UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Álgebra III, 525201
Duración: 100 minutos
20 de octubre de 2011
Prof.: Anahí Gajardo

Evaluación de Recuperacón

1. **(20 puntos)** Dado un e.v. V sobre $\mathbb{R}$ y una base del dual $\{f_1, .., f_n\} \subseteq V^*$ considere la siguiente relación:

$$u \; R \; v \;\; \Leftrightarrow (\forall i \in \{1, .., n\}) \;\; f_i(u - v) \geq 0$$

   a) Demuestre que se trata de una relación de orden.

   b) Demuestre que es de orden parcial si $n \geq 2$.

   c) Determine si hay elementos maximales, minimales, máximos y mínimos.

2. **(20 puntos)** Un operador $T : \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R})$ tiene la siguiente forma de Jordan.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   a) Determine el polinomio característico de T y también su polinomio minimal.

   b) Calcule el espectro de T y la multiplicidad geométrica y algebraica de cada valor propio.

   c) Si la base de Jordan es: $\{\binom{111}{000}, \binom{110}{001}, \binom{101}{010}, \binom{011}{100}, \binom{101}{111}, \binom{100}{000}\}$, determine entonces un espacio T-invariante de dimensión 3.

3. **(10 puntos)** Considere el siguiente operador lineal $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definido como sigue.

$$L(x, y, z) = (2x - 2y + z, z, x - y + z)$$

   Considere también el producto interno usual.

   a) Calcule el operador adjunto de L.

   b) Determine si L es autoadjunto, unitario, normal o ninguna de las anteriores.

4. **(10 puntos)** Demuestre que si T es un operador lineal en un espacio vectorial de dimensión finita con producto interior cualquiera, entonces $(T^{-1})^* = (T^*)^{-1}$.
   Indicación: calcule primero el adjunto del operador identidad y luego use propiedades vistas en clases.