

# Cálculo II (527150)

Clase 03: Más métodos de integración indefinida

# Integración por partes

## Método de integración por partes

Si  $f, g$  son funciones derivables, se tiene

$$\int f(x)g'(x) \, dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) \, dx$$

lo que se suele escribir

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

# Ejemplos de integración por partes

## Ejemplos

Calcular:

(a)  $\int x^2 \ln(x) \, dx$

(b)  $\int x e^{2x} \, dx$

(c)  $\int x^2 \operatorname{sen}(x) \, dx$

(d)  $\int e^{2x} \cos(3x) \, dx$

# Sustituciones trigonométricas

## Identidad básica

Dado cualquier ángulo  $\alpha$ ,  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .

## Sustituciones útiles

Si  $a > 0$ , las siguientes sustituciones *pueden* resultar útiles:

- ▶ si aparece la expresión  $\sqrt{a^2 - x^2}$ , hacer  $x = a \sin \alpha$ ;
- ▶ si aparece la expresión  $x^2 + a^2$ , hacer  $x = a \tan \alpha$ ;
- ▶ si aparece la expresión  $\sqrt{x^2 - a^2}$ , hacer  $x = a \sec \alpha$ .

## Sobre signos, ángulos y cuadrantes

En el caso de las dos primeras sustituciones, el ángulo  $\alpha$  debe estar en los cuadrantes I o IV. En la tercera, en los cuadrantes I o III.

# Ejemplos de sustituciones trigonométricas

## Ejemplos

Calcular:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}} dx$$

$$(b) \int \frac{x^3}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx$$

$$(c) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}} dx$$

# Factorización de denominadores polinomiales

## Ejemplos

Calcular:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 + 6x + 13} dx$$

$$(b) \int \frac{1}{x^2 + 6x + 8} dx$$