

第 108 學年度清華大學普通物理實驗(一)

☐預報 或 ☒結報 課程編號： 10810PHYS101010

實驗名稱： 圓周運動與向心力實驗

系 級： 電機資訊學院學士班 1 年級 組 別： 13

學 號： 108060018 姓 名： 葉承泓

組 員： 陳竑廷

實驗日期： 108 年 9 月 18 日 補作日期： 年 月 日

◎ 以下為助教記錄區

預報繳交日期	報告成績	助教簽名欄
結報繳交日期		
報告缺失紀錄		

六、實驗結果與分析

(一) 改變旋轉半徑 (固定向心力與旋轉體質量)

表 1 改變旋轉半徑

旋轉體的質量 $M \doteq 0.2086 \text{ kg}$

在側滑輪上的懸掛之砝碼質量 $m \doteq 0.0590 \text{ kg}$

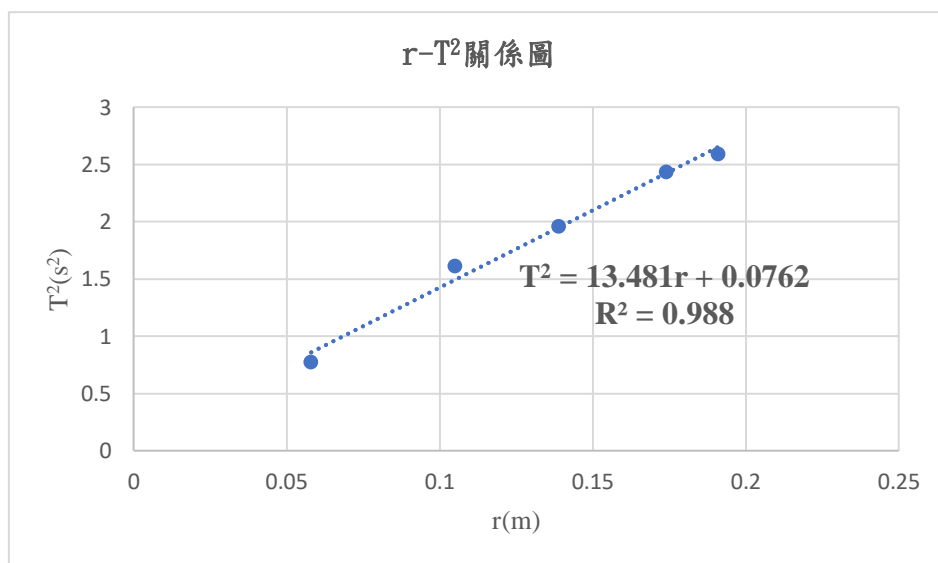
圖形上的斜率 $\doteq 13.481$

$r(\text{m})$	$T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$	T 理論值(s)	T 誤差(%)
0.1050	1.27	1.6129	1.222905	3.851098
0.1390	1.4	1.96	1.407037	-0.500097
0.1910	1.61	2.5921	1.649357	-2.386201
0.1740	1.56	2.4336	1.574246	-0.904942
0.0580	0.88	0.7744	0.908891	-3.178747

表 2 改變旋轉半徑

向心力 $= mg$	0.5782(N)
由實驗斜率得到的向心力	0.610874(N)
誤差百分比	5.651057%

圖 1 改變旋轉半徑之 $r-T^2$ 關係圖



數據分析：

1. 由每次實驗測量之 T 可求出 T^2 的值(如表 1)
2. 將 $r-T^2$ 關係圖畫出(如圖 1)
3. 因為掛在滑輪上的砝碼質量等於繩線施加的向心力，故
向心力 $= mg \doteq 0.059 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 0.5782 \text{ N}$ (理論值)
4. 理論上 $F = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2} = mg$ ，故 $r = \left(\frac{mg}{4\pi^2 M}\right) T^2$ ，可知

(1) 因為 m 、 g 、 M 皆為定值，故 $r-T^2$ 關係圖成一線性關係(如圖 1)，因此可求出回歸直線及其斜率，紀錄斜率於表 1

(2) 因為 $T > 0$ ，故 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 Mr}{mg}}$ ，可算出 T 的理論值(如表 1)

5. 如表 1， T 誤差 $= \frac{T_{\text{實驗值}} - T_{\text{理論值}}}{T_{\text{理論值}}} \times 100\%$

6. 接著要算 F 的實驗值：由 $F = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可得知 $r = \left(\frac{F}{4\pi^2 M}\right) T^2$ ，故 $r-T^2$ 關係圖之回歸直線

斜率為 $\frac{F}{4\pi^2 M}$ ，可求出 F 的實驗值(如表 2)

7. 如表 2， F 誤差 $= \frac{F_{\text{實驗值}} - F_{\text{理論值}}}{F_{\text{理論值}}} \times 100\%$

(二) 改變向心力 (固定旋轉半徑與旋轉體質量)

表 3 改變向心力

旋轉體的質量 $M \doteq 0.2086 \text{ kg}$

旋轉體旋轉半徑 $r \doteq 0.1050 \text{ m}$

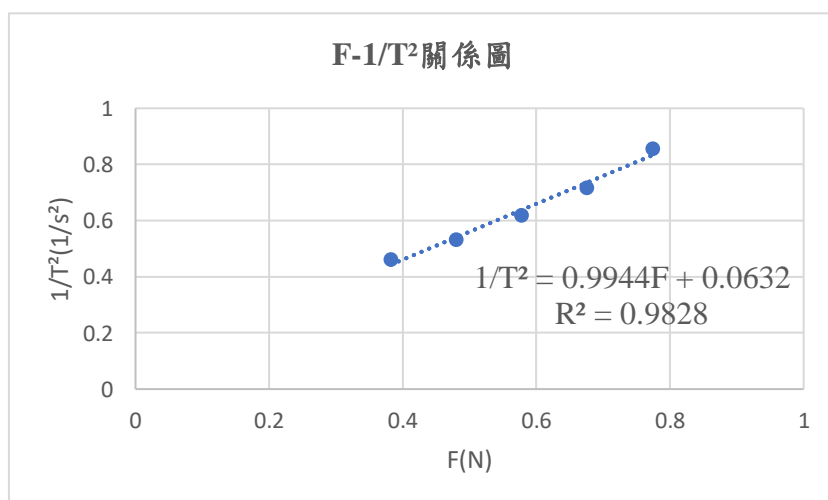
圖形上的斜率 $\doteq 0.9944$

砝碼質量 $m(\text{kg})$	向心力 $F=mg(\text{N})$	週期 $T(\text{s})$	$\frac{1}{T^2}(\frac{1}{\text{s}^2})$	T 理論值(s)	T 誤差(%)
0.0390	0.3822	1.47	0.462770	1.504133	-2.269301
0.0490	0.4802	1.37	0.532793	1.341901	2.093943
0.0590	0.5782	1.27	0.620001	1.222905	3.851098
0.0690	0.6762	1.18	0.718184	1.130822	4.348911
0.0790	0.7742	1.08	0.857339	1.056830	2.192417

表 4 改變向心力

旋轉體的質量(秤重測量值)	0.2086(kg)
旋轉體的質量(由實驗斜率)	0.242599(kg)
誤差百分比	0.162989%

圖 2 改變向心力之 $F-\frac{1}{T^2}$ 關係圖



數據分析：

1. 由每次實驗測量之 m 可求出 $F=mg$ (向心力)的值(如表 3)

2. 由每次實驗測量之 T 可求出 $\frac{1}{T^2}$ 的值(如表 3)

3. 將 $F-\frac{1}{T^2}$ 關係圖畫出(如圖 2)

4. 理論上 $F = mg = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，故 $mg = (4\pi^2 Mr) \frac{1}{T^2}$ ，可知

(1) 因為 M 、 r 皆為定值，故 $F-\frac{1}{T^2}$ 關係圖成一線性關係(如圖 2)，因此可求出回歸直線及其斜率，紀錄斜率於表 3

(2) 因為 $T>0$ ，故 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 Mr}{mg}}$ ，可算出 T 的理論值(如表 3)

5. 如表 3， T 誤差 $= \frac{T_{\text{實驗值}} - T_{\text{理論值}}}{T_{\text{理論值}}} \times 100\%$

6. 接著要算 M 的實驗值：由 $F = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可得知 $F = (4\pi^2 Mr) \frac{1}{T^2}$ ，故 $F-\frac{1}{T^2}$ 關係圖之回歸直線斜率為 $4\pi^2 Mr$ ，可求出 M 的實驗值(如表 4)

7. 如表 4， M 誤差 $= \frac{M_{\text{實驗值}} - M_{\text{測量值}}}{M_{\text{測量值}}} \times 100\%$

(三) 改變旋轉體質量 (固定半徑與向心力)

表 5 改變旋轉體的質量

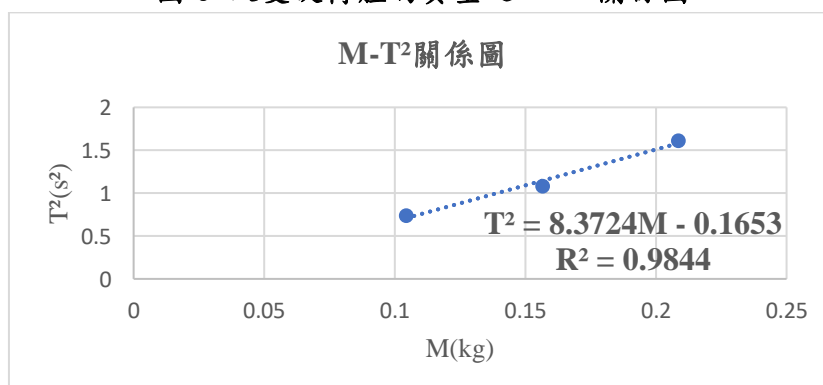
在側滑輪上的砝碼的質量 $m \doteq 0.0590 \text{ kg}$

向心力(理論值) $= mg \doteq 0.5782 \text{ N}$

旋轉體旋轉半徑 $r \doteq 0.1050 \text{ m}$

旋轉體的質量 $M(\text{kg})$	週期 $T(\text{s})$	計算得到的向心力 $F(\text{N})$	向心力誤差(%)
0.2086	1.27	0.536112	-7.279066
0.1565	1.04	0.599786	3.733396
0.1043	0.86	0.584570	1.101672

圖 3 改變旋轉體的質量之 $M-T^2$ 關係圖



數據分析：

1. 由測量之 m 可求出 $F=mg$ (向心力)的理論值(如表 5)
2. 理論上 $F = mg = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，故 $M = \left(\frac{mg}{4\pi^2 r}\right) T^2$ ，可知因為 m 、 g 、 r 皆為定值，故 $M-T^2$ 關係圖成一線性關係(如圖 3)，因此可求出回歸直線方程式
3. 接著要算 F 的實驗值：由 $F = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可計算出 F 的實驗值(如表 5)
4. 如表 5， F 誤差 $= \frac{F_{\text{實驗值}} - F_{\text{理論值}}}{F_{\text{理論值}}} \times 100\%$

七、問題與討論

Q₁：此實驗中可能引起誤差的因素有哪些？

A₁：1. 儀器測量精確度：

- (1)以旋轉平臺(上有刻度)測量 r 時，實際上的數值可能超過小數點後 4 位，但儀器卻只精確到 mm (小數點後 3 位)的層級，因此小數點後第 4 位為估計值，更後面的位數也就是造成誤差的原因之一
- (2)以光電閘連接 Arduino 控制盒測量 T 時，Arduino 控制盒螢幕上顯示的數值只到小數點後 2 位，也會造成測量上的誤差
- (3)以電子秤測量 m 及 M 時，儀器精確度只到 0.1 公克(小數點後 4 位)的程度，但是實際數值可能超過小數點後 4 位，因此也會導致誤差

2. 觀測紀錄者觀測之精確度(人為判斷誤差)：

- (1)架設器材時，用水平儀調整 A 型基座(為了使旋轉平臺能在同一水平面上旋轉)，氣泡可能不是恰位於水平儀正中心，但我們卻認為已達水平，這使得旋轉時所測之 T 值與水平旋轉時的 T 值有差異
- (2)估計值與實際值的誤差
- (3)圓形指示片可能還沒恰好對齊指示托架的位置，我們就認為已對齊到，因此紀錄的 T 值與實際對齊時有差異
- (4)觀察「旋轉體是否垂直懸掛，兩端繩線是否均呈水平狀態」時亦可能有誤差(旋轉體並非垂直懸掛，或兩端繩線並非均呈水平狀態)

3. 摩擦力的影響：棉線與 2 個滑輪之間實際上有摩擦力，使得理論向心力並非 mg ，轉動時的實際向心力也不等於 mg ，故造成實驗值與理論值之間的誤差

4. 儀器裝置並沒有安裝得很精確，例如：中心支架或側支架並非垂直固定住、棉線綁住的位置與設想不同……等等

Q₂：當半徑增加時，轉動的週期增加或減少？

A₂：由實驗(一)的圖 1 或理論公式 $F = mg = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可知：當 m 、 M 固定為定值時， $r \propto T^2$ ，故當 r 增加時， T 也增加

Q₃：當半徑及轉動物體的質量固定時，增加週期會增加或減少向心力？

A₃：由實驗(二)的圖 2 或理論公式 $F = mg = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ 可知：當 r 、 M 固定為定值時，

$F \propto \frac{1}{T^2}$ ，故當 T 增加時， F 會減少

Q4：當物體的質量增加時，向心力增加或是減少？

A4：理論上， $F = mg = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，故當 r 、 T 固定為定值時， $F \propto M$ ，故當 M 增加時， F 會增加。但在本次實驗中， T 並非固定(而是 F 固定)，故無法從實驗數據得知。

Q5：在本實驗中，假設向心力 F 與圓周運動周期 T 的關係為 $F = aT^n + b$ ，式中 n 、 a 和 b 皆為常數。請說明：如何由實驗得到的數據，作何種關係圖後，進行分析，推測 n 、 a 和 b 等數值？

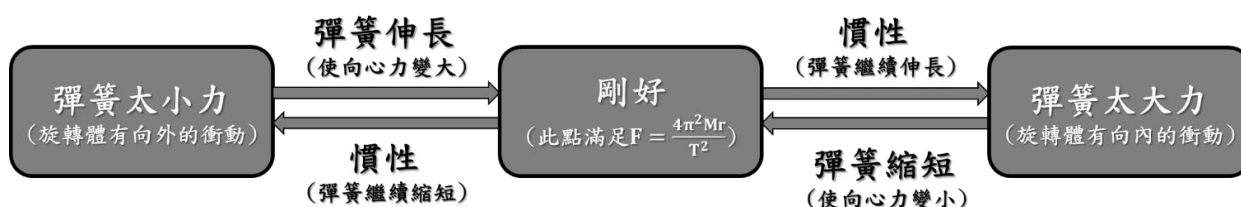
A5：由實驗(二)圖 2 可知 $F \propto \frac{1}{T^2}$ ，且 $\frac{1}{T^2} = 0.9944F + 0.0632$ ，故 $F \doteq 1.0056T^{-2} - 0.0636$
可推測出 $n = -2$ 、 $a \doteq 1.0056$ 、 $b \doteq -0.0636$

Q6：在實驗中，固定輸入馬達的電壓時，若此時發現圓形指示片持續上下振盪，不易穩定，請說明造成此現象的可能原因。

A6：可能原因：

1. 因為旋轉平臺不水平：因此當旋轉體忽高忽低時（非做水平面上的圓周運動），會使旋轉體的重力影響向心力（在高處時向心力由重力的分力及棉線施予的力提供；在低處時向心力由棉線施予的力減去重力的分力提供），導致彈力不一致，因此圓形指示片持續(有規律性)上下震動。
2. 彈簧作簡諧運動：彈簧一開始長度為原長，隨著馬達加速旋轉帶動旋轉體也跟著加速旋轉，使得所需向心力越來越大，彈簧也越拉越長。當圓形指示片對齊指示托架的位置時，我們將電壓、電流設定為固定值，馬達因此等速率旋轉，旋轉體也等速率旋轉，此時所需向心力為定值，理論上彈簧應立刻保持固定長度，但由於慣性，旋轉體的還是有向外的衝動((向心)加速度無法瞬間成為固定值)，導致向心力仍會稍微加大，彈簧再稍微伸長，直到向心力又太大，把旋轉體又拉回來一點，而又因慣性而拉過頭，向心力又太小而使旋轉體有向外的衝動，……，就這樣一直循環(如圖 4)，使彈簧作簡諧運動。

圖 4 彈簧作簡諧運動示意圖



Q7：1. 由實驗測得數據，分別作出下列物理量的關係圖：

(1) 圓周運動週期平方的倒數 $\frac{1}{T^2}$ 與向心力 F

(2) 圓周運動週期平方 T^2 與旋轉體質量 M

(3) 圓周運動週期平方 T^2 與旋轉半徑 r

2. 理論上，上述三個關係應均為線性關係，故可以線性回歸分析數據。依據你的實驗數據，請分別說明：所得到的線性回歸結果，其截距的物理意義。

- A7: 1. (1) 如實驗(二)圖 2 所示
 (2) 如實驗(三)圖 3 所示
 (3) 如實驗(一)圖 1 所示

2. (1) 理論上 $\frac{1}{T^2}$ 軸截距為 0，造成其不為 0 的可能原因有：

- ① 因為有摩擦力影響，使得實際向心力應為彈力+摩擦力，故想要得到同樣的某個週期 T ，實際上根本就不需要施予到 mg 的力，因此圖 2 中的回歸直線為「理論上的直線」向左平移後所得的結果(因此 $\frac{1}{T^2}$ 軸截距為正)，

如下圖 5 所示

- ② 實驗誤差所導致

(2) 理論上 T^2 軸截距為 0，造成其不為 0 的可能原因有：

- ① 由公式 $F = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2}$ ，在 M 、 r 固定為定值的情況下， $F \propto \frac{1}{T^2}$ ，又因為有摩擦力影響，使得實際向心力應為彈力+摩擦力，比理論上的向心力 mg 還要大，故在同樣的某個 M 值下，實際的 T 值較理論值低，即表示圖 3 中的回歸直線為「理論上的直線」向下平移後所得的結果(因此 T^2 軸截距為負)，如下圖 6 所示

- ② 實驗誤差所導致

(3) 理論上 T^2 軸截距為 0，我認為造成其不為 0 的可能原因之一為實驗誤差所導致

圖 5 摩擦力對 $F-\frac{1}{T^2}$ 圖的影響

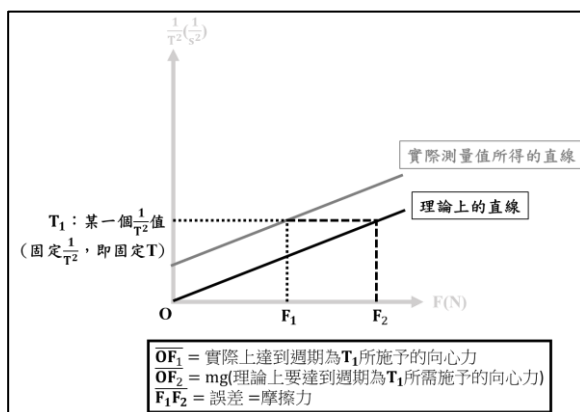
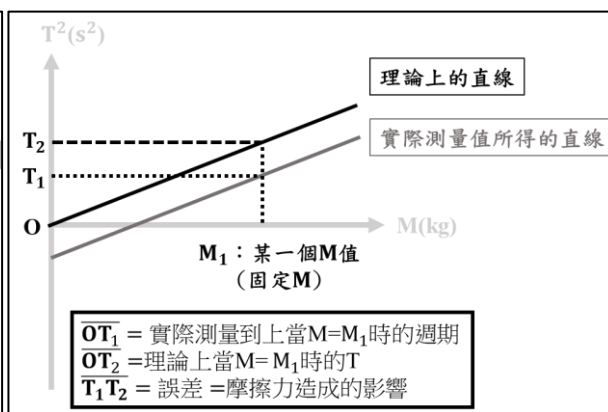


圖 6 摩擦力對 $M-T^2$ 圖的影響



八、心得及建議

這次的向心力實驗是我大學的物理實驗課第一個實驗，因為才剛開學 2 個星期，所以有比較充分的時間能夠仔細看實驗講義及影片，也能慢慢的思考、理解充分後再整理出預報(而且字體也能(努力)寫得較工整)，但即使做了如此多的準備，卻都仍是「紙上談兵」，等實際上戰場後…呃…敵人有點強啊！

首先是實驗裝置的部分：講義的圖片及課程影片中的裝置已經裝得差不多好了，而講義的裝置步驟只能在腦中構思，但是到了實驗現場，哇！竟然是零件要我們自己組裝，而且怎麼跟想像中的不太一樣(很不一樣)啊。我們這組在實驗裝置上就耗費了許多時間(其他組已經開始轉了我們卻還沒裝好)：首先是 A 型基座的水平校正，我們先利用水平儀發現如果在某個方向已達成水平時，把旋轉平臺轉個角度，氣泡又偏移了，因此我們只好使用講義中的方法，也是弄了好幾次才「稍微」水平(這也是造成實驗誤差的因素之一)。接著我們又遇到狀況了：馬達上接 O 型環的位置與 A 型基座轉軸輪上接 O 型環的位置高度不一致，在旋轉時會滑下來，因此我們又花了一些時間嘗試解決，最後決定等它滑下來再手動扳上去。我們在裝中心支架、側支架、側滑輪，以及掛砝碼時也摸索了好一段時間，喔對了，還有綁上棉線，真是有夠麻煩又累人的，而且還要重複好幾次！

終於要正式開始實驗了！結果我們都不會操作直流電源供應器……，不太懂要先設定電壓電流各為何，馬達才會開始動；也不知道是否可以在馬達轉動時改變它的轉速，還是要先關掉、重新設定才可以……。經過各地(別組、助教)詢問後，終於了解要如何操作，我們每次都先設定電壓為 2V、電流為 0.15A，讓馬達轉起來，再微調電流至大約 0.1 A 上下，觀察圓形指示片對齊指示托架的位置後，記錄下 T(終於啊~)。

實驗數據雖然只有 13 組，但我們卻一直忘東忘西，有時候忘記要移動指示托架的位置，有時候忘記拿下砝碼，有時候又忘記把棉線越過定滑輪。經過多次小心謹慎的來回「掛砝碼→綁棉線→移動指示托架的位置→拆棉線→開啟直流電源供應器→尋找到適當時機(圓形指示片對齊在指示托架的位置)→紀錄數據」的流程後，我們…我們…我們終於測出 13 組數據了！

可是，精彩的還在後頭：帶著忐忑不安的心情，我們開始整理數據—寫出方程式、帶入數據、畫出關係圖……，然後是最令人緊張的時刻的到來—算出實驗誤差！難道說…我們要重做實驗了？(我來不及吃晚餐了？)螢幕上顯示出 0.32…的數值，明顯地，超過 30%，看來真的得……唉…。

然而，事情突然出現了轉機：我原本將 M 帶入 0.2 kg(講義的實驗器材的數據)，但我們測量後發現是 0.2086，這讓誤差稍微降低了。後來我們又發現有一組實驗數據並沒有被納入計算，再重新加入那組數據後計算，終於……誤差<30%，我們不用重做實驗了！後來又因為沒有仔細看黑板上的說明，以致於好幾個誤差及要求的數據沒算到，讓助教跑了好多趟，深感抱歉！

晚間 6 點多，在明亮的月色中，我們帶著疲憊但愉快的心情踏出了綜合大樓，準備迎接晚上的演習課……(好累喔~)

大學物理實驗生活第一章，完結~(啊對還有結報要寫)

九、參考資料

1. 國立清華大學普通物理實驗室網站—實驗 3：圓周運動與向心力實驗 (Centripetal Force) • 網址：<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/exp003.html>
2. 實驗 3：圓周運動與向心力實驗講義 • 編寫者：國立清華大學物理系戴明鳳教授 • 100.09.27 初版 • 108.09 三版 • 網址：<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/03%20Centripetal%20Force/Centripetal%20force.pdf>