UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°7

Álgebra 2 - 525150

1. Sean L_1 y L_2 las siguientes rectas:

$$L_1 : \begin{cases} x = -3 + 2\alpha \\ y = 9 - 2\alpha \\ z = 8 - 2\alpha \end{cases} ,\alpha \in \mathbb{R} \qquad \text{y} \qquad L_2 : \begin{cases} x = 3 - 2\beta \\ y = 2 + \beta \\ z = 1 + 2\beta \end{cases} ,\beta \in \mathbb{R}$$

Determine la distancia entre L_1 y L_2.

2. Considere el punto $P(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$ y el plano $\Pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : ax + by + cz = d\}$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Demuestre que la distancia entre el punto P y el plano Π está dada por:

$$d(P, \Pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Utilice lo obtenido para calcular la distancia entre el plano $\Pi_1 : 4x + y + 4z = 36$ y el plano Π_2 que contiene a los puntos $A(2, 0, 0)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(1, 4, 0)$.

3. Considere las rectas

$$L_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 - x = \tfrac{y+2}{2} \wedge z = 4\right\} \text{ y } L_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 1 = -2 - y = 4 - z\}$$

y los planos

$$\Pi_1 : x + 2y + z = 3, \qquad \Pi_2 : x + 3y - z = 2 \qquad \text{y} \qquad \Pi_3 : 2x + y + z = -6.$$

(a) Muestre que L_1 es perpendicular al eje z.
(b) Calcule la intersección entre Π_1 y Π_2.
(c) Encuentre un plano Π que satisfaga las siguientes condiciones:

$$d(\Pi, L_2) = d(\Pi_3, L_2) \qquad \text{y} \qquad \Pi \cap \Pi_3 = \varnothing.$$

4. Sea $\mathbb{R}^2$ con las siguientes operaciones:

$$(a, b) \oplus (c, d) = (a + c, b + d) \qquad \text{y} \qquad \alpha \odot (a, b) = (\alpha^2 a, \alpha^2 b)$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$. Muestre que $(\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$ no es un espacio vectorial.