

TEST2=TAREA3
OPTIMIZACION I (525351)

Sea A una matriz de orden $m \times n$, $b \in \mathbb{R}^n$.

Problema 1. (2.5 pts.) La alternativa de Fredholm afirma

- (I) $Ax = b$, tiene solución, o;
- (II) $A^\top y = 0$, $b^\top y \neq 0$ tiene solución.

Demostrar que la validez de esta alternativa es equivalente a que la igualdad

$$\mathcal{R}(A) = (\ker A^\top)^\perp \text{ se cumpla,}$$

donde $\ker A^\top = \{y \in \mathbb{R}^m : A^\top y = 0\}$ y $M^\perp = \{z : z^\top v = 0 \quad \forall v \in M\}$.

Problema 2. (3.5 pts.)

- (a) (0.5 pt.) Formular el dual de

$$\min\{c^\top x : Ax \geq b, x \geq 0\}.$$

- (b) (3.0 pts.) Esto corresponde a un problema de juego competitivo con dos jugadores: el jugador fila y el de columna (de A). Formular el dual del problema siguiente reduciéndolo a su mínima expresión,

$$\min s$$

$$\text{s.a. } \mathbf{1}^\top x = 1;$$

$$\begin{array}{ll} Ax & \leq \mathbf{1}s; \\ x & \geq 0. \end{array}$$

Aquí, $\mathbf{1}$ es el vector (columna) en \mathbb{R}^n con todas sus componentes iguales a 1.

Tiempo: **40 minutos**