

OPTIMIZACIÓN III (525551)
Ejercicios de algoritmos polinomiales

- P1) a) Construya un algoritmo polinomial que resuelva el problema:
SCONNECTED: Dado $G = (V, A)$ un grafo dirigido ¿Es G fuertemente conexo? ¿Cuántas componentes fuertemente conexas posee?
- b) A partir de la parte a), construya un algoritmo polinomial que resuelva el problema:
ACYCLIC DIRECTED: Dado $G = (V, A)$ un grafo dirigido ¿Es G acíclico?
- P2) Para cada uno de los siguientes problemas, muestre un algoritmo polinomial que lo resuelva. Justifique su respuesta.
- a) **TREE:** Dado $G = (V, E)$ un grafo no dirigido ¿Es G un árbol?
- b) **PATH-VERTEX:** Dado $G = (V, E)$ un grafo dirigido y los vértices $u, v, w \in V$ ¿Existe un camino de u a v en G que no pase por w ?
- P3) Se define el siguiente problema en grafos no dirigidos.

TREE-EXISTENCE: Dado V un conjunto de n vértices distintos y $E \subseteq \{\{u, v\} : u \neq v \in V\}$ un conjunto de aristas con extremos en V . ¿Existe un árbol $T = (V_T, E_T)$ tal que $V_T = V$ y $E \subseteq E_T$?

- a) Se sabe que el número de árboles distintos con un conjunto dado de n vértices está dado por la fórmula $f(n) = n^{n-2}$. Muestre que $\forall k \in \mathbb{N} : f(n) = \Omega(n^k)$ y $f(n) \neq O(n^k)$.
- b) Muestre que el siguiente algoritmo A resuelve el problema TREE-EXISTENCE, pero no es polinomial.

Algorithm $A(V, E)$

Input: V un conjunto de n vértices distintos y
 $E \subseteq \{\{u, v\} : u \neq v \in V\}$ un conjunto de aristas

```

1: for all  $T = (V_T, E_T)$  árbol con  $V_T = V$  do
2:   if  $E \subseteq E_T$  then
3:     return  $s$ 
4:   end if
5: end for
6: return  $n$ 
```

- c) Dé un ejemplo de algoritmo polinomial que resuelva TREE-EXISTENCE.