UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Ej. de Series - Análisis Real I (525301)

Los siguientes ejercicios corresponden a problemas de evaluaciones 2 anteriores del curso.

Ejercicio 1. Determina rigurosamente para qué $x \in \mathbb{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ converge.

Ejercicio 2. Demuestra que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = 2$, justificando rigurosamente cada paso.

Ejercicio 3. Sean $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ dos series de números reales convergentes.

(a) Demuestra que si una de ellas converge absolutamente, entonces la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ también converge absolutamente.

(b) Da un ejemplo que muestre que si las dos series convergen, pero ninguna de ellas lo hace absolutamente, entonces la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ puede no converger.

Ejercicio 4. Estudia la convergencia de las siguientes series:

$$\text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n^2}-1)^n; \qquad \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}+1}; \qquad \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

Ejercicio 5. Estudia la convergencia de las siguientes series:

$$\text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{n}}; \qquad \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{n+1}; \qquad \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+1)}{n}.$$

Ejercicio 6. Estudia la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

En caso de que converja, calcula el valor al que converge.

Ejercicio 7.

(a) Demuestra que si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge absolutamente, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge.

(b) Da un ejemplo de una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ convergente tal que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ no converge.

Concepción, 10 de julio de 2019
RRA/SCH/JMR/jmr