



MAT1610 - Clase 38

Áreas entre curvas

Diego De la Vega

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

19 de junio del 2024

Objetivo

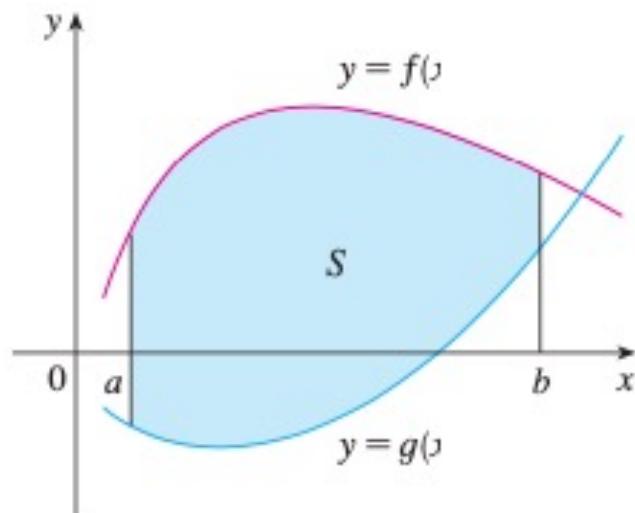
- Aprender a calcular áreas entre curvas

Ejemplo: Calcule

$$\int x^5 \sqrt{1 + x^2} \, dx$$

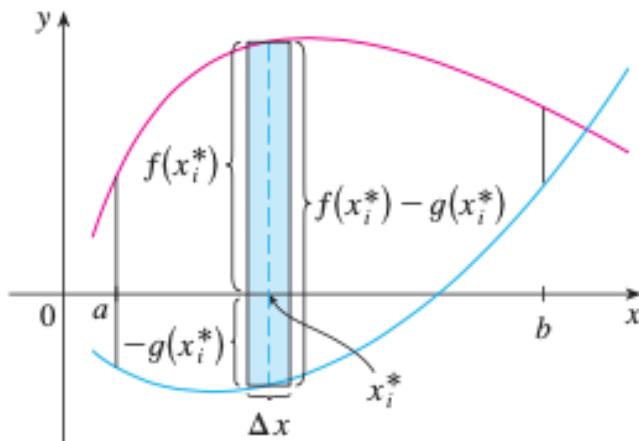
Área entre curvas

¿Cómo calculamos el área S ?

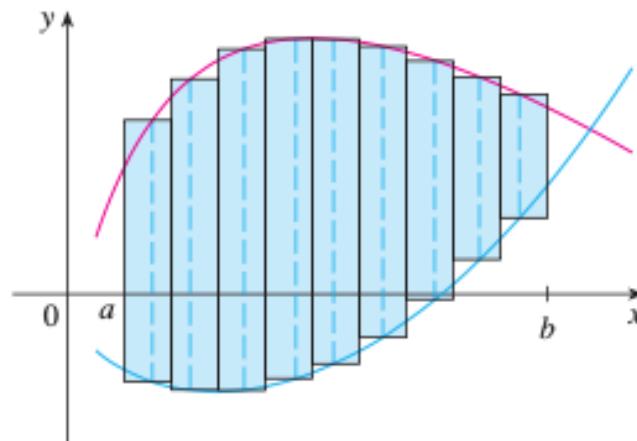


$$S = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$$

Área entre curvas



a) Rectángulo representativo



b) Rectángulos de aproximación

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) - g(x_i^*)] \Delta x$$

Área entre curvas

El área A de la región limitada por las curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$ y las rectas $x = a$, $x = b$, donde f y g son continuas y $f(x) \geq g(x)$ para toda x en $[a, b]$, es

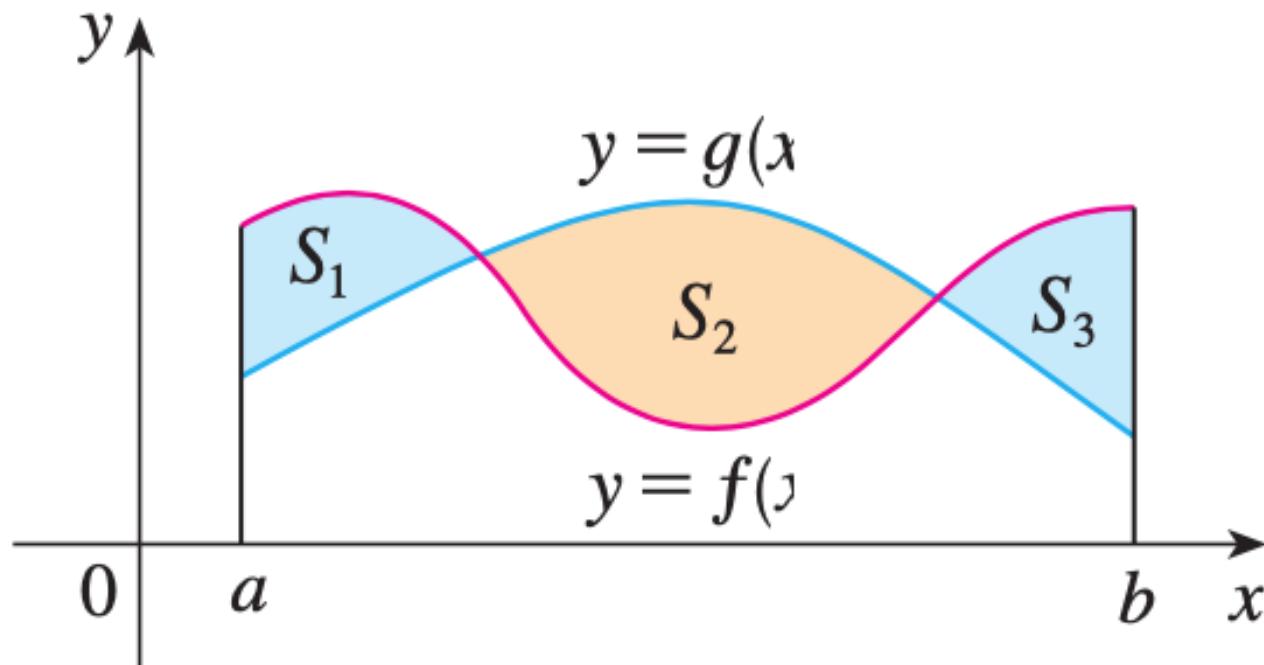
$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

Ejemplo 1: Determine el área de la región acotada por arriba por $y = e^x$, por abajo por $y = x$ y a los lados por $x = 0$ y $x = 1$.

Ejemplo 2: Calcule el área de la región encerrada por las paráboles $y = x^2$ e $y = 2x - x^2$.

Área entre curvas

¿Qué sucede cuando $f(x) \geq g(x)$ no se cumple en todo el intervalo?



Área entre curvas

El área entre las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$ y entre $x = a$ y $x = b$ es

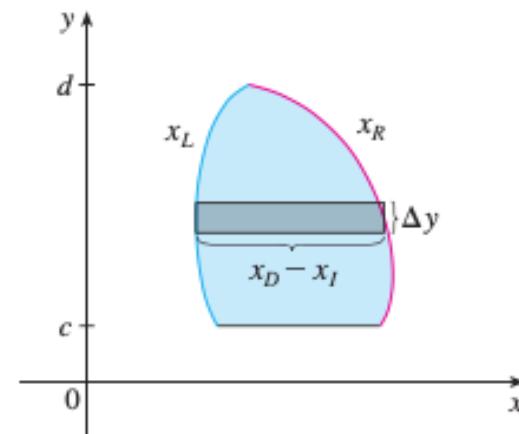
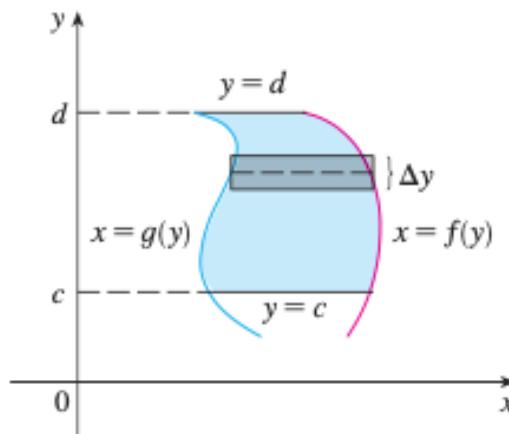
$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Ejemplo 3: Calcule el área de la región acotada por las curvas $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$, $x = 0$ y $x = 2$.

Área entre curvas

El área entre las curvas $x = f(y)$ e $x = g(y)$ y entre $y = c$ y $y = d$ es

$$A = \int_c^d |f(y) - g(y)| dy$$



Ejemplo 4: Calcule el área definida mediante la recta $y = x - 1$ y la parábola $y^2 = 2x + 6$.

Conclusión

- Calculamos áreas entre curvas

Libro guía

- Págs. 422-426.