

Presión y estática de fluidos

Juan Manuel Rodríguez Prieto

I.M., M.Sc., Ph.D.

Presión y estática de fluidos

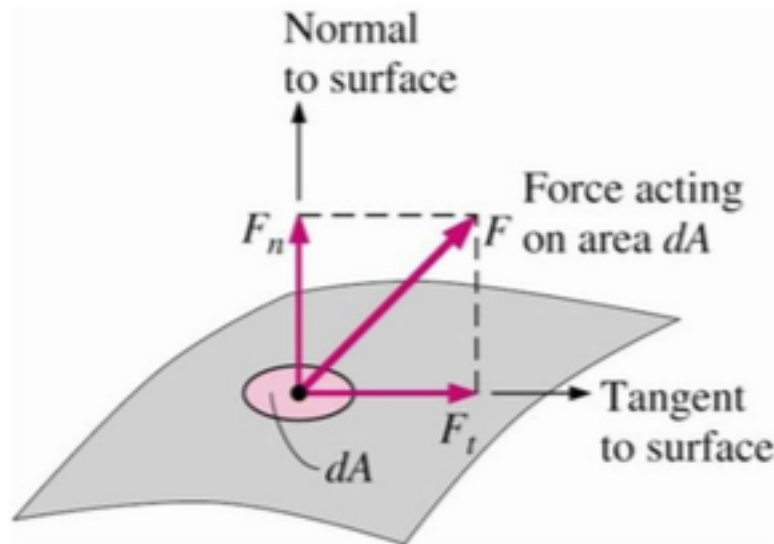
- ¿Qué es presión?
- Presión absoluta y manométrica
- La presión en un punto
- La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional
- Instrumentos para medir presión
- Fuerzas hidrostáticas sobre superficies planas
- Fuerzas hidrostáticas sobre superficies curvas

Presión

¿Qué es presión?

Se define como *una fuerza normal* ejercida por un fluido por unidad de área.

Se habla de presión sólo cuando se trata de un gas o un líquido.



Presión

La contraparte de la presión en los sólidos es el esfuerzo normal

La presión, en el sistema internacional tiene la unidad de Newtons por metro cuadrado (N/m^2), también llamada Pascal (Pa)

Presión

La unidad de presión Pascal es demasiado pequeña para las presiones que se encuentran en la cotidianidad; por lo tanto son de uso común sus múltiplos kilopascal ($1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$) y el Megapascal ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$).

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0.1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \text{ bar}$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.807 \text{ N/cm}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$$

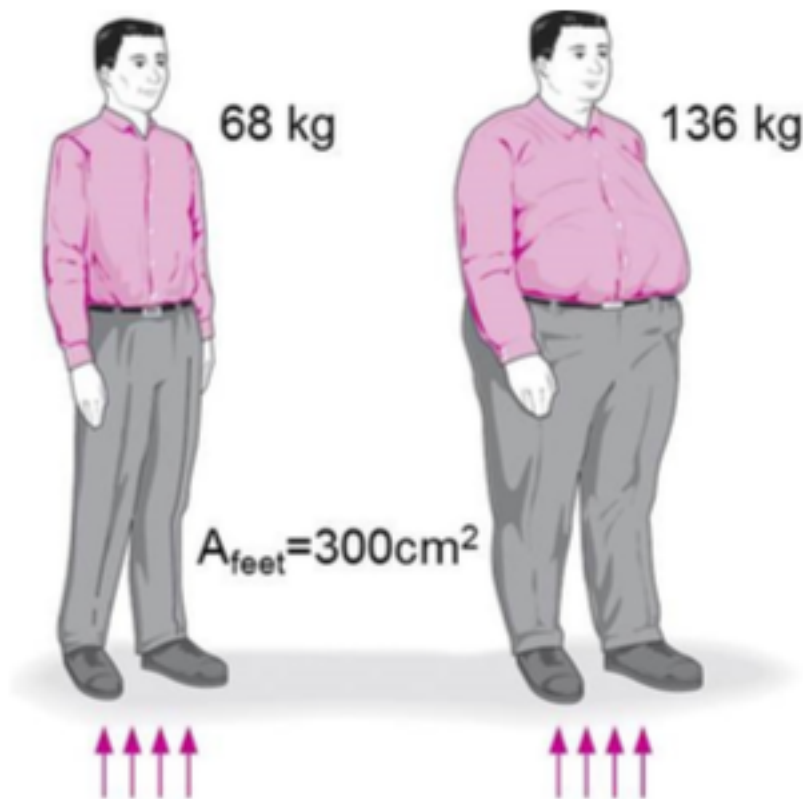
$$= 0.9807 \text{ bar}$$

$$= 0.9679 \text{ atm}$$

Presión

En el sistema ingles, la unidad de presión es la **libra-fuerza por pulgada cuadrada** (lbf /in² o psi) y 1 atm = 14.696 psi.

Presión



En sólidos, la presión se usa como sinónimo para el *esfuerzo normal*.

Por ejemplo, una persona de masa 68,kg con área de impresión de los pies de 300 cm^2 , ejerce una presión de 22229.5 Pa. Si la persona dobla su masa, la presión ejercida sobre sus pies se duplica.

Presión



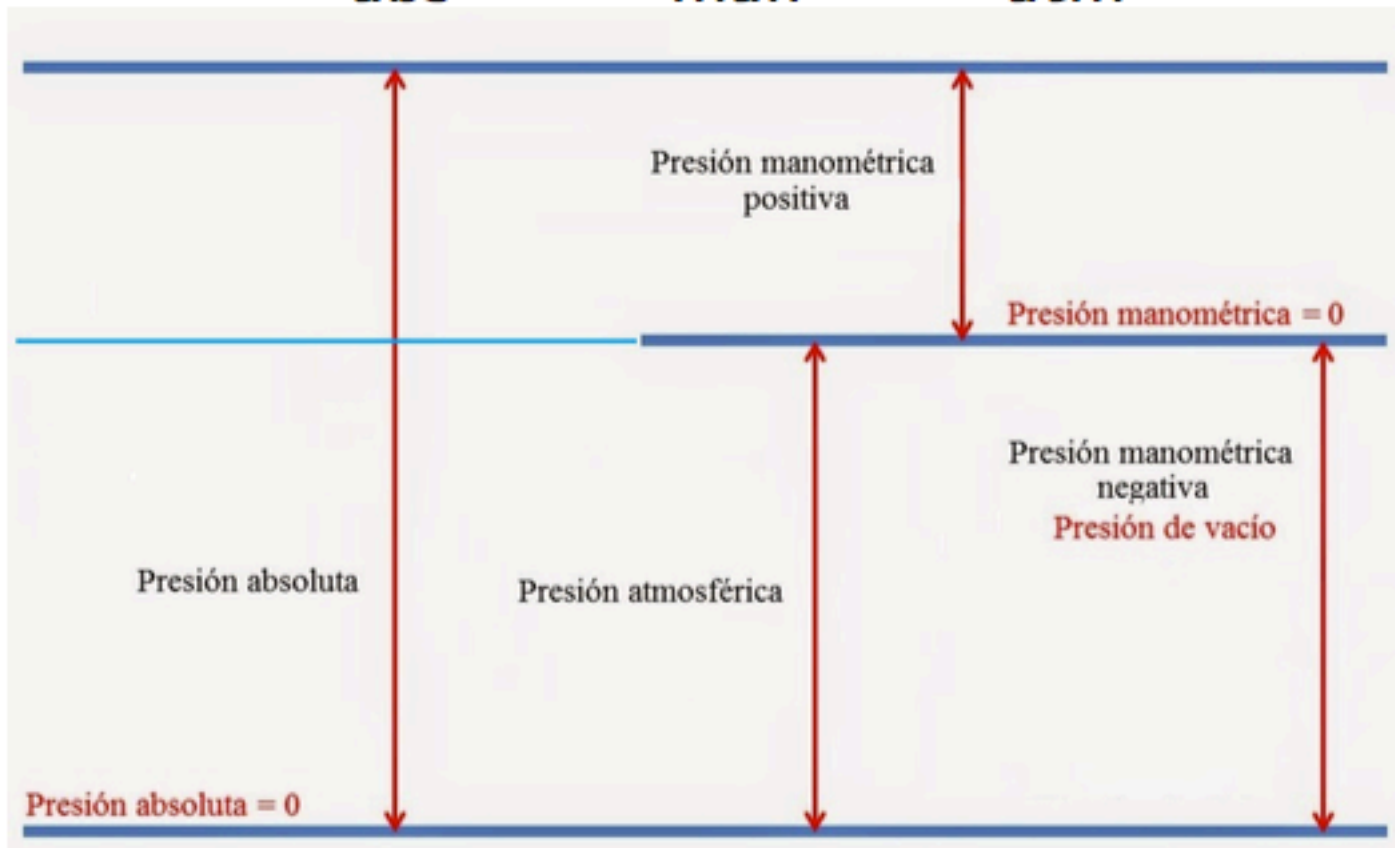
La presión también explica por qué una persona puede caminar sobre nieve recién caída sin hundirse si usa zapatos grandes para caminar sobre ella. También, explica como una persona corta algún objeto ejerciendo poca fuerza si usa un cuchillo afilado.

Presión

- **Presión Absoluta:** Es la presión total medida en un lugar respectivo con respecto al vacío absoluto
- **Presión Manométrica:** Es la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica local. Valores por encima de la presión atmosférica son valores manométricos *positivos*. Valores por debajo de la presión atmosférica son valores *negativos* conocidos como *presiones de vacío*.

Presión

$$P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$$

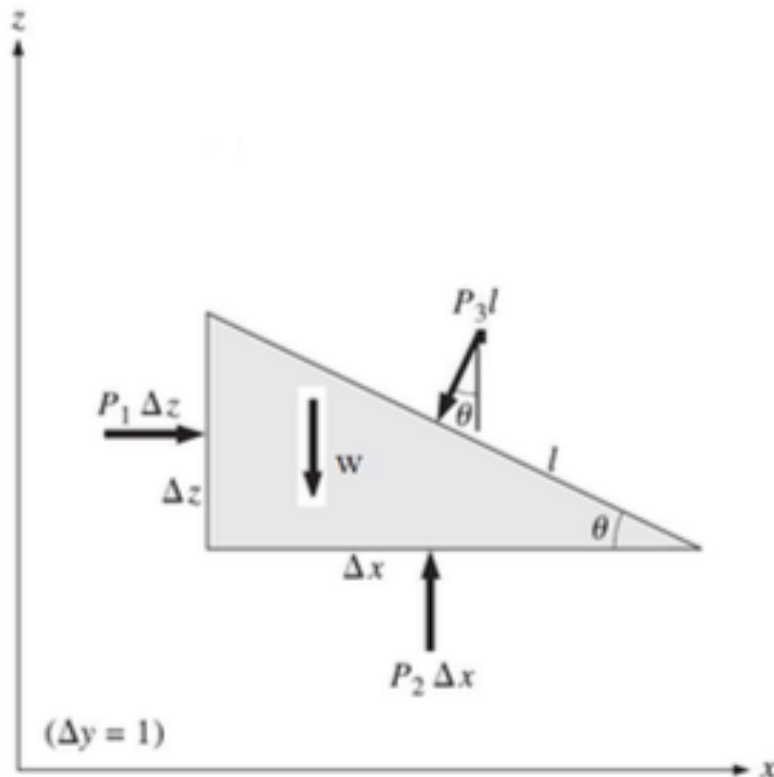


El manómetro que se utiliza para medir la presión de aire en un neumático de automóvil da como lectura la presión manométrica

Presión en un punto

La presión es la fuerza de compresión por unidad de área.

La presión en cualquier punto en un fluido es la misma en todas las direcciones; es decir, tiene magnitud pero no una dirección específica y, en consecuencia es una cantidad escalar



$$\sum F_x = ma_x = 0: \quad P_1 \Delta z - P_3 l \sin \theta = 0$$

$$\sum F_z = ma_z = 0: \quad P_2 \Delta x - P_3 l \cos \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Usando

$$\Delta x = l \cos \theta \quad \Delta z = l \sin \theta$$

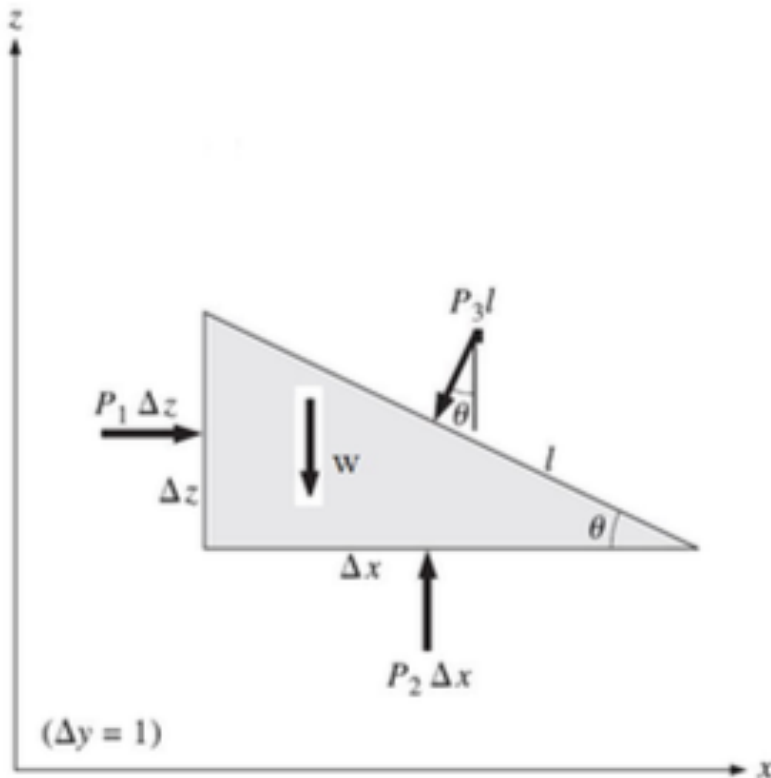
Se llega

$$P_1 - P_3 = 0$$

$$P_2 - P_3 - \frac{1}{2} \rho g \Delta z = 0$$

Presión en un punto

La presión en un punto en un fluido tiene la misma magnitud en todas las direcciones



$$P_1 = P_2 = P_3 = P$$

La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional

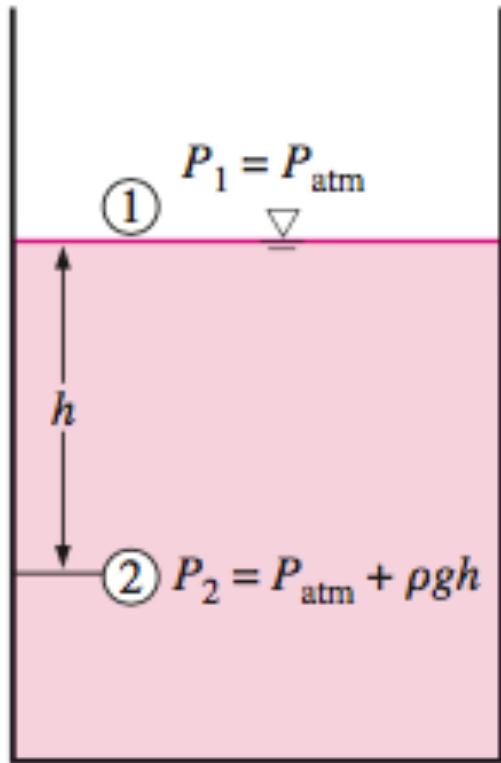
La presión en un fluido en reposo no cambia con la dirección horizontal

La presión en un fluido aumenta con la profundidad porque descansa más fluido sobre las capas más profundas, y el efecto de este “**peso adicional**” sobre una capa más profunda se equilibra con un aumento de la presión.

La diferencia de presión entre dos puntos en un fluido de densidad constante es proporcional a la distancia vertical h entre esos puntos y a la densidad del fluido.

La presión en un fluido aumenta de manera lineal con la profundidad

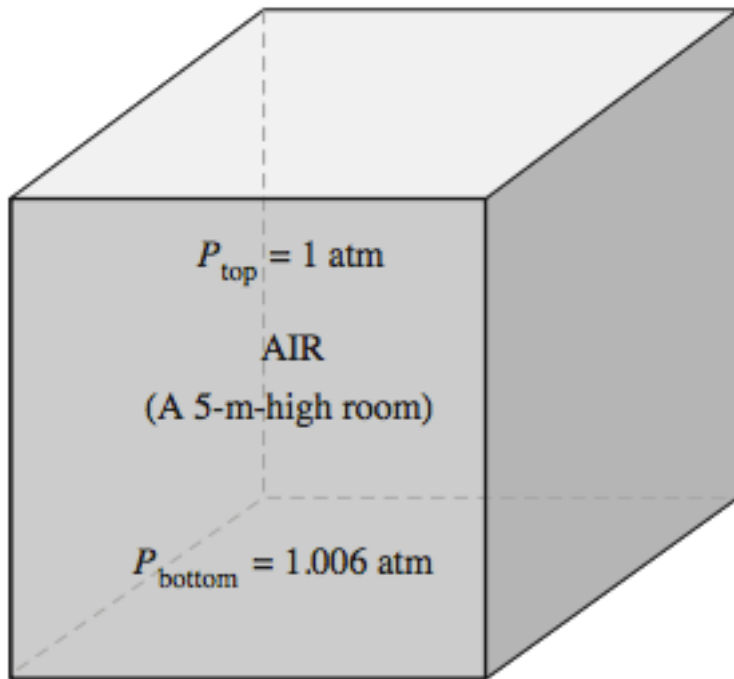
La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional



La diferencia de presión entre dos puntos en un fluido de densidad constante es proporcional a la distancia vertical h entre esos puntos y a la densidad del fluido.

La presión en un fluido aumenta de manera lineal con la profundidad

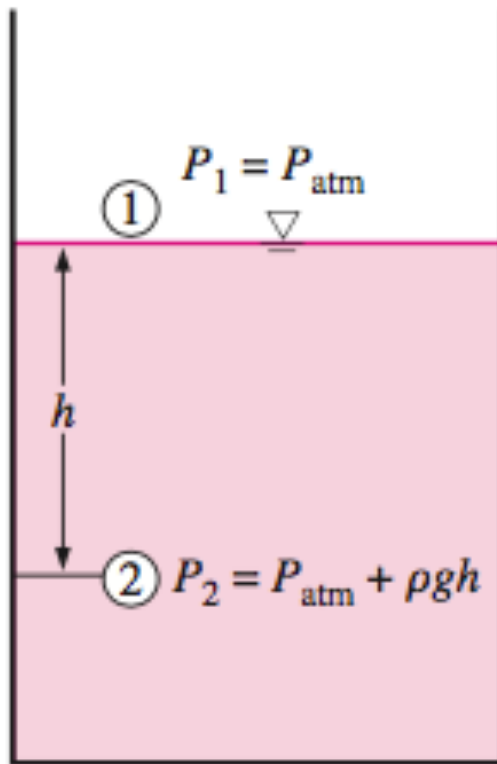
La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional



Para distancias pequeñas a moderadas, la variación de la presión con la altura es despreciable para los **gases** debido a su baja densidad. **Por lo tanto, la presión en un tanque que contiene un gas se puede considerar uniforme.**

La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional

La presión a una profundidad h de la superficie libre se puede escribir como



$$P = P_{\text{atm}} + \rho gh \quad \text{or} \quad P_{\text{gage}} = \rho gh$$

La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional

Densidad cambia significativamente con la altura

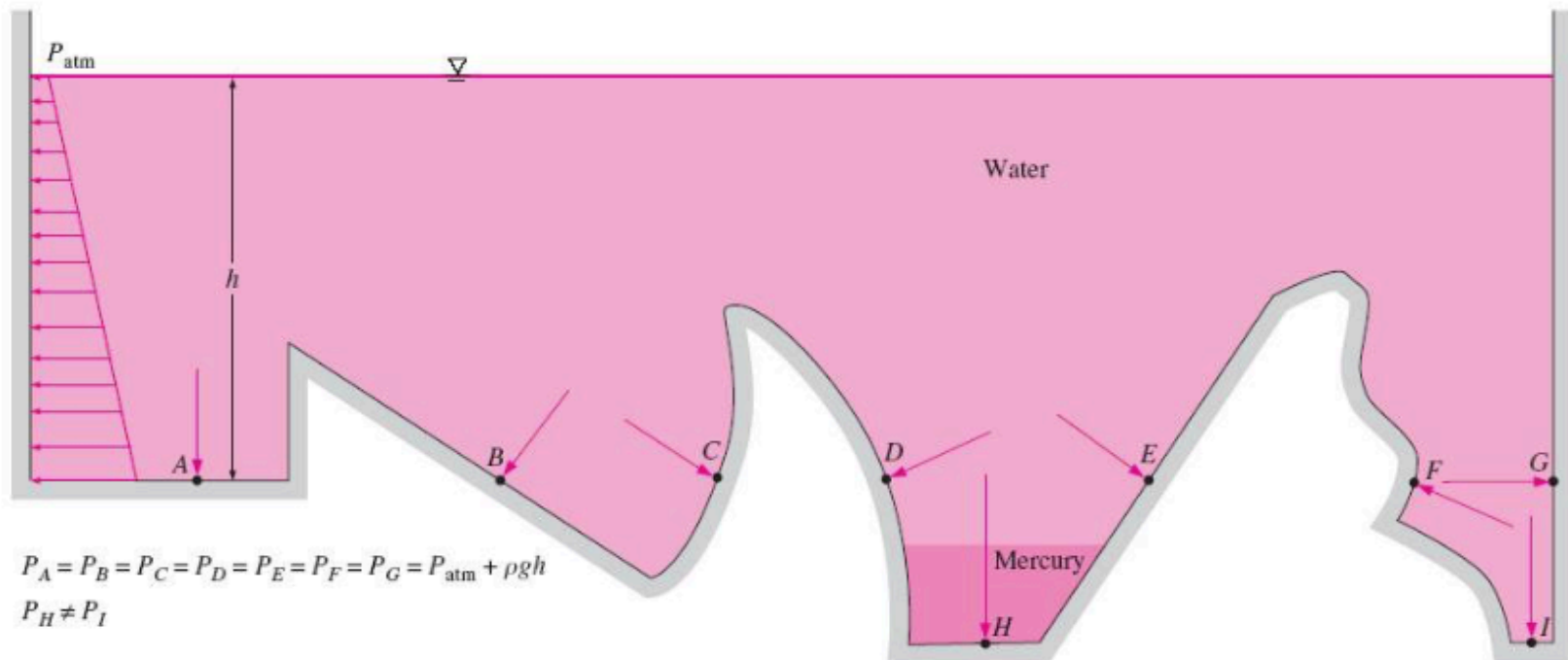
Cuando la densidad cambia de manera significativa con la altura, la siguiente ecuación diferencial nos permite determinar la presión en función de la altura

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

El signo menos se debe a que dP es negativo cuando dz es positivo, puesto que la presión disminuye cuando z aumenta

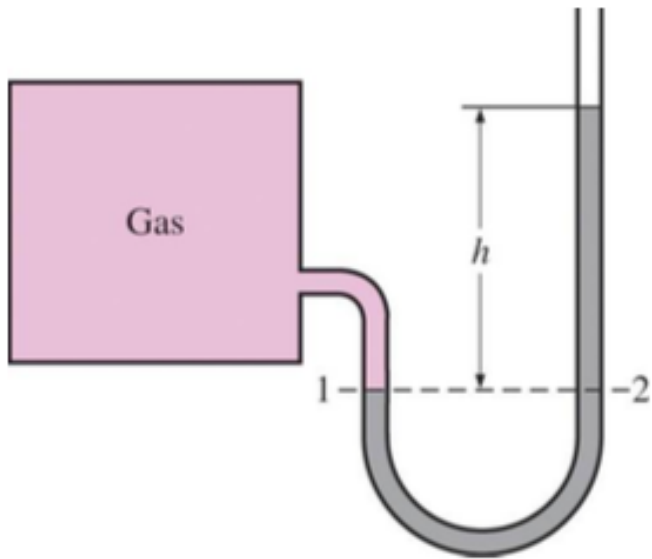
La variación de la presión con la profundidad en un campo gravitacional

La presión en un fluido en reposo es independiente de la forma del recipiente que lo contiene. Ésta cambia con la distancia vertical pero permanece constante en otras direcciones. Por lo tanto, **la presión es la misma en todos los puntos de un plano horizontal en un fluido dado**



El manómetro

Manómetro: es un instrumento que usa una columna de fluido para medir diferencias de presión. Un **manómetro** consta de un tubo en u de vidrio o de plástico que contiene uno o más fluidos como mercurio, agua, alcohol, aceite.



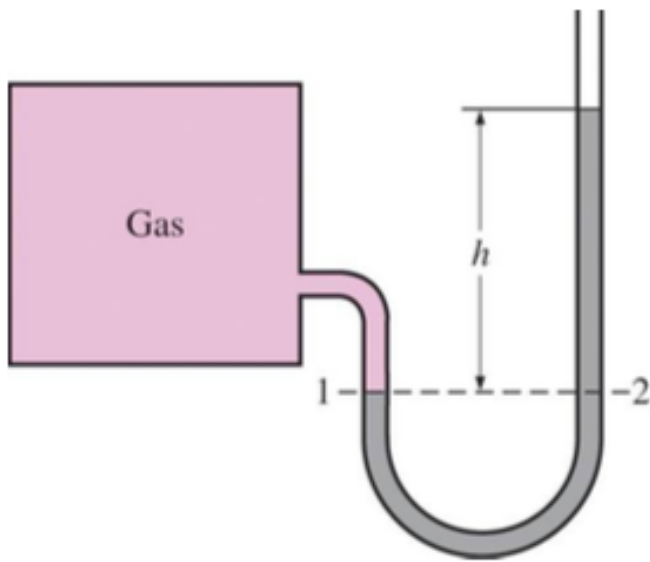
- Para bajas presiones (0 a 7 kPa): líquidos inorgánicos de baja densidad como aceite y glicerina.
- Para presiones medias (0 a 17 kPa): agua.
- Para presiones altas (0 a 70 kPa): mercurio.

$$P_2 = P_{\text{atm}} + \rho gh$$

El diámetro del tubo debe ser lo suficientemente grande para garantizar que el efecto por tensión superficial sea despreciable.

El manómetro

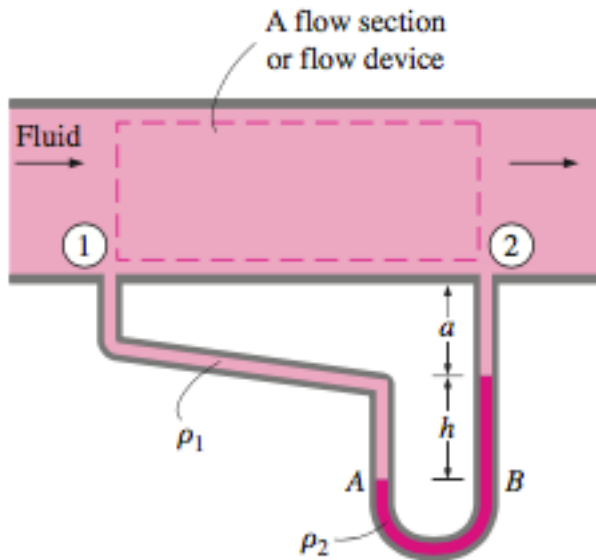
Estrategias de solución de problemas



1. El cambio de presión de un lado al otro lado de la columna de fluido de altura h es ρgh .
2. La presión aumenta hacia debajo de un fluido dado y disminuye hacia arriba
3. Dos puntos a la misma altura de un fluido continuo en reposo están en la misma presión

El manómetro

Estrategias de solución de problemas

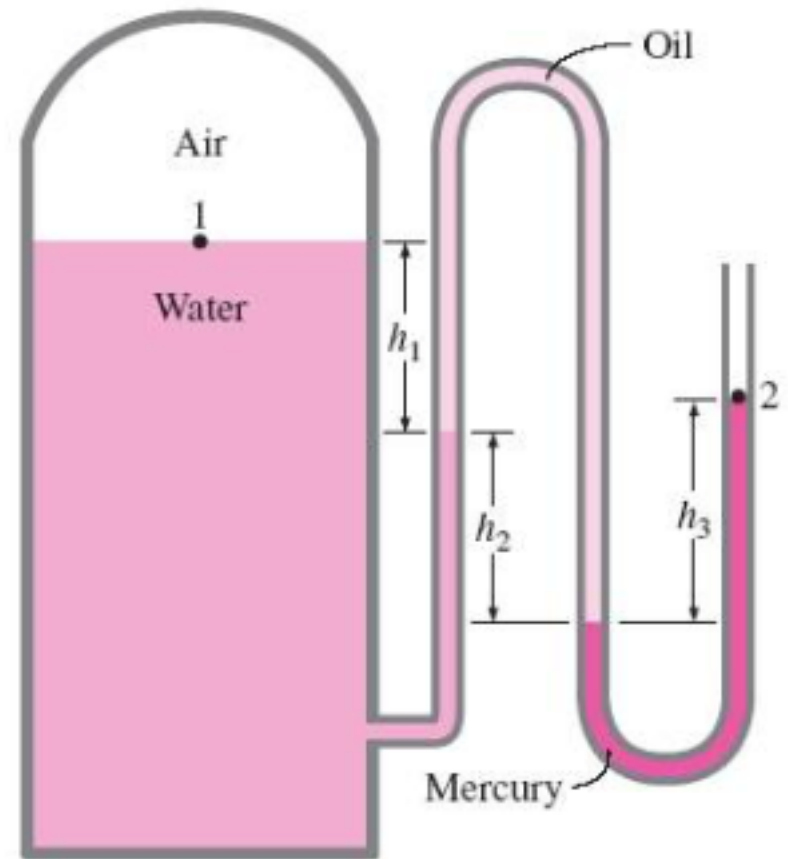


$$P_1 - P_2 = (\rho_2 - \rho_1)gh$$

El manómetro

Ejemplo 1

El agua en un tanque se presuriza con aire y se mide la presión con manómetros de fluidos múltiples. Determine la presión del aire en el tanque si $h_1 = 0.1\text{m}$, $h_2 = 0.2\text{m}$ y $h_3 = 0.35\text{m}$. Tome las densidades del agua, el aceite y el mercurio como 1000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 y 13600 kg/m^3 , respectivamente. La presión atmosférica es 85.6 kPa .



El manómetro

Ejemplo 1

El agua en un tanque se presuriza con aire y se mide la presión con manómetros de fluidos múltiples. Determine la presión del aire en el tanque si $h_1 = 0.1\text{m}$, $h_2 = 0.2\text{m}$ y $h_3 = 0.35\text{m}$. Tome las densidades del agua, el aceite y el mercurio como 1000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 y 13600 kg/m^3 , respectivamente. La presión atmosférica es 85.6 kPa .

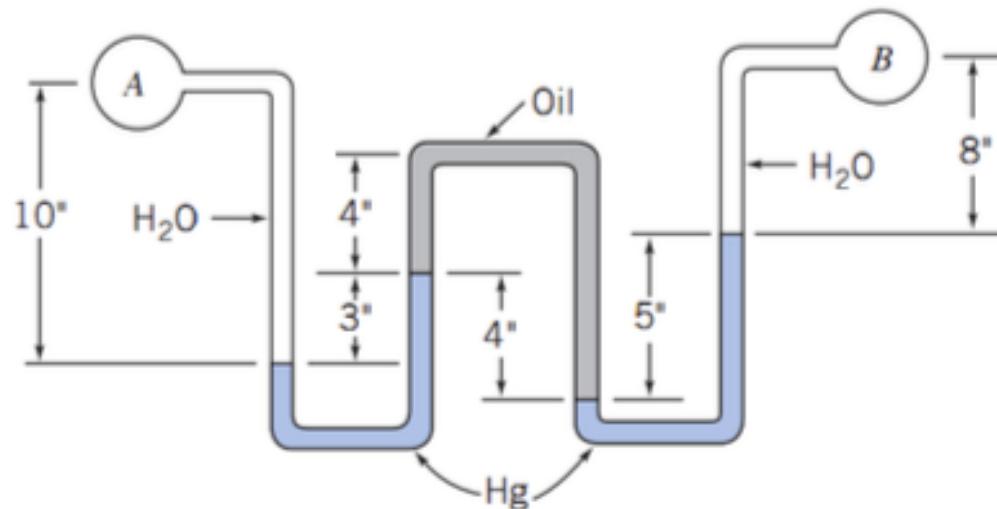
$$P_1 + \rho_{\text{water}}gh_1 + \rho_{\text{oil}}gh_2 - \rho_{\text{mercury}}gh_3 = P_{\text{atm}}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{\text{atm}} - \rho_{\text{water}}gh_1 - \rho_{\text{oil}}gh_2 + \rho_{\text{mercury}}gh_3 \\ &= P_{\text{atm}} + g(\rho_{\text{mercury}}h_3 - \rho_{\text{water}}h_1 - \rho_{\text{oil}}h_2) \\ &= 85.6\text{ kPa} + (9.81\text{ m/s}^2)[(13,600\text{ kg/m}^3)(0.35\text{ m}) - (1000\text{ kg/m}^3)(0.1\text{ m}) \\ &\quad - (850\text{ kg/m}^3)(0.2\text{ m})]\left(\frac{1\text{ N}}{1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\text{ kPa}}{1000\text{ N/m}^2}\right) \\ &= \mathbf{130\text{ kPa}} \end{aligned}$$

El manómetro

Ejemplo 2

Determine el diferencial de presión, $\Delta P = P_A - P_B$, en unidades de lbf/in^2 . $SG_{Hg} = 13.6$ y $SG_{oil} = 0.88$.



Recuerde que " representa pulgadas

La gravedad esta dada 32.2 ft/s^2

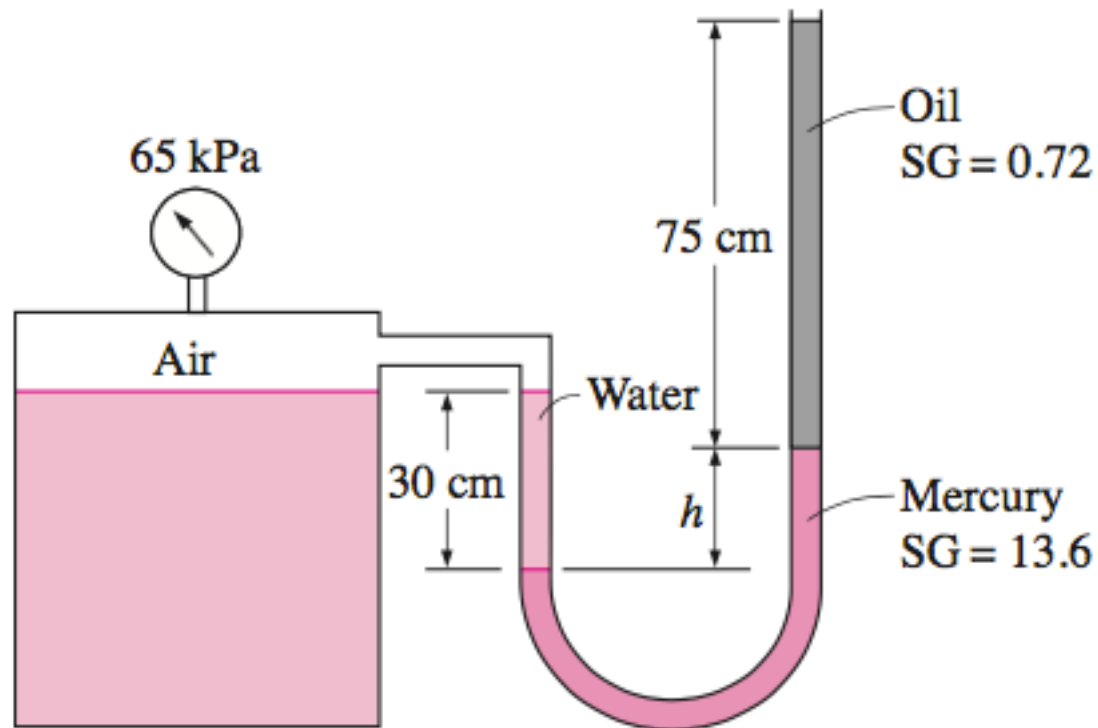
Se sugiere convertir las pulgadas a pies ft, y obtener la presión en $\text{lbf}/(\text{ft s}^2)$,
luego convertir a psi (usar $1 \text{ lbf} = 32.2 \text{ lbf ft/s}^2$)

La densidad del agua es: 62.4 lbf/ft^3

El manómetro

Ejemplo 3

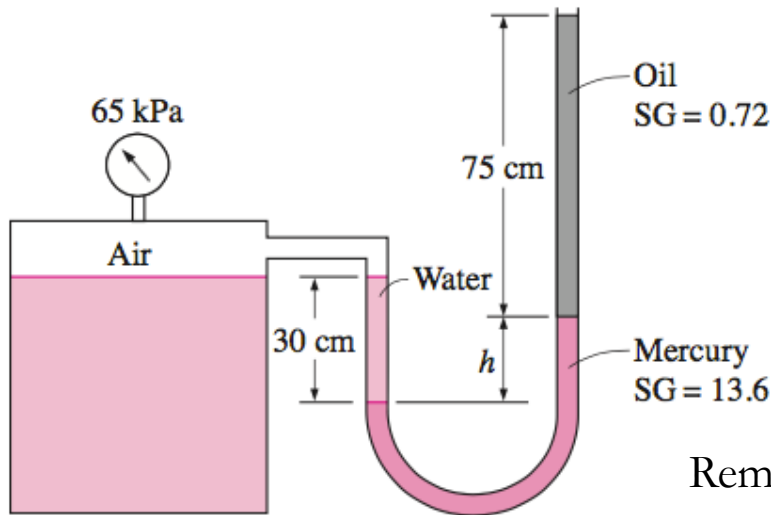
La presión manométrica del aire en un tanque presurizado de agua es medida simultáneamente por un medidor de presión y un manómetro. La altura diferencial de mercurio se determinará



El manómetro

Ejemplo 3

La presión manométrica del aire en un tanque presurizado de agua es medida simultáneamente por un medidor de presión y un manómetro. La altura diferencial de mercurio se determinará



$$P_1 + \rho_w g h_w - \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho_{oil} g h_{oil} = P_{atm}$$

Reorganizando

$$P_1 - P_{atm} = \rho_{oil} g h_{oil} + \rho_{Hg} g h_{Hg} - \rho_w g h_w$$

$$\frac{P_{1,gage}}{\rho_w g} = \rho_{s,oil} h_{oil} + \rho_{s,Hg} h_{Hg} - h_w$$

Remplazando los valores dados

$$\left(\frac{65 \text{ kPa}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \right) \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^2} \right) = 0.72 \times (0.75 \text{ m}) + 13.6 \times h_{Hg} - 0.3 \text{ m}$$

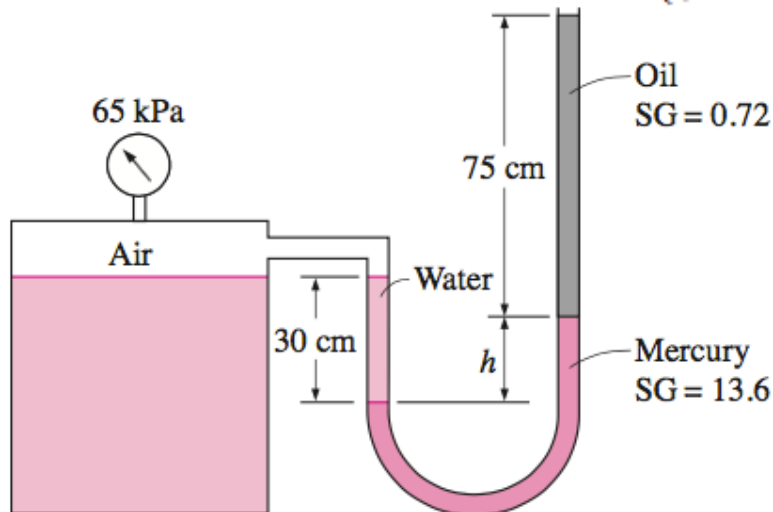
El manómetro

Ejemplo 3

La presión manométrica del aire en un tanque presurizado de agua es medida simultáneamente por un medidor de presión y un manómetro. La altura diferencial de mercurio se determinará

Remplazando los valores dados

$$\left(\frac{65 \text{ kPa}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \right) \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^2} \right) = 0.72 \times (0.75 \text{ m}) + 13.6 \times h_{\text{Hg}} - 0.3 \text{ m}$$

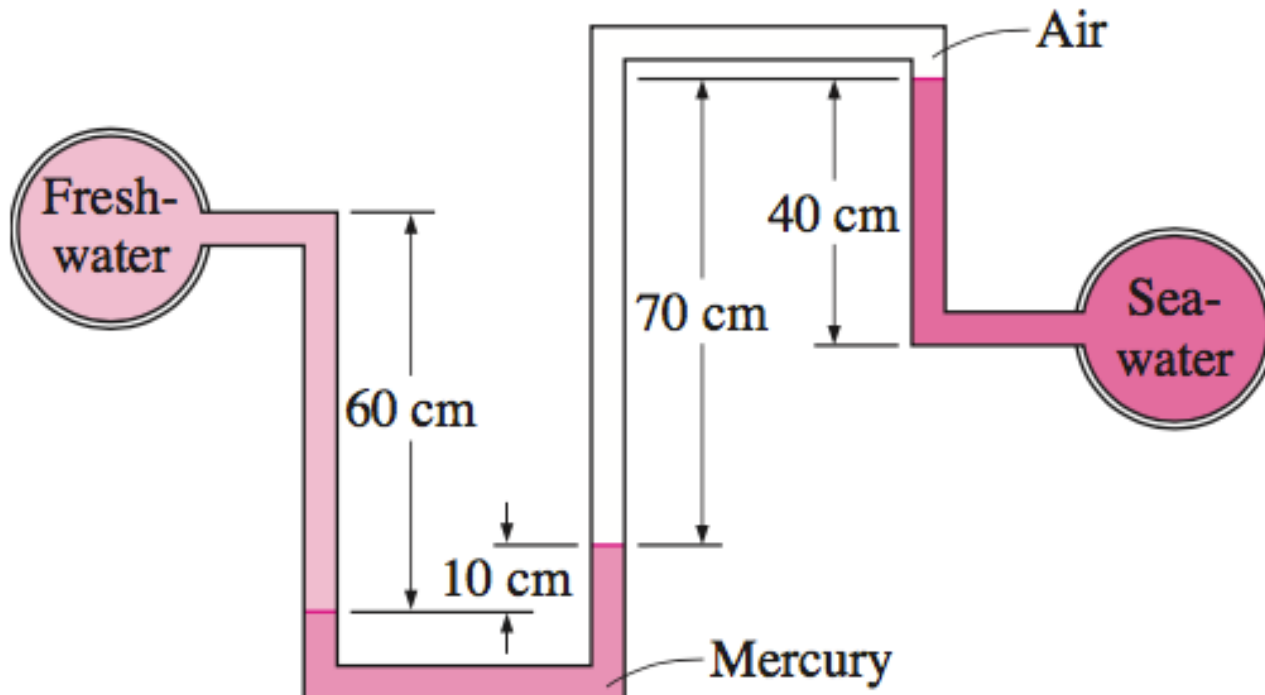


$$h_{\text{Hg}} = 0.47 \text{ m}$$

El manómetro

Ejemplo 4

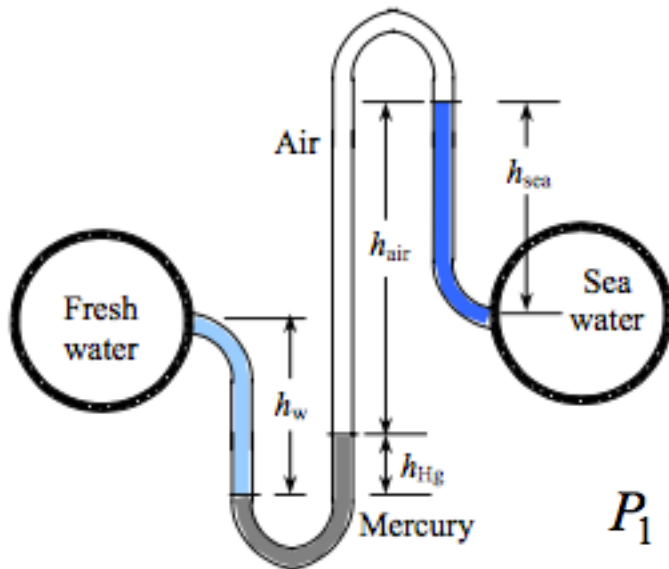
El agua fresca y el agua de mar que fluye en tuberías paralelas horizontales se conectan entre sí mediante un manómetro doble en forma de U. La diferencia de presión entre las dos tuberías se determinará.



El manómetro

Ejemplo 4

El agua fresca y el agua de mar que fluye en tuberías paralelas horizontales se conectan entre sí mediante un manómetro doble en forma de U. La diferencia de presión entre las dos tuberías se determinará.



$$P_1 + \rho_w gh_w - \rho_{Hg} gh_{Hg} - \rho_{air} gh_{air} + \rho_{sea} gh_{sea} = P_2$$

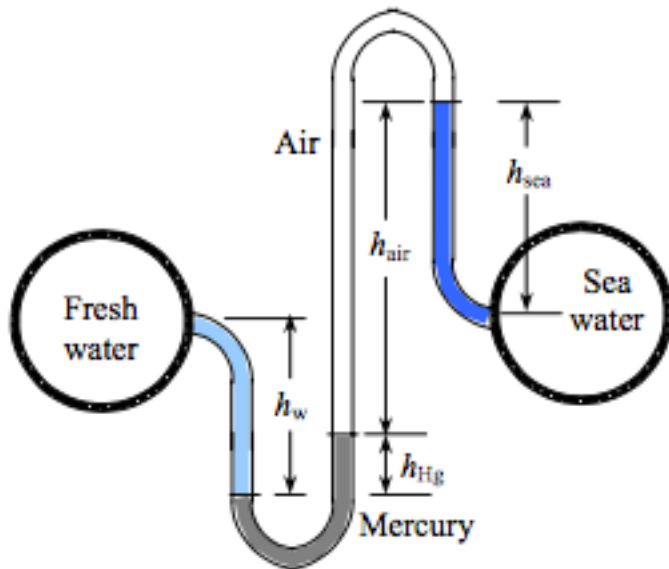
Reorganizando se obtiene

$$P_1 - P_2 = -\rho_w gh_w + \rho_{Hg} gh_{Hg} - \rho_{sea} gh_{sea} = g(\rho_{Hg} h_{Hg} - \rho_w h_w - \rho_{sea} h_{sea})$$

El manómetro

Ejemplo 4

El agua fresca y el agua de mar que fluye en tuberías paralelas horizontales se conectan entre sí mediante un manómetro doble en forma de U. La diferencia de presión entre las dos tuberías se determinará.



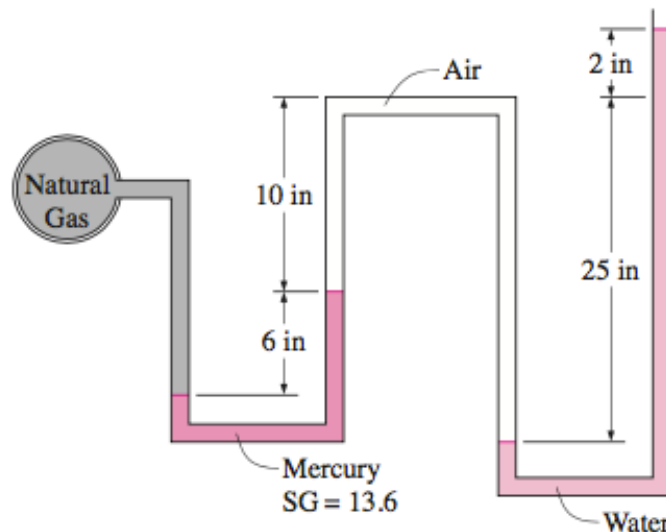
Remplazando se obtiene

$$\begin{aligned}
 P_1 - P_2 &= (9.81 \text{ m/s}^2) [(13600 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}) \\
 &\quad - (1000 \text{ kg/m}^3)(0.6 \text{ m}) - (1035 \text{ kg/m}^3)(0.4 \text{ m})] \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 3.39 \text{ kN/m}^2 = \mathbf{3.39 \text{ kPa}}
 \end{aligned}$$

El manómetro

Ejemplo 5

La presión en una tubería de gas natural se mide con un manómetro doble en forma de U con uno de los brazos abierto a la atmósfera. La presión absoluta en la tubería debe ser determinada.



La gravedad esta dada 32.2 ft/s^2

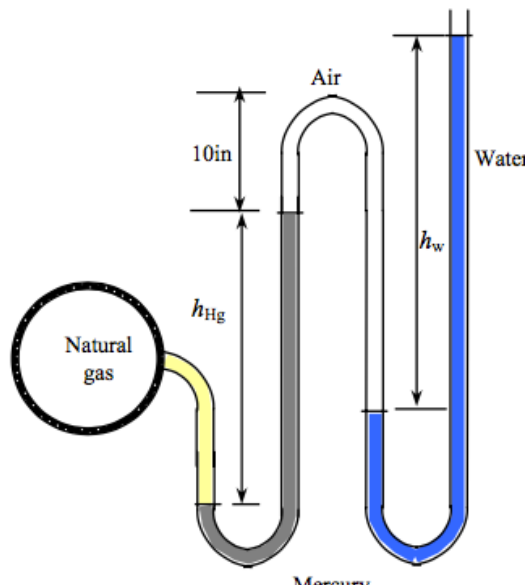
Se sugiere convertir las pulgadas a pies ft, y obtener la presión en $\text{lbm}/(\text{ft s}^2)$,
luego convertir a psi (usar $1 \text{ lbf} = 32.2 \text{ lbm ft/s}^2$)

La densidad del agua es: 62.4 lbm/ft^3

El manómetro

Ejemplo 5

La presión en una tubería de gas natural se mide con un manómetro doble en forma de U con uno de los brazos abierto a la atmósfera. La presión absoluta en la tubería debe ser determinada.



$$P_1 - \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} - \rho_{\text{water}} g h_{\text{water}} = P_{\text{atm}}$$

Resolviendo para P_1

$$P_1 = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} + \rho_{\text{water}} g h_1$$

La presión atmosférica es
14.2 psi

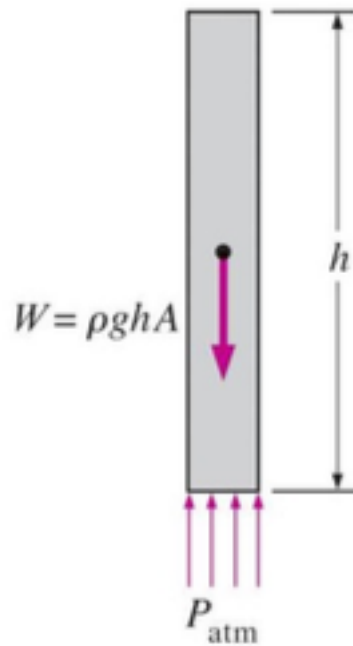
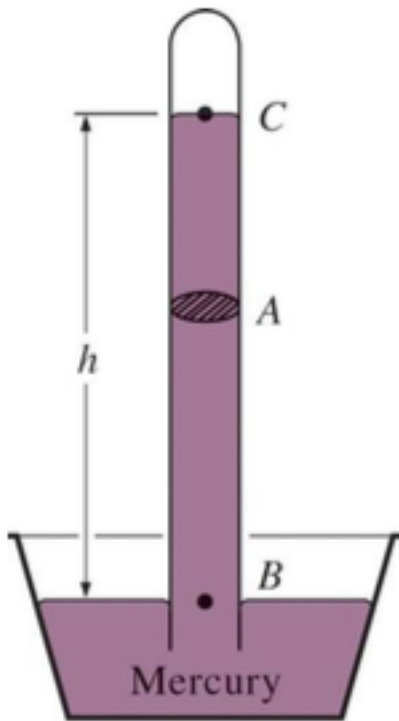
$$P = 14.2 \text{ psia} + (32.2 \text{ ft/s}^2) [(848.6 \text{ lbm/ft}^3)(6/12 \text{ ft}) + (62.4 \text{ lbm/ft}^3)(27/12 \text{ ft})] \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2} \right)$$

$$= \mathbf{18.1 \text{ psia}}$$

Instrumentos para medir la presión

El Barómetro

Barómetro es un instrumento para medir la presión atmosférica

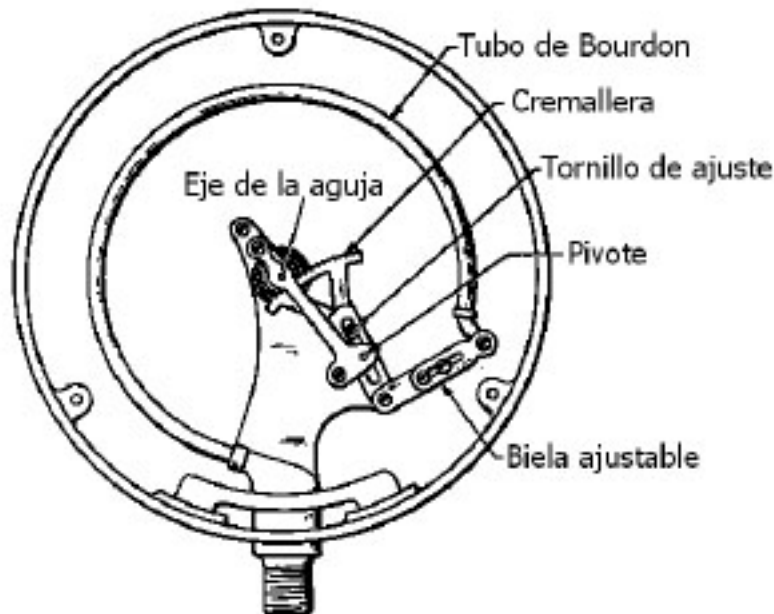


La presión en el punto B es igual a la atmosférica y la presión en C se puede tomar como 0 (sólo existe vapor de mercurio arriba del punto C)

Instrumentos para medir la presión

El tubo de Bourdon

Consta de un tubo metálico hueco, doblado como un gancho, cuyo extremo se cierra y se conecta a la aguja de un indicador de carátula. Cuando el tubo se abre a la atmosfera, el tubo queda sin cambiar de forma y, en ese estado, la aguja de la caratula se calibra para que de lectura 0. Cuando se presuriza el fluido que esta en el tubo tiende a enderezarse y mueve la aguja en proporción a la presión aplicada.



Instrumentos para medir la presión

Transductor de presión elástico

Funcionan cuando tienen una deflexión de la membrana entre dos cámaras abiertas a la entrada de presión. Conforme la membrana se estira como respuesta a un cambio en la diferencia de presión de uno a otro lado de ella, se estira el medidor de deformación y la salida se amplifica con un circuito puente de Wheatstone.

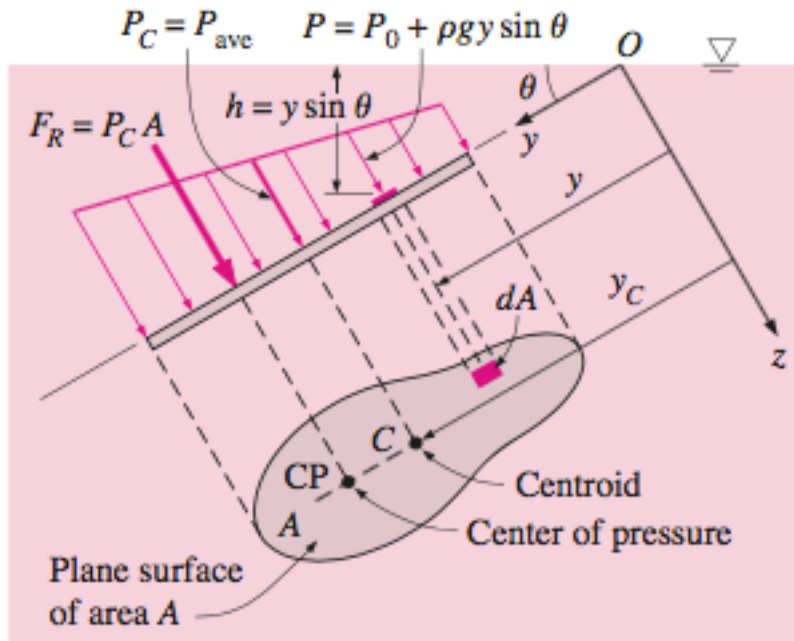
En resumen, utilizan un elemento mecánico elástico combinado con un transductor eléctrico que se encarga de emitir una señal.

Instrumentos para medir la presión

Transductor piezoeléctrico

Funcionan con base en el principio de que se genera un potencial eléctrica en una sustancia cristalina cuando se le somete a una presión mecánica.

Estática de fluidos



$$P = P_0 + \rho g h = P_0 + \rho g y \sin \theta$$

h es la distancia vertical del punto a la superficie libre

y es la distancia del punto desde el eje x (punto O)

La fuerza hidrostática resultante actuando en la superficie es

$$F_R = \int_A P dA = \int_A (P_0 + \rho g y \sin \theta) dA = P_0 A + \rho g \sin \theta \int_A y dA$$

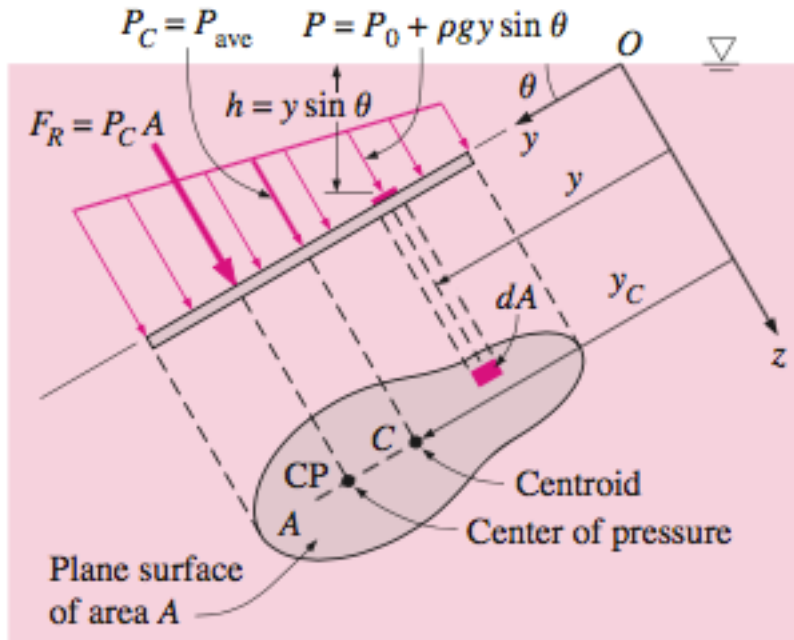
Recordando que el primer momento de área es

$$y_C = \frac{1}{A} \int_A y dA$$

De donde obtenemos que la fuerza resultante es

$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin \theta) A = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{ave} A$$

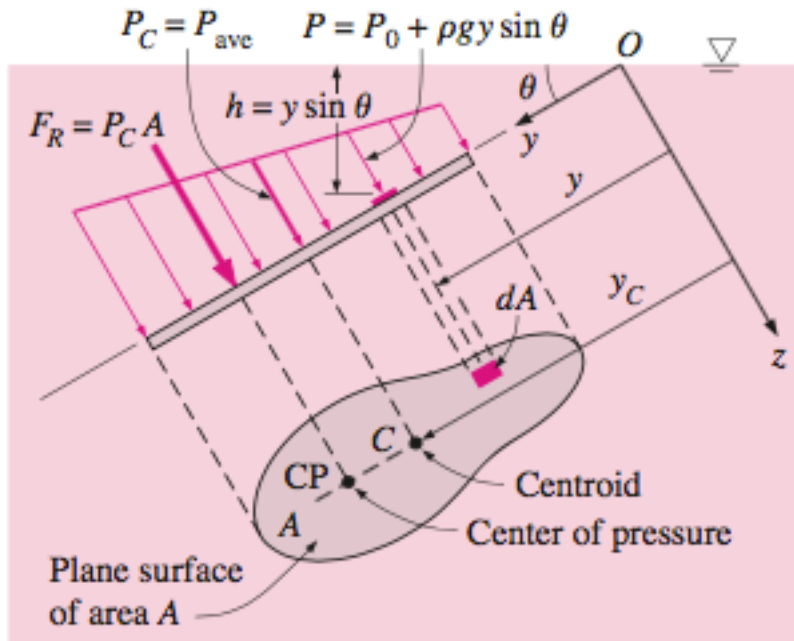
Estática de fluidos



La magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre una superficie plana de una placa totalmente sumergida en un fluido homogéneo (densidad constante) es igual al producto de la presión P_C en el centroide de la superficie y el área de ésta

$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin \theta) A = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{ave} A$$

Estática de fluidos



Centro de presión: Es el punto de intersección de la lineal de acción de la fuerza resultante y la superficie.

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin \theta)]A}$$

y_P es la distancia del centro de presión al eje x .

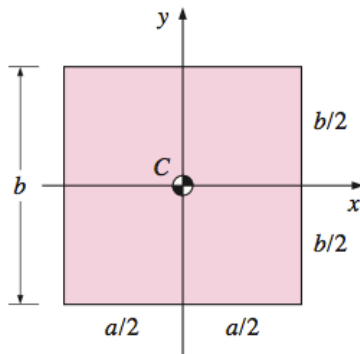
y_C es la distancia desde el centroide al eje x

I_{xx} es el **segundo momento de área** respecto al eje x

$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin \theta)A = (P_0 + \rho g h_C)A = P_C A = P_{ave} A$$

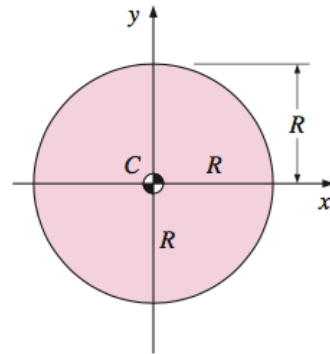
Estática de fluidos

Segundo momento de área



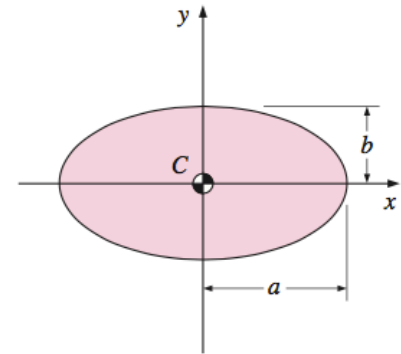
$$A = ab, I_{xx, C} = ab^3/12$$

(a) Rectangle



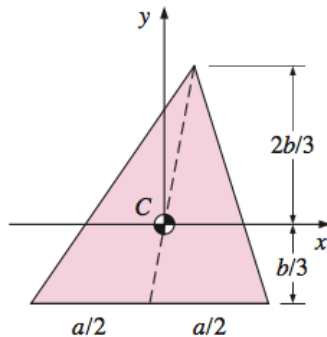
$$A = \pi R^2, I_{xx, C} = \pi R^4/4$$

(b) Circle



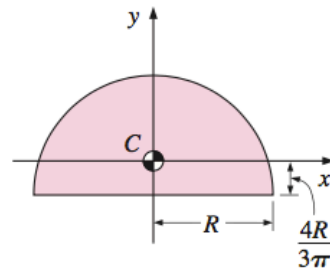
$$A = \pi ab, I_{xx, C} = \pi ab^3/4$$

(c) Ellipse



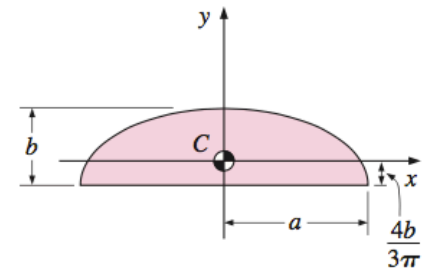
$$A = ab/2, I_{xx, C} = ab^3/36$$

(d) Triangle



$$A = \pi R^2/2, I_{xx, C} = 0.109757R^4$$

(e) Semicircle



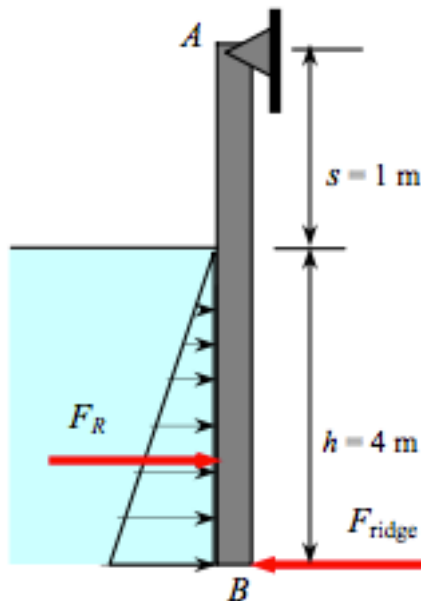
$$A = \pi ab/2, I_{xx, C} = 0.109757ab^3$$

(f) Semiellipse

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 1

Una placa rectangular de 4 m de altura y 5 m de ancho bloquea el extremo de un canal de agua dulce de 4 m de profundidad, como se muestra en la siguiente figura. La placa está articulada en torno a un eje horizontal que está a lo largo de su borde superior y que pasa por el punto A, y su apertura la restringe un borde fijo en el punto B. Determine la fuerza que se ejerce sobre la placa por el borde



La presión promedio en la superficie es la presión en el centroide, y se determina como sigue

$$\begin{aligned} P_{\text{avg}} &= P_C = \rho g h_C = \rho g (h/2) \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(4/2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 19.62 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

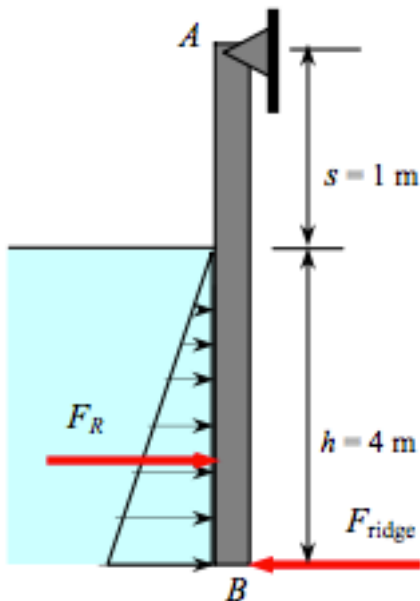
Luego, la fuerza hidrostática resultante en la pared se calcula como

$$F_R = P_{\text{avg}} A = (19.62 \text{ kN/m}^2)(4 \text{ m} \times 5 \text{ m}) = 392 \text{ kN}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 1

Una placa rectangular de 4 m de altura y 5 m de ancho bloquea el extremo de un canal de agua dulce de 4 m de profundidad, como se muestra en la siguiente figura. La placa está articulada en torno a un eje horizontal que está a lo largo de su borde superior y que pasa por el punto A, y su apertura la restringe un borde fijo en el punto B. Determine la fuerza que se ejerce sobre la placa por el borde



La línea de acción de la fuerza pasa a través del centro de presión, el cual está ubicado a $2h/3$ de la superficie libre

$$y_P = \frac{2h}{3} = \frac{2 \times (4 \text{ m})}{3} = 2.667 \text{ m}$$

Suma de momentos con respecto a A se iguala 0

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_R(s + y_P) = F_{\text{ridge}} \overline{AB}$$

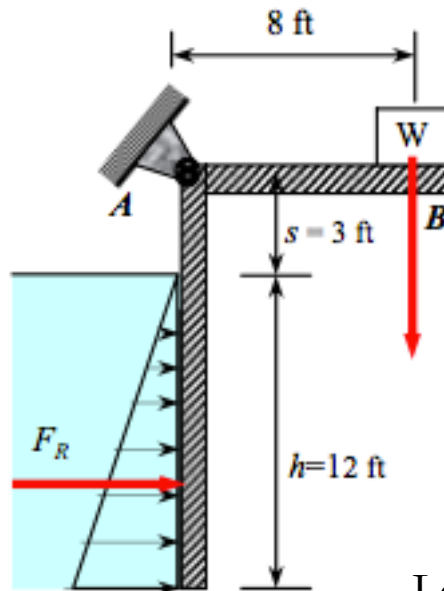
Resolviendo para F_{ridge} y remplazando valores obtenemos

$$F_{\text{ridge}} = \frac{s + y_P}{\overline{AB}} F_R = \frac{(1 + 2.667) \text{ m}}{5 \text{ m}} (392 \text{ kN}) = \mathbf{288 \text{ kN}}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 2

El flujo de agua desde un recipiente se controla con una compuerta en forma de L y de 5 ft de ancho, articulada en el punto A, como se muestra en la siguiente figura. Si se desea que la compuerta abra cuando la altura del agua sea 12 ft, determine el peso W necesario

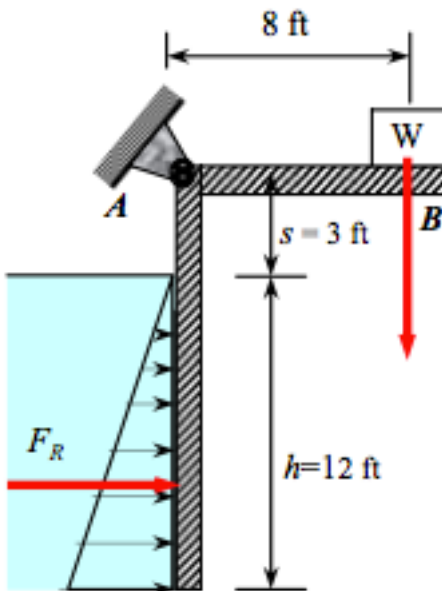


La densidad del agua es 62.4 lbm/ft^3

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 2

El flujo de agua desde un recipiente se controla con una compuerta en forma de L y de 5 ft de ancho, articulada en el punto A, como se muestra en la siguiente figura. Si se desea que la compuerta abra cuando la altura del agua sea 12 ft, determine el peso W necesario



La presión promedio en la superficie es la presión en el centroide, y se determina como sigue

$$\begin{aligned} P_{\text{avg}} &= \rho g h_C = \rho g (h/2) \\ &= (62.4 \text{ lbm/ft}^3) (32.2 \text{ ft/s}^2) (12/2 \text{ ft}) \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right) \\ &= 374.4 \text{ lbf/ft}^2 \end{aligned}$$

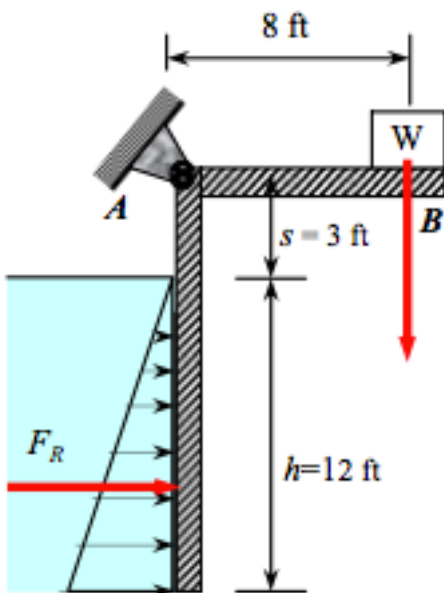
Luego, la fuerza hidrostática resultante en la presa se calcula como

$$F_R = P_{\text{avg}} A = (374.4 \text{ lbf/ft}^2) (12 \text{ ft} \times 5 \text{ ft}) = 22,464 \text{ lbf}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 2

El flujo de agua desde un recipiente se controla con una compuerta en forma de L y de 5 ft de ancho, articulada en el punto A, como se muestra en la siguiente figura. Si se desea que la compuerta abra cuando la altura del agua sea 12 ft, determine el peso W necesario



La línea de acción de la fuerza pasa a través del centro de presión, el cual está ubicado a $2h/3$ de la superficie libre

$$y_P = \frac{2h}{3} = \frac{2 \times (12 \text{ ft})}{3} = 8 \text{ ft}$$

Suma de momentos con respecto a A se iguala 0

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_R(s + y_P) = W \overline{AB}$$

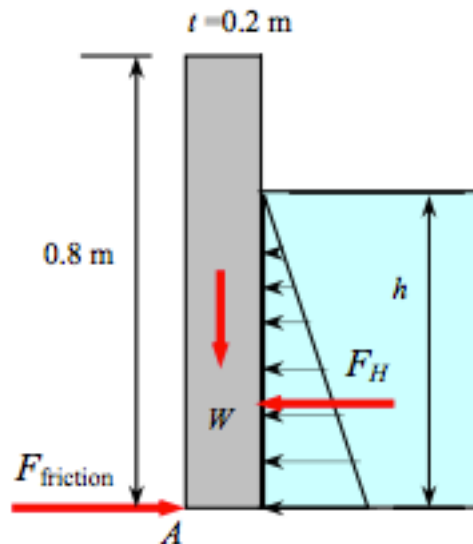
Resolviendo para W y reemplazando valores obtenemos

$$W = \frac{s + y_P}{\overline{AB}} F_R = \frac{(3 + 8) \text{ ft}}{8 \text{ ft}} (22,464 \text{ lbf}) = \mathbf{30,900 \text{ lbf}}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

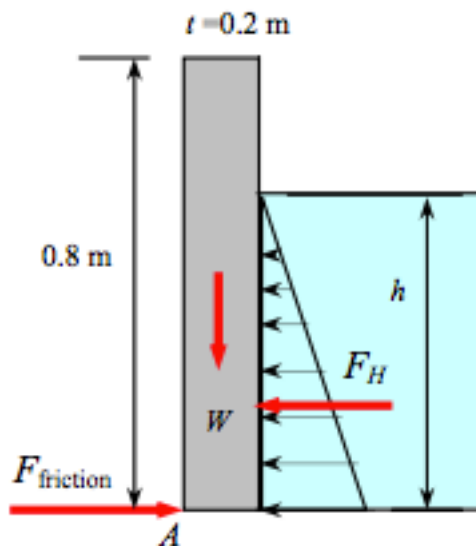
Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.



El peso de la pared de concreto por unidad de longitud ($L=1$) y la fuerza de fricción entre la pared y la tierra son

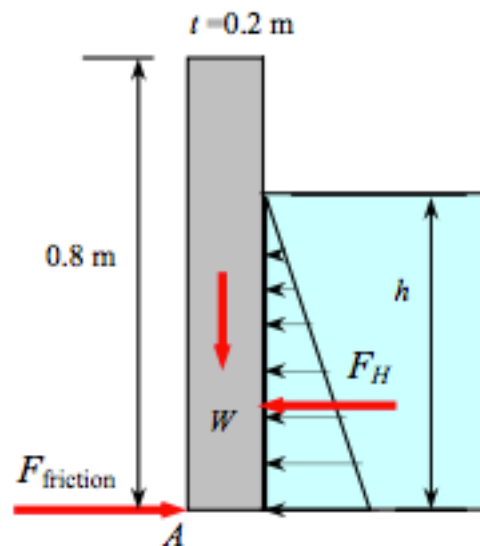
$$W_{\text{block}} = \rho g V = (2700 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)[0.2 \times 0.8 \times 1 \text{ m}^3] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 4238 \text{ N}$$

$$F_{\text{friction}} = \mu W_{\text{block}} = 0.3(4238 \text{ N}) = 1271 \text{ N}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.



La fuerza hidrostática ejercida por el lodo en la pared es

$$\begin{aligned}
 F_H &= F_x = P_{\text{avg}} A = \rho g h_c A = \rho g (h/2) A \\
 &= (1800 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (h/2) (1 \times h) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 8829 h^2 \text{ N}
 \end{aligned}$$

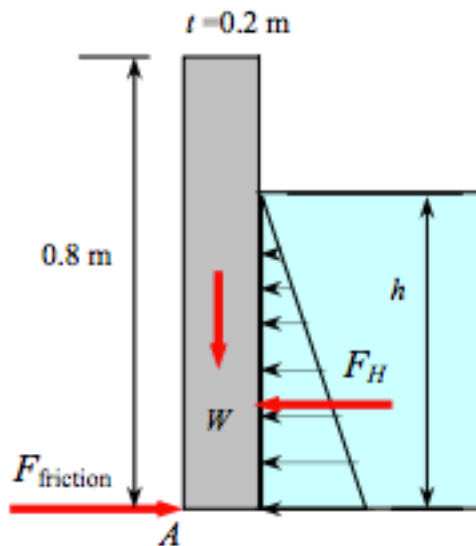
Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.

Igualando las fuerzas hidrostáticas y las de fricción obtenemos

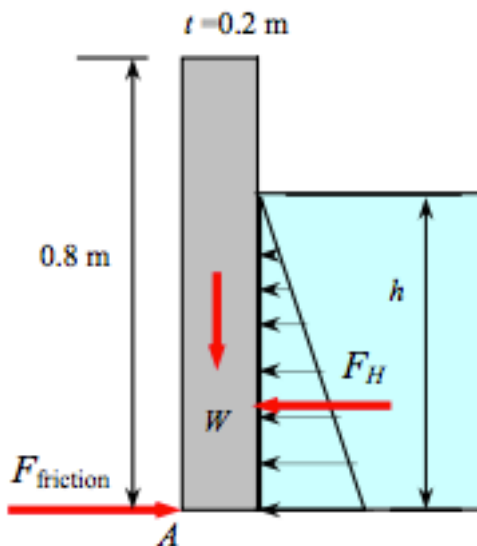
$$F_H = F_{\text{friction}} \rightarrow 8829 h^2 = 1271 \rightarrow h = \mathbf{0.38 \text{ m}}$$



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.



La línea de acción de las fuerzas hidrostáticas pasa a través del centro de presión, el cual es $2h/3$ desde la superficie libre. La línea de acción del peso de la pared pasa a través del plano medio de la pared.

$$\sum M_A = 0 \rightarrow W_{\text{block}}(t/2) = F_H(h/3) \rightarrow W_{\text{block}}(t/2) = 8829h^3/3$$

Despejando h y substituyendo, la altura de lodo para voltear el muro sobre el punto A esta dado por:

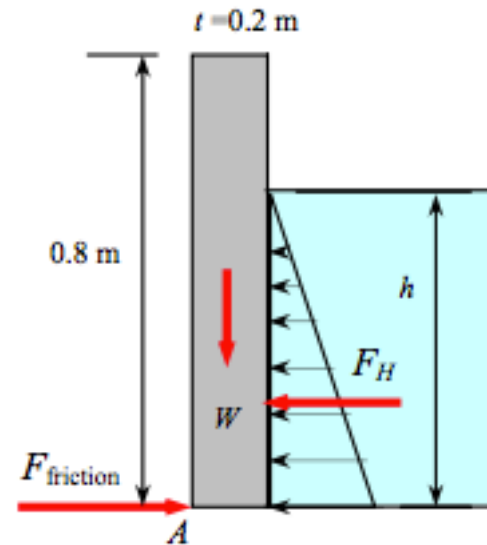
$$h = \left(\frac{3W_{\text{block}}t}{2 \times 8829} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 4238 \times 0.2}{2 \times 8829} \right)^{1/3} = 0.52 \text{ m}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 3

Se debe construir un muro de contención contra un derrumbe de lodo con bloques rectangulares de concreto (densidad 2700 kg/m^3) de 0.8 m de altura y 0.2 m de ancho como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción entre el suelo y los bloques es de $f=0.3$, y la densidad del lodo es alrededor de 1800 kg/m^3 . Existe la preocupación de que los bloques de concreto puedan resbalarse o voltearse sobre el borde izquierdo inferior conforme suba el nivel de lodo. Determine la altura del lodo la cual a) los bloques vencerán la fricción y empezarán a resbalar y b) los bloques se voltearán.

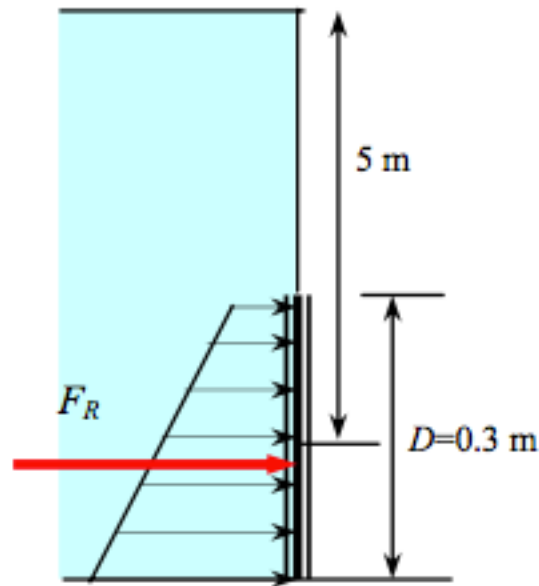
La pared de concreto deslizará antes de voltearse. Por tanto, deslizarse es más crítico que voltearse en este problema.



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 4

Un cuarto en el nivel inferior de un barco para cruceros tiene una ventana circular de 30 cm de diámetro. Si el punto medio de la ventana está 5 m debajo de la superficie del agua, determine la fuerza hidrostática que actúa sobre la ventana y el centro de presión. Tome la gravedad específica del agua de mar como 1.025



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 4

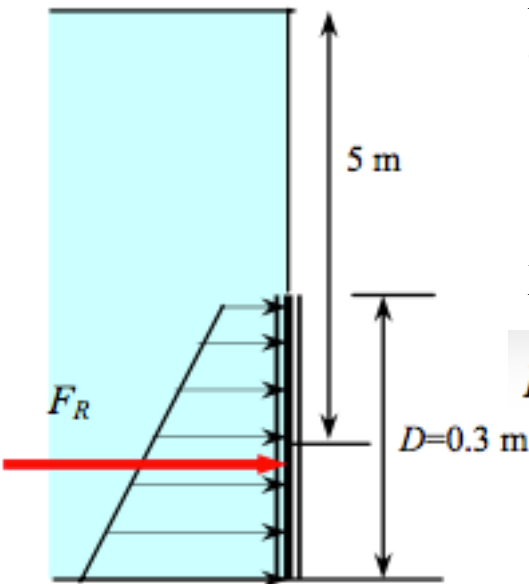
Un cuarto en el nivel inferior de un barco para cruceros tiene una ventana circular de 30 cm de diámetro. Si el punto medio de la ventana está 5 m debajo de la superficie del agua, determine la fuerza hidrostática que actúa sobre la ventana y el centro de presión. Tome la gravedad específica del agua de mar como 1.025

La presión promedio en la superficie es la presión en el centroide de la superficie y se determina como sigue

$$P_{avg} = P_c = \rho g h_c = (1025 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 50,276 \text{ N/m}^2$$

Luego la fuerza resultante hidrostática en cada ventana es:

$$F_R = P_{avg} A = P_{avg} [\pi D^2 / 4] = (50,276 \text{ N/m}^2) [\pi (0.3 \text{ m})^2 / 4] = 3554 \text{ N} \cong \mathbf{3550 \text{ N}}$$



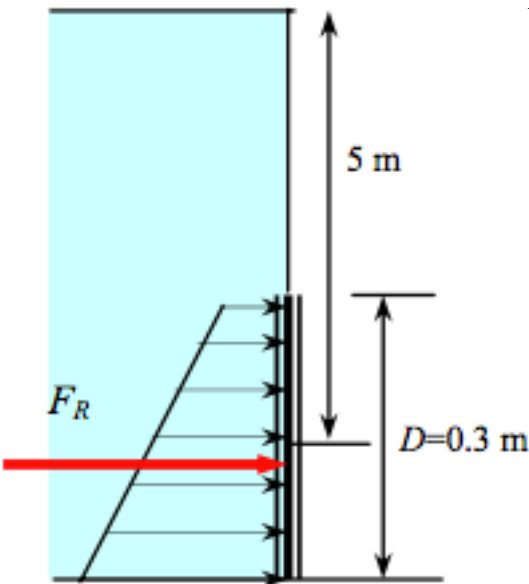
Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 4

Un cuarto en el nivel inferior de un barco para cruceros tiene una ventana circular de 30 cm de diámetro. Si el punto medio de la ventana está 5 m debajo de la superficie del agua, determine la fuerza hidrostática que actúa sobre la ventana y el centro de presión. Tome la gravedad específica del agua de mar como 1.025

La línea de acción de la fuerza pasa a través del centro de presión, cuya distancia vertical desde la superficie esta determinada por

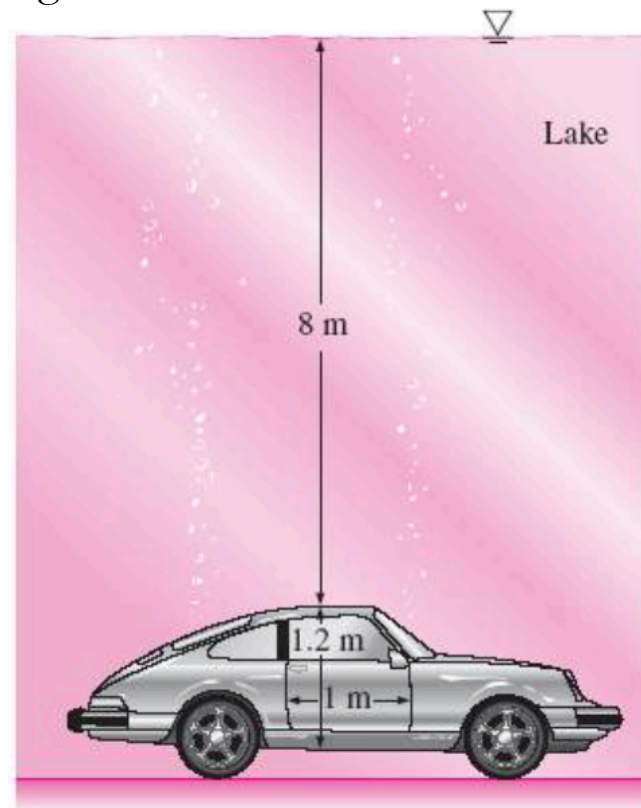
$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,C}}{y_C A} = y_C + \frac{\pi R^4 / 4}{y_C \pi R^2} = y_C + \frac{R^2}{4y_C} = 5 + \frac{(0.15 \text{ m})^2}{4(5 \text{ m})} = 5.0011 \text{ m} \cong \mathbf{5.00 \text{ m}}$$



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 5

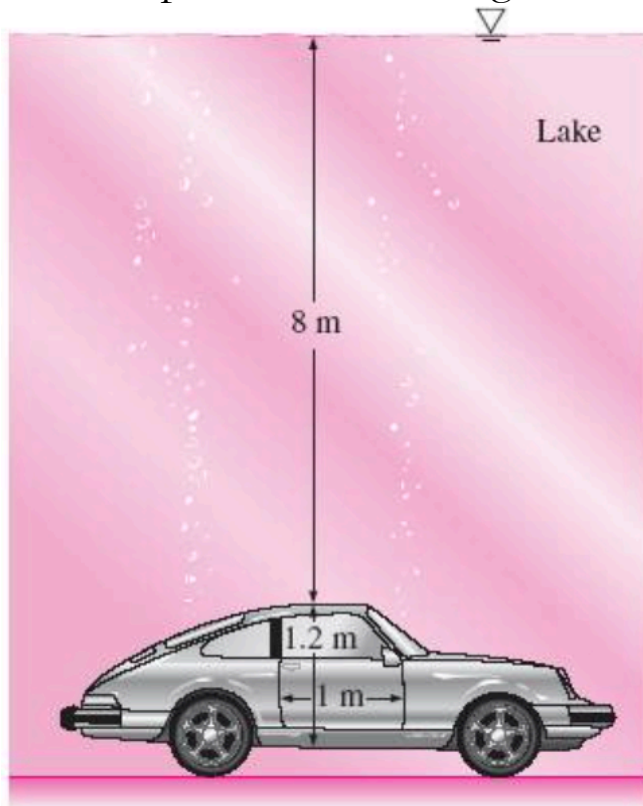
Un auto se sumergió a un lago por accidente y quedo sobre sus ruedas. Determine la fuerza hidrostática sobre la puerta y la ubicación del centro de presión si la puerta tiene una altura de 1.2 m y un ancho de 1 m, y el borde superior de la misma esta 8 m abajo de la superficie libre del agua



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 5

Un auto se sumergió a un lago por accidente y quedo sobre sus ruedas. Determine la fuerza hidrostática sobre la puerta y la ubicación del centro de presión si la puerta tiene una altura de 1.2 m y un ancho de 1 m, y el borde superior de la misma esta 8 m abajo de la superficie libre del agua



La presión promedio sobre la puerta es el valor de la presión en el centroide de la puerta y se determina así

$$\begin{aligned} P_{ave} &= P_C = \rho g h_C = \rho g (s + b/2) \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(8 + 1.2/2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= \mathbf{84.4 \text{ kN/m}^2} \end{aligned}$$

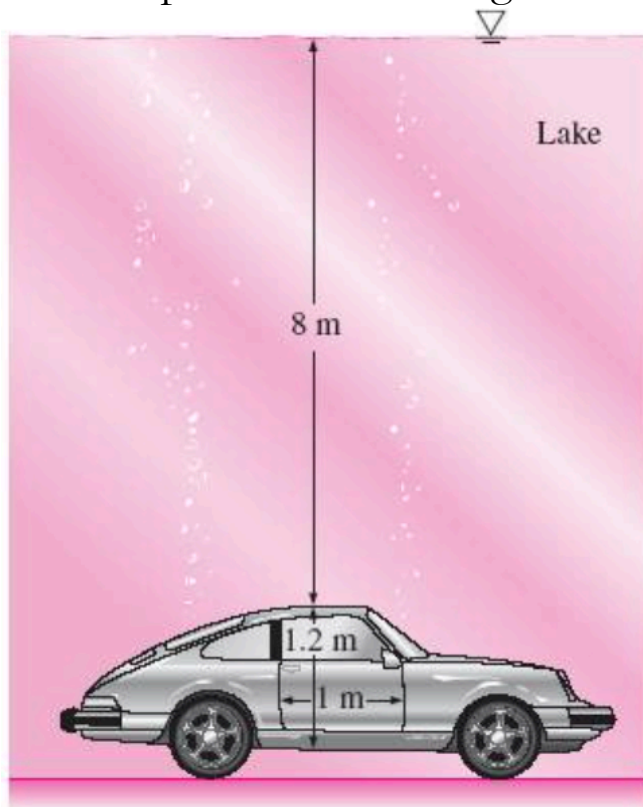
Entonces la fuerza resultante sobre la puerta queda

$$F_R = P_{ave} A = (84.4 \text{ kN/m}^2)(1 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}) = \mathbf{101.3 \text{ kN}}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 5

Un auto se sumergió a un lago por accidente y quedo sobre sus ruedas. Determine la fuerza hidrostática sobre la puerta y la ubicación del centro de presión si la puerta tiene una altura de 1.2 m y un ancho de 1 m, y el borde superior de la misma esta 8 m abajo de la superficie libre del agua



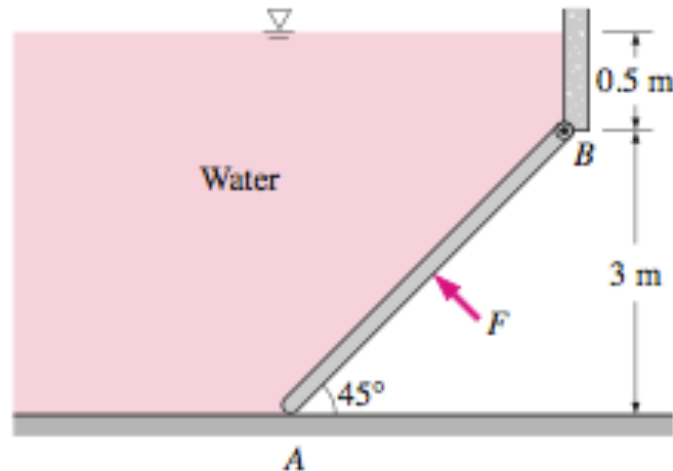
El centroide de presión esta directamente abajo del punto medio del lago, y su distancia a la superficie del lago se determina de la siguiente manera

$$y_p = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 8 + \frac{1.2}{2} + \frac{1.2^2}{12(8 + 1.2/2)} = \mathbf{8.61\ m}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 6

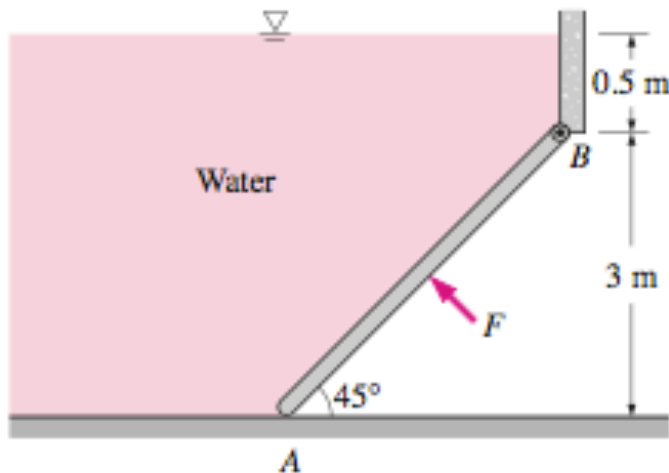
Una compuerta rectangular de 200 kg y 5 m de ancho, que se articula en B y se apoya contra el piso en A, formando un ángulo de 45° con la horizontal. La compuerta se va a abrir por su borde inferior por medio de la aplicación de una fuerza normal en su centroide. Determine la fuerza mínima para abrir la compuerta



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 6

Una compuerta rectangular de 200 kg y 5 m de ancho, que se articula en B y se apoya contra el piso en A, formando un ángulo de 45° con la horizontal. La compuerta se va a abrir por su borde inferior por medio de la aplicación de una fuerza normal en su centroide. Determine la fuerza mínima para abrir la compuerta



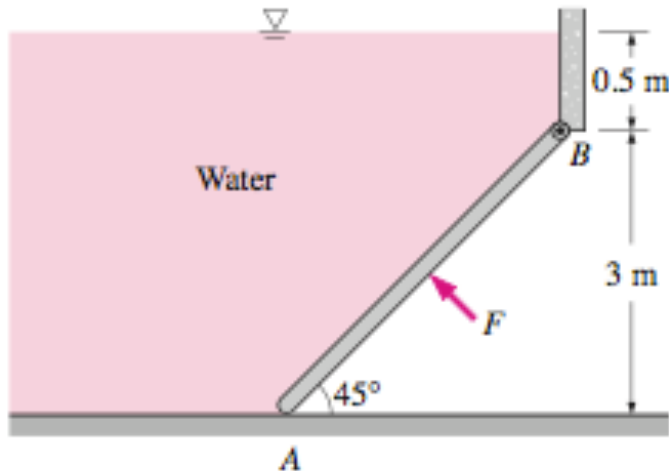
La longitud de la compuerta y la distancia desde el punto B hasta la superficie libre a lo largo de plano de la compuerta

$$b = \frac{3 \text{ m}}{\sin 45^\circ} = 4.243 \text{ m} \quad \text{and} \quad s = \frac{0.5 \text{ m}}{\sin 45^\circ} = 0.7071 \text{ m}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 6

Una compuerta rectangular de 200 kg y 5 m de ancho, que se articula en B y se apoya contra el piso en A, formando un ángulo de 45° con la horizontal. La compuerta se va a abrir por su borde inferior por medio de la aplicación de una fuerza normal en su centroide. Determine la fuerza mínima para abrir la compuerta



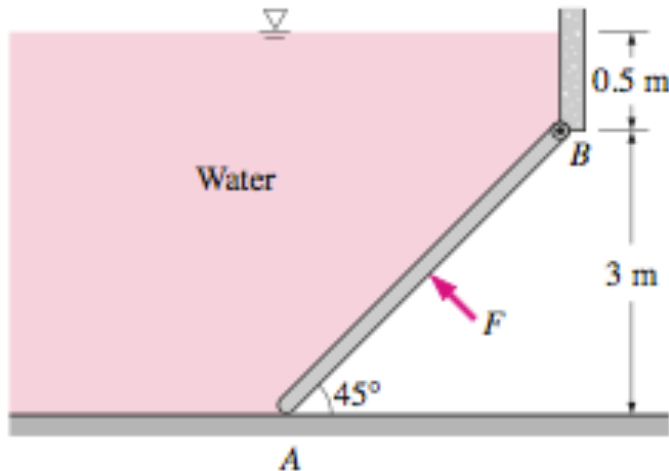
La presión promedio en la superficie es la presión en el centroide de la superficie, y si multiplicamos por el área de la placa da la fuerza hidrostática resultante en la superficie.

$$\begin{aligned} F_R &= P_{avg} A = \rho g h_C A \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m})(5 \times 4.243 \text{ m}^2) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 416 \text{ kN} \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 6

Una compuerta rectangular de 200 kg y 5 m de ancho, que se articula en B y se apoya contra el piso en A, formando un ángulo de 45° con la horizontal. La compuerta se va a abrir por su borde inferior por medio de la aplicación de una fuerza normal en su centroide. Determine la fuerza mínima para abrir la compuerta



La distancia a en centro de presión desde la superficie libre a lo largo del plano de la compuerta es:

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 0.7071 + \frac{4.243}{2} + \frac{4.243^2}{12(0.7071 + 4.243/2)} = 3.359 \text{ m}$$

La distancia del centro de presión desde la bisagra en el punto B es

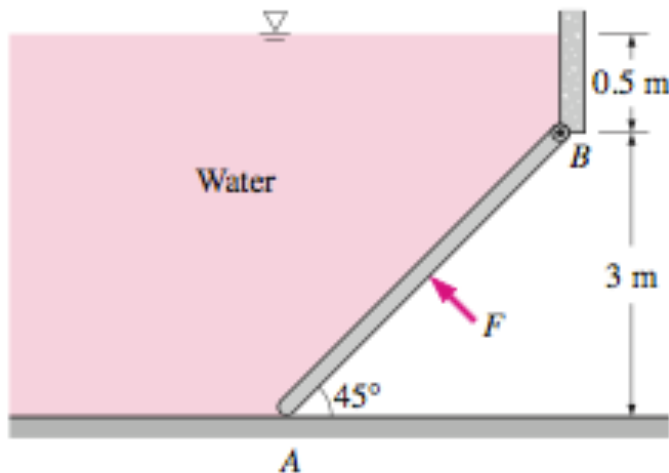
$$L_P = y_P - s = 3.359 - 0.7071 = 2.652 \text{ m}$$

La fuerza debido al peso de la compuerta es despreciable en comparación a la fuerza hidrostática

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 6

Una compuerta rectangular de 200 kg y 5 m de ancho, que se articula en B y se apoya contra el piso en A, formando un ángulo de 45° con la horizontal. La compuerta se va a abrir por su borde inferior por medio de la aplicación de una fuerza normal en su centroide. Determine la fuerza mínima para abrir la compuerta



Tomando momentos con respecto a B e igualando a 0 obtenemos

$$\sum M_B = 0 \rightarrow F_R L_P = Fb/2$$

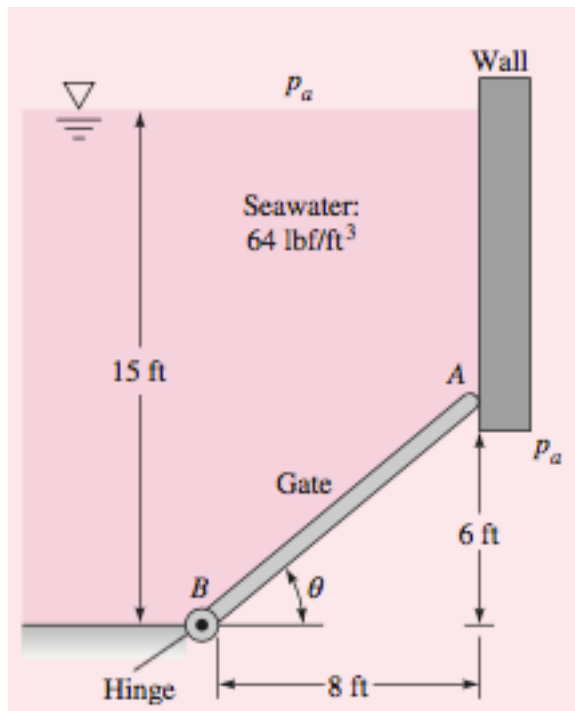
Remplazando valores obtenemos

$$F = \frac{2F_R L_P}{b} = \frac{2(416 \text{ kN})(2.652 \text{ m})}{4.243 \text{ m}} = \mathbf{520 \text{ kN}}$$

Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 7

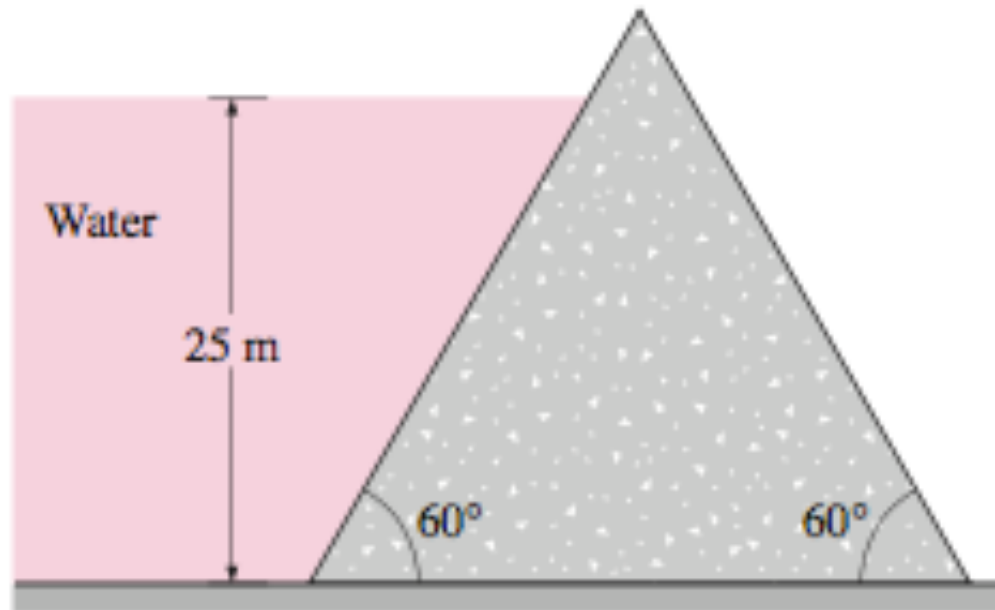
La puerta de la figura tiene 5 pies de ancho, está articulada en el punto B y descansa contra una pared lisa en el punto A. Calcule (a) la fuerza en la puerta debido a la presión del agua de mar, (b) la fuerza horizontal P ejercida por la pared en el punto A, y (c) las reacciones en la bisagra B.



Fuerzas sobre superficies planas

Ejemplo 8

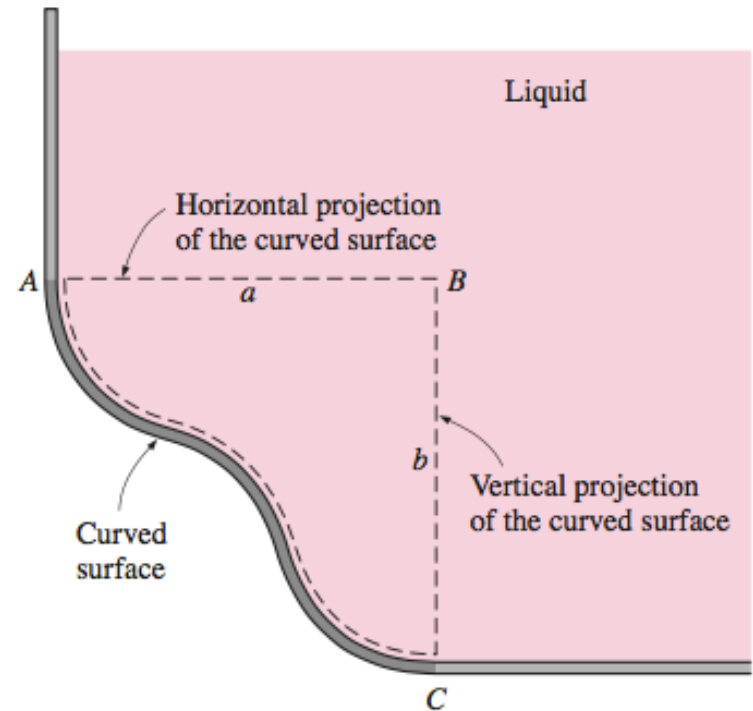
El agua en un deposito de 25 m de profundidad se mantiene en el interior por medio de un muro de 150 m de ancho cuya sección transversal es un triángulo equilátero, como se muestra en la figura. Determine la fuerza total (hidrostática más atmosférica) que actúa sobre la superficie interior del muro y su línea de acción.



Fuerzas sobre superficies curvas

La manera más fácil de determinar la fuerza hidrostática resultante F_r que actúa sobre una superficie curva bidimensional es determinar las componentes horizontal y vertical F_h y F_v por separado.

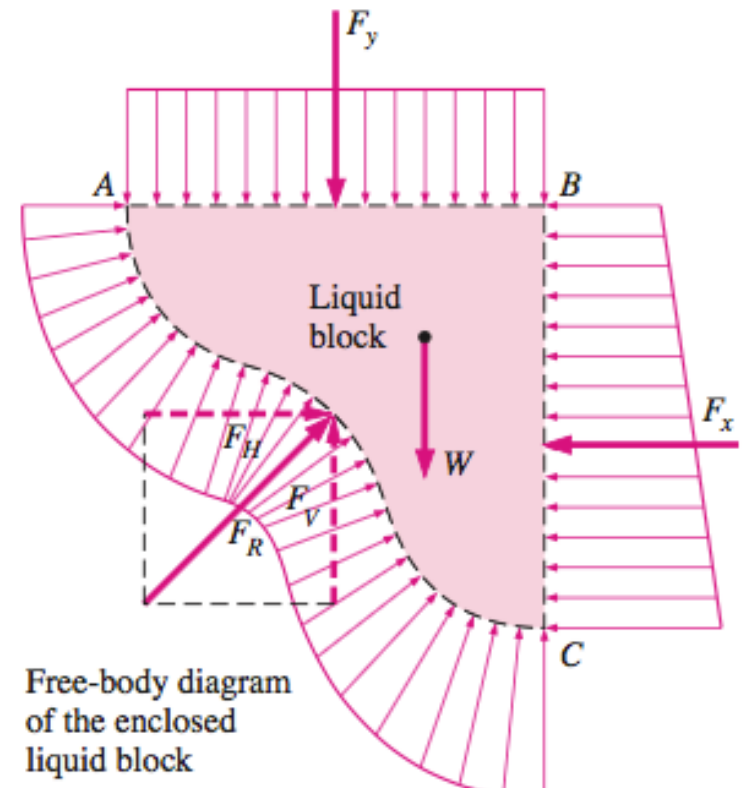
1. La componente horizontal de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la **proyección vertical de esa superficie curva**.
2. La componente vertical de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la **proyección horizontal de esa superficie curva**, más(menos si actúa en dirección opuesta) el peso del bloque de fluido



Fuerzas sobre superficies curvas

La manera más fácil de determinar la fuerza hidrostática resultante F_R que actúa sobre una superficie curva bidimensional es determinar las componentes horizontal y vertical F_H y F_V por separado.

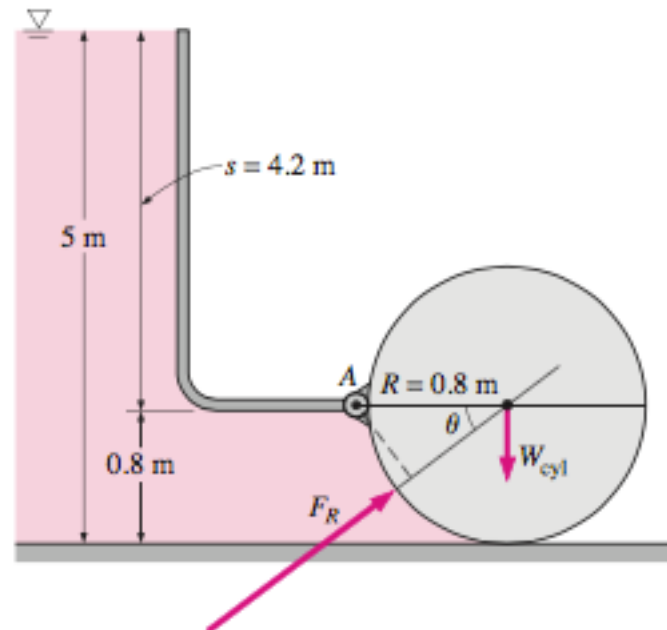
1. La componente horizontal de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección vertical de esa superficie curva.
2. La componente vertical de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección horizontal de esa superficie curva, más(menos si actúa en dirección opuesta) el peso del bloque de fluido



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 1

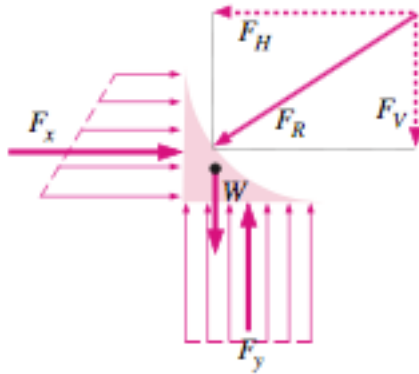
Un cilindro sólido de radio 0.8 m, articulado en el punto A se emplea como una compuerta automática, como se muestra en la figura. Cuando el nivel del agua llega a 5 m, la compuerta se abre girando en torno a la articulación en el punto A. Determine a) la fuerza hidrostática resultante que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre, y b) el peso del cilindro por m de longitud del mismo



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 1

Un cilindro sólido de radio 0.8 m, articulado en el punto A se emplea como una compuerta automática, como se muestra en la figura. Cuando el nivel del agua llega a 5 m, la compuerta se abre girando en torno a la articulación en el punto A. Determine a) la fuerza hidrostática resultante que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre, y b) el peso del cilindro por m de longitud del mismo



Se considera el diagrama de cuerpo libre del bloque de líquido encerrado por la superficie circular del cilindro y sus proyecciones vertical y horizontal.

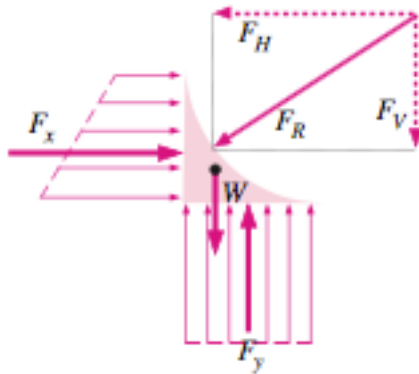
La fuerza hidrostática horizontal que actúa sobre la superficie vertical esta dada por:

$$\begin{aligned}
 F_H &= F_x = P_{\text{ave}} A = \rho g h_C A = \rho g (s + R/2) A \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(4.2 + 0.8/2 \text{ m})(0.8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= \mathbf{36.1 \text{ kN}}
 \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 1

Un cilindro sólido de radio 0.8 m, articulado en el punto A se emplea como una compuerta automática, como se muestra en la figura. Cuando el nivel del agua llega a 5 m, la compuerta se abre girando en torno a la articulación en el punto A. Determine a) la fuerza hidrostática resultante que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre, y b) el peso del cilindro por m de longitud del mismo



La fuerza hidrostática vertical que actúa sobre la superficie horizontal esta dada por:

$$\begin{aligned}
 F_y &= P_{ave} A = \rho g h_c A = \rho g h_{bottom} A \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m})(0.8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 39.2 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Peso del bloque de fluido por m de longitud (hacia abajo)

$$\begin{aligned}
 W &= mg = \rho g V = \rho g (R^2 - \pi R^2/4)(1 \text{ m}) \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.8 \text{ m})^2(1 - \pi/4)(1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 1.3 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 1

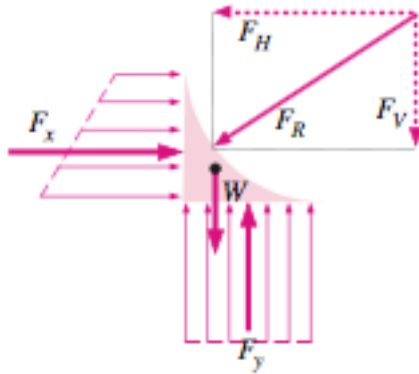
Un cilindro sólido de radio 0.8 m, articulado en el punto A se emplea como una compuerta automática, como se muestra en la figura. Cuando el nivel del agua llega a 5 m, la compuerta se abre girando en torno a la articulación en el punto A. Determine a) la fuerza hidrostática resultante que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre, y b) el peso del cilindro por m de longitud del mismo

Por lo tanto, la fuerza vertical neta hacia arriba es:

$$F_V = F_y - W = 39.2 - 1.3 = 37.9 \text{ kN}$$

Entonces, la magnitud y dirección de la fuerza hidrostática que actúa sobre la superficie cilíndrica queda:

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{36.1^2 + 37.9^2} = 52.3 \text{ kN}$$
$$\tan \theta = F_V / F_H = 37.9 / 36.1 = 1.05 \rightarrow \theta = 46.4^\circ$$

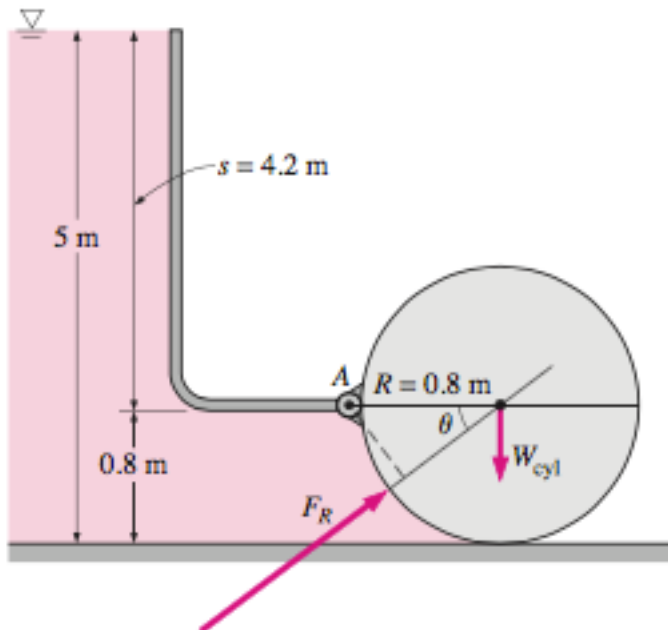


La línea de acción pasa por el centro del cilindro y forma un ángulo de 46.4° con la horizontal

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 1

Un cilindro sólido de radio 0.8 m, articulado en el punto A se emplea como una compuerta automática, como se muestra en la figura. Cuando el nivel del agua llega a 5 m, la compuerta se abre girando en torno a la articulación en el punto A. Determine a) la fuerza hidrostática resultante que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre, y b) el peso del cilindro por m de longitud del mismo



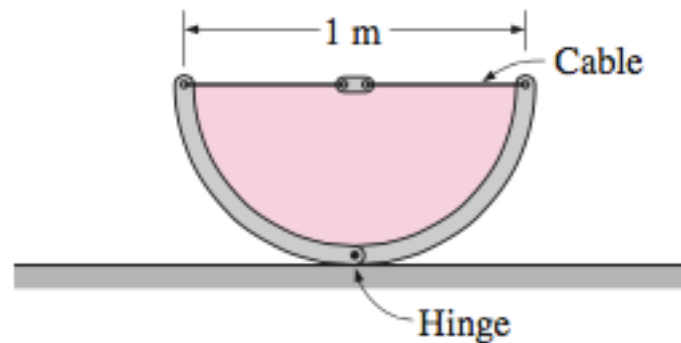
Cuando el nivel del agua tiene 5 m de altura, la compuerta esta a punto de abrirse y la fuerza de reacción entre el cilindro y el piso es cero. Entonces, las fuerzas que presentes son el peso que actúa en el centro del cilindro y la fuerza hidrostática del agua. Toman momentos con respecto al punto A y igualando a 0 se obtiene:

$$F_R R \sin \theta - W_{\text{cyl}} R = 0 \rightarrow W_{\text{cyl}} = F_R \sin \theta = (52.3 \text{ kN}) \sin 46.4^\circ = \mathbf{37.9 \text{ kN}}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 2

Una artesa de agua de sección transversal semicircular y con un radio de 5m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo, como se muestra en la siguiente figura. Las dos partes se mantienen juntas por medio de cables y tensores roscados cada 3 metros a lo largo de la longitud de la artesa. Calcule la tensión de cada cable cuando la artesa esta llena hasta el borde



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 2

Una artesa de agua de sección transversal semicircular y con un radio de 5m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo, como se muestra en la siguiente figura. Las dos partes se mantienen juntas por medio de cables y tensores roscados cada 3 metros a lo largo de la longitud de la artesa. Calcule la tensión de cada cable cuando la artesa esta llena hasta el borde

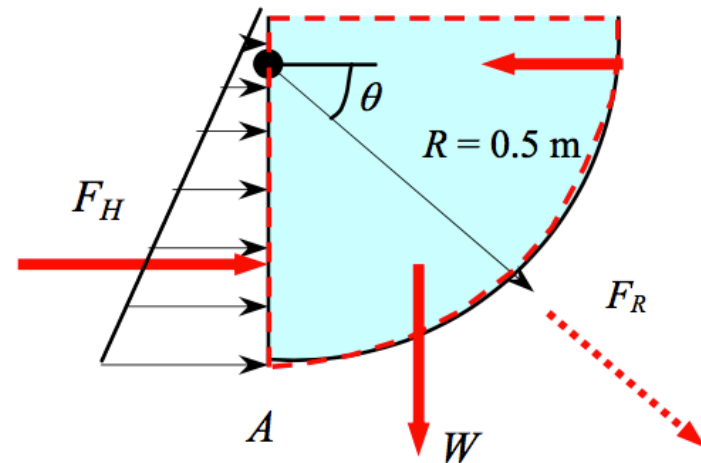
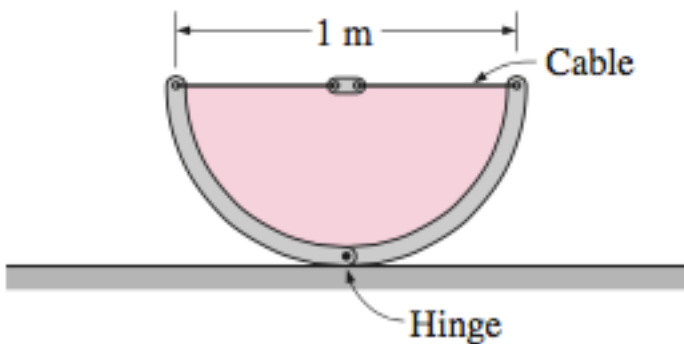


Diagrama de cuerpo libre del bloque de líquido encerrado por la superficie circular del cilindro y sus proyecciones vertical y horizontal

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 2

Una artesa de agua de sección transversal semicircular y con un radio de 5m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo, como se muestra en la siguiente figura. Las dos partes se mantienen juntas por medio de cables y tensores roscados cada 3 metros a lo largo de la longitud de la artesa. Calcule la tensión de cada cable cuando la artesa esta llena hasta el borde

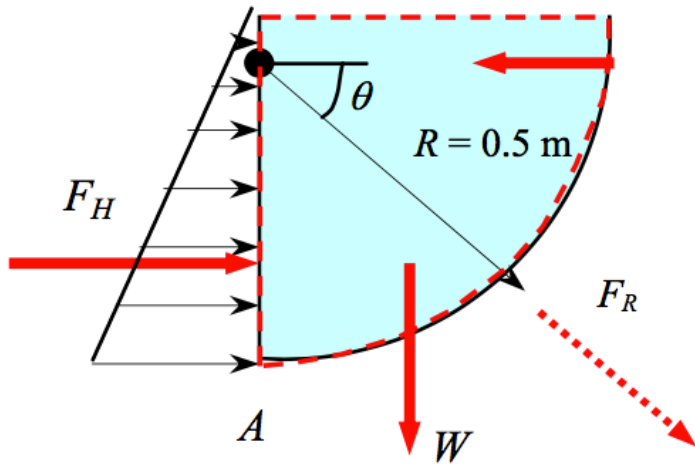


Diagrama de cuerpo libre del
bloque de líquido

Fuerza horizontal sobre superficie vertical

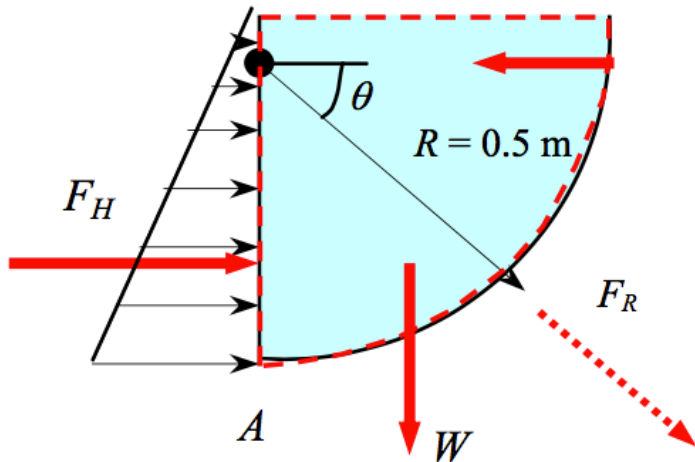
$$\begin{aligned}
 F_H &= F_x = P_{\text{avg}} A = \rho g h_c A = \rho g (R/2) A \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.5/2 \text{ m})(0.5 \text{ m} \times 3 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 3679 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Fuerza vertical sobre superficie horizontal es 0,
porque la superficie horizontal coincide con la
superficie libre

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 2

Una artesa de agua de sección transversal semicircular y con un radio de 5m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo, como se muestra en la siguiente figura. Las dos partes se mantienen juntas por medio de cables y tensores roscados cada 3 metros a lo largo de la longitud de la artesa. Calcule la tensión de cada cable cuando la artesa esta llena hasta el borde



El peso del bloque de fluido por 3-m de longitud (hacia abajo) es

$$\begin{aligned}
 F_V = W &= \rho g V = \rho g [w \times \pi R^2 / 4] \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)[(3 \text{ m})\pi(0.5 \text{ m})^2 / 4] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
 &= 5779 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Diagrama de cuerpo libre del
bloque de líquido

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 2

Una artesa de agua de sección transversal semicircular y con un radio de 5m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo, como se muestra en la siguiente figura. Las dos partes se mantienen juntas por medio de cables y tensores roscados cada 3 metros a lo largo de la longitud de la artesa. Calcule la tensión de cada cable cuando la artesa esta llena hasta el borde

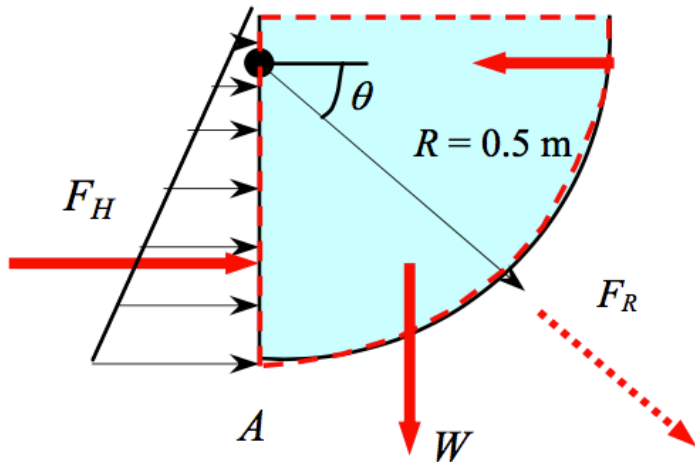


Diagrama de cuerpo libre del bloque de líquido

La magnitud y dirección de la fuerza hidrostática que actúa sobre la superficie cilíndrica es

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(3679 \text{ N})^2 + (5779 \text{ N})^2} = 6851 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{F_V}{F_H} = \frac{5779 \text{ N}}{3679 \text{ N}} = 1.571 \rightarrow \theta = 57.5^\circ$$

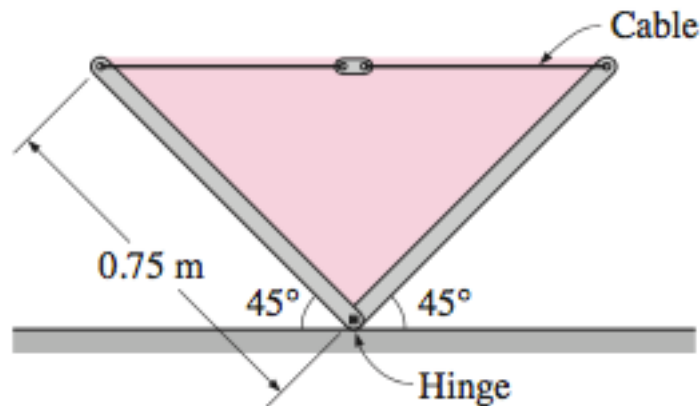
Tomando momentos con respecto al punto A

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_R R \sin(90 - 57.5)^\circ = TR$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 3

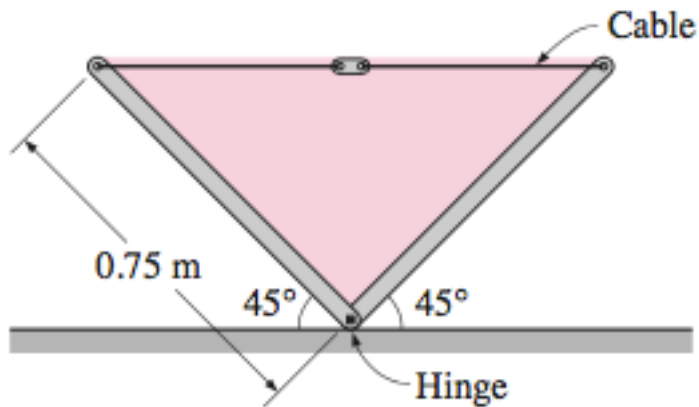
Los dos costados de una artesa de agua con forma de V están articulados entre si en el fondo, en donde se encuentran, como se muestra en la siguiente figura, formando ambos costados un ángulo de 45° respecto del suelo. Cada costado mide 0.75 m de ancho y las dos partes se mantienen juntas mediante cables y tensores colocados cada 6 m a lo largo de la longitud de la artesa.



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 3

Los dos costados de una artesa de agua con forma de V están articulados entre sí en el fondo, en donde se encuentran, como se muestra en la siguiente figura, formando ambos costados un ángulo de 45° respecto del suelo. Cada costado mide 0.75 m de ancho y las dos partes se mantienen juntas mediante cables y tensores colocados cada 6 m a lo largo de la longitud de la artesa.



Para exponer la tensión del cable, consideramos la mitad del canal cuya sección transversal es triangular. La altura del agua h en la sección media del canal y el ancho b de la superficie libre son

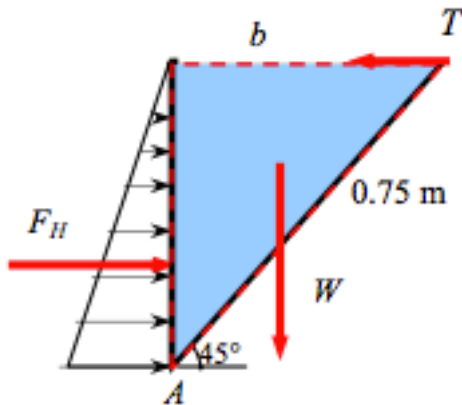
$$h = L \sin \theta = (0.75 \text{ m}) \sin 45^\circ = 0.530 \text{ m}$$

$$b = L \cos \theta = (0.75 \text{ m}) \cos 45^\circ = 0.530 \text{ m}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 3

Los dos costados de una artesa de agua con forma de V están articulados entre sí en el fondo, en donde se encuentran, como se muestra en la siguiente figura, formando ambos costados un ángulo de 45° respecto del suelo. Cada costado mide 0.75 m de ancho y las dos partes se mantienen juntas mediante cables y tensores colocados cada 6 m a lo largo de la longitud de la artesa.



Las fuerzas hidrostáticas actuando en las superficies planas horizontales y verticales así como el peso de la columna de líquido se determinan como sigue

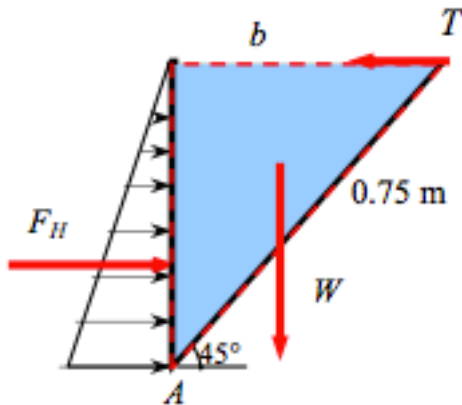
La fuerza horizontal en la superficie vertical

$$\begin{aligned}
 F_H &= F_x = P_{\text{avg}} A = \rho g h_c A = \rho g (h/2) A \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (0.530/2 \text{ m}) (0.530 \text{ m} \times 6 \text{ m}) \\
 &= 8267 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 3

Los dos costados de una artesa de agua con forma de V están articulados entre sí en el fondo, en donde se encuentran, como se muestra en la siguiente figura, formando ambos costados un ángulo de 45° respecto del suelo. Cada costado mide 0.75 m de ancho y las dos partes se mantienen juntas mediante cables y tensores colocados cada 6 m a lo largo de la longitud de la artesa.



La fuerza vertical en la superficie horizontal es cero debido a que esta coincide con la superficie libre del agua.

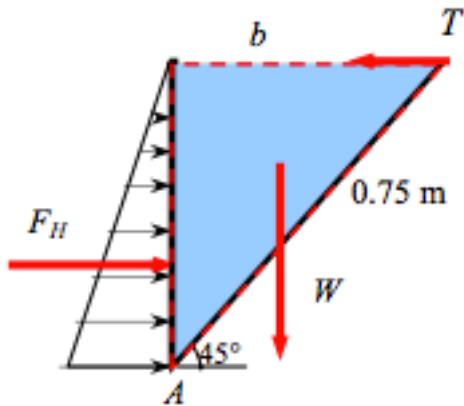
El peso de líquido por 6-m de longitud es:

$$\begin{aligned}
 F_V = W &= \rho g V = \rho g [w \times b h / 2] \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)[(6 \text{ m})(0.530 \text{ m})(0.530 \text{ m})/2] \\
 &= 8267 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 3

Los dos costados de una artesa de agua con forma de V están articulados entre si en el fondo, en donde se encuentran, como se muestra en la siguiente figura, formando ambos costados un ángulo de 45° respecto del suelo. Cada costado mide 0.75 m de ancho y las dos partes se mantienen juntas mediante cables y tensores colocados cada 6 m a lo largo de la longitud de la artesa.

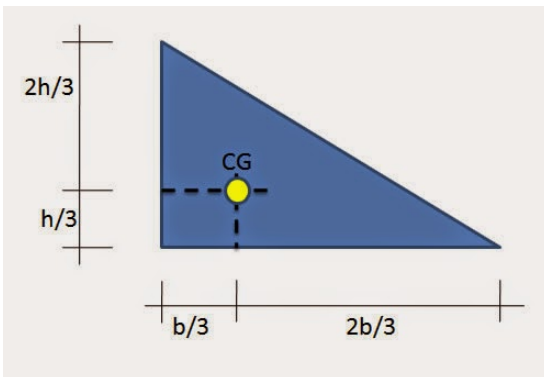


Tomando el momento sobre el punto A donde las dos partes están articuladas y igualarlo a cero da:

$$\sum M_A = 0 \quad \rightarrow \quad W \frac{b}{3} + F_H \frac{h}{3} = Th$$

Remplazando valores obtenemos

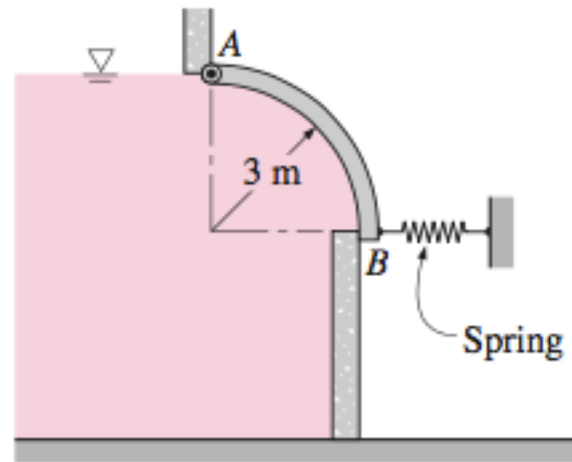
$$T = \frac{F_H + W}{3} = \frac{(8267 + 8267) \text{ N}}{3} = 5511 \text{ N}$$



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

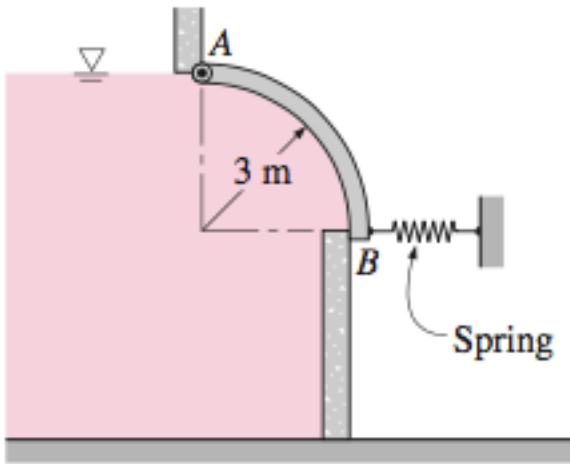
Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



Supuestos:

1. La bisagra no tiene fricción.
2. La presión atmosférica actúa a ambos lados de la puerta y, por lo tanto, puede ignorarse en los cálculos por conveniencia.
3. El peso de la puerta es insignificante.

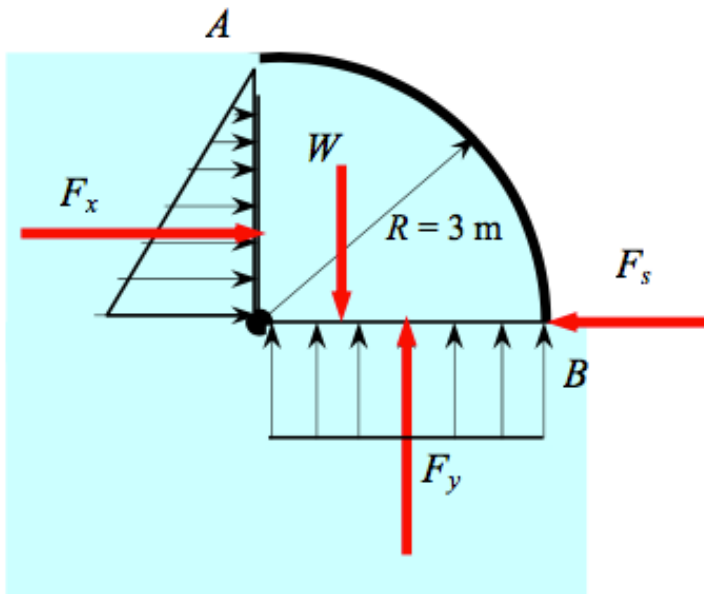
Propiedades: Consideramos que la densidad del agua es de $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$

Consideremos el diagrama de cuerpo libre del bloque de agua encerrado por la superficie curva y sus proyecciones horizontal y vertical

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



Las fuerzas hidrostáticas actuando en las superficies planas horizontales y verticales así como el peso de la columna de líquido se determinan como sigue

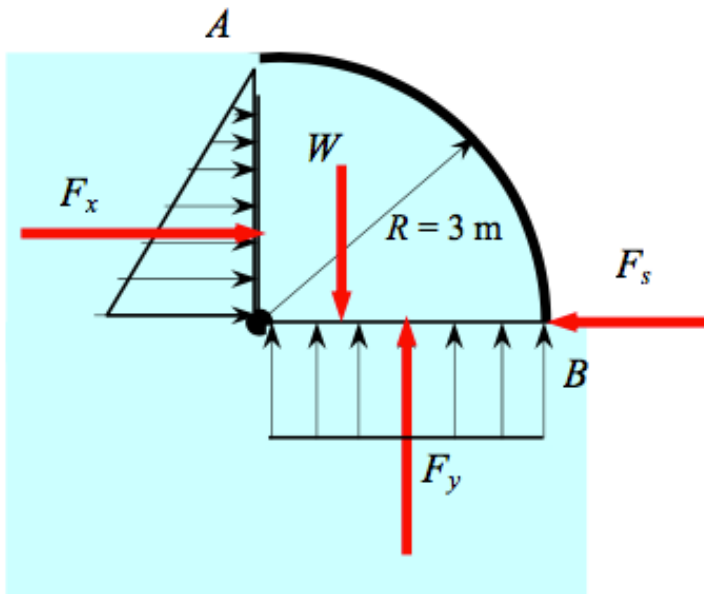
La fuerza horizontal en la superficie vertical

$$\begin{aligned}
 F_H = F_x &= P_{ave} A = \rho g h_C A = \rho g (R/2) A \\
 &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(3/2 \text{ m})(4 \text{ m} \times 3 \text{ m}) \\
 &= 176.6 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



La fuerza vertical en la superficie horizontal (hacia arriba)

$$F_y = P_{\text{avg}} A = \rho g h_c A = \rho g h_{\text{bottom}} A$$

$$= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(3 \text{ m})(4 \text{ m} \times 3 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 353.2 \text{ kN}$$

El peso del fluido por 4-m de longitud (hacia abajo)

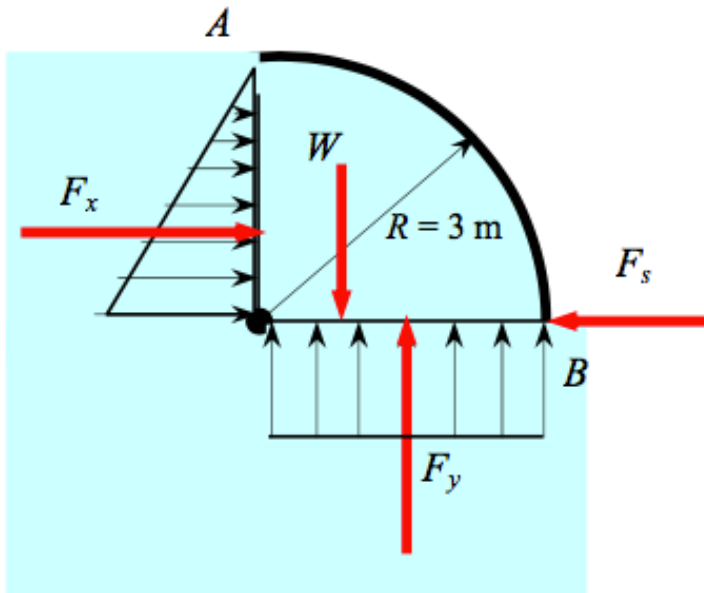
$$W = \rho g V = \rho g \left[w \times \pi R^2 / 4 \right]$$

$$= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) \left[(4 \text{ m}) \pi (3 \text{ m})^2 / 4 \right] \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 277.4 \text{ kN}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



Por tanto, la fuerza vertical resultante es:

$$F_V = F_y - W = 353.2 - 277.4 = 75.8 \text{ kN}$$

A continuación, la magnitud y la dirección de la fuerza hidrostática que actúa sobre la superficie circular de la compuerta se calculan como sigue

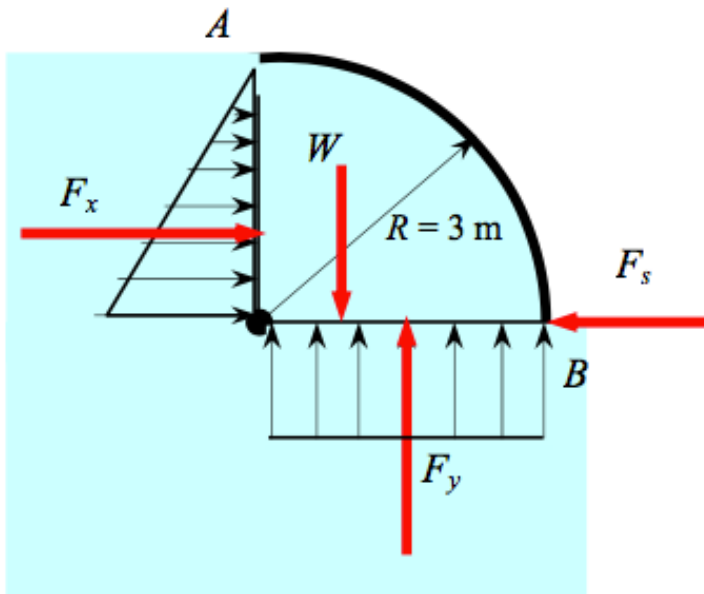
$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(176.6 \text{ kN})^2 + (75.8 \text{ kN})^2} = 192.2 \text{ kN}$$

$$\tan \theta = \frac{F_V}{F_H} = \frac{75.8 \text{ kN}}{176.6 \text{ kN}} = 0.429 \rightarrow \theta = 23.2^\circ$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 4

Una compuerta de 4 m de largo con forma de un cuarto de círculo de radio 3 m y de peso despreciable esta articulada alrededor de su borde superior A, como se muestra en la figura. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde esta comprimida por un resorte. Determine la fuerza mínima necesaria del resorte para mantener cerrada la compuerta cuando el nivel del agua se eleva hasta A en el borde superior de la compuerta



Tomado momentos con respecto a A e igualando a cero obtenemos la fuerza en el resorte

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_R R \sin(90 - \theta) - F_{\text{spring}} R = 0$$

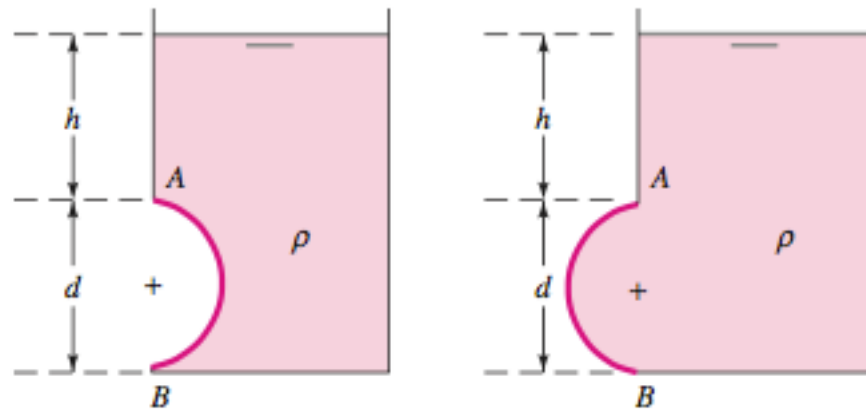
Remplazando valores obtenemos

$$F_{\text{spring}} = F_R \sin(90 - \theta) = (192.2\text{ kN}) \sin(90^\circ - 23.2^\circ) = 177\text{ kN}$$

Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 5

Encuentre una fórmula analítica para las fuerzas verticales y horizontales en cada uno de los paneles semicirculares AB en la figura P2.94. El ancho es b . ¿Qué fuerza es más grande? ¿Por qué?



Fuerzas sobre superficies curvas

Ejemplo 6

El panel AB en la figura es una parábola con su máximo en el punto A. Tiene 150 cm de ancho. Desprecie la presión atmosférica. Encuentre (a) la fuerza vertical y (b) las fuerzas de agua horizontales en el panel.

