UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Listado 1 Taller de Razonamiento Matemático I 525041 (Lógica)

Ejercicios a discutir en clases de ayudantía:

1. Sean p, q, r, t proposiciones lógicas, tales que $(\sim p \wedge q) \rightarrow [(p \wedge r) \vee t]$ es falsa, determinar el valor veritativo de

$$a)\ \sim [(\sim p \wedge \sim q)] \leftrightarrow (r \vee \sim t)\,, \quad b)\,(\sim q \wedge \sim r) \vee [\sim t \wedge (p \vee q)\,, \quad c)\,(\sim p \rightarrow t) \rightarrow (\sim q \rightarrow r)\,.$$

2. Considere las proposiciones:

   - p: Pedro irá a conocer las cataratas de Iguazú.
   - q: Pedro aprobará la Evaluación 2.
   - r: Pedro aprobará el curso.
   - s: Pedro trabajará en sus vacaciones.

   Escribir en el lenguaje común las siguientes proposiciones:

$$a)\ \sim q \rightarrow \sim r\,, \quad b)\,p\,\Delta\,(\sim r)\,, \quad c)\,(r \rightarrow p) \vee s\,, \quad d)\,r \rightarrow (p \vee s)$$

3. Expresar en lenguaje proposicional las proposiciones siguientes, dadas en lenguaje común / tradicional:

   (a) "Si Pedro sabe hablar inglés, no habla francés, aunque si no supiese hablar inglés, tampoco hablaría francés".

   (b) "Juan abrirá la puerta y saldrá a la calle, sólo en el caso de que, si viene María con el auto, no venga con ella Pedro".

4. Exprese el enunciado de la recíproca de la inversa de la recíproca de la contrarecíproca de: "No es cierto que, Luisa va al supermercado pero no compra frutas, ya que se quedó con las ganas de comer frutas".

5. Aplicando leyes de la lógica proposicional, simplificar las siguientes proposiciones:

$$a)\ \sim (p\,\Delta \sim q) \rightarrow \sim q\,, \quad b)\,(p \wedge \sim r) \vee [\sim q \rightarrow \sim (p \wedge r)]$$

6. Determinar si las siguientes proposiciones son Implicaciones Lógicas:

$$a)\,[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q\,, \quad b)\,[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p\,, \quad c)\ \sim p \rightarrow [p \leftrightarrow (p \vee q)]$$

7. Determinar la validez de las siguientes inferencias o argumentos lógicos:

   a) Si el interés no es egoísta, entonces es la fuerza vital de las personas y es espontáneo. El interés no es la fuerza vital de las personas y es espontáneo. Por lo tanto, el interés es egoísta.

   b) Es falso que Mario está trabajando y estudiando en la universidad, ya que Mario está de viaje. Si Mario estudia en el instituto, entonces Mario no trabaja ni está de viaje. O Mario estudia en el instituto o estudia en la universidad. Por lo tanto, Mario trabaja o no está de viaje.

   c) Todos los números primos son impares, ya que es falso que 2 es un número primo no obstante 2 es número par. 2 es número impar o 2 es número primo o 2 es número par. Ni 2 es número impar ni 2 es número primo, si todos los números primos son impares. 2 es número primo sin embargo 2 es número par. En consecuencia: Todos los números primos son impares o 2 es número impar pero no ambos.

8. Determinar el valor de verdad de

$$p\,:\,(\exists\, n \in \mathbb{N})\,(\forall\, x \in \mathbb{R})\,(x \leq n)\,, \quad q\,:\,(\forall\, x \in \mathbb{R})\,(\exists\, n \in \mathbb{N})\,(x \leq n)\,.$$

   Demuéstrelo en caso sea verdad. De un contra ejemplo si no lo es. Luego, niegue cada una de ellas.

9. Expresar las siguientes proposiciones usando cuantificadores. Luego negarlos y traducirlas al lenguaje común.

   a) Para todo número real x, existe un número entero n tal que $n < x \leq n+1$.

   b) Para todo x número racional, para todo y número racional, existe z irracional tal que, si $x < y$ entonces $x < z < y$.

Ejercicios propuestos:

1. Sean p, q, r, s, t, w proposiciones lógicas, tales que $(p \wedge \sim r) \leftrightarrow (s \to w)$ es verdadera y $(\sim w \to \sim s)$ es falsa, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$a)\,(p \wedge q) \vee r \vee s\,, \quad b)\,(s \leftrightarrow \sim w) \to (r \vee \sim p)\,, \quad c)\,[t \to (w \vee \sim p)] \wedge \sim (p \to r)\,.$$

2. Determinar si las siguientes proposiciones son Implicaciones Lógicas:

$$a)\,[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)\,, \quad b)\,(p \wedge q) \to [(p \wedge \sim r) \vee (q \,\Delta\, r)]\,, \quad c)\,[(\sim p \wedge q) \vee r] \to (q \vee r)$$

3. De las siguiente proposiciones, ¿cuáles son equivalentes entre sí?

   a) No es cierto que Mario está lesionado y juegue fútbol.
   b) Mario no jugará fútbol siempre que esté lesionado.
   c) Mario no está lesionado, sin embargo no jugará fútbol.

4. Aplicando leyes de la lógica proposicional, simplificar las siguientes proposiciones:

$$a)\,[(\sim q \to \sim p) \to (\sim p \to \sim q)] \wedge \sim (p \wedge q)\,, \quad b)\,[\sim p \to (q \wedge \sim p)] \leftrightarrow [\sim q \wedge (p \to \sim q)]$$

5. Determinar la validez de las siguientes inferencias o argumentos lógicos:

   a) Javiera llegará tarde a la universidad, si la micro sufre desperfectos en el camino o sale tarde de su casa. Javiera no llegó tarde a la universidad. En consecuencia, la micro no sufrió desperfectos.
   b) Juan llegó antes de las diez y no vió partir el auto de Andrés, dado que el reloj está adelantado. Como Andrés dice la verdad, entonces Juan no vió partir el auto de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj está adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.
   c) Si x es un número primo entonces x es una fracción negativa. Pero x es un número mayor que cero puesto que es un número par. x es número par además no es primo, porque x es un número mayor que cero o no es una fracción negativa. No es cierto que: x es un número par y no sea un número primo. De ahí que: x no es un número primo aunque es un número par, si no es una fracción negativa.

6. Determinar el valor de verdad de

$$q\,:\,(\forall\, x \in \mathbb{R}\backslash\{0\})\,(\exists\, y \in \mathbb{R})\,(x\,y = 1)\,, \quad p\,:\,(\exists\, y \in \mathbb{R})\,(\forall\, x \in \mathbb{R}\backslash\{0\})\,(x\,y = 1)\,,$$
$$r\,:\,(\forall\, x \in \mathbb{R})\,(\exists!\, y \in \mathbb{R})\,(x\,y \leq 0 \wedge |x-y| = 2x)$$

   Demuéstrelo en caso sea verdad. De un contra ejemplo si no lo es. Luego, niegue cada una de ellas.

7. Expresar las siguientes proposiciones usando cuantificadores. Luego negarlos y traducirlas al lenguaje común.

   a) Para todo $L > 0$, existe $y > 0$ tal que, para todo número real x, si $-y < x < y$ entonces $-L < x^2 < L$.
   b) Existe $x < 0$, tal que para todo $y > 0$ se cumple $y \leq -\frac{1}{x}$.

8. Sea S un subconjunto de $\mathbb{R}$, y $x \in \mathbb{R}$. A continuación se da una caracterización de Punto Aislado: Se dice que x es un *punto aislado* de S si y sólo si existe un número real positivo ϵ tal que para todo punto y de S, la distancia entre x e y es mayor o igual que ϵ.

   a) Expresar la definición de punto aislado usando cuantificadores.
   b) ¿Cuándo un número real x no es un punto aislado de S?

9. Considere el conjunto $A := \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Luego, niegue cada una de ellas.

$$p\,:\,(\forall\, x \in A)\,(\exists!\, y \in A)\,(x\,y = y)\,, \quad s\,:\,(\forall\, x \in A)\,(\forall\, y \in A)\,\Big(x^2 + y^2 < 16\Big)$$
$$t\,:\,(\forall\, x \in A)\,(\exists\, y \in A)\,\Big(x + y \neq 5 \to x^2 \leq 0\Big)\,, \quad u\,:\,(\exists\, y \in A)\,(\forall\, x \in A)\,\Big(x + y \neq 5 \to x^2 \leq 0\Big)$$

   Justifique su respuesta apropiadamente, según el caso.
