

**TEST2=TAREA3**  
OPTIMIZACION I (525351)

Sea  $A$  una matriz de orden  $m \times n$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ .

**Problema 1. (2.5 pts.)** La alternativa de Fredholm afirma

(I)  $Ax = b$ , tiene solución, o;

(II)  $A^\top y = 0$ ,  $b^\top y \neq 0$  tiene solución.

Demostrar que la validez de esta alternativa es equivalente a que la igualdad

$$\mathcal{R}(A) = (\ker A^\top)^\perp \text{ se cumpla,}$$

donde  $\ker A^\top = \{y \in \mathbb{R}^m : A^\top y = 0\}$  y  $M^\perp = \{z : z^\top v = 0 \ \forall v \in M\}$ .

**Problema 2. (3.5 pts.)**

(a) (0.5 pt.) Formular el dual de

$$\min\{c^\top x : Ax \geq b, x \geq 0\}.$$

(b) (3.0 pts.) Esto corresponde a un problema de juego competitivo con dos jugadores: el jugador fila y el de columna (de  $A$ ). Formular el dual del problema siguiente reduciéndolo a su mínima expresión,

$$\begin{aligned} &\min s \\ &\text{s.a. } \mathbf{1}^\top x = 1; \\ &\quad Ax \leq \mathbf{1}s; \\ &\quad x \geq 0. \end{aligned}$$

Aquí,  $\mathbf{1}$  es el vector (columna) en  $\mathbb{R}^n$  con todas sus componentes iguales a 1.

Tiempo: **40 minutos**