UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA III (525201)

Ayudantía 4

1. Estudie y clasifique las siguientes relaciones:

   a) En $\mathcal{P}(\mathbb{N})$: $X\mathcal{R}Y \iff X \subseteq Y^c$

   b) En $\mathcal{M}_{22}(\{0,1\})$: $X\mathcal{R}Y \iff X \cdot Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

   c) $\mathcal{R} = \{(a,a),(b,b),(c,c)\}$

   d) En $\mathbb{C}$: $(a+bi)\mathcal{R}(c+di) \iff a < c \vee (a = c \wedge b \leq d)$

2. Sea X un conjunto no vacío, y $\mathscr{P}$ el conjunto de todas las particiones finitas de X. Es decir, los elementos de $\mathscr{P}$ son las particiones $\{A_i\}_{i=1}^n$ donde $n \in \mathbb{N}$. Se define la relación $\leq$ en $\mathscr{P}$ como sigue:

$$\{A_i\}_{i=1}^n \leq \{B_j\}_{j=1}^m \iff \forall j \in \{1,\ldots,m\}, \exists i \in \{1,\ldots,n\} \, : \, B_j \subseteq A_i$$

   a) Pruebe que $\leq$ es una relación de orden.

   b) Muestre un ejemplo con $|X| > 3$, para el cual $\leq$ no sea relación de orden parcial.

3. Sea $F = \{f : A \to B \mid f \text{ es función}\}$ y sea $\mathcal{R}$ una relación de orden en B. Se define en F la relación $\mathcal{R}^*$ por:

$$f\mathcal{R}^*g \iff \forall a \in A, f(a)\mathcal{R}g(a).$$

   a) Pruebe que $\mathcal{R}^*$ es relación de orden en F.

   b) Muestre que si $|A| = |B| = 2$, entonces $\mathcal{R}^*$ es relación de orden parcial.

JAL/RAE/rae 12 de abril de 2022