UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

---

**Guía N°1: Ecuaciones No Lineales Parte I**
Cálculo Numérico 521230

**Los problemas a resolver con el computador han sido marcados con (C).**

## 1. Método de Bisección

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de Bisección**. Denotemos por $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ a la sucesión generada por el método y consideremos $[1, 4]$ como intervalo inicial.
   *a*) ¿Es válido este intervalo inicial? Justifique su respuesta.
   *b*) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones del método y completar la siguiente tabla

| $k$ | $x_k$ | $e_k$ |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

   En la tabla anterior $e_k$ es el error absoluto en el paso $k$, es decir, $e_k = |x_k - 3|$ ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?
   *c*) **(C)** Descargar el programa `biseccion.m` y modificarlo para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

2. Repetir el ejercicio anterior, pero considerando un intervalo inicial apropiado para aproximar la solución negativa de la ecuación $x^2 = 9$.

3. Se quiere resolver la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ en el intervalo $[-1, 1]$ mediante el **Método de Bisección**.
   *a*) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

| $k$ | $x_k$ |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

   *b*) **(C)** Modificar el programa `biseccion.m` para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

4. Repetir lo realizado en el Ejercicio 3, pero para resolver la ecuación $\sin(x) + x^2 = \pi^2$, $x \in [2, 4]$.
   **Observación:** En Matlab la función seno es `sin`.

5. Sean $f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua en $[a, b]$ que satisface $f(a)f(b) < 0$ y $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = 0$.
   El **Método de Bisección** genera una sucesión $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ tal que el error en la iteración $k$, definido por
$$e_k := |x_k - x|,$$
   satisface $e_k \leq (1/2)^k(b - a)$.
   Si $a = 0$ y $b = 1$, ¿cuántas iteraciones son necesarias para asegurar que el error sea menor que $0.5 \cdot 10^{-6}$?.

6. Sea $f(x) = 1/x$. Se utiliza el **Método de Bisección** con intervalo inicial $[a, b] = [-2, 1]$ para resolver $f(x) = 0$.
   ¿A qué número converge el método? ¿Es el número al cuál converge el método solución de $f(x) = 0$? ¿Por qué?.

## 2. Método de Newton-Raphson

1. Se desea aproximar la solución positiva de la ecuación $x^2 = 9$ mediante el **Método de Newton-Raphson**. Para ello se considera $x_0 = 1$ como valor inicial. Sea $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ la sucesión generada por el método.
   *a*) Realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

| $k$ | $x_k$ | $e_k$ |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

Aquí, $e_k := |x_k - 3|$ corresponde al error en la iteración $k$. ¿Qué se puede decir del comportamiento de este error?

*b*) Descargar el programa `newtonraphson.m` y modificarlo para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

2. Repetir el ejercicio anterior pero considerando un valor inicial $x_0$ apropiado para aproximar la solución negativa de $x^2 = 9$ .

3. Se quiere resolver la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ mediante el **Método de Newton-Raphson**.

   *a*) Comenzando con $x_0 = 0$, realizar, con lápiz y papel, 4 iteraciones y completar la siguiente tabla

| $k$ | $x_k$ |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

   *b*) Modificar el programa `newtonraphson.m` para resolver el ejercicio *a*). Comparar los resultados de la tabla con los obtenidos por el programa.

4. Repetir lo realizado en el ejercicio anterior, pero para resolver la ecuación $\operatorname{sen}(x) + x^2 = \pi^2$, comenzando con $x_0 = 0$.