

裝置多孔材質之諧調液體阻尼器於柔性結構物之減震分析

曹文懷¹

¹ 國立台灣大學土木工程學系博士後研究員

摘要

本文研究裝置多孔材質之諧調液體阻尼器(Porous-Media Tuned Liquid Damper, PMTLD)，做為一種環保、經濟且有效的被動式消能減震器，控制對象包含高塔、橋樑、海域平台等柔性結構物。PMTLD 係由水槽以及安裝於其中的多孔材質所構成。多孔材質對液體造成額外的阻力可彌補清水阻尼的不足，有效率地最大化液體阻尼器的減震功效。基於多孔介質流理論，結合結構控制技術，建立等效質量模型以了解 PMTLD 的動力特徵。以單自由度結構分析，求解最佳化設計參數，再應用於台北 101 進行柔性結構物之減震分析，展現 PMTLD 的經濟性與實用性。

關鍵詞：多孔材質、諧調液體阻尼器、等效模型、結構控制

Analysis on Porous-Media Tuned Liquid Damper for Vibrational Control in Flexible Structures

Wen-Huai Tsao^{*}

^{*} Postdoctoral Fellow, Department of Civil Engineering, National Taiwan University

ABSTRACT

The Porous-Media Tuned Liquid Damper (PMTLD) is studied in this paper as an eco-friendly, economical and effective passive dynamic vibration absorber applied to flexible structures such as tower, bridge, offshore platform etc. This equipment is composed of a water tank and the porous media installed inside the tank. The extra resistance due to porous media to the liquid can gain more damping compared to the traditional fresh-water TLD, and effectively improve its performance in vibration reduction. The equivalent mechanical model is established based on the theory of porous media flow and structural control technology to study the dynamic characteristics of PMTLD. The dynamic structural analysis of a single-degree-of-freedom system is carried out to solve the optimal design parameters. Afterwards, the performance of PMTLD on Taipei 101 is demonstrated to show its advantages of economy and applicability on vibrational control of flexible structures.

Keywords: Porous Media; Tuned Liquid Damper; Equivalent Mechanical Model; Structural Control

一、前言

二十世紀初科技進步與人口增長後，災害預防及環境安全的議題愈來愈被重視，因此發展有效且節能之結構控制技術，提升建築物及各式機械載具的安全性，乃是現今土木、機械及海洋工程相關領域中十分重要的課題。

被動式減震器為近代常見且可靠之減震技術，係利用控制元件本身的動力特性(例如頻率及阻尼)，來消耗結構的震動。特點為無需使用額外能源，且控制原理與構造較為簡單，因此在實際工程中的應用最為廣泛，其中以諧調質量阻尼器(tuned mass damper, TMD)的技術最為成熟，它利用共振時產生

與結構物運動反相的慣性力減少結構物震動，並依賴本身所具有的阻尼消耗外來能量。當質量阻尼器的自然頻率及阻尼比分別達到諧調頻率(tuned-frequency)與最佳阻尼比(optimal damping ratio)時，將可發揮最佳的減震效能。過去許多研究發展了不同的設計理念及最佳化參數，至今已有相當成熟的理論基礎。此外，由於環保意識抬頭，諧調液體阻尼器(tuned liquid damper, TLD)便隨之興起，它係由水槽及槽內液體所構成，槽內液體受到外力作用時，產生與結構物運動反相的作用力，以液體(通常為水)作為消散能量的媒介，減少結構的震動。TLD 具有構造簡單、建造容易、經濟環保、幾乎不需維護、兼具消防或緊急用水的優點，是一項十分具有開發潛力的消能減震裝置。它的構想啟發於 1950 年代，當時為穩定船隻或太空衛星，便於液體儲存槽中架設檔板以減少液體的晃動(Abramson 1966)。直到 1980 年代，TLD 於結構控制的應用始得發展，對象涵蓋高樓或塔台(Wakahara et al. 1992)、橋梁(Chen, Chang & Cai, 2008)、以及海岸工作平台(Jin et al., 2007)。Fujino et al. (1992)藉由小型震動實驗觀察 TLD 的減震效能。Sun and Fujino (1994)於那維爾-史多克斯方程式(Navier-Stokes equations)中引入其他參數，藉此分析碎波造成的影響。Fujino and Sun (1993)研究多組 TLD 以增加工作頻寬。然而目前所知，TLD 最大的缺陷就是阻尼比過小(Fujino et al. 1988)。若僅依賴水的黏滯性作為消耗能量的機制，並無法達到實務所需的阻尼，因此 TLD 的工程價值尚不如 TMD。

近年來，有許多相關研究嘗試改良傳統 TLD，於水槽中安裝額外的裝置以增加液體沖激的摩擦力，提供額外的阻尼。過去的研究包括增加水槽壁粗糙度(Fujino et al. 1988)、水槽中安裝檔板(Chang et al. 1998)、柵欄(Warnitchai and Pinkaew 1998)、透水隔板(Kumar and Sinhamahapatra 2016)、液面浮板(Ruiz et al. 2016)、或底部細沙(Chen and Lu 2008)。諸多的改良方法中，以柵欄式諧調液體阻尼器最為熱門，然而這類改良型 TLD 所提升的阻尼比通常有限，依然未達最佳阻尼。若欲更進一步提升阻尼比，勢必安裝更多片柵欄，但此舉將大幅改變 TLD 的自然頻率，現有之研究成果可能難以兼顧諧調頻率與最佳阻尼的條件。此外，柵欄的阻尼比受眾多參數的影響，

例如柵欄的孔洞比率(solidity ratio)、個數、位置，因此提高了最佳化設計的難度，限制了實際工程應用的發展。本文提出裝置多孔材質之諧調液體阻尼器係於傳統 TLD 內裝置多孔材質，作為 TLD 更優良的改良型態。根據多孔介質流理論，多孔材質將對流動的液體形成額外的阻力，例如達西定律(Darcy's law)指出多孔材質造成的壓力損失會與流體速度成線性相關。利用多孔材質提升 TLD 阻尼的概念，乃是源自消波堤(breakwater)，它可有效地消散海浪沖擊的能量，緩解海浪對沿岸的影響(Huang and Chao 1992)。Abbaspour and Hassanabad (2010)在水槽中安裝多孔材質，藉以迅速地降低槽中液體的動態反應，可見多孔材質能有效地提供額外的消能機制。PMTLD 的特異之處載於，它的自然頻率與多孔材質之孔隙率、水槽尺寸及水深有關，而其阻尼比與液體黏滯性及多孔材質之孔隙率、滲透性有關(Tsao and Hwang 2018)，因此 PMTLD 可望兼顧諧調頻率及最佳阻尼比。最後以台北 101 作為柔性結構物之代表，分析 PMTLD 於柔性結構物之減振效果，提升工程發展及實際應用之價值。

二、理論分析

2.1 控制方程式與邊界條件

考慮均質之多孔材質安裝於矩形水槽中，矩形水槽長 L ，寬 B ，水深 h ，則水槽尺寸與座標如圖 3 所示。假設水槽與其中的多孔材質皆為剛體，且槽內注入之水為不可壓縮，則連續方程式(continuity equation)與動量方程式(momentum equation)可表示如下(Nield and Bejan 2013):

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla P + \nabla P_d \quad (2)$$

其中 \vec{u} 為液體於多孔材質孔洞間的真實流速(intrinsic velocity)， P 為大氣壓力， ρ 為流體密度， P_d 代表由於多孔材質造成的液體壓力損失(pressure drop)。考慮水槽中的液體為達西流態，則壓力損失會正比於液體相對於水槽之速度，多孔材質對液體的摩擦阻力將產生線性阻尼的效果。式(3)中的壓力損失可表示如下：

$$\nabla P_d = -\frac{\mu\gamma}{\kappa}(\vec{u} - \vec{v}) \quad (3)$$

其中 μ 為液體之動力黏滯係數(dynamic viscosity)， γ 為多孔材質之孔隙率(porosity)， κ 為多孔材質之本質

滲透係數(intrinsic permeability), \vec{v} 為水槽運動速度。假設槽內注入之水為非旋性之理想流體, 則液體與水槽之速度勢函數 ϕ 、 ψ 可分別定義如下:

$$\vec{u} = \nabla \phi \quad (4)$$

$$\vec{v} = \nabla \psi \quad (5)$$

根據液體的連續性與水槽的剛體運動, ϕ 、 ψ 皆滿足拉普拉斯方程式(Laplace equation), 亦即:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (7)$$

假設液體自由液面上的質點不脫離表面形成碎波, 則自由液面上的運動邊界條件(kinematic boundary condition)如下所示:

$$\frac{D\vec{R}}{Dt} = \vec{u}_s \quad (8)$$

其中 \vec{R} 為液體質點之位置向量, \vec{u}_s 為液體表面流速(superficial velocity), 與真實流速之關係為 $\vec{u}_s = \gamma \vec{u}$ 。而動力邊界條件(dynamic boundary condition), 可表示如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + \gamma \alpha (\phi - \psi) + g(z - h) = 0 \quad (9)$$

其中 g 為重力加速度, 其中 $\alpha = \frac{\mu}{\kappa \rho}$ 定義為多孔材質之阻尼因子。當水槽承受外力作用時, 依附於槽壁及槽底之液體質點將遵守不可穿透性(impermeability), 其邊界條件可表示如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{v}_n \quad (10)$$

其中 \vec{v}_n 為水槽在其法向之運動速度。

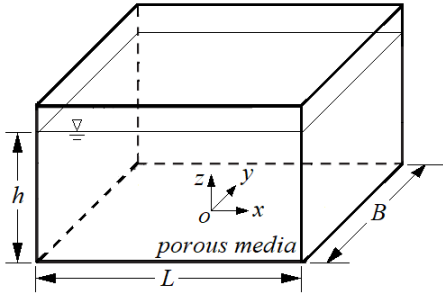


圖 1 水槽尺寸與座標示意圖

2.2 等效模型

本文考慮多孔材質造成的阻尼效果, 建立如圖 2 所示的解析模型(或稱等效模型)求解 PMTLD 的動態反應。等效模型中, 以無窮多組的質量-彈簧系統模擬水槽內液體之沖激反應, 每組子系統可對應至液體沖激之各個振態, 使質量系統與真實液體的整體動力反應相同, 藉此分析 PMTLD。圖 2 中 m_f 稱為固定質量, z 為其作用高度, 代表未受擾動的液體之剛體運動, 上方具有無窮多組質量-彈簧-阻尼

系統, 代表液體來回震盪的行為, 其等效質量、彈簧、阻尼及作用高度分別為 m_n 、 k_n 、 c_n 、 Z_n 。假設水槽受到水平的簡諧外力 $x(t) = A \sin \omega t$ 作用, 則等效質量系統產生的水平作用力 \bar{F} 可表示為:

$$\bar{F} = (m_f + \sum_{n=0}^{\infty} m_n) \ddot{x}_g + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A m_n \omega^4}{p_n^2 + (2\xi_n \omega_n \omega)^2} \times (-p_n \sin \omega t + 2\xi_n \omega_n \omega \cos \omega t) \quad (11)$$

其中 $p_n = \omega_n^2 - \omega^2$, $q = \gamma \alpha \omega$ 。利用式(8)至式(10)可求解水槽受簡諧震動時流場之速度勢函數, 故槽內液體對水槽產生的水平作用力 F 可表示為:

$$F = -\gamma A \rho L h \omega^2 \sin \omega t + \gamma A \rho \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \tan h a_n h}{a_n^3 L} \frac{p_n^2 + q^2}{p_n^2 + q^2} \times (-p_n \omega^4 \sin \omega t + q \omega^4 \cos \omega t) \quad (12)$$

欲以等效模型取代真實液體, 二者之動力反應必須相同, 亦即 $\bar{F} = F$, 故可得到等效模型中的等效振態質量、等效勁度、等效阻尼比及等效固定質量, 分別如下所示:

$$m_n = \frac{8\gamma\rho B}{a_n^3 L} \tan h a_n h \quad (13)$$

$$k_n = m_n \omega_n^2 = \frac{8\rho g B}{a_n^3 L} \tanh^2 a_n h \quad (14)$$

$$\xi_n = \frac{\gamma \alpha}{2\omega_n} = \frac{\mu}{2\kappa \rho} \sqrt{\frac{\gamma}{a_n g}} \coth a_n h \quad (15)$$

$$m_f = \gamma \rho B \left[Lh - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{a_n^3 L} \tan h a_n h \right] \quad (16)$$

其中 $a_n = (2n+1)\pi/L$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 。由此可知, PMTLD 的動力特徵將與水槽尺寸、水深、多孔材質之孔隙比及滲透係數相關, 調整各項參數, 即可應用於結構減振分析中。

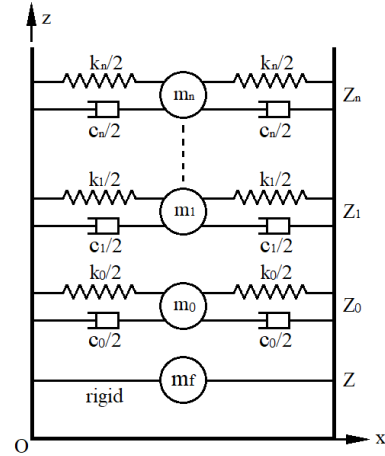


圖 2 PMTLD 之等效質量模型示意圖

2.3 液體與結構之互制作用

在解析模型中, 裝置多孔材質之諧調液體阻尼器理論上可被無窮多組質量-彈簧-阻尼系統取代, 如圖 3 所示, 每組子系統將對應至液體沖激之各個

振態，而質量系統與真實液體的整體動力反應亦會相同。則液體與結構間互制之運動方程式為：

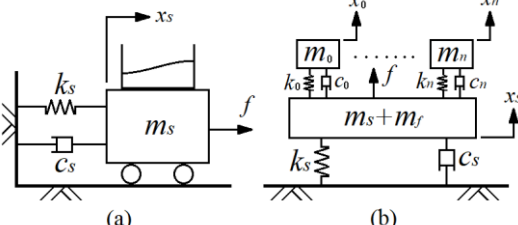
$$\begin{bmatrix} m_s + m_f & & & \\ & m_0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_0 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + \sum c_n & -c_0 & & \\ -c_0 & c_0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_0 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + \sum k_n & -k_0 & & \\ -k_0 & k_0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_0 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$


圖 3 液體與結構之互制作用示意圖：(a)真實系統；(b)等效質量系統

三、結果與討論

3.1 設計參數

以等效模型分析 PMTLD 時，可將其視為多自由度之質量阻尼器，因此可以參考 TMD 的設計概念。傳統 TMD 具有三項重要的參數：質量比、頻率比及阻尼比。質量比定義為阻尼器與主結構之質量之比值，一般在設計之初就已給定；頻率比定義為二者自然頻率之比值，影響結構與外力共振時的反應；阻尼比則影響結構響應的峰值大小，具有最佳阻尼比時，才使整體結構反應最小。因此最佳化的基本概念，即是阻尼器應具有特定參數，使結構整體頻率響應之峰值最小。根據不同的外力形式，諧調頻率比及最佳阻尼比也有不同的最佳化公式，例如單自由度結構承受簡諧外力時，TMD 之諧調頻率比及最佳阻尼比可表示如下(Den Hartog 1956)：

$$f_t = \frac{1}{1+R_m} \quad (18)$$

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3R_m}{8(1+R_m)}} \quad (19)$$

其中 R_m 為質量比。首先假設使用正方形 PMTLD，在設計之初即給定總水重與多孔材質之孔隙比，若

以基本振態分析，則上式中質量比可表示如下：

$$R_m = \frac{m_0}{m_s + m_f - m_0} \quad (20)$$

將上式代入式(18)，可求得 PMTLD 應具有之自然頻率，再由下聯立方程式，可求解水槽之尺寸及水深：

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{\gamma g \pi}{L} \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)} = \left(\frac{m_s + m_w - m_0}{m_s + m_w}\right) \omega_s \\ m_w = \rho \gamma h L^2 \end{cases} \quad (21)$$

根據式(19)，可決定阻尼器之阻尼比，再由式(15)可求解多孔材質之滲透係數。

考慮單自由度之單擺具有質量為 350 kg，自然頻率為 3.21 rad/s，阻尼比為 0.4%，則附加 PMTLD 之質量比與深長比之關係如圖 4 所示。圖中顯示質量比上升、或孔隙比下降時，皆須提高水深以使阻尼器具有諧調頻率。若使用孔隙比較高之多孔材質，可以降低水深，減少固定質量所形成之贅重，及節省建造空間。根據圖 4 所選定的質量比及孔隙比，即可決定具有最佳阻尼比的 PMTLD 之質量比與滲透係數之關係，如圖 5 所示。隨著孔隙比增加，滲透係數可以稍微提高，但高、低孔隙比之多孔材質的滲透係數依然在同一量級，因此實際應用中，不宜使用過高的孔隙比，以免無法達到理想的滲透係數。

假設 PMTLD 與主結構之質量比為 2%，依照圖 4 及圖 5 所提供的設計參數，可以得到結構位移的頻率響應曲線，如圖 6 所示。相較於未控制之主結構反應，PMTLD 與最佳 TMD 皆可使震動量降低之 8% 以下，且兩者相差甚小，顯示 PMTLD 可突破傳統 TLD 之限制，提供另一種經濟有效的結構物減振方案。

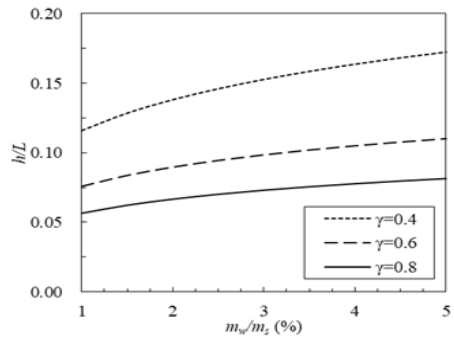


圖 4 PMTLD 質量比與水槽深長比之關係

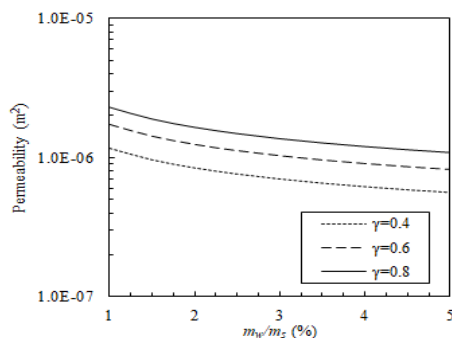


圖 5 PMTLD 質量比與滲透係數之關係

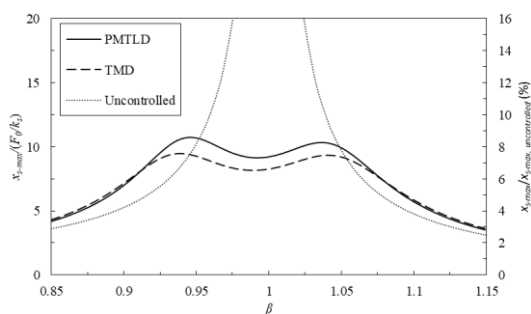


圖 6 單自由度單擺附加阻尼器之頻率響應函數

3.2 減振分析

本文以台北 101 作為柔性結構物的代表，分析 PMTLD 的減振效益。假設結構為剪力剛架，根據文獻資料(台北 101 大樓結構工程規劃設計紀錄，2003)，前三個振態之自然頻率分別為 0.8963、2.4166、4.1888rad/s。附加正方形 PMTLD 於 92 層樓，槽內水重量為 659.6 公噸，與台北 101 之既有 TMD 相同，多孔材質之孔隙比為 0.8，則根據前述等效質量模型與最佳設計公式，可求得水槽長寬為 16.44 m、水深 3.05 m、滲透係數為 7.55E-6 m²，則第一振態之有效質量比為 1.32%、諧調頻率比 $f_t=0.9910$ 、最佳阻尼比 $\xi_{opt}=6.99\%$ 。經由特徵分析，原基本振態將轉變為兩個振態，其自然頻率分別為 0.8376 rad/s 與 0.9401 rad/s，不過其他振態改變甚小。

半年回歸期之風力作用如圖 7 所示，由於風力的主要頻率接近台北 101 之自然頻率，因此必須特別注意它對結構造成的影響。結構附加 PMTLD 與未控制的頂層位移與加速度歷時如圖 8 所示。PMTLD 可減少約 25%~30%的位移振動量，說明對抗風力的效果良好。另外，依據抗風設計標準(建築物耐風設計規範及解說，1996)，結構物於半年迴歸期風速作用下，最高居住樓層角隅之側向振動最大

加速度值不得超過 5 cm/s² (gal)，而 PMTLD 也使最高辦公層樓之最大加速度小於 5 gal，符合法規。相較於傳統 TLD，在水槽內安裝多孔材質，可提升阻尼達到更理想的減振效能。

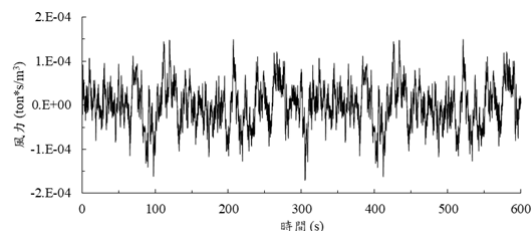


圖 7 單位面積單位風速之半年回歸期風力

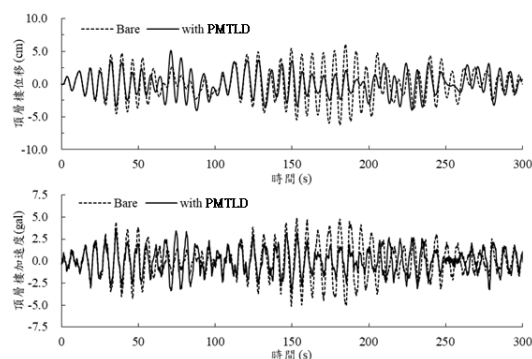


圖 8 台北 101 頂層位移與加速度歷時

四、結論

本文基於多孔介質流理論，建立 PMTLD 的等效質量模型，再結合結構控制技術，進行柔性結構物之減震分析。根據 PMTLD 的線性解析模型，可求解其自然頻率及阻尼比，與水槽尺寸、孔隙比及滲透係數之關係。以單自由度結構為例，本文提供最佳化設計參數之方法，使 PMTLD 具有諧調頻率比及最佳阻尼比，達到理想的減振效能，且其減振性能逼近最佳設計之 TMD，可確實應用於實際工程中。

針對自然週期較長的柔性結構物，則以台北 101 承受風力之減震分析為例。在半年迴歸期風力作用下，PMTLD 能有效地降低整體結構反應，使其最高居住樓層之最大加速度小於 5 cm/s²，符合法規。考慮海上更易於取得水源，因此 PMTLD 特別適用於海域平台之減震。

謝誌

本論文係科技部專題研究計畫「非線性水沖激

問題之研究」(編號 105-2221-E-002-108-)之研究成果,承蒙國科會經費之補助使本研究得以順利完成,謹致謝忱。

參考文獻

1. Abramson, H.N. (1966) *The dynamic behavior of liquids in moving containers with Application to Space Vehicle Technology*. SP-106, NASA, U.S.A.
2. Abbaspour, M., Hassanabad, M.G. (2010) *Comparing Sloshing Phenomena in a Rectangular Container with and without a Porous Medium Using Explicit Nonlinear 2-D BEM-FDM*. Scientia Iranica Transaction B-Mechanical Engineering. 17, 93-101.
3. Chen, S.R., Chang, C.C., Cai, C.S. (2008). *Study on stability improvement of suspension bridge with high-sided vehicles under wind using tuned-liquid-damper*. Journal of Vibration and Control. 14, 711-730.
4. Chen, G.D., Lu, L.Y. (2008). *Functionally upgraded passive devices for seismic response reduction*. Smart Structures and Systems. 4,(6), 741-757.
5. Chang, P.M., Lou, J.Y.K., Lutes, L.D. (1998). *Model identification and control of a tuned liquid damper*. Engineering Structures. 20, 155-163.
6. Den Hartog, J.P. (1956) *Mechanical vibrations*. 4th ed., New York, McGraw-Hill.
7. Fujino, Y., Pacheco, B.M., Chaiseri, P., Sun, L.M. (1988). *Parametric studies on tuned liquid damper (TLD) using circular containers by free-oscillation experiments*. Structural Engineering/Earthquake Engineering, JSCE Proceedings. 5, 381-391.
8. Fujino, Y., Sun, L.M. (1993). *Vibration control by multiple tuned liquid dampers (MTLDs)*. Journal of Structural Engineering. 119(12), 3482-3502.
9. Fujino Y, Sun LM, Pacheco BM, Chaiseri P. (1992). *Tuned liquid damper (TLD) for suppressing horizontal motion of structures*. Journal of Engineering Mechanics. 118(10), 2017-2030.
10. Huang, L.H., Chao, H.I. (1992). *Reflection and Transmission of Water Wave by Porous Breakwater*. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 118.
11. Jin, Q., Li, X., Sun, N., Zhou, J., Guan, J. (2007). *Experimental and numerical study on tuned liquid dampers for controlling earthquake response of jacket offshore platform*. Marine Structures. 20, 238-254.
12. Kumar, A., Sinhamahapatra, K.P. (2016). *Dynamics of rectangular tank with perforated vertical baffle*. Ocean Engineering. 126, 384-401.
13. Nield, A.D., Bejan, A. (2013) *Convection in Porous Media*. 4th ed., New York, Springer.
14. Ruiz, R.O., Lopez-Garcia, D., Taflanidis, A.A. (2016). *Modeling and experimental validation of a new type of tuned liquid damper*. Acta Mechanica. 227, 3275-3294.
15. Sun, L.M., Fujino, Y. (1994). *A Semi-analytical model for tuned liquid damper (TLD) with wave breaking*. Journal of Fluids and Structures. 8, 471-488.
16. Tsao, W.H. and Hwang, W.S. (2018). *Tuned Liquid Dampers with Porous Media*. Ocean Engineering, 167, 55-64.
17. Wakahara, T., Ohyama, T., Fujii, K. (1992). *Suppression of Wind-Induced Vibration of a Tall Building using Tuned Liquid Damper*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 43. 1895-1906.
18. Warnitchai, P., Pinkaew, T. (1998). *Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow-dampening devices*. Engineering Structures. 20, 593-600.
19. 何明錦, 甘錫滢, 謝紹松。台北 101 大樓結構工程規劃設計紀錄。內政部建築研究所研究報告, 2003。
20. 建築物耐風設計規範及解說。內政部營建署, 台北, 2014。