Laporan Tugas Permrograman B Komputasi Numerik: Penyebaran Virus Zika dengan Model SIRS

Wiellona Darlene Oderia Saragih
Departemen Teknik Elektro
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
wiellona.darlene@ui.ac.id

***Abstrak*—Pada penelitian ini, kita memodelkan penyebaran Virus Zika dengan model SIRS (Susceptible–Infected–Recovered–Susceptible). Untuk mendapatkan solusi numerik, digunakan Metode Euler eksplisit. Hasil simulasi menunjukkan bagaimana populasi rentan (S), terinfeksi (I), dan sembuh (R) berubah seiring waktu dengan langkah waktu tertentu. Program ditulis dalam bahasa C, sehingga dapat dieksekusi pada berbagai platform.**

Keywords*—*Virus Zika, Model SIRS, Metode Euler, Pemodelan Epidemiologi, Metode Numerik, Simulasi Numerik

I. PENDAHULUAN

Virus Zika merupakan salah satu penyakit menular yang menjadi perhatian kesehatan masyarakat global, meskipun mungkin tidak sepopuler penyakit lain seperti Demam Berdarah Dengue (DBD). Penyakit ini disebabkan oleh virus Zika yang termasuk dalam genus Flavivirus, dan penularan utamanya terjadi melalui gigitan nyamuk dari genus Aedes, terutama Aedes aegypti dan Aedes albopictus, vektor yang sama dengan DBD dan Chikungunya. Selain melalui gigitan nyamuk, penularan virus Zika juga dapat terjadi melalui jalur lain seperti transmisi seksual dan dari ibu hamil ke janin selama kehamilan atau persalinan.

Infeksi virus Zika pada orang dewasa umumnya menimbulkan gejala ringan seperti demam, ruam kulit, konjungtivitis (mata merah), nyeri otot dan sendi, serta sakit kepala, yang seringkali mirip dengan gejala infeksi virus dengue atau chikungunya. Banyak kasus infeksi bahkan bersifat asimtomatik atau tidak menunjukkan gejala sama sekali, sehingga sulit terdeteksi. Meskipun gejala pada orang dewasa cenderung ringan dan dapat sembuh dengan sendirinya, perhatian utama terhadap virus Zika terletak pada dampaknya yang serius terhadap janin jika infeksi terjadi pada ibu hamil. Infeksi Zika selama kehamilan terbukti berkaitan erat dengan peningkatan risiko kelainan kongenital pada bayi baru lahir, terutama mikrosefali, suatu kondisi di mana bayi lahir dengan ukuran kepala yang jauh lebih kecil dari normal akibat perkembangan otak yang tidak sempurna. Selain mikrosefali, infeksi Zika kongenital juga dapat menyebabkan kelainan otak lainnya, gangguan penglihatan dan pendengaran, serta masalah perkembangan lainnya. Risiko komplikasi neurologis seperti Sindrom Guillain-Barré juga dilaporkan meningkat pada orang dewasa pasca infeksi Zika.

Mengingat dampak kesehatan masyarakat yang signifikan, terutama pada populasi rentan seperti ibu hamil dan janin, pemahaman mendalam mengenai dinamika penyebaran virus Zika menjadi sangat penting. Pemodelan matematika, khususnya model kompartemen epidemiologi seperti model SIRS (Susceptible-Infected-Recovered-Susceptible), menawarkan kerangka kerja yang kuat untuk mempelajari bagaimana penyakit ini menyebar dalam suatu populasi. Model SIRS membagi populasi menjadi beberapa kelompok berdasarkan status infeksi mereka: individu rentan (Susceptible), individu terinfeksi (Infected), dan individu yang telah sembuh dan memiliki kekebalan sementara (Recovered). Model ini memperhitungkan faktor-faktor kunci seperti laju kelahiran, laju kematian alami, laju penularan penyakit, laju kesembuhan, dan laju hilangnya kekebalan (kembali menjadi rentan). Dengan menganalisis model ini, kita dapat memperkirakan pola penyebaran penyakit, mengidentifikasi faktor-faktor yang paling berpengaruh terhadap transmisi, dan mengevaluasi potensi efektivitas strategi intervensi seperti pengendalian vektor atau pengembangan vaksin (meskipun vaksin Zika belum tersedia secara luas saat ini).

Penerapan metode numerik, seperti metode Euler, menjadi krusial dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial biasa (PDB) yang mendefinisikan model SIRS ini. Karena solusi analitik seringkali sulit atau tidak mungkin diperoleh untuk model epidemiologi yang kompleks, metode numerik memberikan pendekatan praktis untuk mengaproksimasi solusi dan mensimulasikan dinamika penyebaran penyakit dari waktu ke waktu. Laporan ini akan fokus pada penerapan metode Euler untuk menganalisis model SIRS penyebaran virus Zika berdasarkan studi kasus yang ada, memberikan wawasan tentang bagaimana populasi S, I, dan R berubah, serta mengimplementasikan simulasi ini menggunakan bahasa pemrograman C.

II. STUDI LITERATUR

Model SIRS merupakan pengembangan dari model SIR klasik dalam epidemiologi. Model ini membagi populasi menjadi tiga kompartemen: Rentan (Susceptible, S), Terinfeksi (Infected, I), dan Pulih (Recovered, R). Transisi antar kompartemen ini dijelaskan oleh sistem persamaan diferensial biasa (PDB) non-linear sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \alpha - \mu S - \beta SI + \delta R \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta SI - yI - \gamma \\ \dfrac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R - \delta R \end{cases}$$

Keterangan parameter:

α = Laju kelahiran

μ = Laju kematian alami

β = Laju penularan penyakit

y = Laju kematian akibat terinfeksi

γ = Laju kesembuhan

δ = Laju menjadi individu rentan

Dari model kompartemen di atas, kita tahu bahwa N(t) = S(t) + I(t) + R(t). Dengan asumsi bahwa N adalah nilai stasioner berdaasarkan laju kematian alami dan laju kelahiran alami, sehingga N(t)=$\frac{\alpha}{\mu}$. Karena S(t) + I(t) + R(t) tidak boleh melebihi kapasitas populasi, perhatikan bahwa

$$S(t) + I(t) + R(t) \leqslant N(t)$$

$$S(t) + I(t) + R(t) \leqslant \frac{\alpha}{\mu}$$

Dengan demikian, diperoleh daerah fisibelnya adalah S(t) ⩾ 0, I(t) ⩾ 0,R(t) ⩾ 0, 0 ⩽ N(t) ⩽$\frac{\alpha}{\mu}$.

Sifat non-linear dari sistem PDB ini (karena adanya suku βIS) membuatnya sulit atau tidak mungkin diselesaikan secara analitik untuk mendapatkan solusi eksak S(t), I(t), dan R(t) dalam bentuk fungsi tertutup. Oleh karena itu, metode numerik diperlukan untuk mengaproksimasi solusi pada titik-titik waktu diskrit.

Metode Euler adalah metode numerik orde pertama yang paling sederhana untuk mengaproksimasi solusi PDB bentuk dy/dt = f(t, y) dengan kondisi awal y(t0) = y0. Ide dasarnya adalah menggunakan kemiringan (turunan) pada titik saat ini untuk mengekstrapolasi nilai pada titik waktu berikutnya yang berjarak h (step size). Untuk sistem PDB seperti SIRS, metode ini diterapkan pada setiap persamaan secara bersamaan:

$$y_{n+1} = y_n + h \, . \, f(t_n, y_n)$$

di mana y_n adaah vektor keadaan $[S_n, I_n, R_n]$ pada waktu t_n dan (t_n, y_n) adalah vektor turunan $[\frac{dS}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}]$ yang dihitung pada t_n dan y_n. Meskipun sederhana, metode Eulaer memiliki keterbatasan dalam hal akurasi (error global proporsional terhadap h) dan stabilitas, terutama untuk step size h yang besar atau sistem yang kaku.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Untuk menjalankan simulasi numerik model SIRS menggunakan metode Euler, diperlukan spesifikasi parameter model dan kondisi awal sistem. Dalam laporan ini, kami menggunakan nilai parameter dan kondisi awal yang diinspirasi oleh studi kasus COVID-19, namun dapat dianggap sebagai contoh representatif untuk penyakit dengan dinamika SIRS.

Kondisi awal (t = 0)

Kondisi awal merepresentasikan distribusi populasi di antara tiga kompartemen pada permulaan simulasi. Nilai-nilai ini dinyatakan sebagai proporsi dari total populasi (diasumsikan total populasi = 1).

$$S_0(Proporsi\ Rentan\ Awal): 0.9352$$

$$I_0(Proporsi\ Terinfeksi\ Awal): 0.0193$$

$$R_0(Proporsi\ Pulih\ Awal): 0.0455$$

Parameter model: (Nilai bersifat ilustratif)

Parameter ini mengontrol laju transisi antar kompartemen:

β (Laju Kontak Efektif): 0.155 (unit per hari per proporsi terinfeksi)

δ (Laju Pemulihan): 0.100 (unit per hari)

λ (Laju Kehilangan Imunitas): 0.005 (unit per hari)

Parameter Simulasi:

Parameteri ini mengontrol proses simulasi numerik itu sendiri:

T_{final} = 365 hari

h = 0.1 hair. Pemilihan h = 0.1 merupakan kompromi awal antara akurasi dan kecepatan. Analisis lebih lanjut mengenai pengaruh h akan dibahas di bagian Diskusi dan Analisa Hasil Eksperimen.

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

Bagian ini merinci metode komputasi yang digunakan untuk mensimulasikan model SIRS, dengan fokus pada algoritma metode Euler dan implementasinya dalam bahasa C.

Algoritma Metode Euler untuk SIRS:

Metode Euler mengaproksimasi solusi sistem PDB SIRS secara iteratif. Diberikan keadaan sistem (S_n, I_n, R_n) pada waktu t_n, keadaan waktu berikutnya $t_{n+1} = t_n + h$ dihitung sebagai berikut:

1. Hitung turunan: Hitung nilai turunan pada waktu t_n menggunakan keadaan saat ini (S_n, I_n, R_n) dan parameter (β, δ, λ):

$$\frac{dS}{dt_n} = -\beta . I_n . S_n + \lambda . R_n$$

$$\frac{dI}{dt_n} = \beta . I_n . - \delta . I_n$$

$$\frac{dR}{dt_n} = \delta . I_n - \lambda . R_n$$

2. Lakukan Langka Euler:

$$S_{n+1} = S_n + h(\frac{dS}{dt_n})$$

$$I_{n+1} = I_n + h(\frac{dI}{dt_n})$$

$$R_{n+1} = R_n + h(\frac{dR}{dt_n})$$

3. Update waktu

$$t_{n+1} = t_n + h$$

4. Iterasi: Ulangi langkah 1-3 mulai dari kondisi awal hingga mencapai waktu simulasi t_{final}.

```
\Tugas Pemrograman B\" ; if ($?) { gcc sirs_euler.c -o sirs_euler }
Memulai simulasi SIRS dengan metode Euler...
Parameter: beta=0.155, delta=0.100, lambda=0.005
Kondisi Awal: S0=0.9352, I0=0.0193, R0=0.0455
Simulasi hingga T=365.00 dengan step h=0.1000
Hasil disimpan di sirs_euler_results.csv
Simulasi selesai. Total langkah: 3650
```

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EKSPERIMEN

Program C berhasil dijalankan dan menghasilkan file sirs_euler_results.csv yang berisi data time series proporsi S, I, dan R selama 365 hari dengan step size h=0.1. Data ini menunjukkan evolusi dinamika penyakit sesuai model SIRS: penurunan awal S, peningkatan dan kemudian penurunan I, serta peningkatan R yang diikuti oleh penurunan lambat saat imunitas memudar dan individu kembali ke S. Kualitas visualisasi dan interpretasi epidemiologis dari kurva S(t), I(t), R(t) berada di luar cakupan analisis komputasi ini, tetapi data yang dihasilkan memungkinkan analisis tersebut.

Analisis Komputasi:

1. Performa Komputasi (Waktu Eksekusi): Metode Euler sangat efisien per langkah. Setiap iterasi hanya melibatkan beberapa perkalian dan penjumlahan floating-point. Total waktu eksekusi program secara langsung proporsional terhadap jumlah total langkah simulasi, yaitu N_steps = T_final / h. Dalam kasus ini, 365 / 0.1 = 3650 langkah. Mengurangi h (misalnya, menjadi 0.01) akan meningkatkan jumlah langkah menjadi 36500, sehingga secara kasar meningkatkan waktu eksekusi sebesar 10 kali lipat. Untuk simulasi yang sangat besar atau model yang lebih kompleks, efisiensi per langkah ini menjadi keuntungan signifikan, meskipun harus diimbangi dengan pertimbangan akurasi.
2. Kompleksitas Algoritma:
   a. Waktu: Seperti disebutkan, kompleksitas waktu adalah O(N_steps) atau O(T_final / h), yang bersifat linear terhadap jumlah langkah.
   b. Ruang: Karena hasil ditulis ke file pada setiap langkah, penggunaan memori utama (RAM) oleh program relatif konstan dan tidak bergantung pada panjang simulasi (T_final). Kompleksitas ruangnya adalah O(1) dalam hal penyimpanan state saat runtime. Jika semua hasil disimpan dalam array di memori sebelum ditulis, kompleksitas ruang akan menjadi O(N_steps), yang bisa menjadi masalah untuk simulasi yang sangat panjang.
3. Trade-off Akurasi vs. Kecepatan: Ini adalah pertimbangan sentral dalam komputasi numerik. Metode Euler adalah metode orde pertama, yang berarti error pemotongan global (akumulasi error sepanjang simulasi) kira-kira proporsional terhadap h (O(h)). Untuk mendapatkan akurasi yang tinggi, diperlukan h yang sangat kecil. Namun, mengurangi h secara langsung meningkatkan waktu komputasi. Perlu dipahami bahwa trade off ini adalah memilih h yang lebih kecil meningkatkan akurasi tetapi memperlambat simulasi; memilih h yang lebih besar mempercepat simulasi tetapi mengorbankan akurasi dan berpotensi menimbulkan masalah stabilitas. Eksperimen dengan nilai h yang berbeda (misalnya, 1.0, 0.1, 0.01) dan membandingkan hasilnya (jika solusi analitik atau solusi referensi dari metode orde tinggi tersedia) akan secara kuantitatif menunjukkan trade-off ini.
4. Stabilitas Numerik: Metode Euler eksplisit memiliki batasan stabilitas. Artinya, jika h dipilih terlalu besar relatif terhadap dinamika sistem (ditentukan oleh parameter β, δ, λ dan nilai S, I, R), solusi numerik dapat menjadi tidak stabil, menghasilkan osilasi yang tidak realistis atau bahkan nilai yang menyimpang (meledak menuju tak hingga). Batasan stabilitas ini seringkali lebih ketat daripada batasan akurasi. Analisis stabilitas formal melibatkan nilai eigen dari matriks Jacobian sistem, tetapi secara praktis, pengujian dengan h yang berbeda dapat mengungkapkan ambang batas stabilitas. Kebutuhan akan h yang kecil untuk menjaga stabilitas dapat membuat metode Euler tidak efisien untuk sistem yang "kaku" (stiff systems), di mana skala waktu yang berbeda sangat bervariasi.
5. Analisis Error: Dua sumber utama error dalam simulasi numerik adalah:
   a. Error Pemotongan (Truncation Error): Error yang melekat pada metode karena mengaproksimasi sistem kontinu dengan langkah diskrit. Untuk Euler, error lokal (per langkah) adalah $O(h^2)$ dan error global adalah O(h).
   b. Error Pembulatan (Round-off Error): Error yang timbul karena representasi bilangan floating-point yang terbatas di komputer. Meskipun biasanya lebih kecil dari error pemotongan untuk h yang tidak terlalu kecil, error ini dapat terakumulasi dalam simulasi yang sangat panjang.

VI. Kesimpulan

Laporan ini telah berhasil mengimplementasikan dan menganalisis metode Euler untuk simulasi numerik model epidemiologi SIRS. modular dan efisien telah dikembangkan untuk mengaproksimasi evolusi proporsi populasi Rentan, Terinfeksi, dan Pulih dari waktu ke waktu. Fokus utama analisis adalah pada aspek komputasional. Metode Euler, meskipun sederhana dan cepat per langkah (kompleksitas waktu O(T/h)), menunjukkan karakteristik penting yang relevan dalam komputasi numerik. Trade-off fundamental antara akurasi (yang meningkat dengan step size h yang lebih kecil) dan kecepatan komputasi (yang menurun dengan h yang lebih kecil) telah diidentifikasi. Selain itu, keterbatasan stabilitas metode Euler eksplisit, yang memerlukan h cukup kecil untuk mencegah divergensi solusi, juga merupakan pertimbangan penting dalam implementasi praktis.

Sebagai pengembangan potensial di masa depan, dapat dilakukan perbandingan kuantitatif performa dan akurasi metode Euler dengan metode orde lebih tinggi. Eksplorasi teknik optimasi kode lebih lanjut atau paralelisasi (meskipun mungkin tidak signifikan untuk model sederhana ini) juga bisa menjadi topik studi. Selain itu, mengintegrasikan visualisasi data hasil simulasi secara langsung akan meningkatkan kegunaan alat ini.

References

[1] Nguyen, Catherine. (2024). Analytical and Numerical Analysis of the SIRS Model. Student Research Submissions. 571. University of Mary Washington. Tersedia di: https://scholar.umw.edu/student_research/571 (Diakses pada 30 Mei 2025).

Link Github: https://github.com/wiellona/Tugas-Pemrograman-B-Komputas-Numerik.git