

# Cálculo II (527150)

## Clase 19: Sucesiones y series

# Más ejemplos de convergencia

## Ejemplos

►  $a_n = \sqrt[n]{n}$

►  $a_n = r^n$

►  $a_n = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n$

# Subsucesiones

## Definición

Dada una sucesión, una *subsucesión* de ella es una sucesión que se obtiene al restringir el dominio a un subconjunto infinito.

# Subsucesiones

## Definición

Dada una sucesión, una *subsucesión* de ella es una sucesión que se obtiene al restringir el dominio a un subconjunto infinito.

## Propiedad

Si una sucesión es convergente, todas sus subsucesiones también lo son y todas convergen al mismo límite que la sucesión original.

# Subsucesiones

## Definición

Dada una sucesión, una *subsucesión* de ella es una sucesión que se obtiene al restringir el dominio a un subconjunto infinito.

## Propiedad

Si una sucesión es convergente, todas sus subsucesiones también lo son y todas convergen al mismo límite que la sucesión original.

## Ejemplo

$$a_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

# Sucesiones monótonas

## Definiciones

- ▶ Una sucesión es *creciente* si  $a_n \leq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *decreciente* si  $a_n \geq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *monótona* si es creciente o decreciente.

# Sucesiones monótonas

## Definiciones

- ▶ Una sucesión es *creciente* si  $a_n \leq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *decreciente* si  $a_n \geq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *monótona* si es creciente o decreciente.

## Propiedad

Toda sucesión monótona y acotada es convergente.

# Sucesiones monótonas

## Definiciones

- ▶ Una sucesión es *creciente* si  $a_n \leq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *decreciente* si  $a_n \geq a_{n+1}$  para todo  $n$ .
- ▶ Una sucesión es *monótona* si es creciente o decreciente.

## Propiedad

Toda sucesión monótona y acotada es convergente.

## Ejemplo

$$a_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 1 \\ \frac{1}{2}(3 + a_{n-1}) & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$$



# Series

## Definición

Una *serie*

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

es una sucesión de sumas parciales

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

# Ejemplos básicos de series

## Ejemplos

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} 1$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$