Autómatas No Deterministas Finitos En lo que sigue, definiremos un tipo de autómatas celulares para los que la función de transición no entrega un único estado sino que un conjunto de estados. Este tipo de autómatas se llaman *no deterministas*. Para definirlos usaremos la siguiente notación, sea Q un conjunto entonces $\mathcal{P}(Q)$ denota al conjunto de potencia de Q, es decir, $\mathcal{P}(Q)$ es el conjunto que contiene a todos los subconjuntos de Q, incluyendo al conjunto vacío (denotado $\emptyset$). Así entonces, la definición para autómatas celulares finitos no deterministas es la siguiente.

Definición 2.9. Un *autómata celular finito no determinista* (NFA) está compuesto por:

- Un conjunto finito Q de *estados*.
- Un *alfabeto* Σ.
- Una *función de transición* $\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$ que toma como argumento un estado y un símbolo del alfabeto y devuelve un conjunto de estados.
- Un *estado inicial* $q_0 \in Q$.
- Un conjunto $F \subseteq Q$ de *estados finales* o *estados de aceptación*.

Notemos que la diferencia entre los autómatas deterministas y los no deterministas radica en la función de transición. Mientras que en los autómatas deterministas la función de transición le asigna un único estado a una entrada compuesta por un estado y un símbolo del alfabeto, en los autómatas no deterministas la funciíon de transición le asigna un conjunto de estados al mismo input. Luego, un NFA puede estar en diversos estados al mismo tiempo mientras que el un DFA está en un único estado en un instante de tiempo.

Al igual que los DFA, los NFA también serán representados por un grafo de transición o una tabla de transición. La Figura 15 y la Tabla 5 muestran el grafo y la tabla de transición un NFA, respectivamente.

La función de transición extendida para un NFA se define de forma similar a como se hizo para los DFA. Esto es, la definición será recursiva, empezando por por la definición para la palabra de largo cero ϵ y luego descomponiendo una palabra $w = xa$ en la palabra x que consta de todos los símbolos de w excepto el último, y a, el último símbolo de w. De esta forma la *función de transición extendida* para un NFA es la función $\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to \mathcal{Q}$, tal que

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = q.$$

Sea $\hat{\delta}(q, x) = \{p_1.p_2, \ldots, p_k\}$, entonces:

$$\hat{\delta}(q, w) = \bigcup_{i=1}^{k} \delta(p_i, a).$$

Entonces, si $\bigcup_{i=1}^{k} \delta(p_i, a) = \{r_1, r_2, \ldots, r_m\}$, entonces $\hat{\delta}(q, w) = \{r_1, r_2, \ldots, r_m\}$.

	0	1
$->q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$

Table 5: Tabla de transición de un NFA con lenguaje igual al conjunto de todas las palabras que terminan con 01.

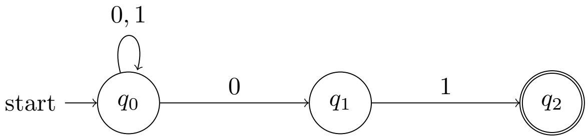

Figure 15: Grafo de transición del NFA descrito en la Tabla 5.

Si A es un NFA, el lenguaje de A, denotado $L(A)$, se define como:

$$L(A) = \{w : \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}.$$

A diferencia de los DFA, la evolución de un NFA avanza en paralelo a través de distintos *hilos*. Por ejemplo, en el NFA descrito en la Figura 15 si el primer símbolo es un 0, entonces el autómata pasará a los estados q_0 y q_1 a la vez, y la evolución del autómata seguirá siendo analizada desde ambos estados. Así, si el siguiente símbolo es un 1, entonces el NFA pasará a los estados q_0 desde el estado q_0, y al estado q_2 desde el estado q_1.

Por otro lado, a diferencia de los DFA, en el caso de los NFA pueden existir estados para los que algún símbolo haga que la función de transición los lleve al conjunto vacío. Ésto visto en el grafo de transición se muestra como que pueden existir vértices sin arcos salientes, como por ejemplo el vértice correspondiente a q_2 en la Figura 15, o vértices para los que algún símbolo de Σ no está asociado a ningún arco saliente, como por ejemplo el vértice asociado a q_1 en la Figura 15 para el que no existe arco saliente con la etiqueta 0. En dichos casos, si el NFA está en uno de esos estados y el siguiente símbolo es un símbolo al que no le corresponde ningún arco saliente, diremos que el hilo de evolución del NFA *murió*, y ese hilo ya no seguirá evolucionando. Por ejemplo, si el primer símbolo para el NFA descrito en la Figura 15 es un 0, entonces el NFA pasará a los estados q_0 y q_1. Ahora, si el segundo símbolo es un 0, entonces desde el estado q_0 pasará al estado q_0, mientras que desde el estado q_1 no avanza a ningún estado, por lo que ese hilo no seguirá evolucionando y se dará por muerto.

De esta forma, podemos ver que el NFA que se describe en la Figura 15 y la Tabla 5 tiene como lenguaje de aceptación a todas las palabras que terminan con 01.