

Laboratorio 1
Optimización I
Método Simplex Clásico

El objetivo de este laboratorio es trabajar el método Simplex en Matlab, por ende, para una primera instancia, no consideraremos el método de las II Fases (i.e. Agregar variables artificiales). Se desea resolver el problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t x \\ \text{s.a.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ y $c, x \in \mathbb{R}^n$. Para esto, debemos basarnos en el algoritmo Simplex enseñado en clases, mas específicamente en su definición matricial, esto será particularmente útil considerando la sintaxis del programa que ocuparemos MATLAB.

El objetivo del laboratorio, será completar el siguiente código para que pueda correr sobre el problema que definimos anteriormente, por ende deben comprender integralmente este código, que será el puntapié inicial y la médula del programa. Para dar un ejemplo del uso del código notemos que lo estamos usando sobre el problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - x_2 \\ \text{s.a.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 29 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 25 \\ & 3x_1 + 4x_2 \leq 34 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

```

1 A=[2 1;1 2;3 4] %Definicion de la matriz A=(B|N)
2 b=[29;25;34]      %Vector del lado derecho
3 c=[-1;-1]          %Vector Costo
4 I=eye(length(A(:,1))) %Definicion de variables de holgura
5 A=[A I] %Matriz del problema con las variables de Holgura
6 c=[c;zeros(length(A(:,1)),1)] %Vector Costo Actualizado
7 index=1:length(c) %Vector de indexacion
8 indexN=index(1:(length(A(:,1))-1)) %Indexacion de variables no basicas
9 indexB=index((length(A(:,1))):end) %Indexacion de variables basicas
10 B=[] %Inicializacion de B
11 N=[] %Inicializacion de N
12 cN=[] %Vector costo asociado a variables no basicas
13 cB=[] %Vector costo asociado a variables basicas
14 for i=1:length(indexN)
15     N=[N A(:,indexN(i))]
16     cN=[cN;c(indexN(i))]
17 end
18 for i=1:length(indexB)
19     B=[B A(:,indexB(i))]
20     cB=[cB;c(indexB(i)) ]
21 end
22 xb=B\b %Parte del vector solucion que es basica
23 xn=zeros(length(N(:,1)),1) %Parte del vector solucion que es no basica
24 BN=inv(B)*N %Matriz B inversa por N
25 z=cB'*BN      %Vector Z (definido en catedra)
26 costrelativo=z-cN' %vector de zj-cj que definen las condiciones de optimalidad

```

Cabe destacar, que las líneas desde 14 hasta 20, permiten la construcción de las matrices B y N considerando las indexaciones hechas en las líneas 8 y 9.

A este código, le falta la parte que permite iterar el método para en cada paso ir cambiando la matriz B y la solución básica x_B respecto a los criterios de optimalidad. Por ende su tarea consistirá en programar los siguientes pasos faltantes:

1. Encontrar en el vector `costrelativo` el máximo valor para elegir cual variable entra a la base.
2. Encontrar en la columna correspondiente a esa variable, el valor mínimo que permite elegir que variable sale de la base.
3. Usar los arreglos `indexN`, `indexB` y cambiar elementos entre ellos para así cambiar en un nuevo paso (reutilizando las líneas que van desde la 14 a la 20) una nueva matriz N y B .
4. Arrojar si la región factible es o no acotada o si no existe solución.
5. Finalmente y no menos importante, verificar en cada paso que se cumpla el criterio de detención, y en caso de no cumplirse, repetir el algoritmo.

Terminado esta primera parte, aplique el método sobre los siguientes problemas de programación lineal.

a)

$$\begin{aligned} \text{mín } & -2x_1 + 3x_2 - x_3 \\ \text{s.a } & x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 12 \\ & -x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \text{mín } & -2x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 4x_4 \\ \text{s.a } & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ & x_2 + x_3 + x_4 \leq 3 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_3 + x_4 \leq 2 \\ & 3x_3 + 2x_4 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Finalmente, cabe notar que para la evaluación del laboratorio, se debe entregar un archivo .pdf explicando la elaboración del código (Código no comentado tendrá descuento de puntaje). Además, habrá descuento si el código solamente funciona para los problemas recién presentados, pues se le pedirá al código que corran otros problemas para verificar lo pedido en la tarea. Sin más que agregar, a trabajar! cualquier consulta pueden escribirnos a nuestros correos `cvalenzue2016@udec.cl`; `jgamonal2016@udec.cl` o también por el chat de Teams