

# MATH60633 – TP2

David Ardia

version 2023-03-07

## Informations importantes

- Ce travail vaut 30% de la note finale.
- Ce travail doit être réalisé en équipe de 4 personnes maximum ; remplissez le formulaire d'évaluation par les pairs.
- Je ne répondrai qu'aux questions posées sur le forum.
- Votre fichier Rmarkdown ou R notebook doit être déposé avant la date prévue à cet effet. Tout retard entraînera une pénalité de 5% par heure.
- Documentez clairement tout votre code R. Il doit être exécutable.
- Mettez tous vos fichiers dans un seul dossier .zip et nommez-le `nom1_nom2.zip`.
- Le nombre total de points est de 100.

## Contexte

Vous travaillez en tant qu'analyste quantitatif pour une grande banque d'investissement. Vous et votre équipe êtes chargés de remettre en question les modèles utilisés par les traders et les gestionnaires de risques. Vous travaillez avec R et aimez la recherche reproductible. Tous vos fichiers sont écrits en Rmarkdown ou R notebook.

Vous pouvez regarder la vidéo d'introduction sur Rmarkdown pour vous aider à à construire correctement le fichier R.

## Objectifs d'apprentissage

**Contenu (rigueur scientifique, concepts, créativité, clarté) [10 points].**

- Choisir les bons outils.
- Mettre en œuvre les étapes correctement.
- Proposer des solutions innovantes.
- Rapporter les résultats avec clarté.

**Forme (codage, collaboration, présentation) [20 points]**

- Construire un projet RStudio avec une structure de dossiers appropriée.
- Utiliser le fichier Rmarkdown/notebook pour reproduire vos résultats.
- Programmer en respectant les normes de codage les plus récentes.

# Description

Choisissez l'un des projets ci-dessous :

## Projet 1 (Gestion d'actifs) [70 points]

L'équipe d'allocation d'actifs a récemment lancé deux portefeuilles long-only basés sur le risque : 1) le portefeuille à variance minimale et 2) un portefeuille à diversification maximale. Les estimations sont toutes implémentées dans le package **RiskPortfolios**. Avant de lancer les produits, ils veulent étudier la sensibilité des portefeuilles des portefeuilles à leurs inputs : les corrélations et les variances. Les analystes sont intéressés par l'impact sur les performances en échantillon et hors échantillon.

Votre tâche est de mettre en place un cadre pour évaluer et comparer l'impact de l'incertitude des paramètres pour les portefeuilles.

### Instructions

#### Données

1. Considérez les 50 premières actions (par ordre alphabétique) de l'univers FTSE 100. Téléchargez les données et calculez les rendements hebdomadaires pour une période de 4 ans.

#### Analyse de sensibilité en échantillon [15 points]

1. Affichez la sensibilité du rendement en échantillon et du risque en échantillon de portefeuilles de taille  $d = 5, 10, 25$  pour la volatilité et les corrélations. Essayez d'étudier les questions suivantes :
  - Étant donné la structure de covariance, quel est l'impact de la dimension ? Le choix des actions (sous-univers) ?
  - Pour une dimension et une structure de corrélation données, quel est l'impact des variances ?
  - Pour une dimension et des variances données, quel est l'impact de la corrélation ? (supposez une matrice d'équi-corrélation).

#### Incertitude dans l'échantillon [20 points]

1. Étudiez l'impact de l'incertitude des paramètres sur la performance en échantillon (rendement et risque, Sharpe). Utilisez d'abord un modèle gaussien calibré sur les données.
2. Faites de même avec un modèle de Student. Calibrer le modèle sur les données.
3. Testez l'impact des techniques de robustification. En particulier, considérez les approches de rétrécissement.
4. Testez l'approche de rééchantillonnage du portefeuille (bootstrap iid, bootstrap par blocs et rééchantillonnage paramétrique gaussien).

#### Impact hors échantillon [20 points]

1. Effectuez une analyse de performance hors échantillon en rééquilibrant à la fréquence hebdomadaire. Faites-le pour un univers sélectionné de 25 actions. Comparez les deux portefeuilles.
2. Effectuez la même analyse en utilisant des approches de shrinkage. Comparez les deux portefeuilles.
3. Effectuez la même analyse en utilisant des approches de rééchantillonnage. Comparez les deux portefeuilles.

#### Impact hors échantillon avec approche heuristique [15 points]

1. Mettez en oeuvre un schéma d'allocation utilisant la recherche heuristique dans lequel vous investissez dans 5 à 20 actions de l'univers. Considérez deux cas :
  - Le portefeuille équi pondéré.
  - Portefeuille optimisé.

## Projet 2 (Gestion des risques) [70 points]

L'objectif est de mettre en oeuvre (une partie) du cadre de gestion des risques pour estimer le risque d'un portefeuille d'options d'achat européennes en tenant compte des facteurs de risque tels que le sous-jacent et la volatilité implicite.

### Instructions

#### Données

1. Chargez la base de données *Market*. Identifiez le prix du S&P 500, l'indice VIX, la structure des taux d'intérêt (actuels et passés), et les options négociées (calls et puts).

#### Fixation du prix d'un portefeuille d'options [5 points]

1. Supposez le portefeuille suivant d'options d'achat européennes : 1x strike  $K = 1600$  échéance 20 jours, 1x strike  $K = 1650$  échéance 20 jours, 1x strike  $K = 1750$  échéance 40 jours et 1x strike  $K = 1800$  échéance 40 jours.
2. Trouvez le prix de ce portefeuille en fonction du dernier prix du sous-jacent et de la dernière volatilité implicite (prenez le VIX pour toutes les options). Utilisez la formule de Black-Scholes pour évaluer les options. Prenez la structure actuelle des taux d'intérêt et interpolez linéairement pour trouver les taux correspondants. Utilisez 360 jours/an pour la structure des taux et 250 jours/an pour la maturité des options.

#### Un facteur de risque et un modèle gaussien [10 points]

1. Calculez les rendements logarithmiques quotidiens de l'action sous-jacente.
2. Supposez qu'ils sont normalement distribués de manière iid.
3. Générez 10 000 scénarios pour le prix sous-jacent à une semaine d'avance (cinq jours) en utilisant la distribution normale ajustée aux invariants passés.
4. Déterminez la distribution P&L du portefeuille d'options, en utilisant les valeurs sous-jacentes simulées. Supposez que la volatilité implicite reste la même. Prenez des taux interpolés pour la structure des taux.
5. Calculez la VaR95 et l'ES95.

Remarque. N'oubliez pas que vous avancez d'une semaine (cinq jours). L'échéance des options et de la structure des taux sont donc différents de ceux du portefeuille initial.

#### Deux facteurs de risque et modèle gaussien [10 points]

1. Calculez les rendements logarithmiques quotidiens de l'action sous-jacente.
2. Calculez les rendements logarithmiques quotidiens du VIX.
3. Supposons qu'ils sont normalement distribués de manière invariante.
4. Générez 10 000 scénarios pour le prix du sous-jacent à une semaine d'avance et la valeur du VIX à une semaine d'avance en utilisant la distribution normale ajustée aux facteurs de risque passés.
5. Déterminez la distribution des pertes et profits du portefeuille d'options, en utilisant les valeurs simulées. Prenez des taux interpolés pour la structure des taux.

#### Deux facteurs de risque et modèle copule-marginal (Student-t et copule gaussienne) [15 points]

1. Procédez comme précédemment, mais supposez maintenant que le premier invariant est généré à l'aide d'une distribution de Student-t avec  $\nu = 10$  degrés de liberté et que le deuxième invariant est généré en utilisant une distribution de Student-t avec  $\nu = 5$  degrés de liberté. Supposons que la copule normale pour fusionner les marginales. Recalculez le P&L et les mesures de risque.

#### Surface de volatilité [15 points]

1. Ajustez une surface de volatilité aux volatilités implicites observées sur le marché (options d'achat et de vente négociées). Minimisez la distance absolue entre les volatilités implicites du marché et les volatilités implicites du modèle. La surface paramétrique est donnée par :

$$\sigma(m, \tau) = \alpha_1 + \alpha_2(m - 1)^2 + \alpha_3(m - 1)^3 + \alpha_4\sqrt{\tau},$$

où  $m = K/S$  est le moneyness et  $\tau$  est le temps jusqu'à l'échéance de l'option en années.

2. Réévaluez le portefeuille dans une semaine en supposant le même modèle paramétrique mais décalé de la différence de volatilité implicite de l'ATM à un an.

Note. ATM est at-the-money, ce qui signifie que  $m = 1$ . Supposons que la volatilité implicite ATM à un an ATM donnée par le VIX est  $(\alpha_1 + \alpha_4)$ .

**Approche complète [15 points]**

1. Filtrez la volatilité des rendements logarithmiques du sous-jacent en utilisant un modèle GARCH(1,1) avec des innovations normales. Utilisez les résidus comme invariants.
2. Prenez un modèle AR(1) pour les rendements logarithmiques du VIX. Utilisez les résidus comme invariants.
3. Utilisez des marginales normales pour les invariants et une copule normale.
4. Générez des tirages pour les invariants, calculez les valeurs de la semaine prochaine (cinq jours) et réévaluez le portefeuille.
5. Calculez la VaR95 et l'ES95.