

ALGEBRA III (525201)

Evaluación 3.

Tiempo: 100 min.

P1. Sea $B : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$B(p, q) = ap(0)q(0) + bp(1)q(-1) + bp(-1)q(1)$$

- a) Demuestre que B es una forma bilineal simétrica.
- b) Encuentre los valores de a y b de modo que B sea una forma lineal degenerada. Demuestre que no existen valores de a y b de modo que B defina un producto interior.
- c) Encuentre el espacio ortogonal a $\langle \{1, x\} \rangle$ respecto de la forma bilineal en función de los valores de a y b .

P2. Sea V un espacio vectorial de dimensión finita sobre el cuerpo \mathbb{K} . Sea W, U dos subespacios vectoriales de V tales que $V = W \oplus U$. Demuestre que $V^* = W' \oplus U'$, donde W' es isomorfo a W^* y U' es isomorfo a U^* .

P3. Sea V un espacio vectorial y U, W dos subespacios vectoriales de V . Demuestre que $\text{an}(U + W) = \text{an}(U) \cap \text{an}(W)$.