**最优估计实验报告**

**姓名： 秦旗峰**

**学号： 2023302143029**

**专业： 导航工程（智能导航实验班）**

**课程： 最优估计2**

**武汉大学**

**2025.05**

**目录**

[1实验任务 3](#_Toc198293696)

[2算法原理 3](#_Toc198293697)

[2.1扩展Kalman滤波 3](#_Toc198293698)

[2.1.1时间预测 3](#_Toc198293699)

[2.1.2测量更新 4](#_Toc198293700)

[2.2观测值逐次更新的扩展Kalman滤波 5](#_Toc198293701)

[3物理建模 7](#_Toc198293702)

[3.1问题描述 7](#_Toc198293703)

[3.2模型应用 8](#_Toc198293704)

[3.2.1时间预测 8](#_Toc198293705)

[3.2.2 EKF测量更新 10](#_Toc198293706)

[3.2.3 观测值逐次更新的EKF测量更新 10](#_Toc198293707)

[4编程实现 12](#_Toc198293708)

[4.1结构体 12](#_Toc198293709)

[4.2解算函数 12](#_Toc198293710)

[4.3主函数 13](#_Toc198293711)

[4.4结果可视化 13](#_Toc198293712)

[5结果分析 14](#_Toc198293713)

[6总结与反思 19](#_Toc198293714)

# 1实验任务

**·主要任务：**利用扩展Kalman滤波和观测值逐次更新的扩展Kalman滤波对平抛运动物体轨迹进行滤波估计，实现编程解算和可视化分析。

**·实验目的：**加深对扩展Kalman滤波的理解，掌握编程解算扩展Kalman滤波的实现步骤，通过分析滤波结果，找到扩展Kalman滤波的普遍规律。

# 2算法原理

## 2.1扩展Kalman滤波

Kalman滤波是基于线性模型的估计，但在实际应用中，描述运动状态的微分方程和观测方程大多是非线性的。非线性方程线性化过程往往会因为初值偏差较大带来较大的线性化误差，为了减小模型线性化带来的模型误差，扩展的Kalman滤波(EKF)在到时间段预测中，将作为近似值线性化微分方程；在的测量更新时，将作为近似值线性化观测方程，测量更新得到。

### 2.1.1时间预测

设非线性连续时间系统的状态方程为：

首先将式线性化。在时间段的预测中，为近似值，线性化后得到：

其中：

再解式的微分方程，得到离散化后的状态方程：

其中：

基于给出的状态方程，时间预测为：

的方差为：

其中：

### 2.1.2测量更新

对时刻的观测方程为：

在测量更新时将观测方程在近似值处用泰勒公式展开并舍去高阶项得到：

令：

则线性化后的观测方程为：

其中为非随机部分。测量更新的新息为：

由于是在时刻无观测值时的最优估计，所以取，那么式可以写为：

在得到新息后，测量更新为：

其方差为：

## 2.2观测值逐次更新的扩展Kalman滤波

观测值逐次更新的扩展Kalman滤波算法中的时间预测与2.1节中扩展Kalman滤波时间预测相同。只是在做观测值更新时将观测值向量拆分，用每一个观测值逐一对状态进行更新。

设有观测方程：

将观测方程展开为：

若观测值之间不相关，量测噪声矩阵为对角矩阵：

在测量更新时，首先取第一个观测方程：

将观测方程线性化，取，得到雅各布矩阵：

和的新息：

对时间预测的更新为：

接着，取对第二个观测方程进行线性化并对预测值更新，得到和，如此进行下去。第个观测值对状态的更新为：

上式中，当，即在第一个观测值进行更新时：

重复以上步骤，直到观测向量中最后一个观测值对状态更新完毕，得到和。和即为在时刻所有观测值对时间预测的更新。接下来进行时刻的滤波计算，先进行时间预测，再对时间预测进行观测值的逐次更新。

若观测值之间存在相关性，则先对观测方程去相关操作，再进行滤波处理。

# 3物理建模

## 3.1问题描述

一个从空中水平抛射出的物体，初始水平速度为,初始位置坐标；受重力和阻尼力的影响，阻尼力与速度平方成正比，水平和垂直阻尼系数分别为。此外，还存在不确定干扰力，沿轴分别为。利用一设备可以观测该物体得到距离和角度。

已知：，重力加速度；初始位置和速度及其方差为：

将干扰力和视为零均值白噪声，并且：

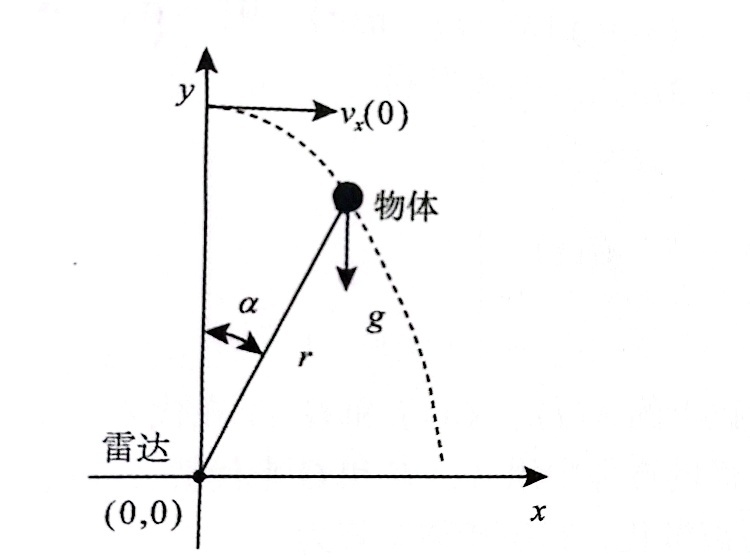
观测值采样间隔为，观测噪声与系统噪声不相关，并且：

图1 运动示意图

## 3.2模型应用

### 3.2.1时间预测

设状态为，可以列出状态方程为：

由于式表示的微分方程为非线性，先将其线性化。在，处线性化，得到：

其中：

令：

注意到在一次时间预测内，、和在代入后均为常矩阵，因此下面的推到中用、和分别代替、和。

状态转移矩阵由式展开可得：

由于采样间隔为，所以时间到时间的状态转移矩阵为：

离散化后的状态方程：

令，，可得：

的方差为：

在以上模型中：

因此，时间预测为：

其方差为：

### 3.2.2 EKF测量更新

对于扩展Kalman滤波，观测方程为：

对时间预测的更新的新息为：

增益矩阵为：

测量更新为：

### 3.2.3 观测值逐次更新的EKF测量更新

对于观测值逐次更新的扩展Kalman滤波，观测方程为：

先利用观测值对时间预测进行更新：

在利用观测值对时间预测的更新时，近似值取。得到和，接着用观测值对和更新：

这时使，更新后得到的和就是在时刻的滤波结果。在得到和后即可对时刻进行时间预测和测量更新。

重复以上计算，直到得到最后一组观测值的滤波结果。

# 4编程实现

## 4.1结构体

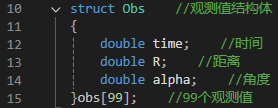
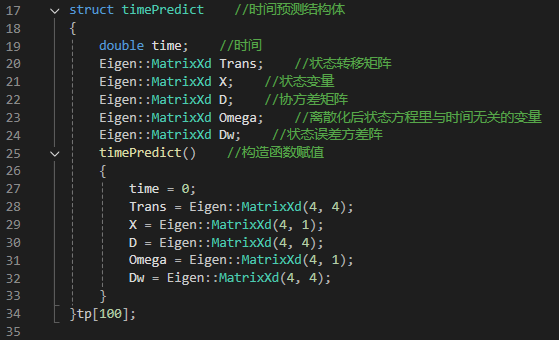
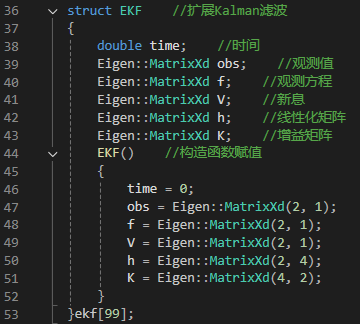
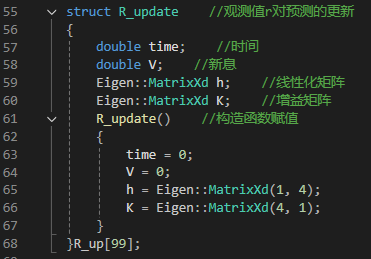
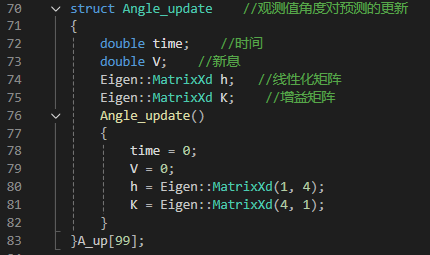
按照观测值存储，时间预测，扩展卡尔曼滤波和观测住逐次更新的扩展卡尔曼滤波的两次更新，定义了五个结构体：

图4 观测值测量更新结构体

图3 时间预测与EKF结构体

图2 观测值结构体

## **4.2解算函数**

定义了两个函数，一个是EKF解算，另一个是观测值逐次更新的EKF解算。

1. **void** EKF(string filename)    //扩展Kalman滤波解算

第一个函数是扩展Kalman滤波解算函数。输入文件名，自动读取数据并解算。结果输出到文件中。

1. **void** Obs\_EKF(string filename)    //观测值逐次更新的扩展Kalman滤波

第二个函数是观测值逐次更新的扩展Kalman滤波解算函数，输入与输出和第一个函数相同。

## **4.3主函数**

1. **int** main()
2. {
3. string filename = "D:\\HuaweiMoveData\\Users\\HUAWEI\\Desktop\\observation.txt";
4. Obs\_EKF(filename);
5. EKF(filename);
6. **return** 0;
7. }

主函数输入文件存放的路径，调用两个解算函数就能将结果输出到相应结果文件。

## 4.4结果可视化

结果可视化绘图语言使用Matlab，绘制了滤波估计的轨迹图，坐标和的方差图，观测值的新息图以及观测值带来的增益图。代码较冗长，在附件给出。

# 5结果分析

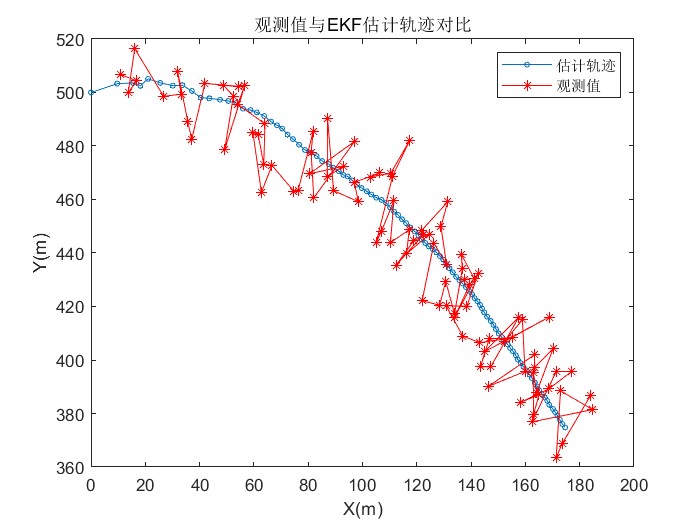
解算结果分别保存在"观测值逐次更新的扩展kalman滤波.txt"和"扩展kalman滤波.txt"中。通过Matlab的绘制函数，我们得以更好分析EKF的估计效果。

图5 EKF估计轨迹与观测值对比

由轨迹图图5分析可以得到，观测值轨迹存在较大波动，误差较大。而EKF估计轨迹更为平滑，更加符合客观规律。

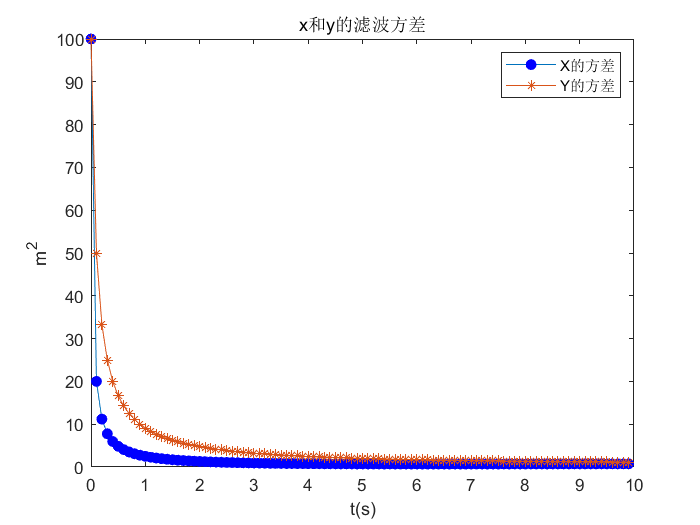
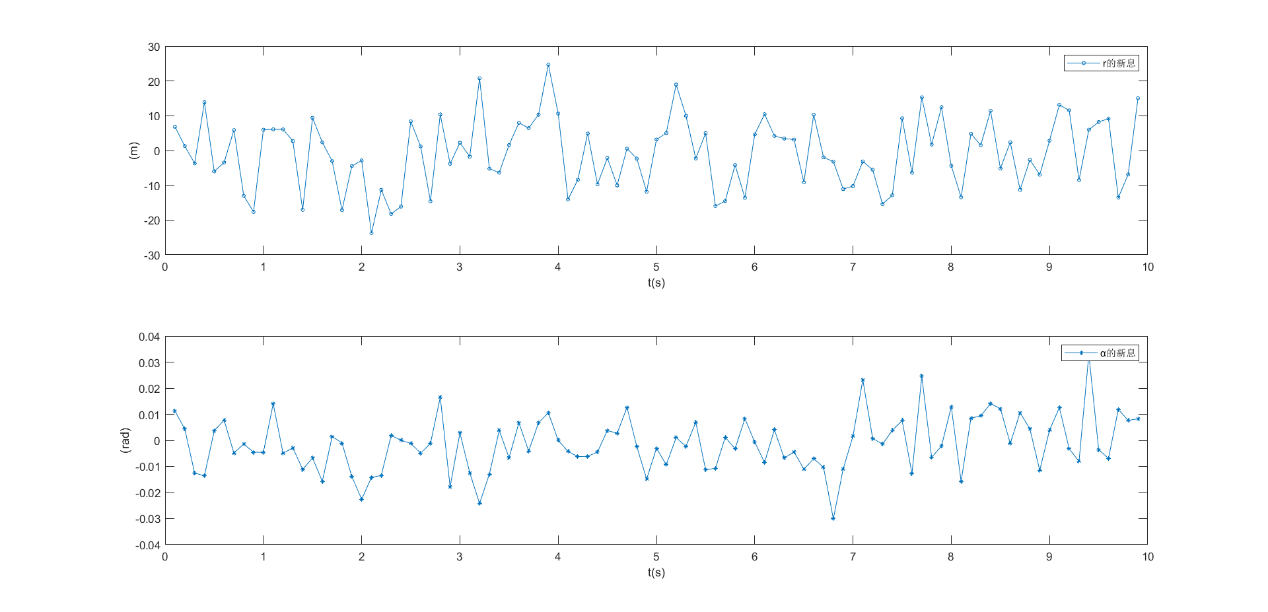


图7 EKF观测值新息

图6 EKF滤波方差

和坐标的滤波方差图显示了随着滤波的递推，估计方差逐渐减小的过程。和坐标方差由最初的第一次滤波更新就分别下降到约和，收敛速度很快且滤波方差曲线十分平滑，最后收敛到一个较小值。

观测值新息是观测值与预测值的差异，能够体现观测值噪声大小。不难发现观测值的新息波动较大，原因是观测值的误差大，观测噪声达到了；而观测值的新息在附近波动，误差较小。

图8 EKF观测值对状态的增益

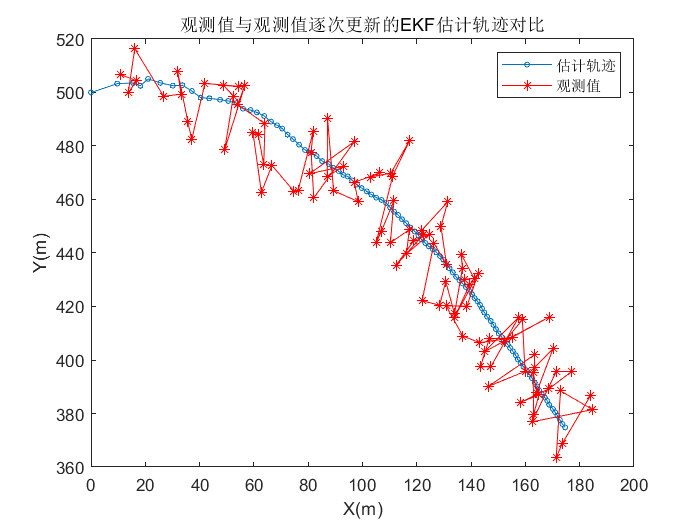
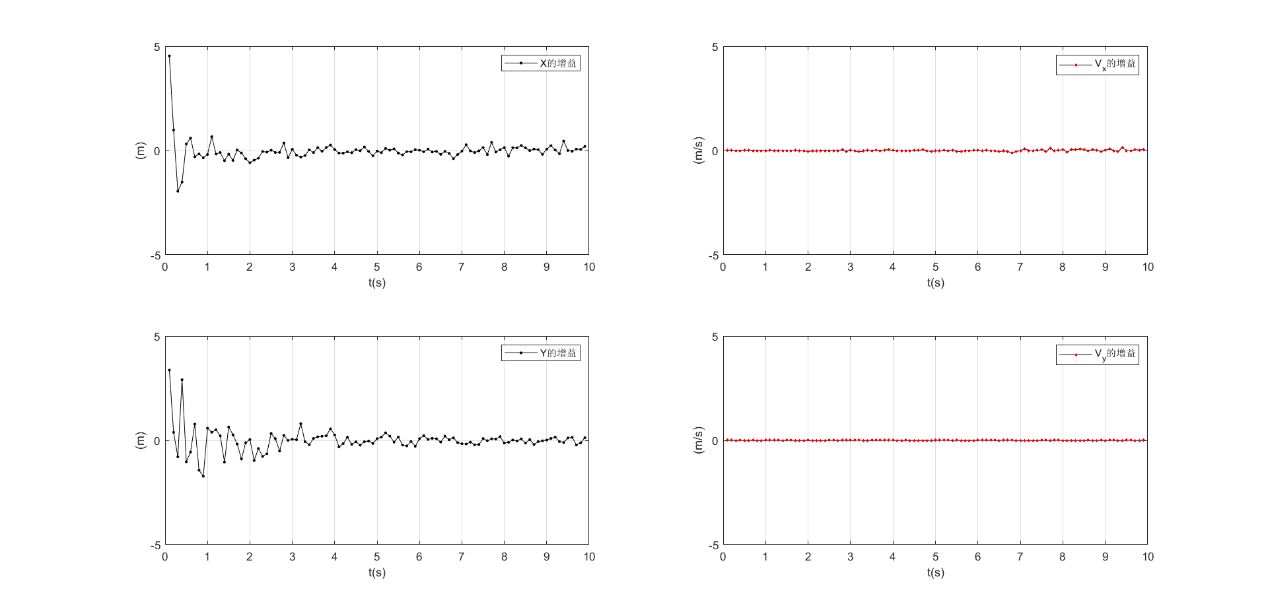
图8展示了观测值对时间预测的增益，不难发现，对状态的增益，最终会趋向于0。由于观测值是坐标的函数，因此对坐标和的增益相较于和的增益更大。观测值增益波动逐渐减小趋向于零，体现了滤波结果与观测值之间的一致性逐渐增大。

图9 观测值逐次更新的EKF估计轨迹与观测值对比

上图是观测值逐次更新的扩展Kalman滤波估计轨迹与观测值的对比图，观测值逐次更新的EKF估计轨迹相较于观测值更加平滑并更能体现客观规律。观测值在估计轨迹周围波动，也能反映出估计轨迹的正确性。

图10 观测值逐次更新的EKF滤波方差

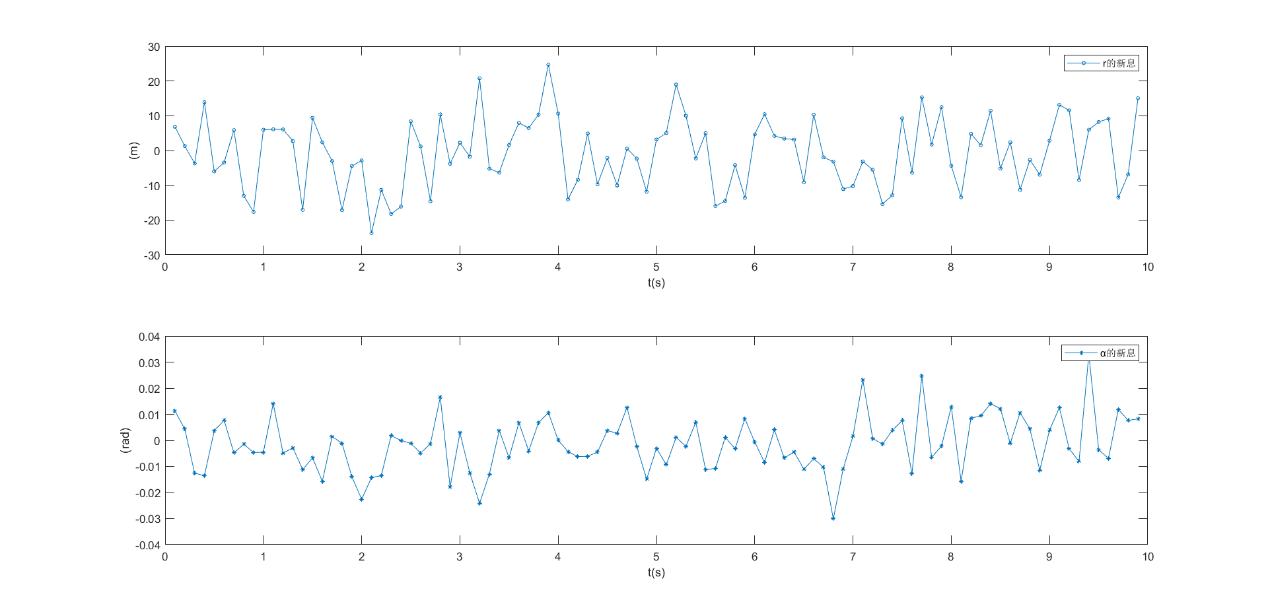
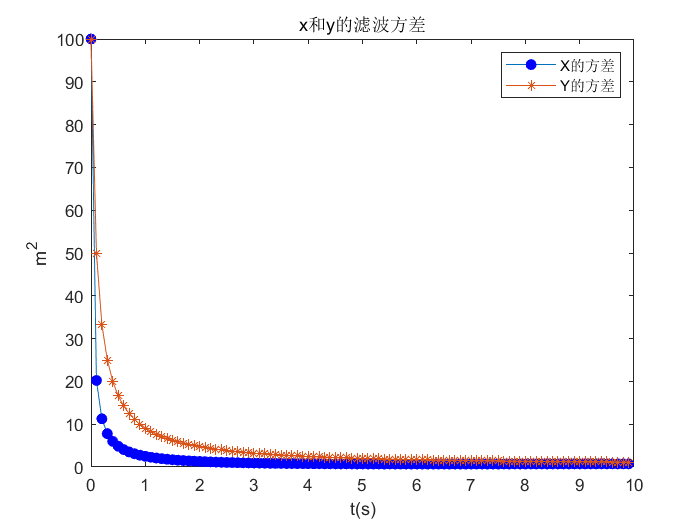
观测值逐次更新的扩展Kalman滤波估计的坐标和的方差从最初的，快速收敛到接近于处，精度显著提高。

图11 观测值逐次更新的EKF观测值新息

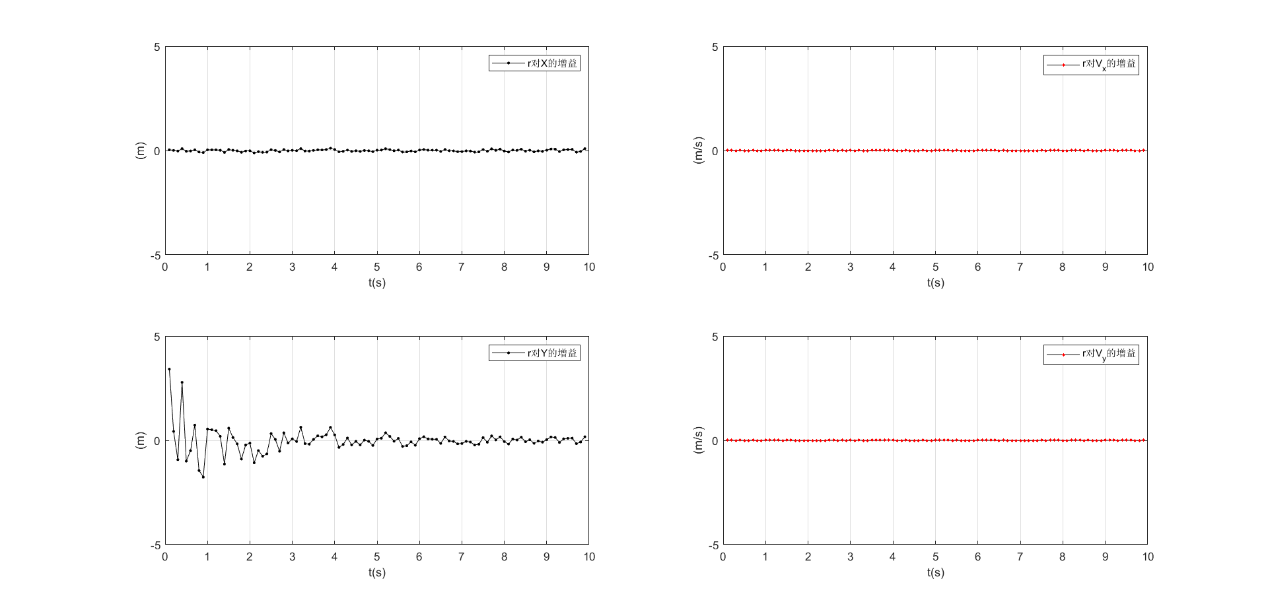
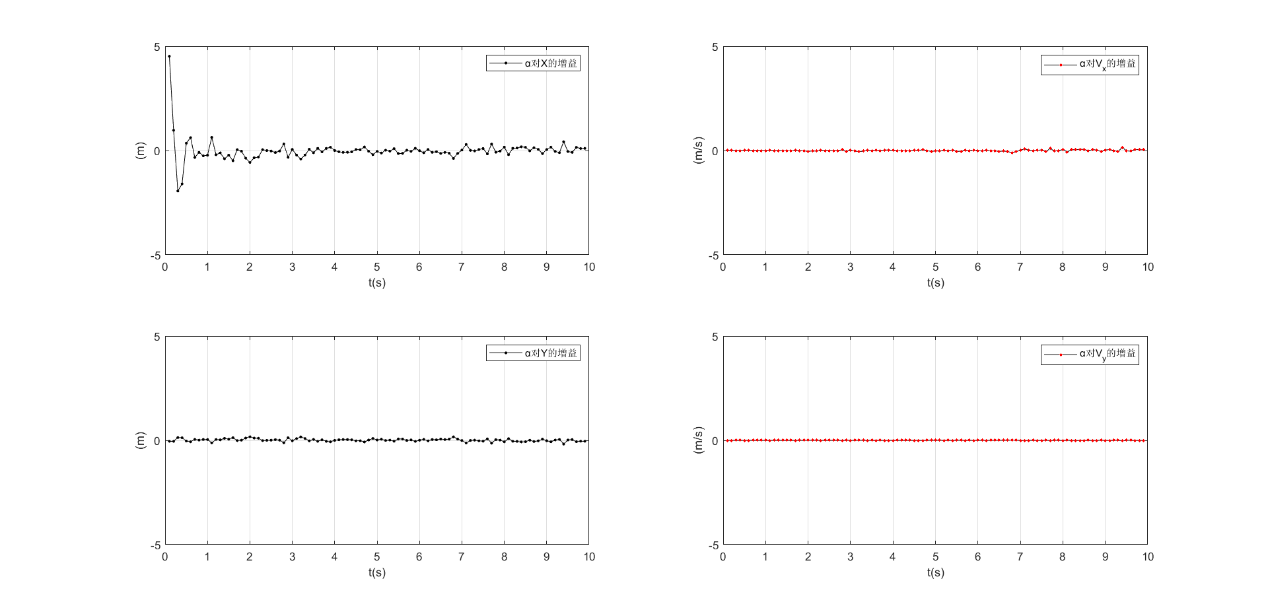
上图分别是观测值逐次更新的EKF观测值增益(图11)和观测值逐次更新的EKF观测值对状态的增益(图12)。观测值新息在0附近波动，由于观测值的测量精度显著高于观测值，因此的新息波动幅度小于的新息波动幅度。

图12 观测值逐次更新的EKF观测值对状态的增益

通过绘制出两个观测值分别对状态的增益，不难发现观测值对坐标的增益小于对的增益，而观测值对坐标的增益更大，体现出不同观测值与不同状态的相关性大小。

通过结果文件数据分析，扩展Kalman滤波和观测值逐次更新的Kalman滤波结果仅仅在小数部分存在差异，二者效果接近。

# 6总结与反思

本次实验实现了利用EKF和观测值逐次更新的EKF对物体轨迹进行估计。相较于纸面的推导，利用编程解算的过程更能加深我们对Kalman滤波的理解。

利用扩展Kalman滤波和观测值逐次更新的扩展Kalman滤波进行解算时，结果上差异并不大。但是逐次更新的EKF在处理多维观测值且观测噪声互不相关的情况时具有更大的优势，因为逐次更新的EKF避免了矩阵求逆，数值稳定性更强，并且降低了协方差矩阵更新过程中正定性丢失的问题。但当处理观测维度低的情况时，传统EKF则具有更大的优势。

本次实验分别利用C++和Matlab进行解算和可视化处理，提高了我们的编程能力和数据分析能力。

进行实验过程中也暴露了自身一些问题，例如对EKF实现过程不够熟悉，对解算结果的分析不够到位等不足。我也会在今后的学习中努力克服。