

## Sprawozdanie – scenariusz 4

Temat ćwiczenia: Uczenie sieci regułą Hebba.

### 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest poznanie działania reguły Hebba na przykładzie rozpoznawania emotikon

### 2. Realizacja ćwiczenia

Do zrealizowania ćwiczenia wykorzystałem neurony o strukturze modelu sigmoidalnego z metodą uczenia Hebba. Metoda uczenia występuje w dwóch wersjach – z nauczycielem oraz bez nauczyciela. Sposoby modyfikacji wag opisane są wzorami:

$$\Delta w_{ij} = \text{learning\_rate} * y_j * y_i \quad \text{gdzie:}$$

- a) Learning\_rate – współczynnik uczenia
- b)  $y_j$  – sygnał wejściowy
- c)  $y_i$  – sygnał wyjściowy

1) Ze współczynnikiem zapominania:

$$w_{ij}(k+1) = (1-\gamma) * w_{ij}(k) + \Delta w_{ij} \quad \text{gdzie:}$$

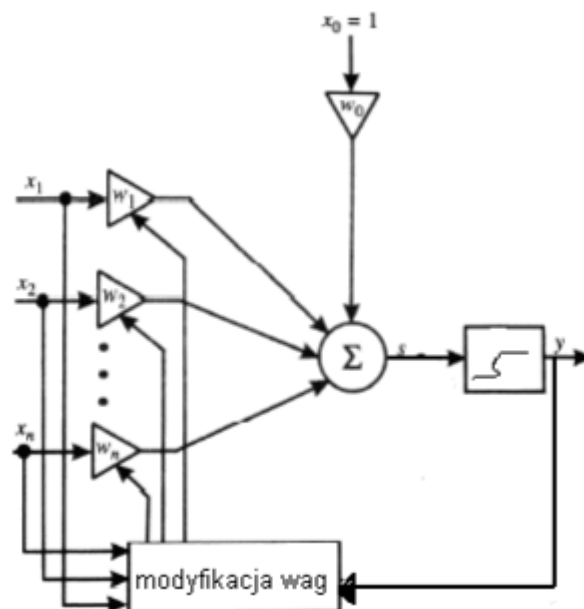
- a)  $\gamma$  – współczynnik zapominania

2) Bez współczynnika zapominania:

$$w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \Delta w_{ij}$$

Modyfikacja wag jak widać w powyższych wzorach zależy od sygnału podanego na wejściu jak i sygnału wyjściowego.

Schemat modelu Hebba przedstawiony jest następująco:



Normalizacja wag (metoda `normalize_weights`) polega na podziale każdej składowej wektora przez długość tego wektora, co zapobiega nadmiernemu wzrostowi wag. Wzór jest postaci:

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}\|}$$

Model Hebba wykorzystuje funkcje aktywacji postaci funkcji unipolarnej sigmoidalnej, która przedstawia się następująco:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}$$

Metoda sumująca klasy Hebb zwraca sumę iloczynów wag oraz sygnałów wejściowych:

$$\mathbf{y} = \sum \mathbf{w}_j * \mathbf{x}_j$$

Metoda `learnUnsupervised` uczy poprzez modyfikacje wag neuronu ze współczynnikiem zapominania jak i również bez niego.

Metoda `test` zwraca sygnał wyjściowy.

Dane wejściowe w postaci wygenerowanych przeze mnie emotikonów przedstawiają się następująco:

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

Dodałem jeden pixel do każdej emotikony, który powodował zniekształcenie. Szablony z dodatkowym pixelem wyglądają następująco:

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0

Każdy pixel to jeden sygnał wejściowy, więc dla każdego neuronu jest  $8 \times 8 + 1$  (BIAS) = 65 wejść.

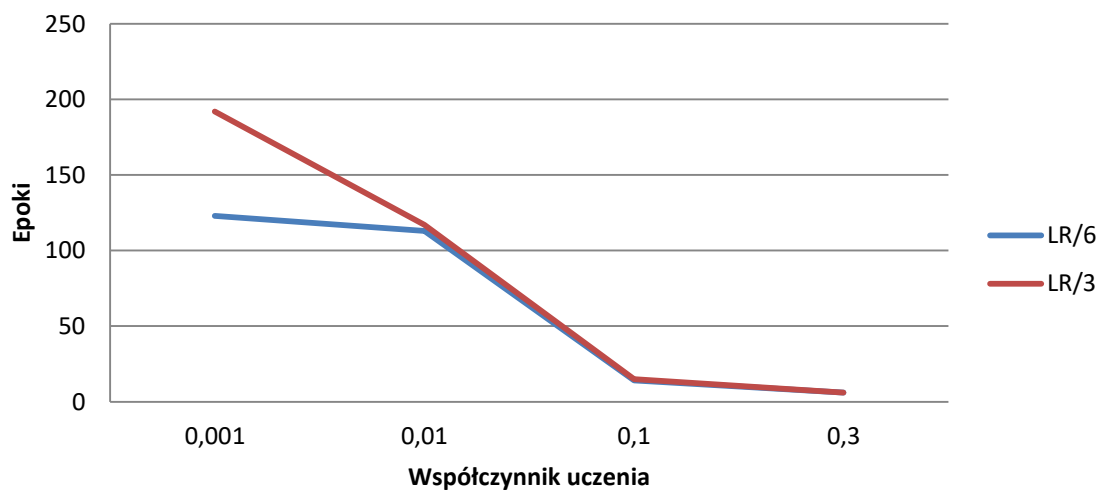
Proces uczenia oraz testów przeprowadziłem dla wersji ze współczynnikiem zapominania jak i bez niego. Oto wyniki testów dla różnych wartości współczynników uczenia i zapominania.

## 1. Wyniki

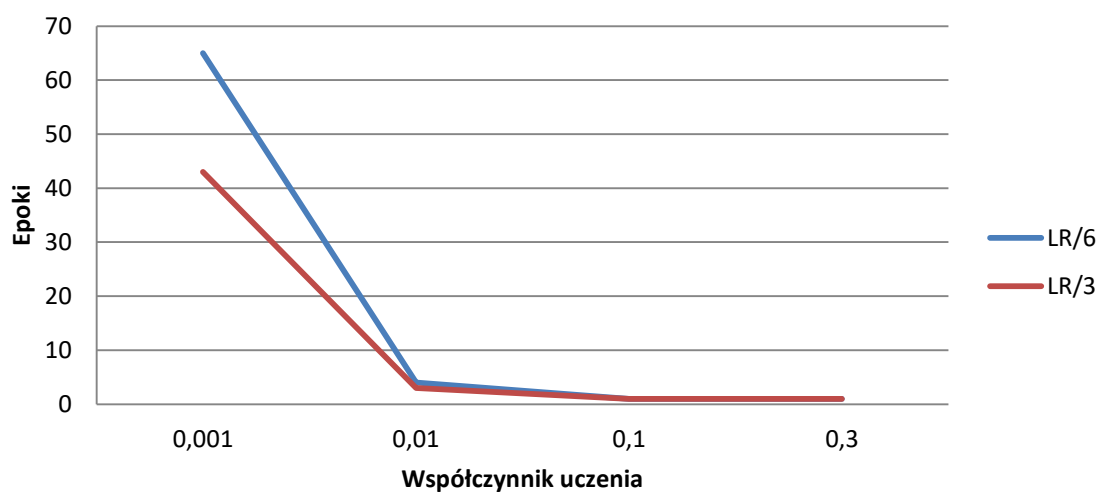
Tabela z modyfikacją wag wraz ze współczynnikiem zapominania.

	Learning Rate	0.001		0.01		0.1		0.3	
Lp.	Forgetting Rate	LR / 6	LR / 3	LR / 6	LR / 3	LR / 6	LR / 3	LR / 6	LR / 3
1	% poprawności [%]	100	25	50	75	75	25	50	50
	Ilość epok	123	101	6	3	2	15	1	1
2	% poprawności [%]	75	75	75	75	50	25	25	50
	Ilość epok	65	192	114	9	2	2	6	1
3	% poprawności [%]	25	75	50	25	50	50	75	50
	Ilość epok	119	43	17	115	3	2	2	1
4	% poprawności [%]	50	50	75	75	75	75	25	50
	Ilość epok	111	125	14	7	2	2	1	3
5	% poprawności [%]	50	100	75	75	50	50	50	25
	Ilość epok	121	127	16	7	3	2	2	1
6	% poprawności [%]	50	75	50	25	50	50	75	50
	Ilość epok	112	98	4	14	1	1	6	6
7	% poprawności [%]	50	25	25	50	75	100	75	50
	Ilość epok	77	82	8	117	1	1	1	1
8	% poprawności [%]	50	75	50	75	75	25	75	25
	Ilość epok	90	156	8	10	1	14	1	2
9	% poprawności [%]	100	75	25	25	75	50	75	25
	Ilość epok	78	81	25	13	3	2	2	1
10	% poprawności [%]	50	25	50	50	50	75	75	50
	Ilość epok	97	75	112	6	14	2	1	1

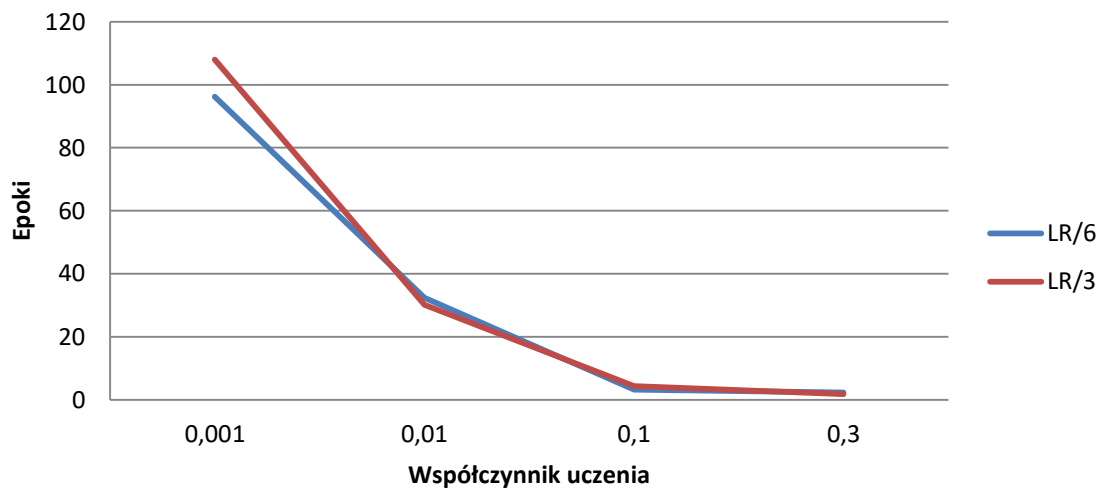
### Maksymalna ilość epok potrzebna do nauki ze współczynnikiem zapominania



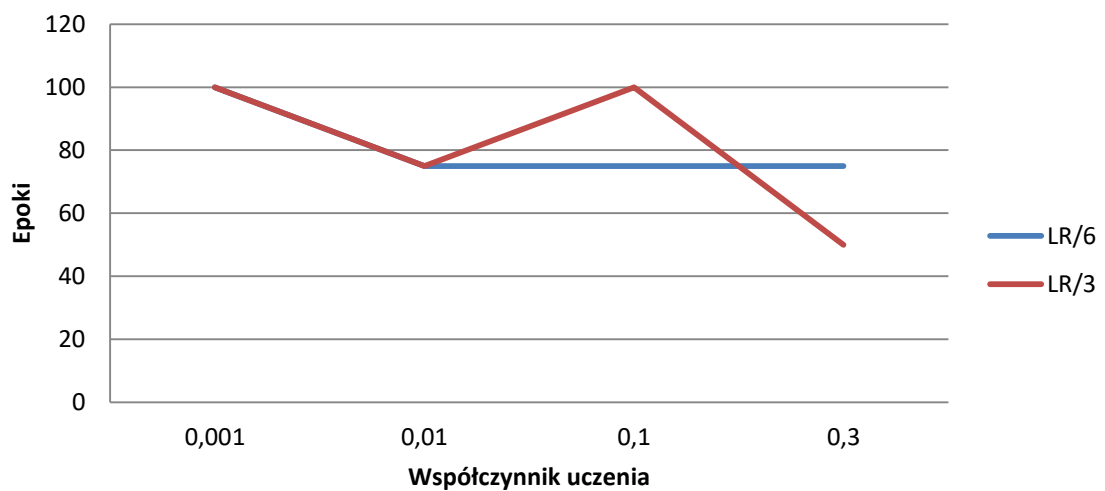
### Minimalna ilość epok potrzebna do nauczenia ze współczynnikiem zapominania



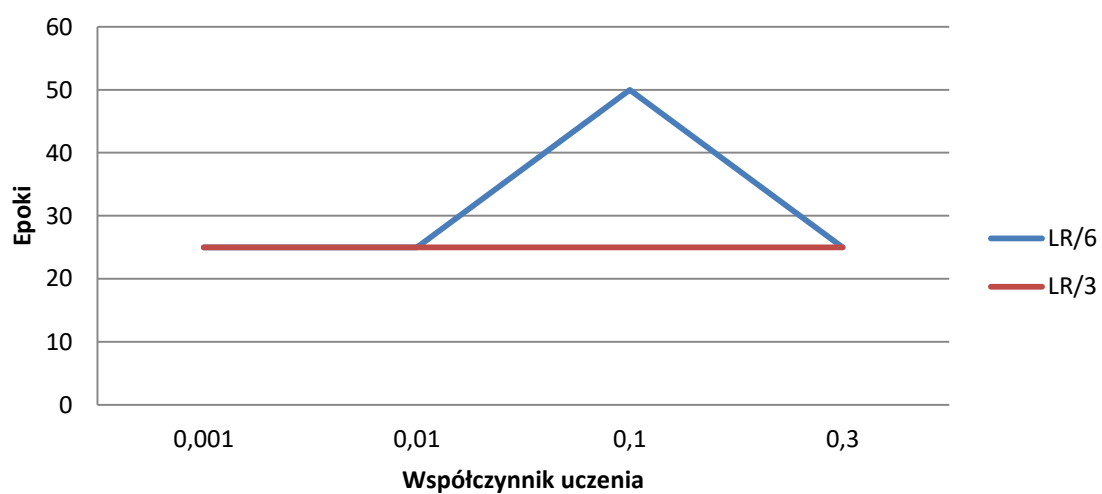
### Średnia ilość epok potrzebnych do nauczenia ze współczynnikiem zapominania



### Maksymalna poprawność uczenia sieci ze współczynnikiem zapominania



### Minimalna poprawność uczenia sieci ze współczynnikiem zapominania



### Średnia poprawność uczenia sieci ze współczynnikiem zapominania

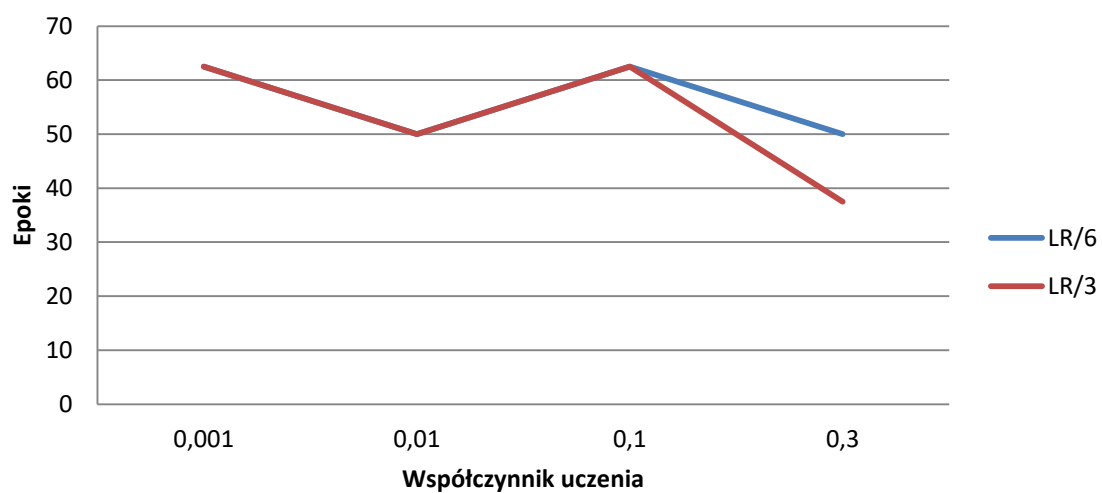
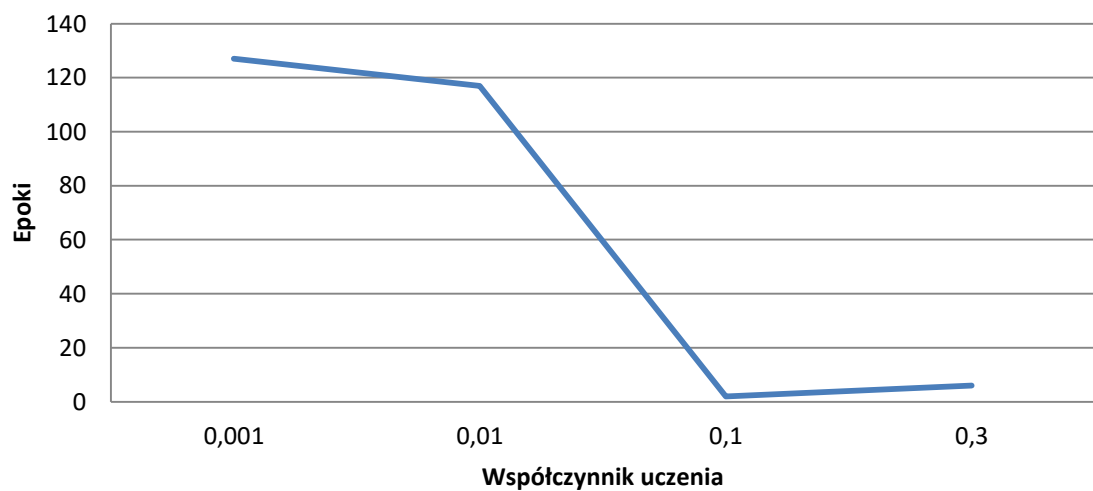


Tabela modyfikacji wag bez współczynnika zapominania

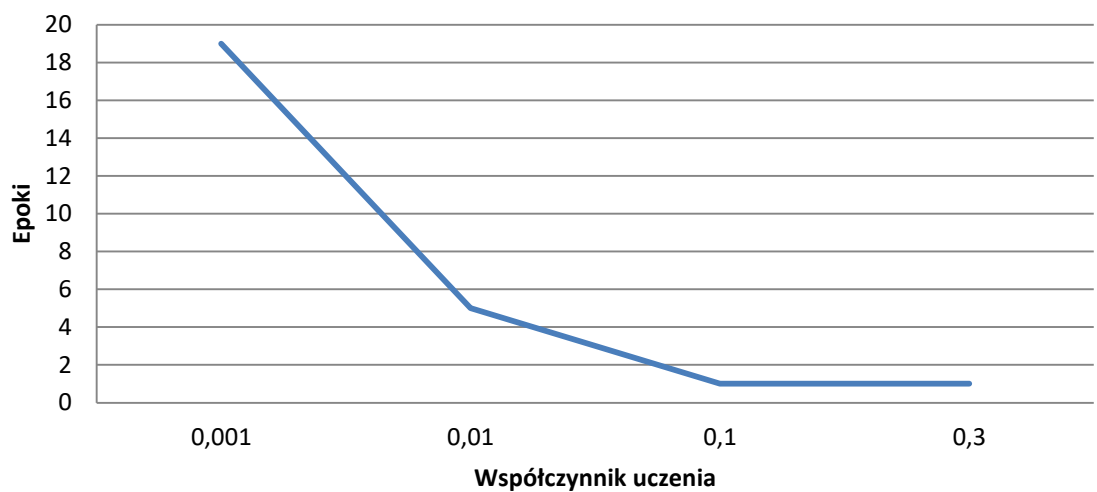
Lp.	Learning Rate	0.001	0.01	0.1	0.3
1	% poprawności [%]	100	75	75	75
	Ilość epok	79	112	2	1
2	% poprawności [%]	50	25	75	75
	Ilość epok	19	5	1	1
3	% poprawności [%]	75	100	75	50
	Ilość epok	85	107	2	1
4	% poprawności [%]	75	75	75	50
	Ilość epok	41	114	2	1
5	% poprawności [%]	50	75	50	75
	Ilość epok	127	117	1	1
6	% poprawności [%]	50	75	75	75
	Ilość epok	100	6	1	6
7	% poprawności [%]	50	50	75	100
	Ilość epok	150	10	1	2
8	% poprawności [%]	75	50	75	50
	Ilość epok	121	9	2	1
9	% poprawności [%]	50	75	50	75
	Ilość epok	31	9	2	6
10	% poprawności [%]	100	75	25	75
	Ilość epok	52	6	2	1



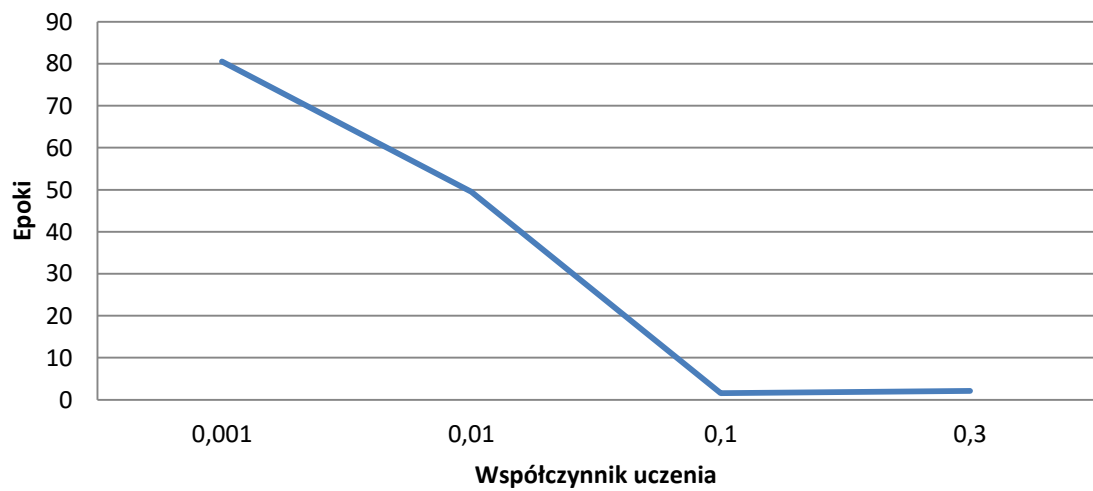
### Maksymalna ilość epok potrzebna do nauki bez współczynnika zapominania



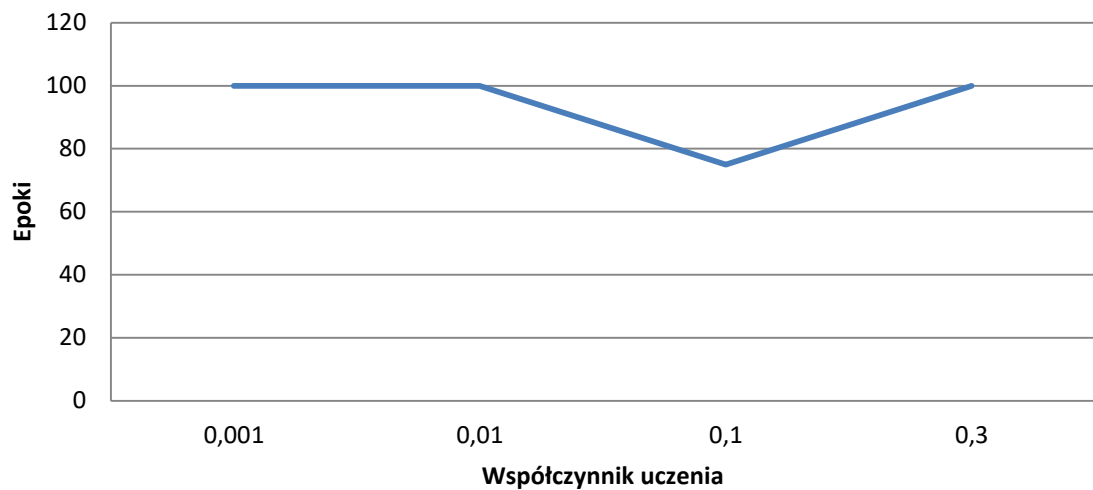
### Minimalna ilość epok potrzebna do nauki bez współczynnika zapominania



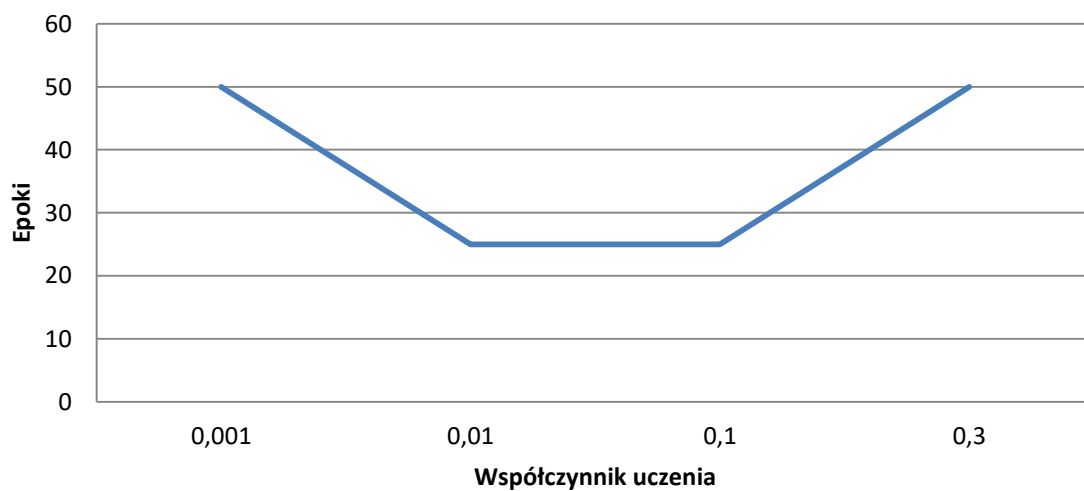
### Średnia ilość epok potrzebna do nauki bez współczynnika zapominania



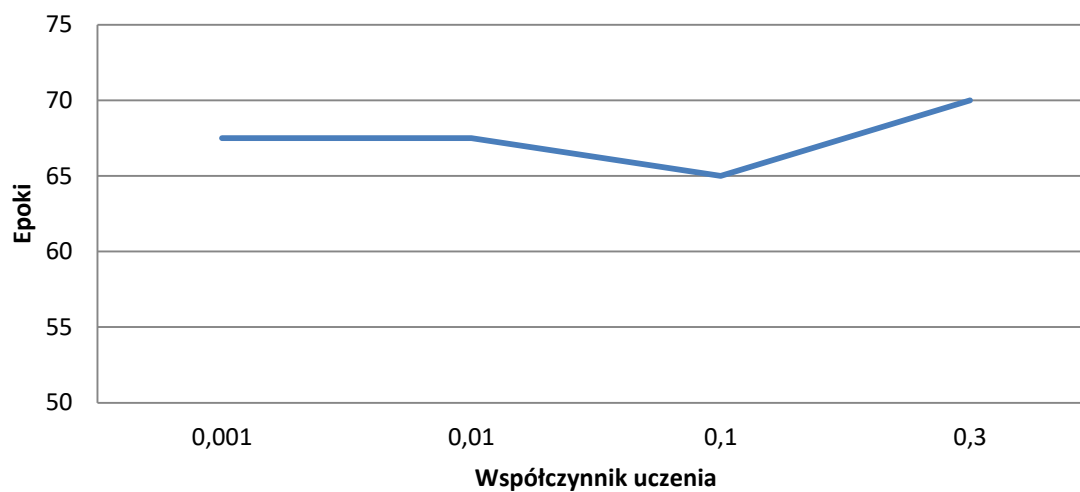
### Maksymalna poprawność nauki bez współczynnika zapominania



### Minimalna poprawność nauki bez współczynnika zapominania



### Średnia poprawność nauki bez współczynnika zapominania



## 2. Analiza wyników

W przedstawionych wyżej wynikach analizując wersje ze współczynnikiem zapominania - ilość epok jaka była potrzebna do nauczania sieci znacząco różniła się w poszczególnych przypadkach. Ciężko przy takiej rozbieżności jednoznacznie stwierdzić skuteczność nauki sieci na podstawie współczynnika nauczania. Losowanie za każdym razem różnych wag zdecydowanie nie ułatwia dokładnego porównania ilości potrzebnych epok. Jednak wraz ze wzrostem współczynnika nauczania ilość epok za każdym razem spada, jednak większa wartość powoduje też obniżenie poprawności wyników, co sugeruje, że model najlepiej uczyć jest powoli (tzn. mały współczynnik uczenia i wiele epok), wtedy poprawność wyników jest lepsza.

Wartość współczynnika uczenia 0,1 uzyskała najlepsze efekty tzn. dość wysoką poprawność wyników w stosunku do potrzebnej ilości epok. Współczynnik zapominania o wartości 1/6 współczynnika uczenia dał lepsze efekty niż 1/3.

Dla modelu bez współczynnika zapominania ilość epok potrzebna do wyuczenia była mniejsza niż w pierwszym przypadku. Również poprawność nauki prezentowała się nieco lepiej niż w przypadku pierwszym. Także tutaj wartość współczynnika uczenia miała znaczenie i wraz z jej wzrostem ilość potrzebnych epok malała.

## 3. Wnioski

Na podstawie powyższych wyników można wnioskować, iż najlepsze wyniki można uzyskać stosując metodę modyfikacji wag ze współczynnikiem zapominania. Najlepszy wynik osiągnęła sieć o współczynniku uczenia równym 0,1 oraz o współczynniku zapominania równym 1/6 wartości współczynnika uczenia.

Czasami sieć nie była w stanie nauczyć się wprowadzonych emotikon dlatego, aby zapobiec nieskończonemu wykonywaniu się programu narzuciłem limit maksymalnej ilości 1000 epok.

Rozmiar danych wejściowych ma dość istotny wpływ na rozróżnianie emotikon. Ze względu na niską rozdzielczość obrazków, emotikony są do siebie bardzo podobne i różnią się czasami tylko jednym pikselem co przy testach na zaszumionym obrazie daje odzwierciedlenie w wynikach. Sieć dla większej rozdzielczości uczyła by się bardziej poprawnie, gdyż wtedy emotikony coraz bardziej by się od siebie różniły.

Normalizacja wag zabezpiecza przed nieskończonym wzrostem wartości wag.

Dobranie odpowiedniej wartości współczynnika zapominania jest bardzo istotną kwestią, ważne, aby ta wartość nie była zbyt duża, ponieważ sieć zapominałaby szybko tego czego się nauczyła.

## 4. Listing kodu

```
public class Emoji {

public static double[][] emoji = {
{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

public static double[][] emojiNoised = {
{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },

{ 1,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,
0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0 },
```

```
};
```

```
public class main {

    static int numberOfInputs = 64 + 1;           //ilość wejść (+1 bo bias)
    static double learningRate = 0.01;           //współczynnik uczenia się
    static double forgettingRate = learningRate / 6.0; //współczynnik zapominania
    static int numberOfEmoji = 4;                //liczba emotikonów
    static int numberOfNeurons = 5;              //liczba neuronów

    public static void main ( String[] args ) {

        int winner;
        Hebb[] hebbs = new Hebb[numberOfNeurons];
        for ( int i = 0; i < numberOfNeurons; i++ )
            hebbs[i] = new Hebb( numberOfInputs );

        int ages = learn( hebbs );

        System.out.println( "PO UCZENIU" );
        for ( int i = 0; i < numberOfEmoji; i++ ) {
            winner = testHebb( hebbs, Emoji.emoji[i] );
            System.out.println( "Emoji " + Emoji.emojiType[i] + " - winner neuron = " + winner );
        }

        System.out.println( "\nTESTOWANIE" );
        for ( int i = 0; i < numberOfEmoji; i++ ) {
            winner = testHebb( hebbs, Emoji.emojiNoised[i] );
            System.out.println( "Emoji " + Emoji.emojiType[i] + " - winner neuron = " + winner );
        }

        System.out.println( "\nIlość epok = " + ages );
    }

    //uczenie neuronów
    public static int learn ( Hebb[] hebbs ) {

        int counter = 0;
        int limit = 1000;
        int[] winners = new int[numberOfNeurons];
        for ( int i = 0; i < numberOfNeurons; i++ )
            winners[i] = - 1;

        while ( ! isUnique( winners ) ) {

            for ( int j = 0; j < numberOfNeurons; j++ ) {

                //uczenie neuronów każdej emotikony
                for ( int k = 0; k < numberOfEmoji; k++ )
                    hebbs[j].learnUnsupervised( Emoji.emoji[k], learningRate, forgettingRate,
                    Hebb.HEBB_WITH_FORGETTING );

                //testowanie sieci celem sprawdzenia, czy sieć jest już nauczona
                for ( int l = 0; l < numberOfEmoji; l++ )
                    winners[l] = testHebb( hebbs, Emoji.emoji[l] );
            }

            if ( ++ counter == limit )
                break;
        }

        return counter;
    }

    //funkcja pomocnicza w procesie uczenie
    //zwraca true jeśli każdy element w tablicy jest unikalny
    public static boolean isUnique ( int[] winners ) {

        for ( int i = 0; i < numberOfNeurons; i++ )
            for ( int j = 0; j < numberOfNeurons; j++ )
                if ( i != j )
                    if ( winners[i] == winners[j] )
                        return false;

        return true;
    }

    //zwraca wartość zwycięzkiego neuronu dla podanej emotikony
    public static int testHebb ( Hebb[] hebbs, double[] emoji ) {

        double max = hebbs[0].test( emoji );
        int winner = 0;
    }
}
```

```

        for ( int i = 1; i < numberOfNeurons; i++ ) {
            if ( hebbs[i].test( emoji ) > max ) {
                max = hebbs[i].test( emoji );
                winner = i;
            }
        }

        return winner;
    }
}

import java.util.Random;

public class Hebb {

    private int noi; //ilość wejść
    private double[] w; //wagi
    public static boolean HEBB_WITH_FORGETTING = true; //flaga do uczenia ze współczynnikiem zapominania
    public static boolean HEBB_WITHOUT_FORGETTING = false; //flaga do uczenia bez współczynnika zapominania

    public Hebb ( int numbers_of_inputs ) {
        noi = numbers_of_inputs;
        w = new double[noi];

        for ( int i = 0; i < noi; i++ )
            w[i] = new Random().nextDouble(); //wagi początkowe sa losowane

        normalizeWeights();
    }

    //funkcja aktywacji
    private double active ( double y_p ) {
        return ( 1.0 / ( 1 + Math.pow( Math.E, - y_p ) ) ); //unipolarna sigmoidalna
    }

    //zwraca sumę iloczynów wag i sygnałów wejściowych
    private double sumator ( double[] x ) {
        double y_p = 0.0;
        for ( int i = 0; i < noi; i++ )
            y_p += x[i] * w[i];

        return y_p;
    }

    //uczenie
    public double learnUnsupervised ( double[] x, double lr, double fr, boolean version ) {
        double y_p = active( sumator( x ) );

        //w zależności od podanej wersji, nauka będzie z lub bez współczynnika zapominania
        for ( int i = 0; i < noi; i++ )
            if ( version ) w[i] = ( 1 - fr ) * w[i] + lr * x[i] * y_p; //ze współczynnikiem zapominania
            else w[i] += lr * x[i] * y_p; //bez współczynnika zapominania

        normalizeWeights();

        return active( sumator( x ) );
    }

    //zwraca output neuronu
    public double test ( double[] x ) {
        return active( sumator( x ) );
    }

    //normalizuje wagi
    private void normalizeWeights () {
        double dl = 0.0;
        for ( int i = 0; i < w.length; i++ )
            dl += Math.pow( w[i], 2 );

        dl = Math.sqrt( dl );

        for ( int i = 0; i < w.length; i++ )
            if ( w[i] > 0 && dl != 0 )
                w[i] = w[i] / dl;
    }
}

```