

Optymalizacja funkcji wielu zmiennych metodami bezgradientowymi

1. Cel ćwiczenia.

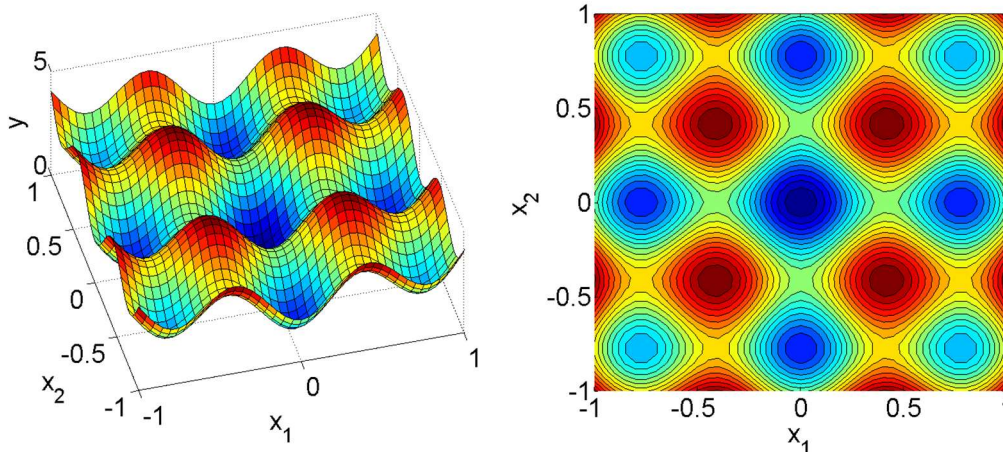
Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami bezgradientowymi poprzez ich implementację oraz wykorzystanie do rozwiązania problemu optymalizacji.

2. Testowa funkcja celu.

Funkcja celu dana jest wzorem:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \cos(2,5\pi x_1) - \cos(2,5\pi x_2) + 2$$

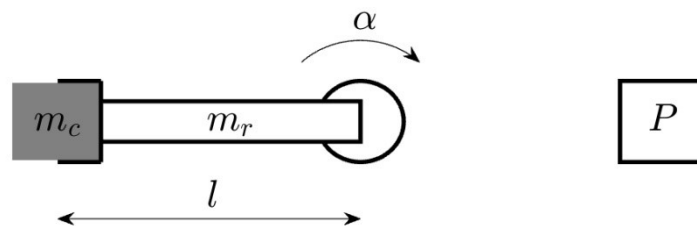
Jej wykres przedstawiony jest poniżej.



Punkt startowy powinien należeć do przedziału $x_1^{(0)} \in [-1, 1]$, $x_2^{(0)} \in [-1, 1]$.

3. Problem rzeczywisty.

Ramię robota o długości $l = 0.5 \text{ m}$ oraz masie $m_r = 1 \text{ kg}$ ma za zadanie umieścić ciężarek o masie $m_c = 10 \text{ kg}$ na platformie P . W tym celu ramię musi wykonać obrót o kąt $\pi \text{ rad}$ i zatrzymać się.



Ruch ramienia opisany jest równaniem:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + b \frac{d\alpha}{dt} = M(t),$$

gdzie: $b = 0.5 \text{ Nms}$ jest współczynnikiem tarcia, a moment bezwładności ramienia z ciężarkiem I wynosi:

$$I = \frac{1}{3}m_r l^2 + m_c l^2.$$

Moment siły przykładany do ramienia wyznaczany jest ze wzoru:

$$M(t) = k_1 (\alpha_{ref} - \alpha(t)) + k_2 (\omega_{ref} - \omega(t)),$$

gdzie: $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, $\alpha_{ref} = \pi \text{ rad}$, $\omega_{ref} = 0 \text{ rad/s}$, k_1 oraz k_2 współczynniki wzmocnienia regulatora.

Celem optymalizacji jest znalezienie takich wartości współczynników wzmocnienia k_1 oraz k_2 , dla których funkcjonał jakości:

$$Q(k_1, k_2) = \int_0^{t_{end}} \left(10 (\alpha_{ref} - \alpha(t))^2 + (\omega_{ref} - \omega(t))^2 + (M(t))^2 \right) dt$$

przyjmuje najmniejszą wartość. Początkowe wartości współczynników wzmocnienia powinny należeć do przedziału: $k_1^{(0)} \in [0, 10] \text{ Nm}$, $k_2^{(0)} \in [0, 10] \text{ Nms}$. Symulacje należy przeprowadzać dla czasu od $t_0 = 0$ do $t_{end} = 100 \text{ s}$ z krokiem $dt = 0,1 \text{ s}$.

4. Algorytmy optymalizacji.

Optymalizację należy przeprowadzić metodą Hooke'a-Jeevesa oraz metodą Rosenbrocka.

5. Zadanie do samodzielnego wykonania.

a. Testowa funkcja celu.

Zadanie polega na wykonaniu 100 optymalizacji dla trzech różnych długości kroku startując z losowego punktu (jeżeli w dwóch sprawozdaniach pojawią się identyczne punkty startowe będą one ocenione na 0 punktów). Wyniki należy zestawić pliku xlsx w tabeli 1. Wartości średnie (tylko dla optymalizacji zakończonych znalezieniem minimum globalnego) należy przedstawić w tabeli 2. Dodatkowo, dla jednego wybranego przypadku należy na wykres poziomicy funkcji celu nanieść rozwiązania optymalne uzyskane po każdej iteracji (rozwiązania bazowe dla metody Hooke'a-Jeevesa).

b. Problem rzeczywisty.

Zadanie polega na przeprowadzeniu optymalizacji dla jednej długości kroku. Wyniki należy zestawić w tabeli 3. Dla znalezionych, optymalnych wartości współczynników k_1 oraz k_2 należy przeprowadzić symulację, a jej wyniki wstawić do arkusza Symulacja. Na ich podstawie należy narysować wykresy przedstawiające położenie oraz prędkość ramienia.

6. Sprawozdanie.

Sprawozdanie powinno zostać przygotowane w formacie docx (lub doc) albo pdf i powinno zawierać parametry poszczególnych algorytmów, dyskusję wyników oraz wnioski. Dodatkowo, w sprawozdaniu należy umieścić kod zaimplementowanych metod oraz funkcji main, diff i fit_fun. Wyniki optymalizacji oraz wykresy należy przygotować w formacie xlsx (lub xls).