

Cálculo II (527150)

Clase 20: Series

Series

Definición

Una *serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es el límite de la sucesión de sumas parciales

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

Definiciones

- ▶ El término a_n es el *término general* de la serie.
- ▶ El *valor* de una serie es el límite de su sucesión de sumas parciales.
- ▶ Una serie *converge* o *diverge* si su sucesión de sumas parciales lo hace.

Ejemplos básicos de series

Ejemplos

▶ $\sum_{n=1}^{\infty} 1$

▶ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

▶ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

Ejemplo básico: la serie geométrica

Definición

Una *serie geométrica* es aquella donde existe una *razón* $r \in \mathbb{R}$ constante entre términos generales: es decir, $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ para todo n .

Ejemplos

► $3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} 3^n$

► $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5}{2^{n+1}}$

Propiedad

Una serie geométrica de razón r converge si y sólo si $|r| < 1$.

Criterio del término general

Criterio

Si la serie $\sum a_n$ converge, entonces $\lim a_n = 0$.

Ejemplo básico: la serie armónica

Definición

La *serie armónica* es

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

Propiedad

La serie armónica diverge.