

**Evaluación 1.**  
**Cálculo III.**  
**525211.**  
**18 de Mayo de 2012.**

1. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x+y} \right), & \text{si } x \neq -y \\ f(x, y) = 0, & \text{si } x = -y. \end{cases}$$

- (a) Estudie la continuidad de  $f'_x$  y  $f'_y$  en  $(0, 0)$ ;  
(b) Estudie la diferenciabilidad de  $f$  en  $(0, 0)$  y diga si es de clase  $\mathcal{C}^1$ ;  
(c) ¿  $f''_{xy}(0, 0) = f''_{yx}(0, 0)$  ? Justifique su respuesta.
2. Sea  $v(x, y) = e^{x-y} \cos(xy)$ , donde  $(x, y)$  satisface el sistema

$$\begin{cases} 2y - 3xye^{x-y} = t + 5 \\ x + 2xy + 5x^3y = t^2 + 2t + 1 \end{cases}$$

donde  $t > 0$ .

- (a) Pruebe que este sistema se puede resolver de manera única en una vecindad de  $x = y = 0$ .  
(b) Calcular  $\frac{\partial v}{\partial t}$  cuando  $x = y = 0$
3. Encuentre los puntos críticos de  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = 3(x^2 + y^2) - 2x^3y^3 + 1,$$

y señale, cuales son mínimos, y cuales son máximos.