UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°1

ÁLGEBRA 2 - 525150

1. Dadas las matrices $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, donde $a_{ij} = \begin{cases} ij - 1 & , \text{ si } i \leq j \\ i + 2j & , \text{ si } i > j \end{cases}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$.

   Determinar la matriz X de modo que se cumpla la siguiente igualdad

$$2X + AB - 2B = I - \frac{X}{3}.$$

2. Determinar, si es posible, dos matrices $A, B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$, de modo que:

$$A + B - I_3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & -1+3i & 1+i \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad 2A + 3B - 2I_3 = \begin{pmatrix} 6 & 7 & -1 \\ 4 & -2+8i & 2+3i \\ 2 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

   (a) Determinar la matriz A^{2020}.

   (b) Considere $P(x) = 3x^{61} - 5x^{21} + 3x^{11}$. Determine $P(A)$.

4. Sea A una matriz singular, tal que $I - A$ es no singular y $A^n = \Theta$, con $n \in \mathbb{Z}^+$. Demostrar que

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \ldots A^{n-1}$$