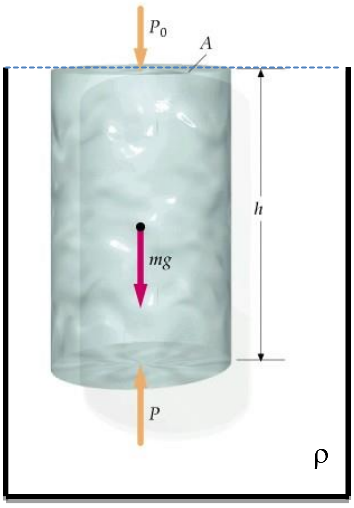
Clase 1.3
Ecuación fundamental de la hidrostática

Variación de la presión con la profundidad

Consideremos un líquido de densidad ρ en reposo, como se muestra en la figura. Se supone que ρ es uniforme en todo el líquido, esto significa que el líquido es incompresible. Seleccionamos una muestra del líquido contenido dentro de un cilindro imaginario de área de sección transversal A y altura h.
El líquido externo a la muestra ejerce fuerzas en todos los puntos de la superficie de la muestra, perpendicular a la superficie.



En la figura:

P: Es la presión que ejerce el líquido en la cara inferior de la muestra.
P_0: Es la presión que ejerce el líquido en la cara superior de la muestra. En este caso corresponde a la presión atmosférica.
PA: Magnitud de la fuerza hacia arriba que ejerce el fluido exterior sobre el fondo del cilindro.
P_0A: Magnitud de la fuerza descendente que se ejerce sobre la parte superior del cilindro.
m: Masa de líquido en el cilindro.
mg: Peso del líquido en el cilindro.

Ya que el cilindro está en equilibrio, la fuerza neta que actúa sobre él debe ser cero. Tomando hacia arriba como la dirección y positiva, se tiene:

$$\sum \vec{F} = PA\hat{\jmath} - P_0A\hat{\jmath} - mg\hat{\jmath} = 0$$

$$PA - P_0A - mg = 0$$

$$PA - P_0A - \rho Vg = 0 \ ; \ V = Ah$$

$$PA - P_0A - \rho Ahg = 0$$

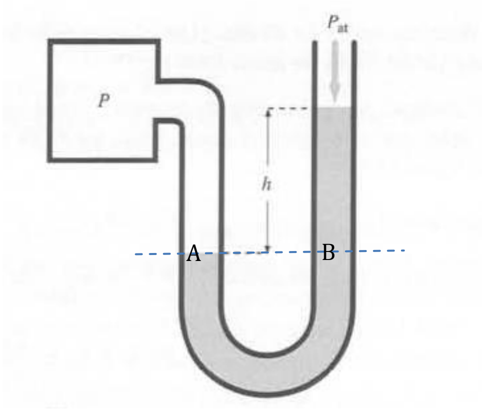
$$\boxed{P = P_0 + \rho gh}$$

En esta ecuación:

P: Se denomina presión absoluta
$P-P_0$: Se denomina presión manométrica
P_0: Presión atmosférica.

Manómetro de tubo abierto

En la figura se muestra un medidor de presión simple, el manómetro de tubo abierto. La parte superior del tubo se encuentra abierta y por lo tanto a la presión atmosférica (P_{at} o P_0). El otro extremo del tubo se encuentra a la presión P que se desea medir.



Dos puntos al mismo nivel en el mismo fluido tienen la misma presión.

La presión en el punto A (en este caso es P) = La presión en el punto B

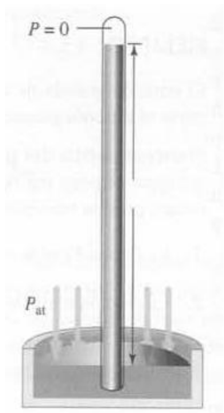
$$P = P_{at} + \rho g h$$

La diferencia $P - P_{at}$ es igual a $\rho g h$, se denomina presión manométrica. En esta expresión, ρ es la densidad del líquido en el tubo.

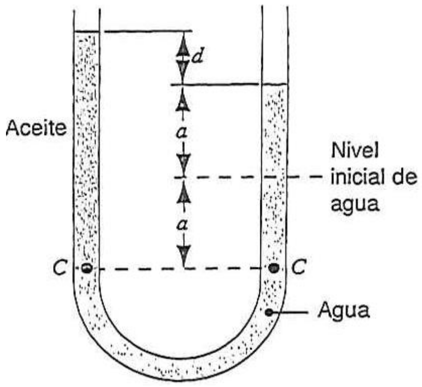
Barómetro de mercurio

La figura muestra un barómetro de mercurio utilizado para medir la presión atmosférica. La parte superior del tubo está cerrado y se ha realizado el vacío de forma que la presión en su interior es igual a cero.
El otro extremo se encuentra abierto y a la presión atmosférica

La presión atmosférica es $P_{at} = \rho g h$, donde ρ es la densidad del mercurio.



Problema 1: Una parte del tubo en U, donde ambos extremos están abiertos a la atmósfera, se encuentra llena de agua. Se vacía aceite (el cual no se mezcla con el agua) en un lado hasta que alcanza una distancia ***d***= 12.3mm sobre el nivel del agua en el otro lado, que mientras tanto subió a una distancia ***a*** = 67.5 mm respecto a su nivel original. Calcule la densidad del aceite.
Resp: 916.5 kg/m^3.



Desarrollo
Datos:

Presión atmosférica: P_0 = 1.013 x 10^5Pa
Densidad del agua: $\rho_a = 1000\,\frac{kg}{m^3}$
d= 12.3mm = 0.0123 m
a = 67.5 mm = 0.0675 m
Densidad del aceite: $\rho_{ac} \;=?$

Dos puntos al mismo nivel en el mismo fluido tienen la misma presión.

La presión en el punto C (rama izquierda del tubo) = La presión en el punto C (rama derecha del tubo)

$$P_0 + \rho_{ac}\, g(d + a + a) = P_0 + \rho_a\, g(a + a)$$

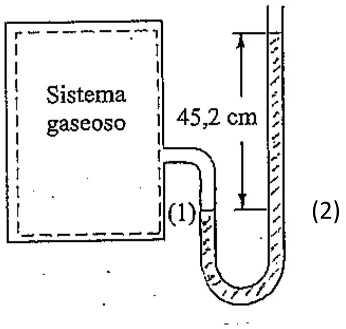
$$\rho_{ac}\, g(d + 2a) = \rho_a\, g(2a)$$

$$\rho_{ac}\,(d + 2a) = \rho_a\,(2a)$$

$$\rho_{ac} = \frac{(2a)}{(d + 2a)}\rho_a = \frac{(2\;x\;0.0675\;m)}{(0.0123\;m\; + 2\;x\;0.0675\;m)}\;x\;1000\,\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{ac} = 916\,\frac{kg}{m^3}$$

Problema 2: Para medir la presión de un depósito se emplea un manómetro. El líquido manométrico es un aceite de densidad 870 kg/m^3 y la altura del líquido es ***y*** = 45. 2 cm. Determine la presión absoluta del gas. Considere g = 9.8 m/s^2.
Resp: $1.05x10^5$Pa



Desarrollo
Datos:

Presión atmosférica: P_0 = 1.013 x 10^5Pa
Densidad del aceite: $\rho_{ac} = 870\frac{kg}{m^3}$
g = 9.8 m/s^2

y= 45.2 cm = 0.452 m
Presión absoluta del gas: P = ?

La presión en el punto 1 (presión del gas) = La presión en el punto 2 (rama derecha del tubo)

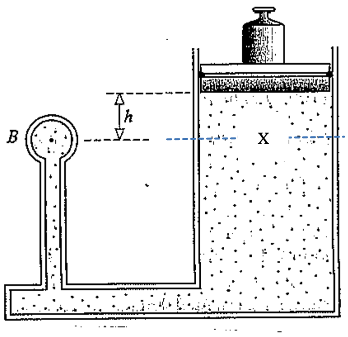
$$P = P_0 + \rho_{ac}\, g y$$

$$P = 1.013\; x\; 10^5 \frac{N}{m^2} + 870\frac{kg}{m^3}\; x\; 9.8\frac{m}{s^2}\; x\; 0.452\; m$$

Presión absoluta del gas es:

$$P = 1.05\; x\; 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Problema 3: Un pistón cargado confina a un fluido de densidad 13600 kg/m^3 (mercurio) en un recipiente cerrado, como se muestra en la figura. El peso combinado del pistón y la carga es de 200 N, y el área de la sección transversal del pistón es A= 8.0 cm^2. Considere h = 25 cm. Calcule la presión en el punto B.
Resp: 3.84x10^5Pa



Datos:

Presión atmosférica: P_0 = 1.013 x 10^5Pa
Densidad del mercurio: $\rho_m = 13600\,\frac{kg}{m^3}$
g = 9.8 m/s^2
Peso pistón + carga: mg = 200 N
Área sección trasversal: A= 8.0 cm^2 = 8 x10^{-4} m^2
h = 25 cm = 0.25 m

Tomamos dos puntos de referencia que estén a la misma profundidad (puntos B y X).

La presión en el punto B = La presión en el punto X (rama derecha del tubo)

$$P_B = P_0 + \frac{mg}{A} + \rho_m g h$$

$$P_B = 1.013\;x\;10^5\,\frac{N}{m^2} + \frac{200\;N}{8x10^{-4}m^2} + 13600\,\frac{kg}{m^3}\,x\;9.8\,\frac{m}{s^2}\,x0.25\;m$$

$$P_B = 3.84\;x\;10^5\,\frac{N}{m^2}$$