UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ANALISIS: CURSO DE REPASO (525315)
Listado Nº 2 (Funciones de varias variables: extremos sin restricciones integrales dobles y triples)

1. Halle el máximo y el mínimo global de $f(x, y) = x^2 + y^2 - x - y + 1$ en el disco cerrado $\overline{D_1}$ de centro $(0, 0)$ y radio 1.

2. La temperatura en un punto (x, y, z) está dada por la función lineal

$$T(x, y, z) = x - 2y + 2z \; .$$

Halle la mayor y menor temperatura en la siguiente region del espacio:

$$\overline{B_1} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, ; \, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \, .$$

3. Sea D un dominio (abierto conexo) acotado de $\mathbb{R}^2$ y $u : \overline{D} \to \mathbb{R}$ continua y de clase C^3 en D.

   (a) Decimos que u es estrictamente subarmónica si $\Delta u = \partial_x^2 u + \partial_y^2 u > 0$ en D. Muestre que si u es estrictamente subarmónica, luego u no puede tener un máximo en D.
   Deduzca que u alcanza su valor máximo en la frontera ∂D de D.

   (b) Suponga que u es armónica (esto es, $\Delta u = 0$ en D). Muestre que para todo entero positivo $n > 0$, las funciones $u_n(x, y) = u(x, y) + \frac{1}{n} e^x$ alcanzan su máximo en un punto $(x_n, y_n) \in \partial D$.
   Muestre que $u(x_n, y_n) \geq u(x, y) - e^R/n$ para cualquier $(x, y) \in D$, donde $R > 0$ es tal que $\overline{D}$ esta contenido en el disco B_R de centro $(0, 0)$ y radio R.

   (c) Suponga que la fonción amónica u alcanza su máximo en $(x_0, y_0) \in D$. Muestre que entonces u también alcanza su máximo en la frontera ∂D.
   Indicación: recuerda que toda sucesión en un conjunto compacto tiene una subsucesión convergente.

Abril 22, 2022.
DS/ds