

## Evaluación de Recuperación

1. Dada  $T(x, y, z) = (x + y, y + z, z - x)$ , considere la siguiente relación en  $\mathbb{R}^3$ .

$$u R v \Leftrightarrow T(u) = T(v)$$

- a) **(5 puntos)** Demuestre que  $R$  es una relación de equivalencia.
- b) **(15 puntos)** Considere la función  $\varphi : \mathbb{R}^3/R \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por:  $\varphi([(a, b, c)]) = (a + b, b + c)$ . Demuestre que  $\varphi$  está bien definida y es biyectiva.
2. Considere la función  $S : \mathcal{M}_n \times \mathcal{M}_n \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$S(A; B) = n \operatorname{tr}(AB) - \operatorname{tr}(A)\operatorname{tr}(B).$$

- a) **(5 puntos)** Muestre que  $S$  es una forma bilineal.
- b) **(8 puntos)** Decida si  $S$  es o no degenerada.
- c) **(7 puntos)** Encuentre la matriz representante de  $S$  para el caso  $n = 2$ .
3. Vamos a estudiar la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) **(7 puntos)** Calcule su polinomio minimal.
- b) **(7 puntos)** Determine su descomposición cíclica.
- c) **(6 puntos)** Encuentre su forma canónica racional.