

Álgebra I

Prof. Víctor Aros Quinán

Departamento de Ingeniería Matemática
Semestre 1 - 2024

Tema N°2: Funciones Reales

Clase N°15 - 23/04/2024

Texto Guía: Álgebra Primer Curso.

Función Exponencial

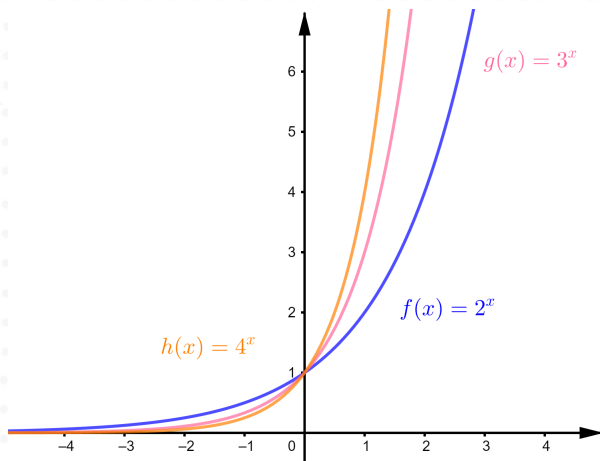
Definición

Sea $b \in \mathbb{R}$, tal que $b > 0$ y $b \neq 1$. La **función exponencial** de base b , es la función:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[, \quad x \mapsto f(x) = b^x$$

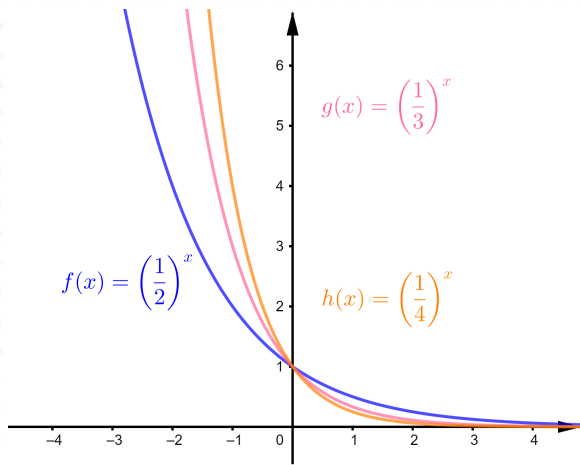
Función Exponencial

Propiedades de la función exponencial con base b mayor que 1.



Función Exponencial

Propiedades de la función exponencial con base b entre 0 y 1.



Función Logaritmo

Definición

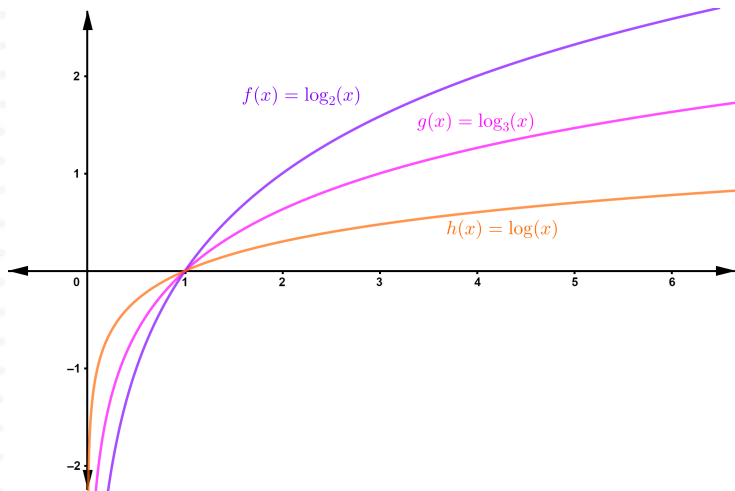
Sea $b \in \mathbb{R}$ tal que $b > 0$ y $b \neq 1$. La función inversa de la función exponencial de base b , es denominada **función logaritmo** de base b y es denotada por \log_b , es decir,

$$\log_b :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \log_b(x) = y$$

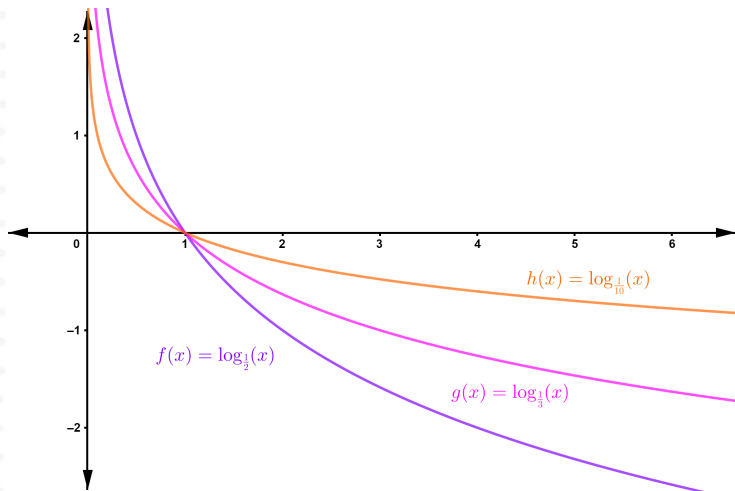
Función Logarítmica

Propiedades de la función logaritmo con base b mayor que 1.



Función Logarítmica

Propiedades de la función logaritmo con base b entre 0 y 1.



Ejemplos

1. Sea $f : \text{Dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow$ la función definida por:

$$f(x) = \sqrt{\ln^2(x) - 4}$$

- (a) Determine el dominio de f .
 - (b) Muestre que f no es inyectiva en su dominio.
 - (c) Determine para que valores de $x \in \text{Dom}(f)$ se cumple que $f(x) = 4$.
2. Considere las siguientes funciones:

$$f :] - \infty, -1] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1} + 1 \quad y$$

$$g : \text{Dom}(g) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \log_3(|x| - 1)$$

- (a) Determine el dominio de g .
- (b) Defina, si es posible, la función $g \circ f$.
- (c) Determine para que valores de $x \in \text{Dom}(f)$ se cumple que $f(x) \geq 2$.

Ejercicios

1. Sea f la función definida por

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) = \sqrt{4 - \log_2(4 - x^2)} \end{aligned}$$

Determine el dominio y recorrido de f .

2. Sea f la función definida por

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) = \ln(x - 1) + \ln(x + 1) \end{aligned}$$

Determine la inversa de la función, si la función no es biyectiva obtenga una restricción que posea inversa.