

Evaluación de Recuperación

1. Dada $T(x, y, z) = (x + y, y + z, z - x)$, considere la siguiente relación en \mathbb{R}^3 .

$$u \ R \ v \Leftrightarrow T(u) = T(v)$$

- a) **(5 puntos)** Demuestre que R es una relación de equivalencia.
b) **(15 puntos)** Considere la función $\varphi : \mathbb{R}^3/R \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por: $\varphi([(a, b, c)]) = (a + b, b + c)$. Demuestre que φ está bien definida y es biyectiva.

2. Considere la función $S : \mathcal{M}_n \times \mathcal{M}_n \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$S(A; B) = n \operatorname{tr}(AB) - \operatorname{tr}(A)\operatorname{tr}(B).$$

- a) **(5 puntos)** Muestre que S es una forma bilineal.
b) **(8 puntos)** Decida si S es o no degenerada.
c) **(7 puntos)** Encuentre la matriz representante de S para el caso $n = 2$.

3. Vamos a estudiar la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) **(7 puntos)** Calcule su polinomio minimal.
b) **(7 puntos)** Determine su descomposición cíclica.
c) **(6 puntos)** Encuentre su forma canónica racional.