UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

PL7: Taller R.M. I (MAT 525115)
Tema 2: Razonamientos & Demostraciones (VI)

P1 Establecer que para todo $n \in \mathbb{N}$ se verifica

(a) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

(b) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(c) $1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + \cdots + n \cdot (n+2) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$

($\mathcal{P}$) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$

P2.1 Demostrar que $n < 2^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

P2.2 Demostrar que $4n \leq n^2 - 7$ para todo $n \geq 6$.

P2.3 Demostrar que $2n + 1 < n^2$ para todo $n \geq 3$.

($\mathcal{P}$) Demostrar que $2^n > n + 1$ para todo $n \geq 2$.

P3 Demostrar que $n^2 > n!$ para $n \geq 4$.

($\mathcal{P}$) Teorema del Binomio

1º Fórmula de Pascal. Si n y k son dos enteros no negativos tales que $n \geq k$, entonces

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$

2º Para cualquier entero positivo n y $a, b \in \mathbb{R}$ (o $\mathbb{C}$)

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

P4 Demostrar por inducción que, para todo número natural n, se cumple que

P4.1 $n^3 + 5n$ es múltiplo de 6.

P4.2 $10^{n+1} + 4 \cdot 10^n + 4$ es múltiplo de 6.

P4.3 $4^n + 6n - 1$ es múltiplo de 9.

($\mathcal{P}$) $7^n - 4^n$ es múltiplo de 3.