

## 圆形面积分割问题

如图 1 所示, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 以坐标轴正方向绘制单位长度为1的网格. 在网格内有任意一点 $P$ 落在网格交叉点上, 过 $P(x_0, y_0)$ 以 $x$ 、 $y$ 轴正方向1单位长度绘制正方形, 称作网格单元, 记作 $T_{(x_0+1),(y_0+1)}$ , 如图 2 阴影部分所示 (图例中  $P$ 的坐标为 $(4,3)$ , 则图例中阴影区域的网格单元记作 $T_{5,4}$ ).

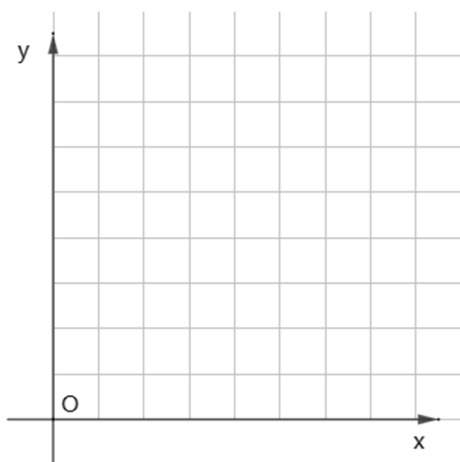


图 1

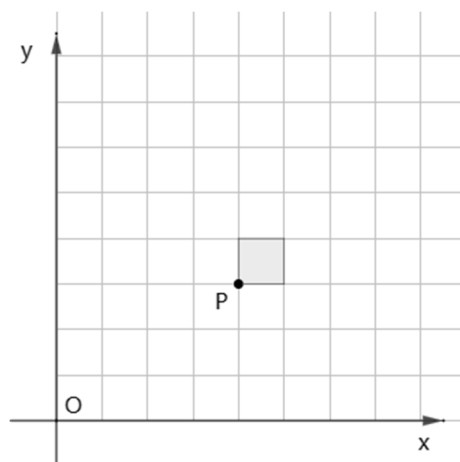


图 2

设 $n(n \in \mathbb{Z}^*)$ 阶方阵 $M_1 = \begin{bmatrix} a_{1,n} & \cdots & a_{n,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,1} & \cdots & a_{n,1} \end{bmatrix}$ , 设曲线 $c$ 是以点 $A(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$ 为圆心, 半

径为 $r = \frac{n}{2}$ 的圆, 如图 3 所示 (图例中 $n = 8$ ). 现定义 $S_{i,j}$ 为 $T_{i,j}$ 与 $c$ 相交区域的面积,

且 $M_1$ 中 $a_{i,j} = S_{i,j}$ . 图 4、图 5、图 6 分别示例了 $S_{3,3}$ 、 $S_{1,3}$ 、 $S_{8,8}$  (阴影区域) 和 $T_{3,3}$ 、

$T_{1,3}$ 、 $T_{8,8}$  (方框区域).

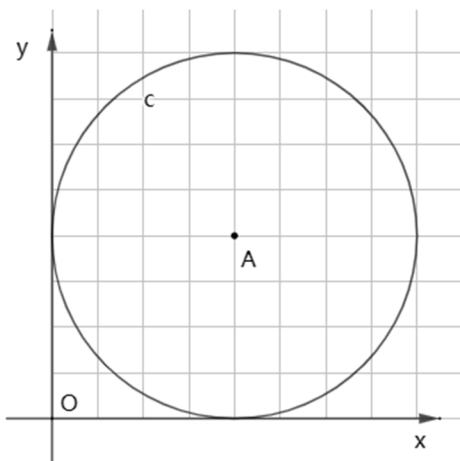


图 3

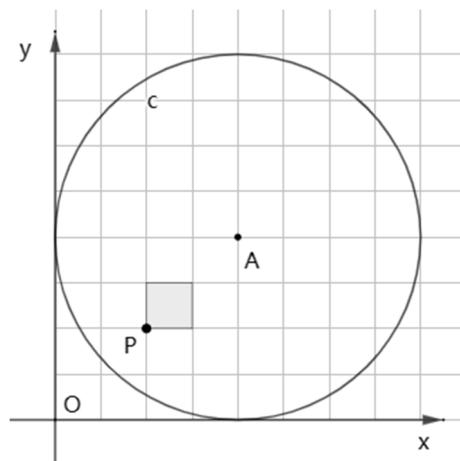


图 4

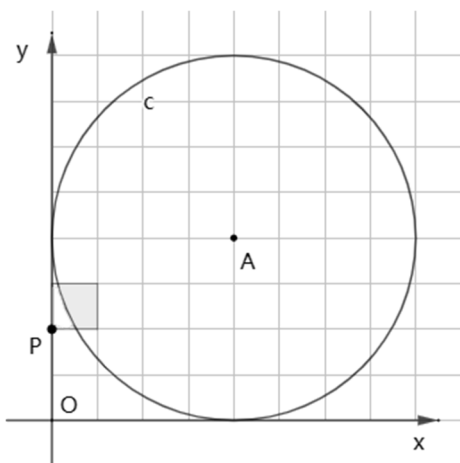


图 5

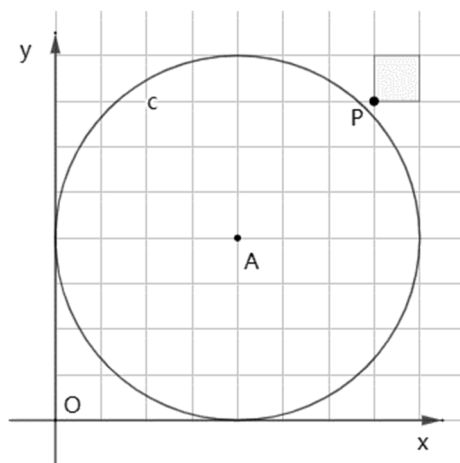


图 6

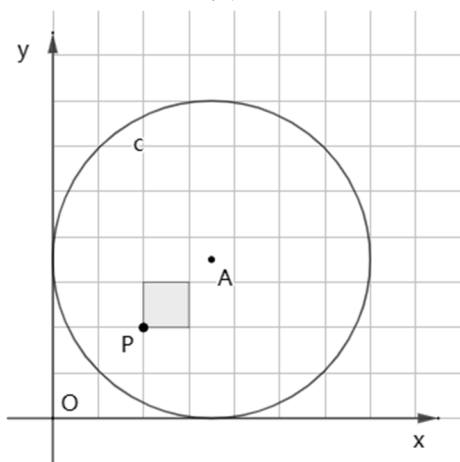


图 7

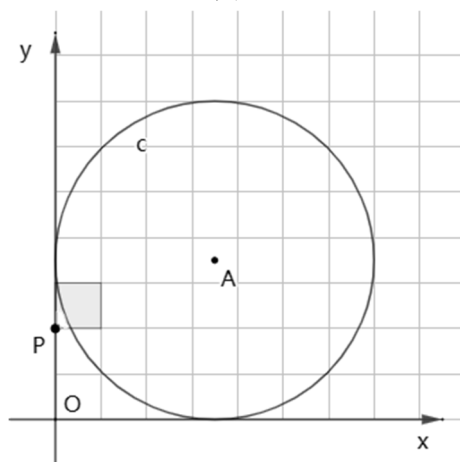


图 8

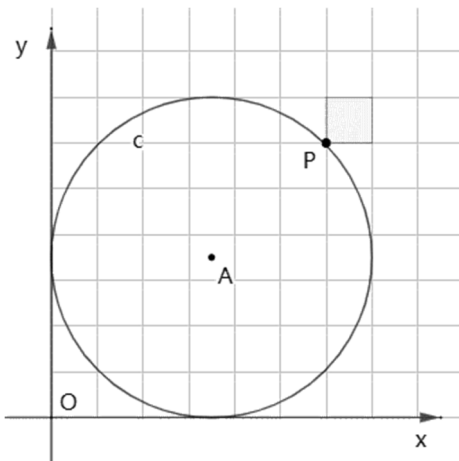


图 9

(1) 当 $n$ 为偶数时, 求 $M_1$  (如图 4、图 5、图 6 的情况) .

(2) 当 $n$ 为奇数时, 求 $M_1'$  (如图 7、图 8、图 9 的情况) .

\* 注: 先给出数学题解任意 $S_{i,j}$ 的值, 随后设计程序完成 $M_1$ 的求解。