Universidad de Concepción

Código: 542330, S2-2025

Fenómenos de Transporte

Informe ABP

Estudiantes: Erick Raasch, Terence O'Mahonny, Benjamín Junemann

Profesor: Christian Hernández

Ayudante: Deyanira Carrillo

1. Introducción

A lo largo de los últimos años la exploración espacial y la identificación de objetos astronómicos cercanos a la Tierra han representado un campo de vital importancia, no solo para la ciencia, sino también para la evaluación de riesgos planetarios. A raíz de esto no es de extrañar hacerse la siguiente pregunta, ¿hasta qué punto un cuerpo celeste caliente, como una estrella enana fugaz o un hipotético objeto de origen artificial, podría acercarse a nuestro planeta sin desestabilizar su clima? En este informe se propone cuantificar precisamente ese riesgo térmico, donde analizamos el impacto que tendría un cuerpo negro externo de radio r_s y temperatura T_p al acercarse a la Tierra, con el objetivo principal de determinar la distancia mínima de seguridad R a la que dicho objeto podría situarse sin que el equilibrio radiativo terrestre se vea alterado más allá de un incremento de temperatura superficial tolerable ΔT. Para lograr este objetivo utilizaremos nuestros conocimientos sobre la termodinámica, teniendo como base principal la **Ley de Stefan-Boltzmann**, integrando el efecto del albedo planetario y partiendo de la premisa de un sistema en equilibrio térmico gobernado exclusivamente por intercambios radiativos. Cabe recalcar que los resultados de este modelo no solo tienen un interés teórico, sino que también pueden servir como base para protocolos de evaluación ante escenarios astrofísicos extremos o para el diseño de criterios de seguridad en futuras operaciones de ingeniería espacial a gran escala.

2. Planteamiento del Problema

Problema

Considere un cuerpo negro esférico de radio r_s que se encuentra a una temperatura superficial constante T_p. Este cuerpo se sitúa a una distancia R de la Tierra. Asumiendo que el sistema se encuentra en equilibrio radiativo, determine la expresión para la distancia mínima R necesaria para asegurar que la temperatura promedio de la superficie terrestre no experimente un incremento superior a ΔT respecto a su valor actual

3. Marco Teórico y Conceptos Previos

Para el desarrollo del modelo de equilibrio térmico, es fundamental definir los principios físicos que gobiernan la transferencia de calor por radiación y las propiedades geométricas del sistema.

3.1. Radiación de Cuerpo Negro

Un cuerpo negro se define como un emisor y absorbedor ideal de radiación electromagnética. Se asume que absorbe toda la radiación incidente sin reflejar nada y emite energía con la máxima eficiencia posible para una temperatura dada.

3.2. Ley de Stefan-Boltzmann

Esta ley establece que:

$$E = \sigma T^4$$

Donde:

- E: Potencia emitida por unidad de área $[W/m^2]$.
- σ: Constante de Stefan-Boltzmann, cuyo valor es aproximadamente $5{,}67 \times 10^{-8}$ $\left[\frac{W}{m^2K^4}\right]$.
- T: Temperatura absoluta de la superficie $[K]$.

3.3. Ley del Inverso del Cuadrado e Irradiancia

Plantea que a medida que la radiación se aleja de la fuente, la energía se distribuye sobre un área mayor. Por lo tanto, el flujo de energía recibido por un objeto disminuye proporcionalmente al cuadrado de la distancia R que lo separa de la fuente.

3.4. Albedo Planetario (α)

No toda la radiación que llega a un planeta es absorbida y convertida en calor. El albedo (α) es la fracción de la radiación incidente que es reflejada de vuelta al espacio sin ser absorbida.

3.5. Equilibrio Radiativo

Un sistema alcanza el equilibrio radiativo cuando la tasa de energía térmica que absorbe es exactamente igual a la tasa de energía térmica que emite.

$$Q_{\text{absorbido}} = Q_{\text{emitido}}$$

4. Resolucion del Problema

Partiremos bajo la premisa de que la Tierra ya esta en equilibrio, es decir que la energia que absorbe del sol es igual a la que emite al espacio, esto es

$$Q_{sol} = Q_{emitido}$$

Ahora bien, por la ley de Stefan-Boltzmann tenemos que la energia emitida por unidad de área es

$$\sigma T_e^4$$

donde T_e es la temperatura de la tierra, ademas el área superficial de la tierra viene dada por

$$A_T = 4\pi R_T^2$$

con R_T siendo el radio de la tierra, por lo tanto

$$Q_{sol} = 4\pi R_T^2 \sigma T_e^4$$

Ahora, al incluir un tercer cuerpo a la ecuación con radio r_s y una temperatura superficial T_p llegamos a que

$$Q_{sol} + Q_{\text{cuerpo negro}} = Q_{\text{emitido nuevo}}$$

$$4\pi R_T^2 \sigma T_e^4 + Q_{\text{cuerpo negro}} = 4\pi R_T^2 \sigma (T_e + \Delta T)^4$$

$$\Rightarrow Q_{\text{cuerpo negro}} = 4\pi R_T^2 \sigma ((T_e + \Delta T)^4 - T_e^4) \tag{1}$$

Notamos que las ecuaciones anteriores no involucran una variable importante del problema, siendo el como varia el calor recibido en base a la distancia de este cuerpo a la tierra, para ello, calcularemos $Q_{\text{cuerpo negro}}$ tomando en consideración lo anterior, dándonos el siguiente resultado

$$Q_{\text{cuerpo negro}} = (1-\alpha)\cdot(\pi R_T^2)\cdot(\sigma T_p^4)\cdot\left(\frac{r_s}{R}\right)^2 \tag{2}$$

con las siguientes consideraciones:

- $\boldsymbol{1-\alpha}$: Representa el porcentaje de absorcion de energia que tiene la tierra, es decir $\alpha \in [0,1]$ es un factor que mide que tanto refleja la tierra la energia que recibe.
- $\boldsymbol{\pi R_t^2}$: Representa el area de una seccion transversal de la tierra que recibira la energia emitida.
- $\boldsymbol{\sigma T_p^4}$: Representa la energia que irradia el cuerpo negro.
- $\boldsymbol{\left(\frac{r_s}{R}\right)^2}$: Es la irradiacion, lo cual es una medida de que tanta de la energia irradiada efectivamente llega a una distancia R desde la superficie de este cuerpo negro.

Luego igualamos las ecuaciones (1) y (2) obteniendo:

$$(1-\alpha)\cdot(\pi R_T^2)\cdot(\sigma T_p^4)\cdot\left(\frac{r_s}{R}\right)^2 = 4\pi R_T^2\sigma((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_s}{R}\right)^2 = \frac{4\pi R_T^2\sigma((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}{(1-\alpha)\cdot(\pi R_T^2)\cdot(\sigma T_p^4)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_s}{R}\right)^2 = \frac{4((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}{(1-\alpha)T_p^4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R}{r_s}\right) = \sqrt{\frac{(1-\alpha)T_p^4}{4((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}}$$

$$\Rightarrow R = r_s\cdot\sqrt{\frac{(1-\alpha)T_p^4}{4((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}}$$

$$\boxed{R = r_s\cdot T_p^2\cdot\sqrt{\frac{(1-\alpha)}{4((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}}} \tag{3}$$

En consecuencia encontramos una expresión para calcular la distancia mínima R a la que puede estar un planeta para no aumentar mas allá de ΔT grados la temperatura de la Tierra.

5. Ejemplos

Para ilustrar la magnitud de la distancia de seguridad R obtenida en la ecuación (3), analizaremos dos casos hipotéticos extremos, donde utilizaremos los siguientes parámetros estándar para la Tierra, ademas de un criterio de seguridad estricto:

- Temperatura actual de la Tierra (T_e): 288 K (15°C).
- Coeficiente de reflejo promedio terrestre (α): 0,3.
- Límite de calentamiento permitido (ΔT): 1 K (Para evitar efectos climáticos severos).

Primero, calculamos el factor de sensibilidad térmica de la Tierra que es constante en nuestra ecuación:

$$K_{tierra} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{4((T_e+\Delta T)^4 - T_e^4)}}$$

sustituyendo los valores

$$\begin{aligned}(T_e+\Delta T)^4 - T_e^4 &= (289)^4 - (288)^4 \\ &\approx 6{,}976 \times 10^9 - 6{,}880 \times 10^9 \\ &\approx 9{,}6 \times 10^7\,\mathrm{K}^4\end{aligned}$$

y por lo tanto

$$K_{tierra} \approx \sqrt{\frac{0{,}7}{4(9{,}6 \times 10^7)}} \approx 4{,}27 \times 10^{-5}\,[\mathrm{K}^{-2}]$$

Ahora solo nos queda utilizar la fórmula general $R = r_s \cdot T_p^2 \cdot K_{tierra}$ a los siguientes casos de estudio.

5.1. Ejemplo 1: Estrella de Neutrones

Consideramos una estrella de neutrones, un objeto astronómico extremadamente compacto pero con una temperatura superficial inmensa.

Datos del cuerpo:

- Radio del cuerpo (r_s): $10\,\mathrm{km} = 1 \times 10^4\,\mathrm{m}$.
- Temperatura superficial (T_p): $1 \times 10^6\,\mathrm{K}$

Cálculo:

$$\begin{aligned}R &= (1 \times 10^4\,\mathrm{m}) \cdot (1 \times 10^6\,\mathrm{K})^2 \cdot (4{,}27 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2}) \\ &= 10^4\,[\mathrm{m}] \cdot 10^{12} \cdot 4{,}27 \times 10^{-5} \\ &= 4{,}27 \times 10^{11}\,[\mathrm{m}]\end{aligned}$$

Interpretación: En este caso la distancia mínima segura es de aproximadamente 427 millones de kilómetros. Ahora, considerando que la Unidad Astronómica es $1\mathrm{UA} = 1{,}5 \times 10^{11}\,[\mathrm{m}]$, esto es equivalente a:

$$R = 2{,}85\,[\mathrm{UA}]$$

Notamos que, a pesar de tener un radio de solo 10 km, la temperatura es tan alta que este objeto debería situarse en el cinturón de asteroides, entre Marte y Júpiter, para no elevar la temperatura de la Tierra en más de 1 grado.

5.2. Ejemplo 2: Sol Artificial

Ahora bien, imaginemos un escenario futurista de ingeniería donde se construye una esfera radiante para suministrar energía o calor localizado, pero que por error se acerca a la Tierra.

Datos del cuerpo:

- Radio del cuerpo (r_s): $500\,\mathrm{m}$ (Una estructura de 1 km de diámetro).
- Temperatura superficial (T_p): $5000\,\mathrm{K}$

Cálculo:

$$\begin{aligned} R &= (500\,\mathrm{m}) \cdot (5000\,\mathrm{K})^2 \cdot (4{,}27 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-2}) \\ &= 500\,[\mathrm{m}] \cdot 1067{,}5 \\ &= 533,750\,[\mathrm{m}] \end{aligned}$$

Interpretación: La distancia mínima es de aproximadamente 534 km, en consecuencia, se ubica al objeto en la órbita baja terrestre (LEO), a una altura similar a la del Telescopio Espacial Hubble o la Estación Espacial Internacional. Si este sol artificial se colocara a esa altura, su radiación sería suficiente para aumentar la temperatura global promedio de la superficie terrestre en 1 Kelvin, lo cual tendría consecuencias catastróficas para el clima global, demostrando el peligro de fuentes de calor de alta temperatura, incluso si son pequeñas en comparación con un planeta.

6. Limitaciones Físicas del Modelo

Es importante notar que, aunque los resultados para la distancia R satisfacen las condiciones de equilibrio radiativo, los escenarios presentados son poco realistas al ignorar la interacción gravitatoria.

Cabe resaltar que se está usando un modelo que asume que los cambios energéticos no afectan al movimiento orbital y que las órbitas no afectan significativamente los procesos termodinámicos. Esto no es completamente realista, pero ayuda a simplificar el problema. Por ejemplo, la inmensa masa de una estrella de neutrones desestabilizaría catastróficamente las órbitas del sistema solar mucho antes de poder acercarse a la distancia térmica segura de 2,85 UA calculada.

Por tanto, el valor de R obtenido debe interpretarse estrictamente como una cota inferior térmica y no como una distancia real de seguridad absoluta. Para ello se requeriría un análisis mucho más a fondo, acoplando la estabilidad gravitacional y fuerzas de marea.

7. Conclusión

Gracias al arduo trabajo realizado en materia de investigación, recopilación de información, modelamiento y experimentación se ha logrado, mediante el balance de energía radiante, derivar una expresión para la distancia mínima de seguridad R. A su vez, algunos resultados importantes vendrían siendo el que, primeramente, la distancia segura depende, en mayor medida, de la temperatura del objeto ($R \propto T_p^2$). Por otra parte, a causa de la naturaleza de la radiación (T^4), los objetos pequeños pero muy calientes requieran grandes distancias de separación. También se observó que el albedo terrestre actúa como factor protector, reflejando parte de la energía incidente. Por último, es importante notar que este cálculo representa una cota inferior teórica, y llevándolo a la realidad, la interacción gravitatoria de un cuerpo masivo desestabilizaría el sistema solar mucho antes de alcanzar el límite térmico calculado, por lo que el modelo es válido termodinamicamente pero idealizado respecto a la mecánica celeste.

Referencias

[1] Cengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2020). *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications* (6th ed.). McGraw-Hill Education.

[2] Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2007). *Transport Phenomena* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

[3] Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2007).