

525043 - Taller de Razonamiento Matemático II

Evaluación 3 - Solución

Ejercicio 1. Tenemos un grupo con n mujeres y m hombres. Para una competencia, hay que armar dos equipos con 3 personas cada uno. El primer equipo tiene que viajar a Puerto Montt, y el segundo tiene que viajar a Arica. Los equipos deben cumplir que

- (I) ninguna persona participe en dos equipos, y
- (II) el equipo que viaja a Puerto Montt tenga más mujeres que hombres.

¿De cuántas formas se puede realizar esto?

Solución. Contamos primero las N formas de elegir el equipo que va a Puerto Montt. Como son 3 personas y debe haber más mujeres que hombres, hay dos posibilidades: en ese equipo hay 2 mujeres y 1 hombre; o hay 3 mujeres. En el primer caso tenemos $\binom{n}{2} \binom{m}{1} = \binom{n}{2} m$ maneras de elegir el equipo, y en el segundo caso tenemos $\binom{n}{3}$ maneras. Luego,

$$N = \binom{n}{2} m + \binom{n}{3}.$$

Ahora contamos las maneras de elegir el equipo que va a Arica. La única restricción es que no elijamos personas que ya están en el otro equipo, por lo que quedan $n + m - 3$ personas en total y debemos elegir un conjunto de tamaño 3. Por lo tanto, *sin importar* la elección del primer equipo, *siempre* tenemos

$$M = \binom{n + m - 3}{3}$$

posibilidades para elegir el equipo que va a Arica.

Por lo tanto, la respuesta final es

$$NM = \left[\binom{n}{2} m + \binom{n}{3} \right] \binom{n + m - 3}{3}.$$

Comentarios. Hubo varias personas que dividieron por $2!$ para no “contar equipos repetidos”. No era necesario en este caso, pues la elección de los dos equipos no era simétrica (e.g. si $\{a, b, c\}$ va a Arica y $\{d, e, f\}$ van a Puerto Montt es una situación distinta al caso en que $\{d, e, f\}$ va a Arica y $\{a, b, c\}$ van a Puerto Montt).

Algunas personas confundieron cosas más básicas de conteo, por ejemplo sumar las posibilidades en lugar de multiplicar; o contar elecciones ordenadas en lugar de no-ordenadas.