

Seri bahan kuliah Algeo #2

Matriks Eselon

Bahan kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Oleh: Rinaldi Munir

**Program Studi Teknik Informatika
STEI-ITB**

Sumber:

Howard Anton & Chris Rores, *Elementary Linear Algebra*

Matriks Eselon Baris

- Matriks eselon baris (*row echelon form*) adalah matriks yang memiliki **1 utama** (*leading one*) pada setiap baris, kecuali baris yang seluruhnya nol.

- Berbentuk:

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dst

Keterangan: * adalah sembarang nilai

- Contoh-contoh matriks eselon baris:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Bukan matriks eselon baris:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

gaada 1 di baris 1 dan 3

Mengapa?

- Ciri-ciri matriks eselon baris: memiliki semua nilai nol di bawah 1 utama

Matriks Eselon Baris Tereduksi

- Matriks eselon baris tereduksi (*reduce row echelon*) berbentuk:

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dst}$$

- Ciri-ciri: memiliki semua nilai nol di bawah **dan** di atas 1 utama

- Contoh-contoh matriks eselon baris tereduksi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Bukan matriks eselon baris tereduksi:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mengapa?

Latihan 1

1. Dari sejumlah matriks di bawah ini, tentukan mana yang matriks eselon baris, eselon baris tereduksi, keduanya, atau bukan sama sekali.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(f) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(g) $\begin{bmatrix} 1 & -7 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ atasnya 1 utama ga 0

Jawaban:

- (a) Keduanya (eselon baris dan eselon baris tereduksi)
(b) Keduanya
(c) Keduanya
(d) Keduanya
(e) Keduanya
(f) Keduanya
(g) Matriks eselon baris

Latihan 2

1. Dari sejumlah matriks di bawah ini, tentukan mana yang matriks eselon baris, eselon baris tereduksi, keduanya, atau bukan sama sekali.

(a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 eselon baris

(b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$
 bukan samsek

(c)
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 eselon baris

(d)
$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 eselon baris

(e)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 bukan samsek

(f)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 7 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 bukan samsek

(g)
$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$
 eselon baris
eselon baris tereduksi