

Guía N°9: Problemas de Valores Iniciales
Parte III

Cálculo Numérico 521230

Los problemas a resolver con ayuda del computador han sido marcados con (C).

1. (C) Considere las siguientes ecuaciones diferenciales de orden superior.

a)

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) - y(x) = 2 + 4x - x^2, & x \in [0, 1] \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \end{cases} \quad \text{cuya solución exacta es } y(x) = x^2.$$

b)

$$\begin{cases} y'''(t) - 2y''(t) + ty(t) = te^{2t}, & t \in [0, 1] \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2, \\ y''(0) = 4, \end{cases} \quad \text{cuya solución exacta es } y(t) = e^{2t}.$$

Para cada ecuación realice lo siguiente:

- Redúzcala a un sistema de ecuaciones de primer orden.
- Aproxime la solución del sistema obtenido utilizando el método de **Euler Explícito** con distintos tamaños de paso. ¿Con cuál de ellos es el error en 1 menor o igual a 10^{-4} ?
- Aproxime la solución del sistema obtenido utilizando el método de **Euler Implícito** con distintos tamaños de paso. ¿Con cuál de ellos es el error en 1 menor o igual a 10^{-4} ?

2. (C) Programe el método de Runge-Kutta RK_{44} :

Algoritmo (RK4)

Para $i = 0, \dots, N - 1$

$$x_i = a + ih$$

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}[k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4]$$

fin i .

FIGURA 1. Algoritmo de Runge-Kutta RK_{44} .

Utilice el método de Runge-Kutta RK_{44} programado para resolver los siguientes PVI's del. Graficar la solución exacta y la aproximación obtenida.

- a) $y'(x) = 2x$, $y(0) = 0$, $x \in [0, 1]$, cuya solución exacta es $y(x) = x^2$,
 b) $y'(x) = -\sin(x)$, $y(0) = 1$, $x \in [0, \pi]$, cuya solución exacta es $y(x) = \cos(x)$,
 c) $y'(t) = 1 + \frac{y}{t}$, $y(1) = 1$, $t \in [1, 6]$, cuya solución exacta es $y(t) = t(1 + \ln(t))$.