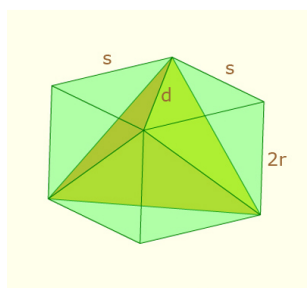


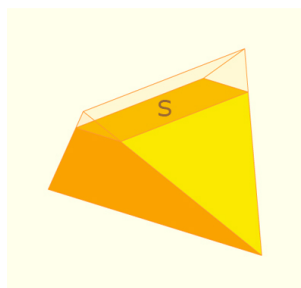
TAREA 4. CÁLCULO III. 525211.

Congruencia Cavalieri entre un tetraedro y una esfera ¹ Howard Eves, matemático e historiador de las Matemáticas, recibió el premio George Polya Award por el artículo "Two Surprising Theorems on Cavalieri Congruence" ². Howard Eves describe su tetraedro del siguiente modo:

... dibuje dos segmentos perpendiculares, cada uno de longitud $d = 2r\sqrt{\pi}$ con el segmento que une sus puntos medios como perpendicular común. La distancia entre estas dos líneas es $2r$.



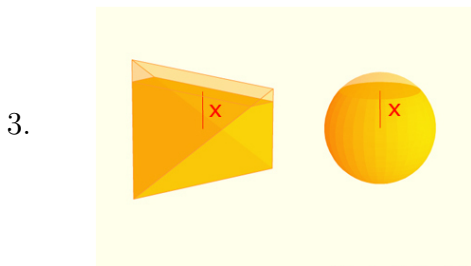
(a) Tetraedro en paralelepípedo de base cuadrada y altura $2r$



(b) Segmento de área $S(x)$

Figure 1: Tetraedro de Howard Eves

1. Cuanto vale el lado del cuadrado $s = \dots$? (Figura 1(a)).
2. Desde el centro de gravedad del paralelepípedo se calcula una altura x (con $0 \leq x \leq r$), y se corta horizontalmente. Que forma tiene la superficie recortada del tetraedro? Calcule su área: $S(x) = \dots$



3.

Sea una esfera de radio r (altura $= 2r$). Se corta horizontalmente a una misma altura x el tetraedro y la esfera (ver figuras de la izquierda). Compare las áreas de las secciones cortadas en ambas figuras.

4. Mediante el Principio de Cavalieri, calcule el volumen de cada una de las dos figuras desde la base hasta la altura x .
5. "El Tetraedro de Howard Eves es Congruente Cavalieri con la esfera". Explique esta frase en función de lo calculado en 3 y 4; Deduzca el volumen del Tetraedro.

Entrega: 23 de Mayo.
 IRA/MSc/msc
 (9-Mayo-2016)

¹<http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/espacio/eves.html>

²Eves, Howard (1991), "Two surprising theorems on Cavalieri congruence," College Mathematics Journal 22: 118-124.