UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

EVALUACION 1

ANALISIS CONVEXO (525480)

Problema 1. (**1.5 pts.**) Considere $X = \mathbb{R}$ y

$$\tau \doteq \{A \subseteq X : \ \mathcal{C}A \text{ es numerable}\} \cup \emptyset \cup X,$$

donde $\mathcal{C}A$ indica el complemento de A. Demostrar que τ es una topología en X. Estudie cómo son los abiertos respecto de τ en X, tal como se vió en clase con la topología cofinita. También analize convergencia de suceciones en (X, τ).

Problema 2. Sea X un espacio vectorial topológico localmente convexo (o X normado), de dimensión infinita.

(a) (**0.5 pt.**) Demostrar que los abiertos en X débiles no son acotados.

(b) (**1.2 pts.**) Demostrar que cualquier conjunto no vacío A en X débilmente compacto es acotado.

Problema 3. (**1.8 pts.**) De un ejemplo de un espacio vectorial normado no reflexivo X, y un conjunto convexo y cerrado K en X tal que

$$\operatorname*{argmin}_{x \in K} \|x\| = \emptyset.$$

Problema 4. (**1.0 pt.**) Sea X como en Problema 2. Para esta pregunta puede considerar el teorema 3.12 de mi manuscrito, si cree necesario.
Deducir (con cada detalle) que cualquier función $f : X \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$, $f \not\equiv +\infty$, que es coerciva (resp. secuencialmente coerciva) $\overline{f}$ también lo es.

Concepción, 14 Mayo 2021
Fabián Flores Bazán.