

第 108 學年度清華大學普通物理實驗(一)

☐預報 或 ☒結報 課程編號： 10810PHYS101010

實驗名稱：運動體軌跡和相關物理量測量實驗(含牛頓第二運動定律驗證)

系 級：電機資訊學院學士班 1 年級 組 別：13

學 號：108060018 姓 名：葉承泓

組 員：陳竑廷

實驗日期：108 年 10 月 16 日 補作日期： 年 月 日

◎ 以下為助教記錄區

預報繳交日期	報告成績	助教簽名欄
結報繳交日期		
報告缺失紀錄		

六、實驗結果與分析

(一) 改變作用力 F (固定總質量 $m+M$ (滑車+砝碼 $\times 7$ +砝碼架))

表 1 改變作用力

總質量 $m+M \doteq 0.540060 \text{ kg}$

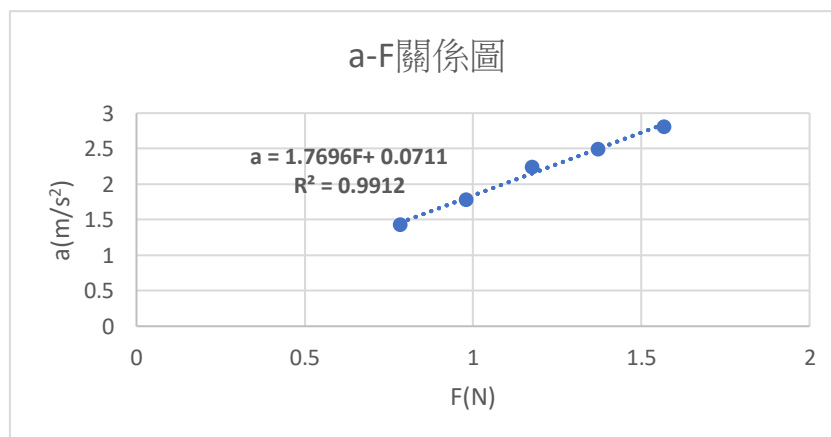
圖形上的斜率 $\doteq 1.7696$

實驗次數	懸掛物體 質量 $M(\text{kg})$	作用力 $F(\text{N})$	加速度 a 測 量值 (m/s^2)	加速度 a 理論值 (m/s^2)	a 誤差(%)
第 1 次	0.159920	1.567216	2.80990	2.901929	-3.1713182
第 2 次	0.139920	1.371216	2.49070	2.539007	-1.9025856
第 3 次	0.119920	1.175216	2.24140	2.176084	3.001532
第 4 次	0.099920	0.979216	1.78220	1.813162	-1.7075975
第 5 次	0.079920	0.783216	1.42990	1.450239	-1.4024491

表 2 改變作用力

秤重測量值 $m+M$	0.540060(kg)
由實驗斜率得到的總質量 $m+M$	0.565099(kg)
誤差百分比	4.636421%

圖 1 改變作用力之 a - F 關係圖



數據分析：

1. 用電子天平測量滑車、砝碼、砝碼架的質量，將其相加，總和即為 $m+M$ (測量值(理論值))
2. 由 M 的測量值，可求得 $F=Mg$
3. 可接著求出理論值：由 $F=ma$ ， $Mg=(m+M)a \Rightarrow a = \frac{M}{m+M}g$ (a 的理論值)
4. 在墜落物的砝碼架上放入 7 個(所有)砝碼，懸吊在軌道末端，再將滑車置於軌道另一方末端，滑車與墜落物之間以細綿線穿過定滑輪連接(細綿線要呈現水平，且與軌道平行)，用手將滑車先停住，不使它因受到細綿線的張力而出發
5. 將多功能光電計時(紀錄)器歸零

6. 將手放開，使滑車受到張力而由靜止開始做等加速度運動
7. 於表 1 中記錄下多功能光電計時(紀錄)器螢幕上所顯示的數值(1—通過第一個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；2—通過第二個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；1~2—通過 2 個光電閘之間的平均加速度量值(單位為 cm/s²))，此加速度即為 a 的實驗(測量)值
8. 如表 1，a 誤差 = $\frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\%$
9. 依次將(滑車上砝碼個數，砝碼架上砝碼個數)更改為(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，重複步驟 2.~8.
10. 將 a(測量值)-F 關係圖畫出(如圖 1)
11. 理論上 $F = (m + M)a$ ，故 $a = \frac{1}{m+M} F$ ，可知因為 m、M 皆為定值，故 a-F 關係圖成一線性關係(如圖 1)，因此可求出回歸直線及其斜率，紀錄斜率於表 1
12. 由 $\frac{1}{\text{回歸直線斜率}} = m + M$ 可得到總質量的實驗值
13. 如表 2，(m + M)誤差 = $\frac{(m+M)_{\text{實驗值}} - (m+M)_{\text{理論值}}}{(m+M)_{\text{理論值}}} \times 100\%$

(二) 改變受力物體質量 m (固定作用力 F)

表 3 改變受力物體質量

懸掛物體的質量 $M \doteq 0.07992 \text{ kg}$

作用力 $F = Mg \doteq 0.783216 \text{ N}$

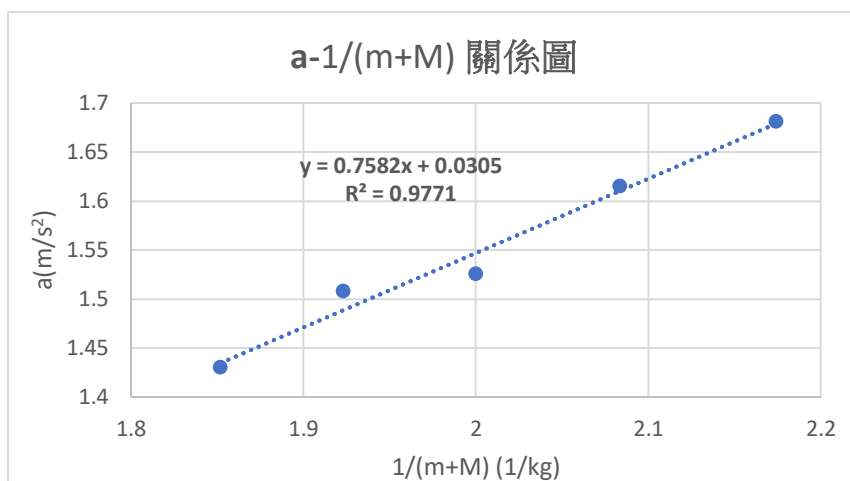
圖形上的斜率 $\doteq 0.7582$

實驗次數	受力物體 質量 m(kg)	$\frac{1}{\text{總質量}} = \frac{1}{M+m} (\frac{1}{\text{kg}})$	加速度 a 測量值 (m/s ²)	加速度 a 理 論值(m/s ²)	a 誤差(%)
第 1 次	0.380060	2.174008	1.681	1.702718	-1.275461
第 2 次	0.400060	2.083420	1.6149	1.631768	-1.033725
第 3 次	0.420060	2.000080	1.5256	1.566495	-2.610584
第 4 次	0.440060	1.923151	1.5078	1.506243	0.103400
第 5 次	0.460060	1.851920	1.4299	1.450454	-1.417055

表 4 改變受力物體質量

作用力 F 理論值	0.783216 (kg)
F(由實驗斜率)	0.7582(kg)
誤差百分比	-3.1940103%

圖 2 改變受力物體質量之 $a - \frac{1}{(m+M)}$ 關係圖



數據分析：

1. 用電子天平測量滑車、每次實驗需用到的砝碼(每次實驗所需個數不相同)、砝碼架的質量，將其相加，總和即為 $m+M$
2. 計算 $\frac{1}{m+M}$ (理論值)
3. 在此我們選取懸掛物體為砝碼架+砝碼 $\times 3$ ，因此 $M=\text{砝碼架質量}+\text{砝碼質量}\times 3$ 。用電子天平測量可得 M 測量值(理論值)
4. 由 M 的測量值，可求得 $F=Mg$ (F 理論值)
5. 可接著求出 a 理論值：由 $F=ma$ ， $Mg=(m+M)a \Rightarrow a = \frac{M}{m+M}g$ (a 的理論值)
6. 在懸掛物體懸吊在軌道末端，再將滑車(不放上任何砝碼)置於軌道另一方末端，滑車與墜落物之間以細綿線穿過定滑輪連接(細綿線要呈現水平，且與軌道平行)，用手將滑車先停住，不使它因受到細綿線的張力而出發
7. 將多功能光電計時(紀錄)器歸零
8. 將手放開，使滑車受到張力而由靜止開始做等加速度運動
9. 於表 3 中記錄下多功能光電計時(紀錄)器螢幕上所顯示的數值(1—通過第一個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；2—通過第二個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；1~2—通過 2 個光電閘之間的平均加速度量值(單位為 cm/s^2)，此加速度即為 a 的實驗(測量)值
10. 如表 3， a 誤差 $= \frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\%$
11. 依次將滑車上砝碼個數更改(增加)為 1、2、3、4 個，重複步驟 1.~10.
12. 將 $a(\text{測量值}) - \frac{1}{m+M}$ 關係圖畫出(如圖 2)
13. 理論上 $F = (m + M)a$ ，故 $a = (F) \frac{1}{m+M}$ ，可知 $a - \frac{1}{m+M}$ 關係圖成一線性關係(如圖 2)，
因此可求出回歸直線及其斜率，紀錄斜率於表 1
14. 由回歸直線斜率 $= F$ 可得到 F 的實驗值

15. 如表 4，F 誤差 = $\frac{F_{\text{實驗值}} - F_{\text{理論值}}}{F_{\text{理論值}}} \times 100\%$

(三) 以 Arduino+Uno+超音波測距器模組及 CoolTerm 軟體測量滑車位置並得出其
加速度

表 5 以超音波測距器模組測量實驗(一)第 5 次的加速度數據

總質量 $m+M \doteq 0.540060 \text{ kg}$

懸掛物體 質量 $M(\text{kg})$	作用力 $F(\text{N})$	加速度 a 測量 值 (m/s^2)	加速度 a 理 論值(m/s^2)	a 誤差(%)
0.079920	0.783216	1.24	1.450239	-14.496844

圖 3

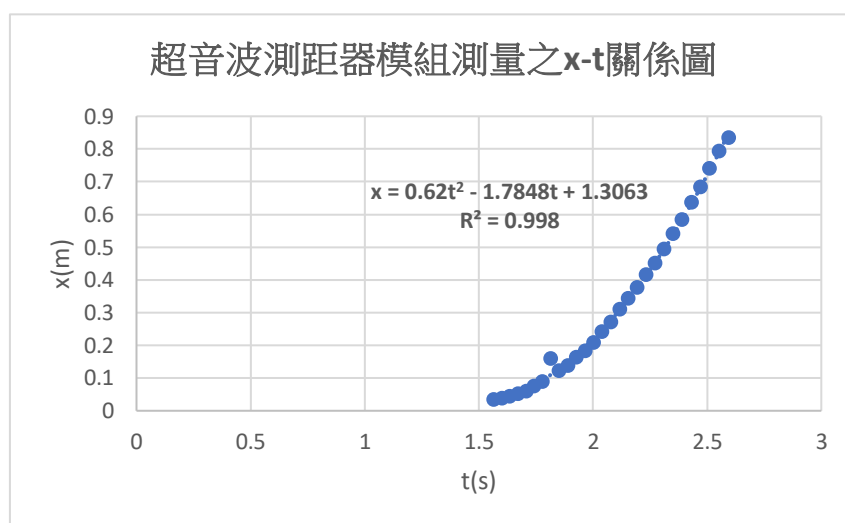


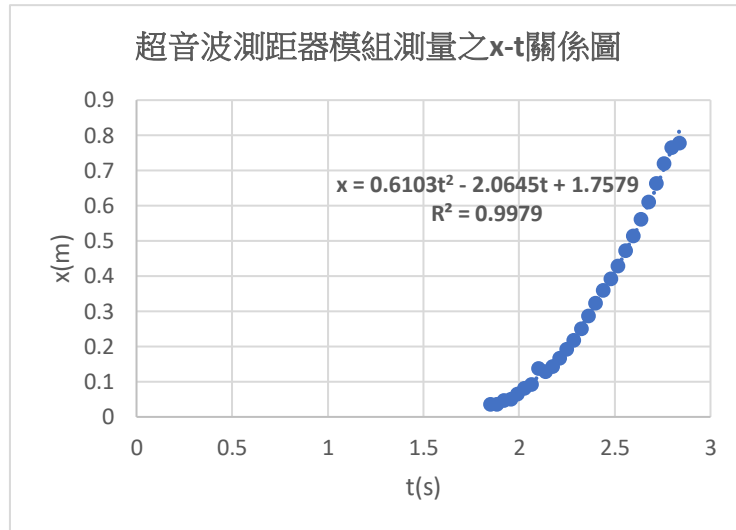
表 6 以超音波測距器模組測量實驗(二)第 4 次的加速度數據

懸掛物體的質量 $M \doteq 0.07992 \text{ kg}$

作用力 $F = Mg \doteq 0.783216 \text{ N}$

受力物體質 量 $m(\text{kg})$	$\frac{1}{\text{總質量}} =$ $\frac{1}{M+m}(\frac{1}{\text{kg}})$	加速度 a 測 量值 (m/s^2)	加速度 a 理論 值(m/s^2)	a 誤差(%)
0.440060	1.923151	1.2206	1.506243	-18.963914

圖 4



數據分析：

1. 在此我們分別選取實驗(一)第 5 次的實驗初始值、實驗(二)第 4 次的實驗初始值，將光電閘改為超音波測距器模組(連接上 Arduino 控制盒及匯入數據至 CoolTerm 軟體中)進行測量，每次實驗步驟及數據處理如下：
2. 將超音波測距器放置於軌道末端(滑車啟動的那一端)並連接上電腦
3. 在懸掛物體懸吊在軌道末端，再將滑車置於軌道另一方末端，滑車與墜落物之間以細綿線穿過定滑輪連接(細綿線要呈現水平，且與軌道平行)，用手將滑車先停住，不使它因受到細綿線的張力而出發
4. 將手放開，使滑車受到張力而由靜止開始做等加速度運動
5. 將擷取到的(x,t)數據匯入 Excel 中，並繪出 x-t 關係圖(如圖 3)
6. 理論上 $x = \frac{1}{2}at^2$ ，故 t^2 項的係數為 $\frac{1}{2}a \Rightarrow a$ 為 $2 \times (t^2 \text{ 項的係數})$ ，可藉最佳化曲線方程式得到 a 的實驗值

$$7. a \text{ 誤差} = \frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\%$$

(四) 以手機攝影功能錄下整個運動過程，再匯入到 Tracker 軟體進行運動分析

表 7 Tracker 軟體運動分析原始數據

t(s)	x(m)	t(s)	x(m)	t(s)	x(m)
0	0.032276	0.533333	0.158475	1.066667	0.685136
0.033333	0.032268	0.566667	0.18017	1.1	0.728884
0.066667	0.03226	0.6	0.20314	1.133333	0.777313
0.1	0.032252	0.633333	0.230118	1.166667	0.825563
0.133333	0.032149	0.666667	0.257269	1.2	0.868811
0.166667	0.033037	0.7	0.286382	1.233333	0.917247
0.2	0.036011	0.733333	0.316877	1.266667	0.964679
0.233333	0.040402	0.766667	0.346828	1.3	1.008249
0.266667	0.046395	0.8	0.379985	1.333333	1.052162
0.3	0.054108	0.833333	0.415464	1.366667	1.098077
0.333333	0.06457	0.866667	0.447185	1.4	1.136868
0.366667	0.075653	0.9	0.484561	1.433333	1.181792
0.4	0.088392	0.933333	0.522403	1.466667	1.22917
0.433333	0.103255	0.966667	0.559648	1.5	1.26965
0.466667	0.119544	1	0.604298	1.535	1.304713
0.5	0.138298	1.033333	0.650917		

表 8 以 Tracker 軟體分析實驗(二)第 4 次的運動數據

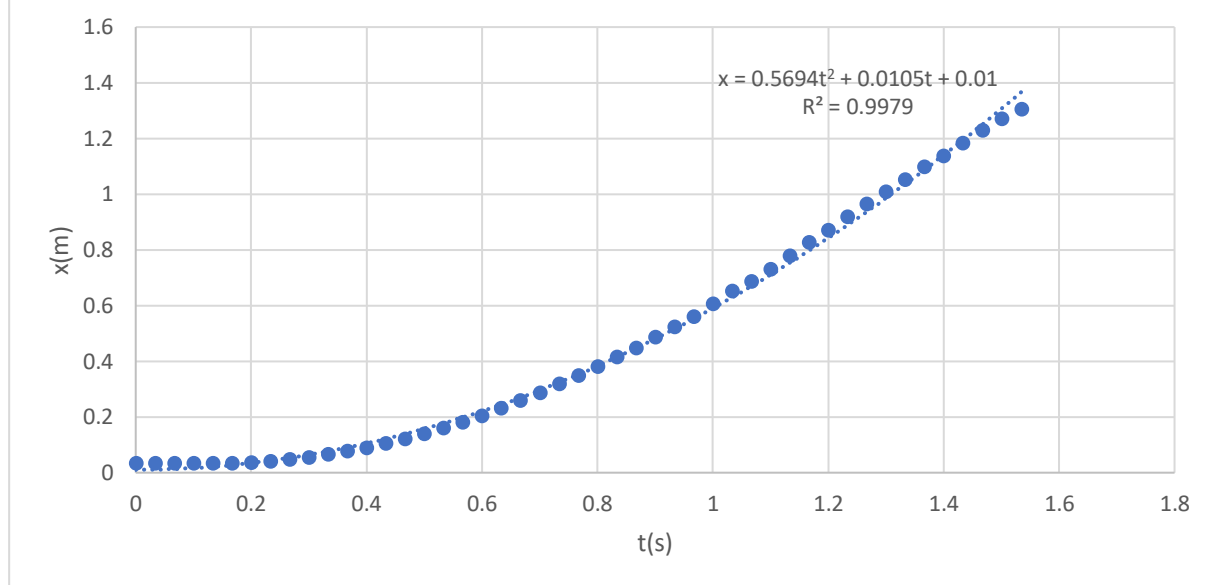
懸掛物體的質量 $M \doteq 0.07992 \text{ kg}$

作用力 $F = Mg \doteq 0.783216 \text{ N}$

受力物體質 量 $m(\text{kg})$	$\frac{1}{\text{總質量}} =$ $\frac{1}{M+m}(\frac{1}{\text{kg}})$	加速度 a 測 量值 (m/s^2)	加速度 a 理論 值(m/s^2)	a 誤差(%)
0.440060	1.923151	1.1388	1.506243	-24.394647

圖 6 Tracker 軟體分析之 $x-t$ 圖

Tracker軟體分析之x-t圖



數據分析：

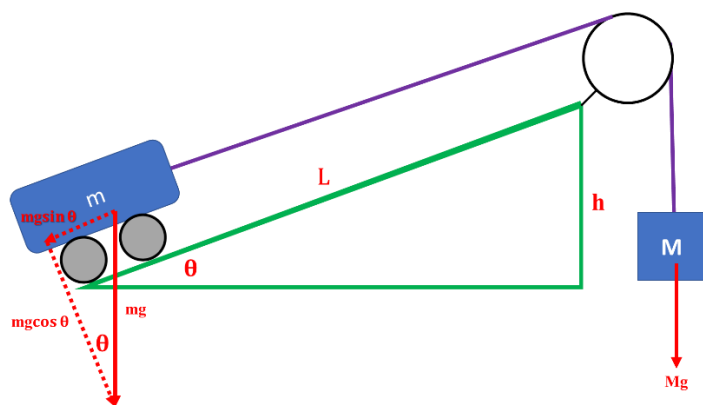
1. 在此我們選取實驗(二)第4次的實驗初始值，將光電閘改為用手機錄影整個運動過程後匯入 Tracker 軟體進行分析
2. 利用 Tracker 軟體的「自動追蹤」功能，可迅速又方便地追蹤滑車上某特定點的運動軌跡
3. 在坐標軸(x 軸平行軌道方向)與長度校正後，我們有各個影格處滑車所在的位置，將時間及位置資料匯入 Excel 後進行分析及畫圖，其位置與時間的關係可得知(即 $x(t)$)，如圖 6 所示
4. 理論上 $x = \frac{1}{2}at^2$ ，故 t^2 項的係數為 $\frac{1}{2}a \Rightarrow a$ 為 $2 \times (t^2 \text{ 項的係數})$ ，可藉最佳化曲線方程式得到 a 的實驗值

$$5. a \text{ 誤差} = \frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\%$$

(五) 若軌道傾斜，測量滑車的加速度

如下圖所示，理論上(不考慮摩擦力)滑車與墜落物體的加速度 a 的量值滿足

$$F = (m+M)a = Mg - mg \sin \theta \Rightarrow a = \frac{Mg - mg \sin \theta}{m+M}$$



但實際上滑車輪子與地面之間有動摩擦力作用，假設其間之動摩擦係數為 μ_k ，則動摩擦力為 $f_k = mg\mu_k \cos \theta$ ，此時滑車與墜落物體的加速度 a 的量值滿足 $F=(m+M)a=Mg-$

$$mg \sin \theta - mg\mu_k \cos \theta \Rightarrow a = \frac{Mg - mg \sin \theta - mg\mu_k \cos \theta}{m+M}$$

表 9 改變作用力

總質量 $m+M \doteq 0.540060 \text{ kg}$

圖形上的斜率 $\doteq 1.8074$

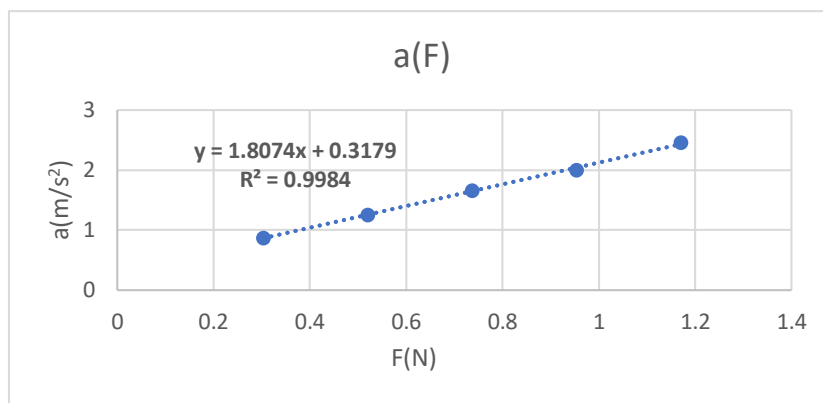
實際測量之 $\sin \theta \doteq 0.106533$ ； $\tan \theta \doteq 0.107143$

實驗次數	懸掛物體質量 $M(\text{kg})$	作用力 $F(\text{N})$	加速度 a 測量值 (m/s^2)	加速度 a 理論值 (m/s^2)	a 誤差 (%)	$\sin \theta$ 值	θ 誤差 (%)
第 1 次	0.159920	1.170340	2.4596	2.167056	0.134996	0.064124	-39.808727
第 2 次	0.139920	0.953460	2.0007	1.765470	0.133239	0.074137	-30.409628
第 3 次	0.119920	0.736580	1.657	1.363885	0.214912	0.068086	-36.089090
第 4 次	0.099920	0.519699	1.2574	0.962299	0.306663	0.069585	-34.682599
第 5 次	0.079920	0.302819	0.8713	0.560713	0.553915	0.069336	-34.916037

表 10 改變作用力

秤重測量值 $m+M$	0.540060(kg)
由實驗斜率得到的總質量 $m+M$	0.553281(kg)
誤差百分比	0.024481%

圖 7 改變作用力之 a - F 關係圖



數據分析：

1. 用電子天平測量滑車、砝碼、砝碼架的質量，將其相加，總和即為 $m+M$ (測量值(理論值))
2. 由 M 的測量值，可求得 $F_1=Mg$
3. 由 $m\vec{g}$ 重力的向量分解可得 $m\vec{g} \sin \theta$ 與 $m\vec{g} \cos \theta$ ，其中令 $F_2= m\vec{g} \sin \theta$
4. 可接著求出理論值(不考慮摩擦力)：由 $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=(m+M)\vec{a}$ ， $Mg-mg \sin \theta=(m+M)a \Rightarrow a = \frac{M-m \sin \theta}{m+M} g$ (a 的理論值)
5. 在墜落物的砝碼架上放入 7 個(所有)砝碼，懸吊在軌道末端，再將滑車置於軌道另一方末端，滑車與墜落物之間以細綿線穿過定滑輪連接(細綿線要與軌道平行)，用手將滑車先停住，不使它因受到細綿線的張力而出發
6. 將多功能光電計時(紀錄)器歸零
7. 將手放開，使滑車受到張力而由靜止開始做等加速度運動
8. 於表 9 中記錄下多功能光電計時(紀錄)器螢幕上所顯示的數值(1—通過第一個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；2—通過第二個光電閘時的速率(單位為 cm/s)；1~2—通過 2 個光電閘之間的平均加速度量值(單位為 cm/s^2))，此加速度即為 a 的實驗(測量)值
9. 如表 9， a 誤差 $= \frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\%$
10. 依次將(滑車上砝碼個數，砝碼架上砝碼個數)更改為(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，重複步驟 2.~9.
11. 將 a (測量值)- F 關係圖畫出(如圖 7)
12. 理論上 $F = (m + M)a$ ，故 $a = \frac{1}{m+M} F$ ，可知因為 m 、 M 皆為定值，故 a - F 關係圖成一線性關係(如圖 1)，因此可求出回歸直線及其斜率，紀錄斜率於表 9
13. 由 $\frac{1}{\text{回歸直線斜率}} = m + M$ 可得到總質量的實驗值
14. 如表 10， $(m + M)$ 誤差 $= \frac{(m+M)_{\text{實驗值}} - (m+M)_{\text{理論值}}}{(m+M)_{\text{理論值}}} \times 100\%$
15. 由測量軌道之長 L ，傾斜高度 h 可求得 $\sin \theta = \frac{h}{L}$ (再求出 θ 的理論值)，另外由公式

$$Mg - mg \sin \theta = (m+M)a \Rightarrow \sin \theta = \frac{Mg - (m+M)a}{mg} \text{ 可得出 } \theta \text{ 的實驗值,}$$

$$16. \text{ 如表 9, } \theta \text{ 誤差} = \frac{\theta_{\text{實驗值}} - \theta_{\text{理論值}}}{\theta_{\text{理論值}}} \times 100\%$$

七、問題與討論

Q₁: 此實驗中可能引起誤差的因素有哪些?

A₁: 1. 儀器測量精確度:

- (1) 以光電閘連接多功能光電計時(紀錄)器測量 a 時, 實際上的數值可能超過小數點後 4 位, 但儀器卻只精確到 0.1 mm/s^2 (小數點後 4 位) 的層級, 因此小數點後第 4 位為估計值, 更後面的位數也就是造成誤差的原因之一
- (2) 以 Arduino 控制盒連接超音波測距器測量與滑車之間的距離時, Arduino 控制盒螢幕上顯示的數值只到小數點後 2 位, 也會造成測量上的誤差
- (3) 以電子秤測量 m 及 M 時, 儀器精確度只到 0.1 公克(小數點後 4 位)的程度, 但是實際數值可能超過小數點後 4 位, 因此也會導致誤差
- (4) 用手機錄影後匯入軟體分析時, 自動追蹤功能可能無法定位到滑車上某點的精確(確切)位置, 而手機拍攝角度也造成螢幕上依比例測量出來的長度與實際不符(有差異)

2. 觀測紀錄者觀測之精確度(人為判斷誤差):

- (1) 軌道不水平: 架設器材時, 用氣泡式水平儀調整軌道的水平時(為了使滑車在鉛直方向所受外力和為 0, 水平方向只受到繩張力(不考慮摩擦力)), 氣泡可能不是恰位於水平儀正中心, 但我們卻認為已達水平, 這使得測量值與理論值之間有差異(詳細討論在「六、實驗結果與分析」與 Q₂)
- (2) 儀器裝置並沒有安裝得很精確, 例如: 棉線並未「沿著水平, 同時平行軌道的方向」, 而我們認為已達到, 因此開始釋放滑車, 造成加速度與理論值不同(詳細討論在與 Q₃)
- (3) 光電閘的遮光片開口方向應與軌道保持垂直, 但因為是手動調整, 可能會因為偏轉(不正)一個角度使光電閘被遮光的時間縮短, 導致測量不準確

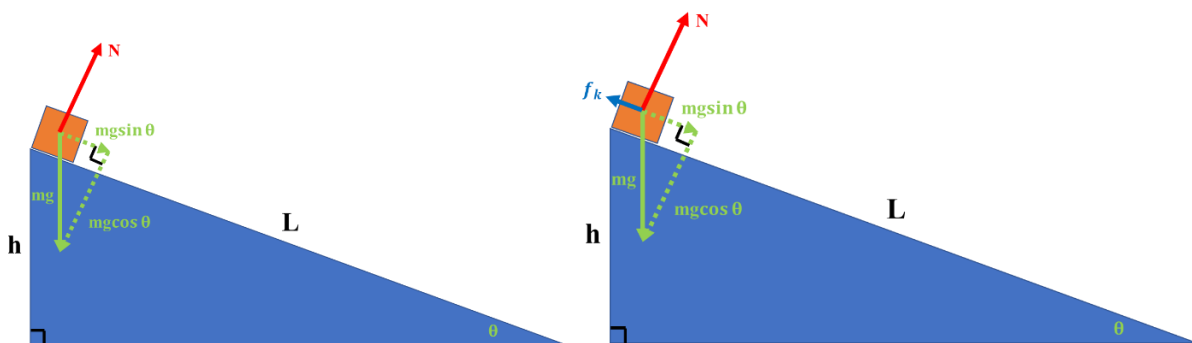
3. 摩擦力的影響: 棉線與滑輪之間實際上有摩擦力作用(假設其量值為 f), 且滑車的輪子與軌道之間也有動摩擦力作用(假設軌道與輪子之間的動摩擦係數為 μ_k , 則動摩擦力為 $f_k = N\mu_k = mg\mu_k$), 因此由牛頓第二運動定律的公式 $F=ma$, 滑車的加速度 a 滿足 $F=Mg-f-mg\mu_k=(m+M)a \Rightarrow a = \frac{Mg-f-mg\mu_k}{m+M}$ 。

Q₂: 假使軌道不水平, 則會導致實驗誤差: L 長的軌道, 在軌道兩端高度差 h , 且無其他人為的外力作用下, 使質量為 M 的物體從軌道較高的一端放手, 請問物體如何運動? 加速度為何? 當運動體到達軌道較低的一端會獲得的速度為何?

A₂: 1. 若軌道光滑無摩擦力, 如下左圖所示, 則 $\sin \theta = \frac{h}{L}$, $N=mg\cos \theta$, 因此

- (1) 合力為 $mg\sin \theta$ 為定值, 故物體作等加速度運動
- (2) 由 $F=ma=mg\sin \theta \Rightarrow a = g\sin \theta$

$$(3) \text{ 由 } v^2 = v_0^2 + 2aS \Rightarrow v = \sqrt{0 + 2gL\sin\theta} \Rightarrow v = \sqrt{2gL\sin\theta}$$



2. 若軌道與物體之間的摩擦力較大不可忽略時，如上右圖所示。若兩者之間的動摩擦係數為 μ_k ，此時 $\sin\theta = \frac{h}{L}$ ， $N = mg\cos\theta$ ， $f_k = mg\mu_k\cos\theta$ ，因此

(1) 合力為 $mg\sin\theta - mg\mu_k\cos\theta$ 為定值，故物體作等加速度運動

(2) 由 $F = ma = mg\sin\theta - mg\mu_k\cos\theta \Rightarrow a = g\sin\theta - g\mu_k\cos\theta$

(3) 由 $v^2 = v_0^2 + 2aS \Rightarrow v = \sqrt{0 + 2L(mg\sin\theta - mg\mu_k\cos\theta)} \Rightarrow v =$

$$\sqrt{2mgL\sin\theta - 2mg\mu_kL\cos\theta}$$

Q3：若沿著軌道的細線無法平行於軌道面的話，會對之後的實驗數據產生怎樣的影響？

A3：如下俯視圖所示，若細繩往兩側其中一側偏移 θ 角 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，則雖然理論上滑車所受外力為繩張力 $T = Mg$ ，但是事實上滑車在平行軌道方向真正的加速度只有 $T\cos\theta = Mg\cos\theta$ 。若不考慮滑車軌道面與滑車間的摩擦力，則由於 $v^2 = v_0^2 + 2aS$ ，因此

理論上的 v 為 $\sqrt{\frac{2MgL}{m+M}}$ (其中 L 表示軌道的長度)，而實際上的 v 值只有 $\sqrt{\frac{2MgL\cos\theta}{m+M}}$ ，誤差

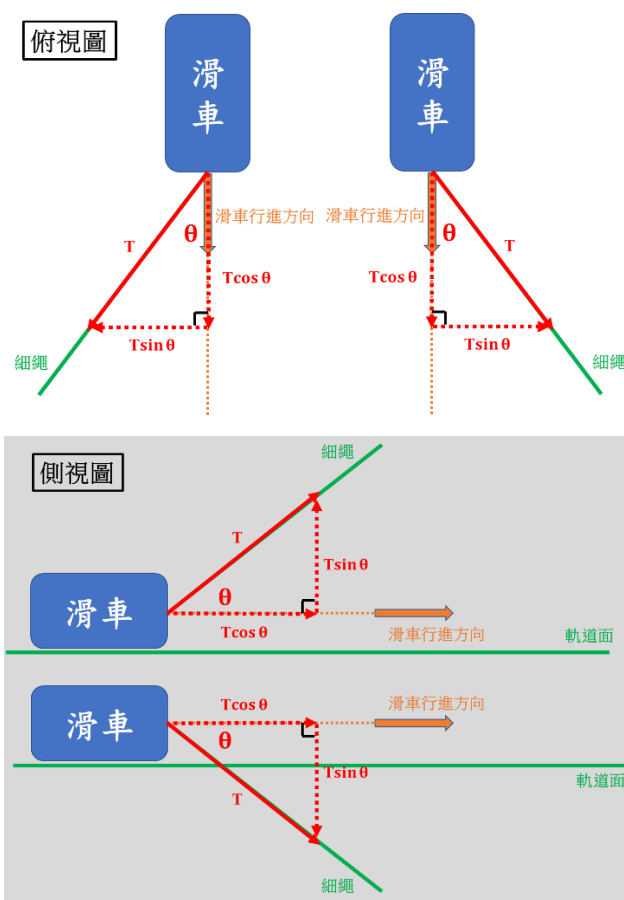
$$\text{率} = \frac{\sqrt{\frac{2MgL\cos\theta}{m+M}} - \sqrt{\frac{2MgL}{m+M}}}{\sqrt{\frac{2MgL}{m+M}}} = \frac{\sqrt{2MgL\cos\theta} - \sqrt{2MgL}}{\sqrt{2MgL}} = \sqrt{\cos\theta} - 1。$$

另外，如下側視圖所示，若細繩往上偏移 θ 角 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，則也同樣會造成滑車在平行軌道方向真正的加速度只有 $T\cos\theta = Mg\cos\theta$ ，末速率的誤差亦為 $\sqrt{\cos\theta} - 1$ (同上所述，若不考慮摩擦力)。但若加入考慮滑車軌道面與滑車間的摩擦力，那麼因為軌道對滑車的正向力減少，故動摩擦力變小，可得滑車的加速度 a 滿足 $F = (m+M)a = T\cos\theta - f_k = Mg\cos\theta - (mg - T\sin\theta)\mu_k = Mg\cos\theta - mg\mu_k + Mg\mu_k\sin\theta \Rightarrow a =$

$$\frac{Mg\cos\theta - mg\mu_k + Mg\mu_k\sin\theta}{m+M}；\text{若細繩向下偏移}\theta\text{角}(0^\circ < \theta < 90^\circ)，則也同樣會造成滑車在平$$

行軌道方向真正的加速度只有 $T\cos\theta = Mg\cos\theta$ ，末速率的誤差亦為 $\sqrt{\cos\theta} - 1$ (同上所述，若不考慮摩擦力)。但若加入考慮滑車軌道面與滑車間的摩擦力，那麼因為軌道對滑車的正向力增加，故動摩擦力變大，可得滑車的加速度 a 滿足 $F = (m+M)a = T\cos\theta - f_k = Mg\cos\theta - (mg + T\sin\theta)\mu_k = Mg\cos\theta - mg\mu_k - Mg\mu_k\sin\theta \Rightarrow a =$

$$\frac{Mg\cos\theta - mg\mu_k - Mg\mu_k\sin\theta}{m+M}。$$



Q4：滑車軌道面與滑車間的所產生的摩擦力之大小，是否與滑車的速度有關？試述其理由。

A4：滑車的輪子與地面之間的摩擦力為動摩擦力，其大小與正向力大小(即 N 大小)及輪子與地面之間的動摩擦係數 μ_k 有關，又這兩個的值不隨滑車運動的速度增加而改變，故滑車軌道面與滑車間的所產生的摩擦力之大小恆為定值 $mg\mu_k$ ，與滑車的速度並無相關。

Q5：試述如何以實驗方法估計軌道與滑車之間的摩擦力？

A5：有如測量木塊與接觸面之間摩擦力的作法：將滑車置於水平軌道上，緩慢擡起軌道的一端，直到滑車開始滑動的時候停止擡升軌道。測量此時軌道與水平線的夾角 θ ，則 $\tan \theta$ 即為軌道與滑車之間的摩擦係數，再乘上 $N=mg$ 即為摩擦力 f_k (可測量軌道的長度與軌道擡升那端擡升的高度得到 $\sin \theta$ 值，再由 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 及 $\cos \theta > 0$ (因為 $0^\circ < \theta < 90^\circ$)，則可得到 $\cos \theta$ 值，再由 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$)。

Q6：如果牛頓第二運動定律的驗證實驗中，若質量改變量太小和太大，對實驗結果分別有何缺點？

A6：若質量改變量太小，則會因為誤差因素(如軌道與滑車之間的摩擦力、細繩的偏移、……)所佔測量值的改變量較大而使實驗較不準確；若質量改變量突然增大，則各誤差所佔測量值的改變量又比前幾個數據中其所佔的比例突然減小，會讓實驗數據中誤差所佔的比例不一致，計算出來的 a 值會不成比例(理論上應成比例，誤差所佔的實

驗數據若能夠盡量成比例的話，a 值也會成比例，但因為質量突然大量增大、減小，使得誤差所佔的實驗數據無法成固定比例)。

Q7：所得擬合曲線是否經過原點？原因何在？

A7：(1) 否

(2) 理論上擬合曲線應該要經過原點(當 $F=0$ 時 a 也應為 0， F 與 a 應成正比關係(當質量固定時))，但由於實際上有摩擦力(作負功)的影響，所以所需施予的力 F 會比理論值更大，也因此若施予同樣的力時，在摩擦力(包括滑車輪子與地面之間的動摩擦力以及棉線與滑輪之間的摩擦力)的作用下， a 會比理論值的 a 小，因此

$$\frac{a_{\text{實驗值}} - a_{\text{理論值}}}{a_{\text{理論值}}} \times 100\% < 0。$$

八、心得及建議

這次實驗做得有點急，因為聽說是目前 4 個實驗中最麻煩的一個(我看到有前面幾組做到 7、8 點耶，真是太恐怖啦！)，然而卻在一開始時就遇到了瓶頸——我們的多功能光電計時(紀錄)器竟然出現了 3 及 2~3 的數據，可是我們明明只有接 2 個光電閘啊，結果最後原因竟然是：我們沒有歸零，而滑車反彈回來後又再度通過光電閘造成它記錄到第三組數據，還好它沒有壞掉，只是我們又更加緊張了——我們那時什麼都還沒開始做就已經被搞得頭昏腦脹了。

幸好，我得另外一個組員有事先做好 Excel 的表格，而且這次沒有像上次基本測量實驗那樣的繁雜的公式，因此帶 Excel 處理數據這方面我們還算是順手。另外，在 Tracker 軟體分析的部分，因為我以前已經有用過它的自動追蹤功能(真的滿好用的~不用一個影格一個影格手動去找滑車上特定某個點的位置)，因此這方面用起來也滿順手的。不過我們還是很緊張，畢竟數據的誤差只能——在 5% 以內！！！我們一開始算出來竟然高達快 20%，只好挑出幾個誤差很大的數據重作又重作，結果實驗(一)的 a 誤差還是無法進入到 5% 的安全範圍內(而且差很多，除了有一次實驗(一)的 M 誤差為大約 4.99%，而且那次的 a 誤差我記得將近 30% 吧)，問了助教後才發現原來是質量的部分多除了一次，真是……又過了好一段時間。不過終於進入 5% 的範圍內了，我們這次能在 5:00 前做完實驗，真是我們預先料想不到的！

九、參考資料

1. 國立清華大學普通物理實驗室網站—實驗 2：運動軌跡和相關物理量測量 (Newton's Second Law) · 網址：<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/exp002.html>
2. 實驗 2：運動體軌跡和相關物理量測量(含牛頓第二運動定律驗證)講義 · 網址：[http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/02%20Newton's%20Second%20Law/Exp%2002%20Newton's%20Second%20Law\(new\).pdf](http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/02%20Newton's%20Second%20Law/Exp%2002%20Newton's%20Second%20Law(new).pdf)