UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Listado 3: Análisis Numérico II, 2021

Problema 1. Demostrar que la inversa de una matriz triangular inferior, también es triangular inferior. Mostrar además que la inversa de las matrices E_k definidas en la página 130 del libro de Ciarlet;

$$E_k = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & -\pi_k^{-1}\alpha_{k+1,k}^k & 1 & & \\ & & \vdots & & \ddots & \\ & & -\pi_k^{-1}\alpha_{nk}^k & & & 1 \end{bmatrix}$$

es de la forma

$$E_k^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & \pi_k^{-1}\alpha_{k+1,k}^k & 1 & & \\ & & \vdots & & \ddots & \\ & & \pi_k^{-1}\alpha_{nk}^k & & & 1 \end{bmatrix}$$

Problema 2. Ciarlet demuestra que $U = MA$, donde $M = E_{k-1}P_{k-1}\cdots E_1P_1$. Luego, para obtener $LU = PA$, bastaría probar que

$$U = (E_{k-1}P_{k-1}\cdots E_1P_1)A = (E_{k-1}^s \cdots E_1^s)(P_{k-1}\cdots P_1)A = L^{-1}PA \tag{1}$$

Donde E_i^s, para $i = 1, \ldots, k_1$ son matrices de eliminación (triangulares inferiores). Demuestre que en el proceso de eliminación Gaussiana los E_k y P_j pueden ser ordenados de la manera señalada en (1).

$\mathbb{A}\mathbb{V}\mathbb{A}$