UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

EVALUACION RECUPERACION

OPTIMIZACION I (525351)

Resolver sólo UNO entre **5** y **6**.

Problema 1. (**1.2 pts.**) Resolver el problema siguiente por el método simplex, formato tabla (con todos lo detalles):

$$\begin{array}{ll} \max(-x_1 + 3x_2 - 2x_3) & \\ \text{s.a. } 3x_1 - x_2 + 2x_3 & \leq 7 \\ -2x_1 + 4x_2 & \leq 12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 8x_3 & \leq 10 \\ x_i \geq 0, \; i = 1,2,3. & \end{array}$$

Problema 2. (**0.8 pt.**) Demostrar usando dualidad que si el problema $\min\{c^\top x : \; Ax = b, x \geq 0\}$ tiene una solución óptima (y por tanto valor óptimo finito), entonces se verifica

$$-\infty < \min\{c^\top x : \; Ax = b', x \geq 0\},$$

cualquiera que sea b' con $\{x : Ax = b', x \geq 0\} \neq \emptyset$.

Problema 3. (**1.3 pts.**) Analice si las condiciones de KKT se cumplen en cada vértice del poliedro determinado por el conjunto factible del problema

$$\max(2x_1 + 3x_2)$$

$$\begin{array}{c} x_1 + x_2 \leq 8 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_i \geq 0, \quad i = 1,2. \end{array}$$

Encuentre una solución óptima.

Problema 4. (**0.7 pt.**) Usar la regla de Bland si es necesario para romper cualquier ciclo en los problemas siguientes (debido a K.T.Marshall y J.W.Suurballe):

$$\begin{array}{llllllllll} \min & -x_1 & + & 7x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & & \\ \text{s.a.} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 = 1 \\ & 1/2x_1 & - & 11/2x_2 & - & 5/2x_3 & + & 9x_4 & + & x_6 = 0 \\ & 1/2x_1 & - & 3/2x_2 & - & 1/2x_3 & + & x_4 & + & x_7 = 0 \\ & x_1 \geq & 0, & x_2 \geq 0, & x_3 \geq 0, & x_4 \geq 0, & x_5 \geq 0, & x_6 \geq 0, & x_7 \geq 0. & \end{array}$$

Problema 5. (2.0 pts.) Con los datos

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix},$$

encontrar el conjunto eficiente asociado al problema multiobjetivo con conjunto factible: $Ax \geq b$, $x \geq 0$. Luego, decriba el conjunto de los valores de $w > 0$ que originen la solución eficiente $(3,1)$.

Problema 6. (2.0 pts.) Se considera el siguiente problema de optimización lineal multiobjetivo:

$$(PV) \qquad \begin{cases} \text{Min} & Cx \\ & Ax = b \\ & x \geq 0, \end{cases}$$

donde $C \in M(k,n)$, $b \in I\!R^m$, $A \in M(m,n)$. Definir cuándo $\bar{x} \in K \doteq \{x \in I\!R^n : Ax = b, \, x \geq 0\}$ es solución eficiente de (PV) y escribir todas las equivalencias que conozca de solución eficiente. Considerar el problema

$$(*) \begin{cases} \max & 0^\top x + l^\top z \\ \text{s.a} & \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & I_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ C\bar{x} \end{pmatrix} \\ & x \geq 0, \, z \geq 0, \end{cases}$$

donde $\bar{x}$ satisface $A\bar{x} = b$, $\bar{x} \geq 0$. Demostrar en detalle que $\bar{x}$ es solución eficiente para (PV) si y sólo si $(\bar{x}, 0)$ es solución óptima de $(*)$ (Primero se debe demostrar que $(\bar{x}, 0)$ es factible para $(*)$).

Tiempo: **100 minutos**

30 de Julio de 2021

FFB.