

PL[8] -CÁLCULO IV (MAT 225212 & MAT 225252)

Tema: Integración Compleja Primera parte.

1. Dibujar y parametrizar las curvas sobre un intervalo apropiado $[a, b]$:
 - (a) El segmento de línea con punto inicial $z_1 = 1 + i$ y punto terminal $z_2 = -1 - 2i$;
 - (b) La circunferencia negativamente orientada con centro en $z = 3i$ y radio 1;
 - (P) El arco de circunferencia con centro en $z = -3 + 2i$ de radio 5 y desde $z_1 = -3 - 3i$ a $z_2 = 2 + 2i$
 - (c) La trayectoria poligonal de vértices $[z_1, z_2, z_3, z_1]$ con $z_1 = 0, z_2 = i$ y $z_3 = -1$
2. Evaluar $a = \int_{\Gamma} z dz$ y $b = \int_{\Gamma} e^{2z} dz$, si Γ es definida en los problemas (1a), (1b), (P) y (1c).
3. Definir completamente la antiderivada o primitiva de las siguientes funciones, es decir, debe indicar también el dominio de existencia:

(a) $z^2 + z + 1$	(P) $\frac{\text{Ln}(z)}{z}$	(P) $\frac{1}{(z-1)(z+1)}$	(e) $\text{Log}_0(z)$
(b) $ze^z - \sin(z)$	(c) $\frac{1}{z-1}$	(d) $\frac{1}{z\text{Ln}(z)}$	(f) $\cos(3z + 2)$
4. Evaluar, fundamentando sus cálculos las siguientes integrales:

(a) $\int_{[z_1, z_2, z_3]} 3(z-1)^2 dz$ donde $z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = 1 + i$.

(b) $\int_{\gamma} z^2 dz$ donde $\gamma(t) = e^{it} + 3e^{2it}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$,

(P) $\int_{|z|=1} \left\{ (z-2-i)^2 + \frac{i}{z-2-i} - \frac{3}{(z-2-i)^2} \right\} dz$

(c) $\int_{[z_1, z_2, z_3]} \bar{z}^2 dz$ donde $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = 4$.

5. Evaluar, fundamentando sus cálculos

(a) $\int_C \sin(z) dz$ donde C es cualquier trayectoria continua por tramos, simple y cerrada.

(b) $\int_{[z_1, z_2, \dots, z_n]} dz$ donde los puntos z_i son arbitrarios.

(P) $\int_{\gamma} \frac{dz}{z}$ donde $z \in \gamma$ si y solamente si $\text{Im}(z) < 0$ y ella conecta $z = 1 - i$ con $z = -i$.

(P) $\int_{[z_1, z_2, z_3]} \frac{\text{Ln}(z)}{z} dz$ donde $z_1 = -i, z_2 = 1, z_3 = i$.