UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Álgebra III, 525201
Duración: 100 minutos
14 de julio de 2014
Prof.: Anahí Gajardo

Evaluación de Recuperación

1. **(20 puntos)** Dada una matriz $A \in \mathcal{M}_{3\times 5}$, considere la siguiente relación en $\mathbb{R}^5$.

$$x \; R \; y \;\Leftrightarrow Ax = Ay$$

   a) Demuestre que se trata de una relación de equivalencia.
   b) Demuestre que $[x] = \{x\} + Ker(A)$
   c) Dada una solución $x*$ del sistema $Ax = b$, demuestre que el conjunto de soluciones del sistema está dado por $[x*]$.

2. **(20 puntos)** Considere el operador $T : \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R})$ definido por $T(A) = BA$, donde $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   a) Determine el polinomio característico de T y su espectro.
   b) Calcule la multiplicidad geométrica y algebraica de cada valor propio y también el polinomio minimal.
   c) Determine la Forma de Jordan de T, y la base que la produce.

3. **(20 puntos)** Considere la siguiente función $B : \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) \times \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) \to \mathbb{C}$, definida como sigue.

$$B(M, N) = tr(MN)$$

   a) Demuestre que se trata de una forma bilineal y determine simetría, definición, y degeneración.
   b) Calcule la forma cuadrática asociada y su matriz representante para el caso $n = 2$.
   c) Considere ahora el producto interno usual de matrices: $\langle M, N\rangle$ y el operador $L(M) = M^t$. Calcule el operador dual de L.