**525043 - Taller de Razonamiento Matemático II**

*Evaluación 4 - Solución*

**Ejercicio 1.** Sea $n \geqslant 1$ un natural par. Muestre que

$$1 = \binom{n}{0} - 2\binom{n}{1} + 4\binom{n}{2} - 8\binom{n}{3} + \cdots$$

Por ejemplo, cuando $n = 2$, tenemos

$$\binom{2}{0} - 2\binom{2}{1} + 4\binom{2}{2} = 1 - 2 \times 2 + 4 \times 1 = 1 - 4 + 4 = 1.$$

*Solución.* Sea $n \geqslant 1$ un natural par cualquiera, y sea

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-2)^k.$$

Lo que nos piden probar es que $S_n = 1$. Usando Teorema del Binomio de Newton,

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-2)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-2)^k (1)^{n-k} = ((-2) + (1))^n = (-1)^n = 1,$$

donde la última igualdad se tiene pues $n$ es par. ■

## §1. Comentarios

Algunas personas intentaron usar inducción. Esto no era imposible: básicamente se podía replicar la demostración del binomio de Newton, usando la fórmula de Pascal. Noto que hay muchas personas que tienen complicación al usar inducción sobre números pares, pues consideran los casos $n$ como hipótesis inductiva y tratan de demostrar el caso $n + 1$. Esto es un error, pues si $n$ es par entonces $n + 1$ no es par. Recomiendo encarecidamente practicar ejercicios de inducción si tienen problemas con ellos.