

Evaluación 2, versión de práctica
Teoría de Números (527288)

Instrucciones. Desarrollar justificadamente las respuestas a los problemas planteados.

Tiempo. 90 minutos.

Problema 1. (XX puntos)

Determinar los siguientes valores del símbolo de Legendre.

1. $\left(\frac{24}{331}\right)$ 2. $\left(\frac{-70}{277}\right)$

Problema 2. (XX puntos)

Sea $p > 2$ un número primo.

1. Mostrar que un número a no puede ser al mismo tiempo raíz primitiva módulo p y residuo cuadrático módulo p .
2. Escribiendo cada elemento de U_p como potencia de una misma raíz primitiva, concluir que exactamente la mitad de los elementos de U_p es residuo cuadrático módulo p .

Problema 3. (XX puntos)

Notar: el número 257 es primo. Por lo tanto $\varphi(257) = 256 = 2^8$. Explicar por qué esto significa que para determinar el orden de $a \in U_{257}$ basta mirar el conjunto

$$\{a, a^2, a^4, a^8, a^{16}, a^{32}, a^{64}, a^{128}\}$$

Problema 4. (XX puntos)

Determinar todos los primos impares p que satisfacen $\left(\frac{-6}{p}\right) = 1$.