UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

EVALUACION 2
OPTIMIZACION II (525352)

Problema 1. (**0.6 pt.**) Sea $\emptyset \neq X \subseteq \mathbb{R}^n$ un cono. Demostrar que

$$X \subseteq T(X;0) \subseteq \overline{X}.$$

De aquí deducir que si X es además cerrado, entonces $T(X;0) = X$, donde $T(X;0) = T_X(0)$ denota el cono contingente o cono tangente de Bouligand visto en clase.

Problema 2. (**1.4 pts.**) Considere el problema

$$\min_{x \in \mathbb{R}} h(x)$$

donde $h(x) = \begin{cases} 4x^3 - 3x^4 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ 4x^3 + 3x^4 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$

(a) Grafique la función h.

(b) Demostrar que existe un único $x_0 > 0$ tal que $x_1 = -x_0$ (x_1 es el iterado obtenido por el algoritmo de Newton a partir de x_0). ¿Cuál sería x_0? Determine la sucesión x_k con el punto inicial x_0. ¿Qué conclusiones obtiene?.

Problema 3. (**2.0 pts.**) Sea $C = \{x \in \mathbb{R}^2 : \ 5 \leq x_1 \leq 10, \ -5 \leq x_2 \leq 5\}$. Resolver el problema

$$\min_{x \in C} (x_1^2 + 4x_2^2 - 6x_1 - 48x_2 + 100),$$

usando el método de descenso más rápido correspondiente a la norma del máximo, es decir, $\|(x_1, x_2)\|_\infty \doteq \max\{|x_1|, |x_2|\}$, y considerando como punto inicial $x^0 = (10, -5)$.

Problema 4. (**2.0 pts.**) Considere el problema

$$\inf\{2x_1 + 3x_2^2 + e^{2x_1^2+x_2^2} : \ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2\}.$$

En cada caso justifique su respuesta con la máxima rigurosidad.

- ¿Es la función objetivo estrictamente convexa?
- ¿El valor óptimo es finito? ¿Se alcanza dicho valor?
- ¿Es la función objetivo coerciva?
- Ejecutar 2 iteraciones del algoritmo de Fletcher-Reeves eligiendo como punto inicial $x^0 = (1, 0)$.

17 de Diciembre, 2021.
Fabián Flores Bazán
120 minutos