UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°15

ÁLGEBRA 2 - 525150

1. Considere el espacio vectorial real $V = \mathbb{C}$ y sea $T : V \to V$ tal que $T(1) = 3 + 2i$ y $T(i) = 1 + i$.
   (a) Determine la matriz representante $[T]_B^B$, donde B es la base canónica de V.
   (b) Utilizando $[T]_B^B$ pruebe que T es un isomorfismo.
   (c) Determine la regla de correspondencia de T^{-1}.

2. Considere los espacios vectoriales $V = \mathbb{R}^3$ y $U = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ sobre el cuerpo $\mathbb{R}$. Por otro lado, sea $T : V \to U$ la siguiente transformación lineal

$$T(a, b, c) = \begin{pmatrix} a + 2b + c & a + b \\ b + c & a - c \end{pmatrix}$$

   (a) Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases canónicas D y E, de los espacios V y U respectivamente.
   (b) Calcule, utilizando la matriz de cambio de base de B a D, la matriz representante de T con respecto a las bases

$$B = \{(1, 0, 1), (0, 1, 0), (0, -1, 1)\} \quad \text{y} \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

   de V y U, respectivamente.
   (c) Calcule la matriz de cambio de base de D a B.

3. Sea $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ una transformación lineal. Si sabemos que -1 es un valor propio de T y además:

$$\operatorname{Ker}(T) = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle \quad \text{y} \quad S_{-1}(T) = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle,$$

   donde $S_{-1}(T)$ es el subespacio propio asociado al valor propio -1.
   (a) Encuentre los valores propios restantes de T y decida si T es o no diagonalizable.
   (b) Si lo es, escriba la base B respecto de la cual la matriz asociada a T es diagonal y defina la matriz $[T]_B^B$.