebih banyak. Begitu seterusnya sampai baris terakhir. Berdasarkan informasi pada gambar:

1. Berapa banyak kursi pada baris ke-10 pada masing-masing area?
2. Berapa banyak kursi pada baris ke- n pada masing-masing area?

Untuk mempermudah akses penonton, susunan kursi penonton direnovasi dengan meletakkan jalur untuk jalan seperti pada gambar berikut:



Pada susunan kursi yang baru, banyak kursi pada setiap baris berkurang tiga.

3. Tuliskan aturan untuk menentukan banyak kursi per baris pada susunan yang baru ini.
4. Bagaimana hubungan aturan banyak kursi pada susunan sebelum dan setelah renovasi?

Pertanyaan (2) dan (3) pada soal di atas bisa digunakan untuk mengembangkan kemampuan penalaran. Kedua pertanyaan tersebut berkaitan dengan kemampuan mengidentifikasi hubungan antara baris dengan banyak kursi yang dilanjutkan generalisasi untuk menemukan aturan atau polanya. Namun demikian, murid yang sudah belajar barisan aritmetika mungkin akan menjawabnya sebatas menerapkan rumus $Un = a + (n - 1)b$ dengan terlebih dahulu mengidentifikasi suku awal dan beda pada masing-masing susunan kursi. Oleh karena itu, untuk menghindarkan murid fokus pada hafalan rumus maka dimunculkan pertanyaan (4) untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis murid. Pada pertanyaan (4), murid diajak untuk melihat hubungan antara dua aturan dan diharapkan dapat menemukan pengaruh pengurangan tiga kursi untuk akses jalan terhadap aturan banyak kursi. Untuk menjawab pertanyaan (4), murid tidak bisa sebatas menerapkan rumus Un .

- **Penerapan dan Pemodelan Barisan dan Deret (Aritmetika dan Geometri) pada Pinjaman dan Investasi dengan Bunga Majemuk dan Anuitas**



Gambar 48. Peta Konsep Materi Bunga Majemuk dan Anuitas

Materi bunga tunggal dan bunga majemuk relevan dengan konteks produk keuangan, seperti deposito, obligasi, reksadana, KPR, menghitung bunga hutang (agar tidak terjebak pinjaman online), dan lain lain.

Bunga tunggal dan bunga majemuk merupakan bagian aplikasi dari barisan dan deret aritmetika dan geometri sebagai isu penting dalam literasi finansial. Ini bukan berarti bahwa konsep barisan dan deret aritmetika dan geometri hanya diaplikasi dalam konteks ini saja, namun juga di konteks lain.

Beberapa alternatif bagi pendidik untuk materi bunga tunggal dan bunga majemuk:

1. Menggunakan konteks bunga tunggal untuk memperkenalkan konsep barisan dan deret aritmetika, demikian pula konteks bunga majemuk untuk memperkenalkan konsep barisan dan deret geometri.
2. Menggunakan konteks bunga tunggal dan bunga majemuk sebagai contoh soal aplikasi dari barisan dan deret aritmetika dan geometri.
3. Memberikan proyek mengaplikasikan barisan dan deret aritmetika dan geometri, misalnya membandingkan berbagai skema tabungan atau pinjaman.

Di era teknologi ini, penekanan kemampuan pada materi bilangan bukan lagi sebatas keterampilan berhitung. Termasuk terkait topik bunga tunggal maupun bunga majemuk, murid jangan hanya berkutat dengan penggunaan rumus yang diikuti proses berhitung secara rutin saja. Hal yang lebih penting adalah pemaknaan bilangan, termasuk pemaknaan proses dan hasil simulasi berbantuan teknologi sebagai bentuk penerapan prinsip pembelajaran mendalam. Di sektor keuangan (finansial) saat ini banyak tersedia berbagai aplikasi atau simulasi online. Simulasi online tersebut dapat dimanfaatkan untuk memperkuat kemampuan penalaran matematis dan pemecahan masalah matematis karena tidak berfokus pada hafalan rumus. Salah satu simulasi online yang bisa digunakan adalah:

https://www.simulasikredit.com/simulasi_perhitungan_deposito.php

Contoh tampilan simulator adalah sebagai berikut:

Simulasi Bunga Deposito Berjangka

Simulasi deposito Automatic Roll Over (ARO)

Nilai deposito anda

Deposit Awal : rupiah
Rp 100.000.000,00

Tenor :

Lama Deposito : tahun
(Lama uang didepositokan)
(masukkan angka, contoh: 5)

Bunga per Tahun : %
(masukkan angka, contoh: 7.5)

Pajak atas Bunga : %
(masukkan angka, contoh: 15)

Kalkulasi

Nilai Deposito Awal	:	Rp 100.000.000,00			
Tenor	:	12 bulan			
Lama Deposito	:	2 tahun (24 bulan)			
Bunga Deposito	:	5.5% per tahun			
Pajak atas Bunga	:	20%			
Hasil Deposito					
Total Bunga (sebelum pajak)	:	Rp 11.242.000,00			
Total Pajak atas Bunga	:	(Rp 2.248.400,00)			
Total Bunga (setelah pajak)	:	Rp 8.993.600,00			
Nilai Depito Akhir	:	Rp 108.993.600,00			
Perhitungan Bunga					
Bulan	Nilai deposito awal	Bunga Gross	(Pajak)	Bunga Nett	Nilai Deposito Akhir
0	Rp 100.000.000,00	Rp 0,00	Rp 0,00	Rp 0,00	Rp 100.000.000,00
12	Rp 100.000.000,00	Rp 5.500.000,00	Rp 1.100.000,00	Rp 4.400.000,00	Rp 104.400.000,00
24	Rp 104.400.000,00	Rp 5.742.000,00	Rp 1.148.400,00	Rp 4.593.600,00	Rp 108.993.600,00
		Rp 11.242.000,00	Rp 2.248.400,00	Rp 8.993.600,00	

Contoh aktivitas pembelajaran yang bisa dilakukan dengan simulator online tersebut adalah:

1. Murid diminta melakukan simulasi deposito dengan nilai deposit, lama deposito, bunga, dan pajak yang sama, tetapi dengan tenor berbeda-beda. Misalnya: deposit: Rp100.000.000,00; lama deposito: 12 bulan; bunga: 5%; pajak atas bunga: 10%; dan tenor berbeda (3 bulan, 6 bulan, dan 12 bulan). Selanjutnya murid diminta menjelaskan bagaimana pengaruh tenor terhadap hasil deposito;

2. Murid bisa melakukan simulasi seperti kegiatan (1), tetapi yang dibedakan lama deposito, bunga, atau pajak secara bergantian. murid diminta menjelaskan pengaruh lama deposito, bunga, atau pajak terhadap hasil deposito;
3. Murid diminta melakukan simulasi dengan target tertentu (misalnya ingin mendapatkan bunga sebesar Rp5.000.000,00 dengan modal deposit sebesar Rp50.000.000,00). murid diminta menentukan tenor, lama deposito, bunga, dan pajak untuk mencapai target tersebut.

Kegiatan-kegiatan tersebut tidaklah berfokus pada hafalan rumus dan proses hitung rutin yang berpotensi untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis, karena untuk mengerjakannya murid perlu mengidentifikasi hubungan sebab akibat antar data yang dimasukkan (misalnya: apa akibatnya ketika tenor diubah-ubah). Selain itu, penalaran matematis juga berkembang ketika murid diminta menafsirkan dan mengambil keputusan berdasarkan data seperti terlihat pada kegiatan (3). Manfaat lain dari penggunaan simulasi online tersebut adalah kegiatan dan permasalahan yang digunakan dekat ke permasalahan yang real ada di sekitar murid. Hal ini bisa juga berkontribusi pada pengembangan kemampuan numerasi murid. Penggunaan simulasi online juga diharapkan bisa menjadi kegiatan belajar yang menyenangkan bagi murid.

Memodelkan pinjaman dan investasi merupakan hal baru baik bagi pendidik maupun murid, dan merupakan bagian dari literasi finansial. Jika dicermati CP-nya, maka dapat dilihat adanya penekanan pada “menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut”. Artinya, murid bukan sekadar diajarkan menggunakan rumus, tetapi harus memahami efek dari setiap parameter dari model sehingga dapat membantu mereka mengambil keputusan berkaitan dengan masalah finansial. Ini mencakup hal seperti merencanakan tabungan atau investasi serta mempertimbangkan pinjaman yang sesuai dengan tujuan dan risikonya.

Pada materi ini lebih menekankan berbagai kasus aplikasi dari barisan dan deret (aritmetika dan geometri) dengan memerhatikan pengaruh setiap parameter dari model yang digunakan sehingga murid dapat mengambil keputusan yang bijak sesuai dengan konteksnya. Sebagai contoh, murid melakukan eksplorasi membandingkan berbagai skema anuitas atau bunga majemuk yang ditawarkan oleh bank dengan melakukan simulasi menggunakan kalkulator atau *spreadsheet* berdasarkan tingkat suku bunga per periode, jumlah periode (tenor), dan nilai pokok. Dorong murid untuk dapat memodifikasi suku bunga, frekuensi pembayaran, dan durasi investasi/pinjaman untuk melihat pengaruhnya. Memahami interaksi ini memungkinkan mereka

merencanakan strategi investasi/pinjaman yang optimal sesuai tujuan keuangan masing-masing. Berikut ini beberapa kesimpulan yang diharapkan murid dapat buat berdasarkan eksplorasi mereka.

- Peningkatan suku bunga memiliki pengaruh besar pada jumlah akhir karena bunga majemuk atau akumulasi bunga dari waktu ke waktu. Suku bunga yang lebih tinggi berarti pertumbuhan nilai investasi/pinjaman akan lebih cepat karena setiap periode memberikan pengembalian yang lebih besar.
- Frekuensi pembayaran mengacu pada seberapa sering seseorang menyisihkan atau berinvestasi/membayar pinjaman secara berkala (misalnya bulanan, triwulanan, atau tahunan). Investasi/pinjaman dengan frekuensi lebih tinggi memungkinkan modal dan bunga terakumulasi lebih cepat atau pinjaman terbayar lebih cepat.
- Peningkatan durasi investasi memungkinkan pengembalian untuk terus bertambah dari waktu ke waktu. Ini menyebabkan efek eksponensial dalam pertumbuhan nilai akhir.

Murid sebaiknya diberikan banyak kasus, konteks, atau kondisi finansial yang realistis dan membutuhkan mereka untuk mengambil keputusan berdasarkan analisis secara matematis dan faktor lainnya.

Aljabar

- Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Fungsi Invers dan Fungsi Komposisi



Gambar 49. Peta Konsep Materi Fungsi Invers dan Fungsi Komposisi

Konsep fungsi invers dalam kehidupan sehari-hari relevan dengan konteks bidang produksi. Pemahaman tentang fungsi invers dan komposisi dapat membantu dalam memodelkan proses produksi, contohnya dalam hal menentukan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk menghasilkan produk tertentu. Selain itu, materi ini juga relevan dengan konteks bidang ekonomi untuk memodelkan hubungan antara harga, permintaan dan penawaran. Aplikasi pada bidang ilmu komputer seperti dalam pemrograman dan algoritma digunakan untuk mengoptimalkan kode dan menyelesaikan masalah komputasi. Pada bidang teknik, seperti dalam rekayasa, konsep fungsi invers dan komposisi digunakan untuk merancang sistem kontrol dan menganalisis sistem dinamis.

Pembelajaran pada materi ini dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan. Salah satunya dengan menggunakan strategi pembelajaran dengan pendekatan simulasi interaktif dan kontekstual, seperti menggunakan konsep fungsi invers dan fungsi komposisi untuk simulasi “mesin input-output” yang mewakili fungsi tertentu

(misal $f(x) = 3x - 5$). Murid diminta untuk menebak fungsi tersebut dengan memberikan input dan output (input = 1 \Rightarrow output = - 2, input = 2 \Rightarrow output = 1, dan seterusnya). Murid mendiskusikan bagaimana cara kerja mesin dan apakah mereka bisa membalik prosesnya (konsep invers). Selama proses pembelajaran pendidik juga dapat sekaligus melakukan asesmen dengan strategi observasi sejauh mana murid memahami konsep invers.

- **Penyelesaian masalah yang berkaitan dengan Transformasi Fungsi**



Gambar 50. Peta Konsep Materi Transformasi Fungsi

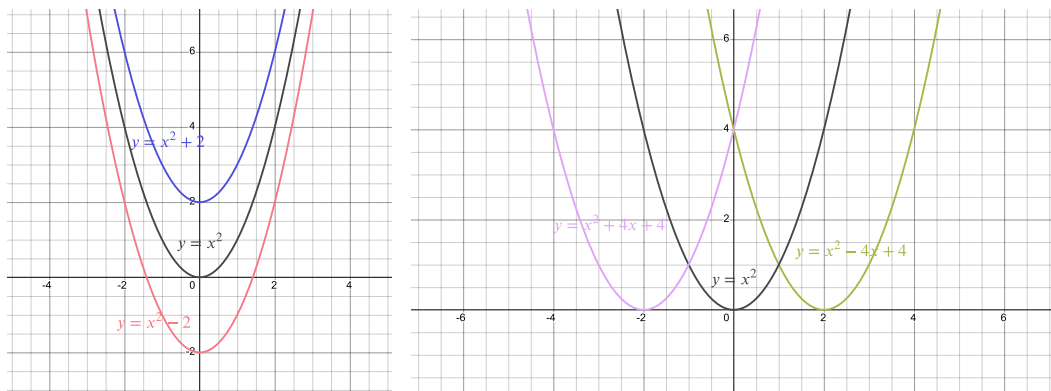
Pemecahan masalah pada transformasi fungsi meliputi operasi matematis seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian berpengaruh pada perubahan bentuk grafik suatu fungsi, dan memungkinkan untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks dengan pendekatan yang sederhana. Kreativitas murid dalam memilih transformasi yang tepat untuk menyelesaikan masalah dengan menghubungkan konsep transformasi fungsi untuk memodelkan situasi nyata (seperti optimasi biaya dengan menggeser kurva biaya untuk menyesuaikan skala ekonomi atau biaya tetap, jarak tempuh proyektil, dan sebagainya).

Materi ini relevan pada bidang teknik dan rekayasa seperti sistem robotika transformasi fungsi digunakan untuk mengontrol pergerakan robot secara presisi, pada bidang ekonomi dan keuangan seperti prediksi keuangan dan saham (pergeseran grafik harga saham untuk menganalisis tren pasar), astronomi seperti ilmuwan memprediksi pergerakan planet dan objek luar angkasa berdasarkan hukum Newton, pada konteks pembuatan animasi dan game (menggerakkan karakter atau efek visual).

Transformasi fungsi merupakan proses yang digunakan pada fungsi asal dan grafiknya untuk menghasilkan versi modifikasi dari fungsi tersebut dan grafiknya yang memiliki bentuk serupa dengan fungsi asalnya. Transformasi fungsi dan transformasi geometri adalah dua konsep yang berbeda, meskipun keduanya berkaitan dengan perubahan bentuk atau posisi objek. Objek pada transformasi fungsi adalah mengubah bentuk atau sifat fungsi, sedangkan pada transformasi geometri mengubah bentuk atau posisi objek geometri, seperti titik, garis, atau bangun datar.

Bentuk transformasi fungsi dapat berupa translasi, refleksi, dilatasi, rotasi, atau kombinasi dari keempat bentuk tersebut. Aturan transformasi fungsi dapat murid peroleh dengan mengeksplorasi grafik fungsi. Misalnya untuk mendapatkan aturan translasi, diberikan fungsi asal berupa fungsi kuadrat $y = f(x) = x^2$ mengalami pergeseran (translasi) menjadi $y = x^2 + 2$, $y = x^2 - 2$, $y = x^2 - 4x + 4$, dan $y = x^2 + 4x + 4$. Jika diamati hasil translasi adalah berkarakteristik sama dengan fungsi asal yaitu fungsi kuadrat. Fungsi $y = x^2 + 2$ adalah hasil pergeseran sejauh 2 satuan ke atas, fungsi $y = x^2 - 2$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke bawah, fungsi $y = x^2 - 4x + 4$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke kanan, dan fungsi $y = x^2 + 4x + 4$ mengalami pergeseran sejauh 2 satuan ke kiri, dari fungsi asalnya.

Jadi, jika fungsi $f(x)$ ditranslasi secara vertikal sebesar b satuan, maka berlaku aturan $y = f(x) + b$. Untuk $b > 0$, kurva asal bergeser ke atas dan untuk $b < 0$ kurva asal bergeser ke bawah. Fungsi $f(x)$ ditranslasi secara horizontal sebesar c satuan, maka berlaku aturan $y = f(x + c)$. Untuk $c < 0$, kurva asal bergeser ke kanan dan untuk $c > 0$ kurva asal bergeser ke kiri.



Untuk memvisualisasikan transformasi fungsi secara dinamis dan interaktif salah satunya dapat menggunakan Geogebra. Untuk mengeksplorasi transformasi fungsi kuadrat dapat dipelajari dari tautan <https://www.geogebra.org/m/yW4HcYz5> atau <https://www.geogebra.org/m/HJvZSUna>.

Murid sebelumnya telah mendapatkan pembelajaran tentang memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear, kuadrat, dan eksponensial. Transformasi fungsi memungkinkan kita untuk memodifikasi bentuk dan perilaku fungsi dasar agar lebih sesuai dengan data observasi dan karakteristik situasi yang sebenarnya. Sebagai contoh dalam memprediksi tinggi tanaman yang sedang tumbuh, misal awalnya diasumsikan mengikuti fungsi linear. Seiring tanaman dewasa, tingkat pertumbuhannya dapat mempertimbangkan untuk menerapkan transformasi fungsi. Jika tanaman mengalami lonjakan pertumbuhan mendadak atau kemunduran, kita dapat menggeser (dilatasi) fungsi linear secara vertikal ke atas atau bawah untuk mencerminkan perubahan ini. Jika laju pertumbuhan tanaman melambat atau meningkat secara signifikan, kita dapat meregangkan atau menyusutkan (dilatasi) fungsi linear secara vertikal untuk mencerminkan perubahan laju pertumbuhan ini.

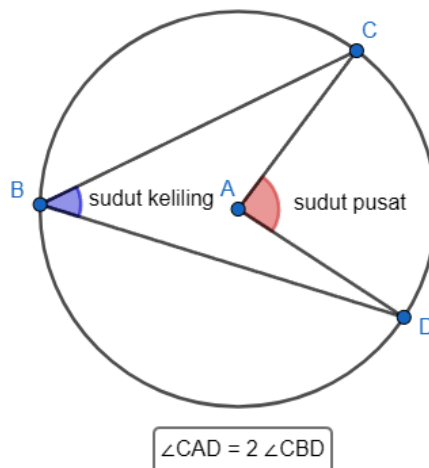
Geometri

- Identifikasi Hubungan Antara Unsur-unsur Lingkaran



Gambar 51. Peta Konsep Materi Unsur-Unsur Lingkaran

Materi ini ditekankan pada hubungan sudut pusat, busur dan sudut keliling serta garis singgung pada lingkaran, selain juga hubungan lainnya seperti jari-jari dan diameter, busur, keliling, dan juring lingkaran yang telah dikenalkan di fase D. Contoh kontekstual seperti pada sebuah jam dinding jarum pendek yang menunjukkan jam dan jarum panjang yang menunjukkan menit bergerak mengelilingi sudut pusat contohnya ketika jarum pendek menunjuk angka 2 dan jarum panjang menunjuk angka 12 sudut yang terbentuk adalah sudut pusat sedangkan ketika jarum jam bergerak dari satu angka ke angka berikutnya akan membentuk sudut keliling, pada roda kendaraan, bahwa panjang busur menentukan jarak tempuh berdasarkan sudut putaran, pada bidang arsitektur seperti desain jendela melingkar menggunakan perhitungan sudut pusat dan tali busur, bidang astronomi seperti orbit planet membentuk sudut tertentu relatif terhadap sudut pusat.



Gambar 52. Ilustrasi hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling

Pembelajaran pada materi ini dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan, salah satunya dengan menggunakan pendekatan eksploratif berbasis masalah kontekstual. Murid diberikan beberapa model lingkaran dari karton dengan sudut pusat dan sudut keliling yang telah ditandai, kemudian mereka melakukan eksplorasi hubungan unsur-unsur lingkaran tersebut, dengan pertanyaan kunci: “Apa pola yang kalian temukan? Mengapa sudut keliling selalu setengah dari sudut pusat?” Murid juga dapat mensimulasikan menggunakan geogebra untuk melihat hubungan antara sudut tersebut dengan cara “*drag and drop*” titik pada lingkaran. Pada saat murid melakukan simulasi dengan menggunakan geogebra (menggeser titik pada lingkaran untuk menunjukkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran), pendidik sekaligus dapat melakukan asesmen proses (*assessment for learning*) dan memberikan komentar sebagai umpan balik selama simulasi. Pendidik kemudian dapat meminta murid menjelaskan mengapa sudut pada setengah lingkaran pastilah merupakan siku-siku sebagai asesmen formatif.

Materi lain dalam fase ini juga mencakup sudut antara garis singgung dan jari-jari lingkaran merupakan sudut siku-siku, serta sifat-sifat simetri lingkaran berkenaan dengan panjang busur, panjang tali busur, dan garis singgung.

Analisis Data dan Peluang

- **Penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel, hubungan asosiasi dan sebab-akibat, best-fit line**