UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

EB/JB/GD/CF/NH/RM/CM/MN/LP/JQ/MV

LISTADO 2 - GEOMETRIA ANALÍTICA

Cálculo I - 527140

1. Verificar que los puntos $A(5,-2)$, $B(-5,-4)$ y $C(-1,2)$ son los vértices de un triángulo rectángulo isósceles.

2. Mostrar que las rectas $L_1 : y-x+2=0, L_2 : y-x-4=0, L_3 : x-10y+61=0, L_4 : x=0$, forman un trapecio y determinar su área.

3. Determinar, si es posible, los valores de $k \in \mathbb{R}$ de tal manera que
   (a) la recta $L_1 : (k-1)x+(k+1)y-18=0$ sea paralela a la recta $L_2 : 2x+y+8=0$,
   (b) la recta $L_3 : k^2x+(k-1)y+3=0$ sea perpendicular a la recta $L_4 : k^2x-(2k+1)y=1$.

4. Determinar el valor de y de modo que los puntos $A(-6,5)$, $B(-2,3)$ y $C(8,y)$ sean colineales.

5. Sabiendo que los puntos $A(4,1)$, $B(x,3)$ y $C(-5,-6)$ son vértices consecutivos de un rectángulo, encontrar el valor de $x \in \mathbb{R}$ y las coordenadas del cuarto vértice.

6. Sabiendo que la recta que pasa por los puntos $(-2,-1)$ y $(4,1)$ es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $(2,-2)$ y $(1,b)$, determinar b.

7. En cada caso, encontrar la ecuación de la recta que
   (a) pasa por el punto $(-2,4)$ y es paralela a la recta de ecuación $3x+2y=6$;
   (b) pasa por el punto $(2,3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y=-8$;
   (c) pasa por el punto $(0,-5)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y=-3x+5$.

8. Dadas las rectas $L_1 : ax+(2-b)y-23=0$ y $L_2 : (a-1)x+by+15=0$, determinar los valores de a y b que hacen que $L_1 \cap L_2 = \{(2,-3)\}$.

9. Calcular la distancia entra las rectas dadas por $7x+6y=-2$ y $21x+18y=11$.

10. La distancia entre el origen y una recta que pasa por el punto $(3\sqrt{5},-3)$ es de 3. Encontrar la ecuación de dicha recta.

11. Demostrar que las rectas $L_1 : 2x-y-1=0$, $L_2 : x-8x+37=0$, $L_3 : 2x-y-16=0$ y $L_4 : x-8y+7=0$ forman un paralelogramo y determine las ecuaciones de sus diagonales.

12. Encontrar las coordenadas del centro y el radio de las siguientes circunferencias.
    (a) $x^2+y^2-10x+8y+5=0$;
    (b) $4x^2+4y^2+8x-21=0$;
    (c) $-x^2-y^2+14x-4y-53=0$;
    (d) $x^2+y^2-ax+4ay-4a^2=0$, para $a \in \mathbb{R}$;
    (e) $x^2+y^2=2ax-2by$, para $a,b \in \mathbb{R}$.

13. Determine la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $C:\ x^2+y^2+2x-4y=0$ en el punto $P(1,\,3)$.

14. Determine para qué valores de $k \in \mathbb{R}$ se cumple que la recta $L:\ x+y+k=0$ es tangente a la circunferencia $C:\ x^2+y^2+2y+6x+6=0$.

15. Encuentre el punto intersección entre la circunferencia de centro $(-3,0)$ y la recta $x+y-1=0$, tangente a la circunferencia.

16. Describa la cónica formada por los puntos $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ que satisfacen $4x^2+y^2-4x-2y-7=0$. Determine las rectas con pendiente -2 que intersectan a la cónica anterior en un solo punto.

17. Determine la ecuación de la circunferencia con centro sobre la recta $L:\ x+y-1=0$ y que pasa por $(0,5)$ y $(2,1)$. ¿Cuáles son, si existen, los puntos de intersección de esta circunferencia con los ejes de coordenadas?

18. Determine la distancia entre los centros de las circunferencias

$$C_1:\ x^2+y^2-6x-4y-3=0 \quad \text{y} \quad C_2:\ x^2+y^2-14x+2y+41=0$$

    Además, indique las coordenadas de los puntos de intersección de C_1 y C_2.

19. Determine la ecuación de la elipse con centro en $(-1,2)$ que tiene uno de sus focos en $(3,2)$ y uno de sus vértices en $(-6,2)$.

20. Determinar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al de las x y que pasa por los puntos $(3,3)$, $(6,5)$ y $(6,-3)$.

21. Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el origen, que por eje de simetría al y y que pasa por el punto $(4,-2)$.

22. Encontrar la ecuación de la elipse de vértices $(\pm 4,0)$ y focos $(\pm 3,0)$.

23. Determine coordenadas de centro y focos de la elipse formada por los puntos $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ que satisfacen $9x^2+4y^2-24y=0$. Calcule las intersecciones de esta elipse con sus ejes y, si existen, con los ejes de coordenadas. Haga un esbozo de su gráfico.

24. Mostrar que el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a $P(0,1)$ es el doble de la distancia a la recta $L:\ y+1=0$, es una cónica. Identificar dicha cónica e indicar sus elementos principales.

25. Identifique las siguientes cónicas, determine sus valores característicos y haga un esbozo del gráfico de cada una de ellas:

    (a) $x^2+y^2-2x=3$,

    (b) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$,

    (c) $x^2-9y^2-4x+36y-41=0$,

    (d) $x^2+4y^2-6x+16y+21=0$,

    (e) $4x-8y^2+32y+64=0$,

    (f) $9x^2-4y^2-54x+8y=103$,

    (g) $4x^2+9y^2+32x-18y+37=0$,

    (h) $-x^2+5y^2-x+y=0$,

    (i) $4y^2-x^2+2x=2$,

    (j) $4x^2+y^2-4x-2y-7=0$.