

Universidad de Concepción

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Estadística

M1Ta1
Procesos Estocásticos 523377

NOMBRE:

PROFESORA: Dra. Nora Serdyukova

Fecha de entrega: 18/05/2020

Justifique todas sus respuestas. La calificación se calculará de acuerdo a la siguiente tabla:

Pregunta	1	2	3	4	Σ
Puntaje máx.	3	3	3	3	12/2+1 base=7
Puntaje obt.					

Nota:

Problema 1 [3 puntos]

Verifique un proceso aleatorio $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ definido por $Y_t = \sum_{j=1}^t \xi_j$ donde $\xi_j \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

1. tiene esperanza cero,
2. no es estacionario.

(Hint: Es suficiente calcular la función de autocovarianzas.)

3. ¿Por qué?

Problema 2 [3 puntos]

Sea $\{Y_t : t \in \mathbb{N}\}$ un proceso estacionario estricto con $\mathbb{E}(Y_t) = m < +\infty$ y $\text{cov}(Y_t, Y_{t+h}) = R(|h|)$.

Sea $\{X_t : t \in \mathbb{N}\}$ un proceso definido de la siguiente manera

$$X_t = \begin{cases} Y_t, & \text{si } t \text{ es impar} \\ Y_t + 1, & \text{si } t \text{ es par} \end{cases}$$

1. Pruebe que $\text{cov}(Y_t, Y_{t+h}) = \text{cov}(X_t, X_{t+h})$.
2. Demuestre que X_t no es estacionario.

Problema 3 [3 puntos]

Suponga que cinco fuentes radiactivas emiten partículas de acuerdo a un proceso de Poisson con tasas $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 4, \lambda_3 = 6, \lambda_4 = 5, \lambda_5 = 4$ por segundo respectivamente. El contador Geiger, independientemente de cualquier otra cosa, registra las partículas emitidas con probabilidades $p_1 = 0,9, p_2 = 0,8, p_3 = 0,7, p_4 = 0,8, p_5 = 0,75$ respectivamente.

1. Calcule la probabilidad de que al menos una partícula haya sido registrada 1 min. después de iniciado el conteo.
2. Después 3 minutos, ¿cuál es el número total esperado de partículas que hayan sido registradas?

Problema 4 [3 puntos]

En un cierto juego se gana o se pierde M\$100 con probabilidad p y $1 - p$ respectivamente. Un cierto jugador parte de M\$200 y pretende llegar a tener M\$400 de modo que cuando los tiene se retira del juego. También se retira si pierde su capital de M\$200.

1. Después de jugar dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que siga teniendo M\$200?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que ya esté arruinado cuando llega a la cuarta jugada?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se arruine justamente en la cuarta jugada?

Hint. Use el diagrama de las trayectorias del proceso.