

Tema: Probabilidades l mitas en CMTC.

- 1 -

Repaso:

$P_{ij}(t) \stackrel{\text{def}}{=} P(X_t = j \mid X_0 = i)$: función de
probabilidad
de transición.

$\pi_j \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t)$: probab. límite.

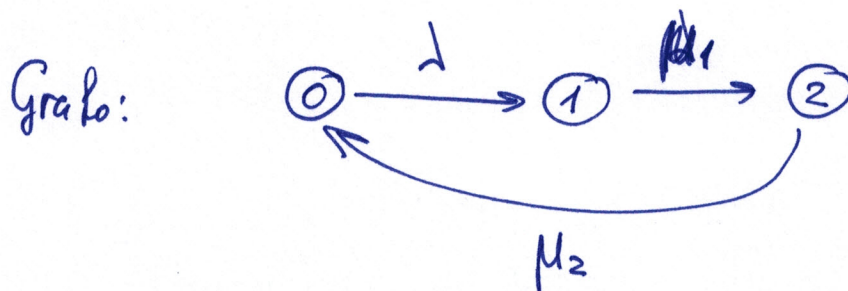
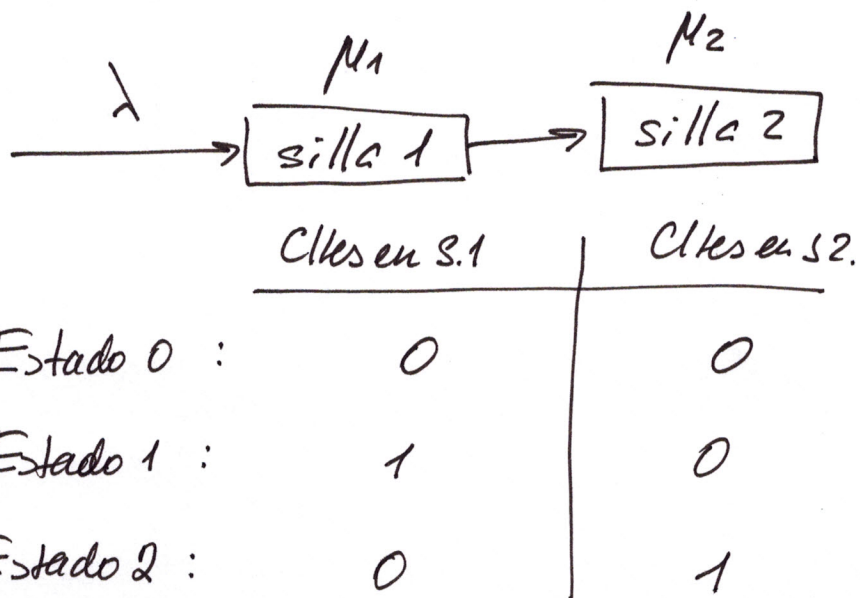
Forman solución al sistema de ec.:

$$\begin{cases} \nu_j \pi_j = \sum_{k \neq j} q_{kj} \pi_k & \forall j \\ \sum_j \pi_j = 1 \end{cases} \quad (*)$$

donde ν_j es la tasa con la cual el
proceso deja el estado j , y $q_{ij} = \nu_i p_{ij}$,
 q_{ij} es la tasa instantánea de transición
(= tasa de salto de i a j).

Solucion del ej. Listado 5.

- 1) X_t : núm. de clientes (teniendo en cuenta en cual silla esté el clte).



$$p_{01} = p_{12} = p_{20} = 1$$

Las tasas de saltos:

$$\nu_0 = \lambda = q_{01}$$

$$\nu_1 = \mu_1 = q_{12}$$

$$\nu_2 = \mu_2 = q_{20}$$

El 'resto' son 0.

2) No es un proceso de nacimiento y muerte, ya que el proceso puede dejar el estado 2 para ir al estado 0 directamente.

Por lo tanto, no podemos ocupar las fórmulas obtenidas para los procesos de nacimiento y muerte y debemos calcular las probab. límites ocupando su definición.

De (*) tenemos que :

$$\text{Estado 0 : } \nu_0 \pi_0 = q_{20} \pi_2$$

$$\text{Estado 1 : } \nu_1 \pi_1 = q_{01} \pi_0 \quad \Rightarrow$$

$$\text{Estado 2 : } \nu_2 \pi_2 = q_{12} \pi_1$$

$$(**) \left\{ \begin{array}{l} \lambda \pi_0 = \mu_2 \pi_2 \\ \mu_1 \pi_1 = \lambda \pi_0 \\ \nu_2 \pi_2 = \mu_1 \pi_1 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{array} \right.$$

Debemos resolver este sistema con respecto a las incógnitas π_0, π_1 y π_2 .

$$(**) \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_2 = \frac{\lambda}{\mu_2} \sigma_0 \\ \sigma_1 = \frac{\lambda}{\mu_1} \sigma_0 \\ \sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_2}} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + \lambda(\mu_1 + \mu_2)}$$

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{\mu_1} \sigma_0 = \frac{\lambda \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + \lambda(\mu_1 + \mu_2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda \mu_1}{\mu_1 \mu_2 + \lambda(\mu_1 + \mu_2)}$$

\Rightarrow La respuesta a la pregunta 3 será :

La proporción de clientes potenciales que entran al establecimiento a largo plazo es igual a $\sigma_0 = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + \lambda(\mu_1 + \mu_2)}$.

- 4) La tasa promedio de entrada o la tasa efectiva de entrada será

$$\lambda \cdot \sigma_0 = \lambda \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 + \lambda (\mu_1 + \mu_2)}.$$

- 5) El número promedio de clientes dentro del negocio, a largo plazo.

↳ sea en la silla 1 sea en la silla 2

$$\Rightarrow \mathbb{E}[\text{núm. de personas en el sistema}] =$$

$$= 1 \cdot \sigma_1 + 1 \cdot \sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{\lambda (\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2 + \lambda (\mu_1 + \mu_2)}.$$