UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ANALISIS REAL I (525.301)

Evaluación 1. 25–Junio–2019; 13:00.

Nombre y apellidos	
Matrícula	

Elije y resuelve 4 de los siguientes ejercicios; cada uno vale 1.5 puntos.

Ejercicio	1	2	3	4	5	Nota
Puntaje						

En los ejercicios que siguen X es un espacio métrico y d la métrica correspondiente.

1. Sean A y B dos conjuntos acotados y no vacíos de números reales. Demuestra que si para cada $x \in A$ hay un $y \in B$ tal que $x \leq y$, entonces $\sup A \leq \sup B$.

2. Dado $E \subset X$ no vacío, demuestra que $\overline{E} = \{x \in X : \ d(x, E) = 0\}$.

   Sugerencia: Recuerda que $d(x, E) := \inf\limits_{y \in E} d(x, y)$.

3. Sean $A, B \subset X$
   (a) Demuestra que $\overline{A \cap B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$.
   (b) Da un ejemplo que muestre que no necesariamente vale la otra inclusión.

4. Dados A y B compactos, sea $\{(x_n, y_n)\}$ una sucesión en $A \times B$. Demuestra que esa sucesión tiene una subsucesión convergente a algún $(x, y) \in A \times B$.

   Sugerencia: Puedes usar, sin necesidad de demostrarlo, que en el espacio producto $A \times B$, $(x_n, y_n) \to (x, y)$ si y sólo si $x_n \to x$ e $y_n \to y$.

5. Supongamos que X es disconexo y que $X = A \cup B$ es una separación del mismo. Sea $\{x_n\}$ una sucesión de elementos de A. Demuestra que si $x_n \to x$, entonces $x \in A$.