

**525043 - Taller de Razonamiento Matemático II**

*Listado 9*

**Ejercicio 1.** Sean  $n \geq 0$  y  $k \geq 0$  naturales. Demuestre las siguientes igualdades apelando a la fórmula de los coeficientes binomiales, y luego usando una interpretación combinatorial.

(I)

$$\binom{n}{0} = 1.$$

(II)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

(III)

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}.$$

(IV)

$$\binom{n}{k} k = n \binom{n-1}{k-1}.$$

**Ejercicio 2.** Sean  $n \geq 0$  y  $k \geq 0$  naturales. Demuestre la siguiente igualdad apelando a una interpretación combinatorial.

$$\binom{2n}{n} = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2.$$

**Ejercicio 3.** Sean  $n \geq 0$  y  $k \geq 0$  naturales. Demuestre la siguiente igualdad usando inducción en  $n$ .

$$\sum_{j=0}^n \binom{k+j}{j} = \binom{k+n+1}{n}.$$

**Ejercicio 4.** Sea  $n \geq 0$  natural. Demuestre la siguiente igualdad usando inducción en  $n$ .

$$\sum_{j=0}^n j = \binom{n+1}{2}.$$

¿Puede encontrar una interpretación combinatorial?

*Canción de la semana:* Sufjan Stevens - Movement III: Linear Tableau with Intersecting Surprise (2009)