

Pregunta

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

La relación binaria $\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a)\}$ definida sobre el conjunto $\{a, b, c\}$ es una relación de equivalencia.

☐ Verdadero

La relación \mathcal{R} no es de equivalencia, pues no es transitiva: $c\mathcal{R}a \wedge a\mathcal{R}b$, pero $(c, b) \notin \mathcal{R}$.

correcta

☐ Falso

La relación \mathcal{R} no es de equivalencia, pues no es transitiva: $c\mathcal{R}a \wedge a\mathcal{R}b$, pero $(c, b) \notin \mathcal{R}$.

Pregunta

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

La relación binaria $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1)\}$ definida sobre el conjunto $\{1, 2, 3\}$ es una relación de equivalencia.

☐ Verdadero

La relación \mathcal{R} no es de equivalencia, pues no es transitiva: $3\mathcal{R}1 \wedge 1\mathcal{R}2$, pero $(3, 2) \notin \mathcal{R}$.

correcta

☐ Falso

La relación \mathcal{R} no es de equivalencia, pues no es transitiva: $3\mathcal{R}1 \wedge 1\mathcal{R}2$, pero $(3, 2) \notin \mathcal{R}$.

⋮ **Pregunta**

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Si \mathcal{R} es una relación de equivalencia sobre un conjunto finito no vacío A , entonces las clases de equivalencia de \mathcal{R} tienen todas el mismo número de elementos.

☐ Verdadero

Considere $A = \{1, 2, 3\}$ y la relación de equivalencia $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$. Entonces $[1]_{\mathcal{R}} = \{1, 2\}$ y $[3]_{\mathcal{R}} = \{3\}$.

espuesta correcta

☐ Falso

Considere $A = \{1, 2, 3\}$ y la relación de equivalencia $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$. Entonces $[1]_{\mathcal{R}} = \{1, 2\}$ y $[3]_{\mathcal{R}} = \{3\}$.

⋮ **Pregunta**

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

La relación binaria \mathcal{R} definida en \mathbb{N} como sigue:

$\forall x, y \in \mathbb{N}, x\mathcal{R}y \iff x + y \text{ es par,}$

es una relación de orden.

(Aquí $x + y$ representa el producto de números naturales usual).

☐ Verdadero

La relación \mathcal{R} es refleja y transitiva (ejercicio). Sin embargo, no es antisimétrica, pues $2\mathcal{R}4$ y $4\mathcal{R}2$ y $4 \neq 2$.

espuesta correcta

☐ Falso

La relación \mathcal{R} es refleja y transitiva (ejercicio). Sin embargo, no es antisimétrica, pues $2\mathcal{R}4$ y $4\mathcal{R}2$ y $4 \neq 2$.

• •
• •
• •
• •

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Si \mathcal{R} es una relación de orden sobre un conjunto finito no vacío A , entonces la relación \mathcal{R}' en definida A por:

$$\forall a, b \in A, (a, b) \in \mathcal{R}' \iff (b, a) \notin \mathcal{R}$$

es también una relación de orden.

☐ Verdadero

☐ Falso

La relación \mathcal{R} no es refleja, pues $\forall a \in A, (a, a) \in \mathcal{R} \implies \forall a \in A, (a, a) \notin \mathcal{R}$

• •
• •
• •
• •

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Sea \mathcal{R} la relación en $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ definida por:

$$\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}), A \mathcal{R} B \iff \text{Det}(A) \leq \text{Det}(B).$$

Entonces, \mathcal{R} es relación de orden.

☐ Verdadero

☐ Falso

La relación \mathcal{R} no es antisimétrica pues si $A = I_2$ y $B = -I_2$, entonces $\text{Det}(A) = \text{Det}(B) = 1$. Así, $A\mathcal{R}B \wedge B\mathcal{R}A \wedge A \neq B$.

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Sea \mathcal{R} una relación de orden y de equivalencia sobre el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Entonces, $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$.

☐ Verdadero

\mathcal{R} es obviamente de orden y de equivalencia. Si existiera $a \neq b$ con $(a, b) \in \mathcal{R}$, entonces por ser simétrica, $(b, a) \in \mathcal{R}$ y por ser antisimétrica se tendría que $a = b$, lo cual es una contradicción. Por lo tanto \mathcal{R} tiene la forma dada.

☐ Falso

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Sea \mathcal{R} una relación refleja y transitiva sobre un conjunto no vacío A . Se define la relación \mathcal{R}^c en A definida por:

$$\forall a, b \in A, a\mathcal{R}^c b \iff b\mathcal{R}a.$$

Entonces, \mathcal{R}^c es refleja y transitiva y $\mathcal{R} \cup \mathcal{R}^c$ es relación de equivalencia.

☐ Verdadero

☐ Falso

Sea $A = \{a, b, c\}$ y $\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (c, b)\}$. Entonces \mathcal{R} es refleja y transitiva.

Por otro lado, $\mathcal{R}^c = \{(a, a), (b, b), (c, c), (b, a), (b, c)\}$. Luego, \mathcal{R}^c es refleja y transitiva, sin embargo, $\mathcal{R} \cup \mathcal{R}^c = \{(a, a), (b, b), (c, c), (b, a), (a, b), (b, c), (c, b)\}$ no es de equivalencia pues no es transitiva.

⋮ Pregunta

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Sea \mathcal{R} una relación refleja y transitiva sobre un conjunto no vacío A . Entonces la relación \mathcal{R}' definida por:

$$\forall a, b \in A, a\mathcal{R}'b \iff a\mathcal{R}b \vee b\mathcal{R}a.$$

es de equivalencia.

☐ Verdadero

Respuesta correcta

☐ Falso

Sea $A = \{a, b, c\}$ y $\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (c, b)\}$. Entonces \mathcal{R} es refleja y transitiva.

Por otro lado, $\mathcal{R}' = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (c, b), (b, c)\}$. Luego, \mathcal{R}' es refleja y simétrica, sin embargo no es transitiva. En efecto, $a\mathcal{R}'b \wedge b\mathcal{R}'c$ pero $(a, c) \notin \mathcal{R}'$.

⋮ Pregunta

Sea \mathcal{R} la relación en \mathbb{N} definida por:

$$\forall x, y \in \mathbb{N}, x\mathcal{R}y \iff \max\{x, y\} = x.$$

Determine cuál (es) de las siguientes proposiciones es (son) ciertas.

- a. \mathcal{R} es relación refleja y antisimétrica.
- b. \mathcal{R} no es transitiva.
- c. \mathcal{R} es de relación de equivalencia.
- d. $\forall x, y \in \mathbb{N}, (x, y) \in \mathcal{R} \vee (y, x) \in \mathcal{R}$.

Respuesta correcta

☐ a

Notar que:

$$\forall x, y \in \mathbb{N}, x\mathcal{R}y \iff x \geq y. \text{ Luego, } \mathcal{R} \text{ es relación de orden total}$$

☐ b

☐ c

Respuesta correcta

☐ d

Pregunta

Sea \mathcal{R} la relación en $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ definida por:

$$\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \quad A \mathcal{R} B \iff A \cdot B = I_n.$$

Determine cuál (es) de las siguientes proposiciones es (son) ciertas.

- a. \mathcal{R} es relación simétrica.
- b. \mathcal{R} no es relación transitiva.
- c. \mathcal{R} es de relación de equivalencia.
- d. $\forall A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}), \quad A \mathcal{R} B \iff \text{Det}(A \cdot B) = 1.$

Respuesta correcta

☐ a

Notar que $A \cdot B = I_n \iff B = A^{-1}$. Luego la relación es simétrica.

Respuesta correcta

☐ b

No es transitiva pues $A \mathcal{R} B \wedge B \mathcal{R} C \iff B = A^{-1} \wedge C = B^{-1} = A$.
Luego, si $A \neq A^{-1}$, entonces $A \not\mathcal{R} C$.

☐ c

\mathcal{R} no es relación refleja, pues $\forall A \neq I_n, \quad A^{-1} \neq A \iff A \not\mathcal{R} A$.

☒ c.

☐ d

Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, entonces $\text{Det}(A \cdot I_2) = \text{Det}(A) = 1$, sin embargo, $A \cdot I_2 = A \neq I_2$ y así,
 $A \not\mathcal{R} I_2$.