UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
**FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**
Departamento Ingeniería Matemática.

PL 11 - Cálculo IV (MAT 225212)

**(P)** Encontrar el polinomio de Taylor de segundo grado en torno a $a = 0$ de $g(z) = \frac{1}{2+e^z}$. Observar que el radio de convergencia de la Serie de Taylor de $g$ es

$$R = \min\{|z| : 2 + e^z = 0\}$$

**(P)** Encontrar la Serie de Taylor de $f(z) = \mathrm{Ln}(1+z^2)$ en torno a $z = 0$ Primero determine el dominio donde $f$ es holomorfa y enseguida integre la serie de Taylor de $f'(z)$ para encontrar la serie pedida.

3. (Idem) $g(z) = \mathrm{Ln}(z)$ en tono a $a = -1+i$. Observar que el circulo de convergencia no puede interceptar ni ser tangente al eje real negativo.

4. Encontrar la Serie de Laurent e las siguientes funciones en la región anular indicada:

   (a) $f(z) = \frac{z^2+1}{z(z-i)}$ $\quad A:\ \frac{1}{2} < |z-i| < 1$

   **(P)** $f(z) = \frac{z}{(z^2+1)^2}$ $\quad A:\ 0 < |z-i| < 2$

   (b) $f(z) = \frac{1}{2z+5}$ $\quad A:\ |z| > \frac{5}{2}$

   (c) $f(z) = \frac{1}{z(z-3)^2}$ $\quad A:\ 1 < |z-1| < 2.$

   Indicación: Ayudará desarrollar previamente (revisar)

$$\begin{aligned}
(a) \quad f(z) &= 1 + \frac{1}{1+\frac{z-i}{i}} \\
(P) \quad f(z) &= \frac{1}{(z-i)^2}\Big[\frac{1}{z+i} + i\frac{d}{dz}\Big(\frac{1}{z+i}\Big)\Big] \\
(c) \quad f(z) &= \Big(\frac{1}{9}\Big)\frac{1}{z} + \Big(\frac{1}{9}\Big)\frac{1}{z-3} - \Big(\frac{1}{3}\Big)\frac{d}{dz}\Big(\frac{1}{z-3}\Big)
\end{aligned}$$

**(P)** Evaluar

$$\oint_C \frac{z^3}{z+1}e^{1/z}dz, \qquad C(t) := 2e^{i\pi t},\ 0 \le t \le 1.$$

**Indicación:** Ver en la web el concepto de `Residuo a` $\infty$

7. Evaluar

$$(VP)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1-\cos(x)}{x^2}dx$$

   Indicación. Se deberá encontrar la Serie de Laurent de $F(z) = \frac{1}{z^2}(1 - e^{iz})$ en $a = 0$.

**(P)** Encontrar para la función $f(z) = \frac{z}{z^2+1}$ el valor máximo y mínimo de $|f(z)|$ en la región anular $2 \le |z| \le 3$, indicando los puntos en los cuales se obtienen esos valores.
Indicación: $\Big||z|^2 - 2\Big| \le |z^2+2| \le |z|^2 + 2$.

Noviembre 2024
FPV/fpv