UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento Ingeniería Matemática.

PL[**7**] -CÁLCULO IV (MAT 225212 & MAT 225252)

Tema: ***Series de Potencias y Singularidades. .***

1. Determine el radio de convergencia, R, de la serie de Taylor de la función meromorfa centrada en z_0. Es decir, R es la distancia desde z_0 a la singularidad más cercana de la función a dicho punto.

$f_1(z) = e^{z-1}$, $z_0 = 0$

$f_3(z) = \frac{z+1}{z-i}$, $z_0 = 2+i$

(P) $f_5(z) = \frac{z}{z-3i}$, $z_0 = 0$

$f_2(z) = \frac{\sin(z)}{e^z}$, $z_0 = 1+7i$

$f_4(z) = \sin\left(\frac{z+1}{z-1}\right)$, $z_0 = 0$

(P) $f_6(z) = \frac{\sin(z)}{z^2+4}$, $z_0 = 3$.

(P) Encontrar las series de Taylor de f_5 y f_6.

2a. Determinar la serie de Taylor en z_0 y el radio de convergencia de las funciones:

$f_a(z) = \frac{1}{1-z}$, $z_0 = 1+i$

$f_c(z) = \frac{2i}{3-iz}$, $z_0 = -1$

(P) $f_e(z) = \frac{2}{1-z^2}$, $z_0 = i$

$f_b(z) = \frac{3}{i-2z}$, $z_0 = i$

$f_d(z) = \frac{1}{1+i-(2+i)z}$, $z_0 = 0$

(P) $f_f(z) = \frac{4}{z^2+2z}$, $z_0 = 1$.

2b. Resolvemos el siguiente ejercicio para dar unas primeras técnicas para construir la serie de Taylor en torno a $z_0 = 0$:

$$\frac{z^2+1}{z-1} = z+1+\frac{2}{z-1} = z+1-2\frac{1}{1-z} = z+1+2\sum_{n=0}^{\infty} z^n = -1-z-2\sum_{n=2}^{\infty} z^n \quad |z|<1.$$

(P) Utilizando la serie anterior evaluar $\frac{d^n}{dz^n}\left(\frac{z^2+1}{z-1}\right)\Big|_{z=0}, n = 0,1,2,...$

2c. Utilice series de Taylor *conocidas* para encontrar las series de Taylor de las siguientes funciones en torno a z_0 dado.

$g_1(z) = ze^{3z^2}$, $z_0 = 0$

$g_2(z) = ze^z$, $z_0 = 1$

(P) $g_3(z) = \cos^2(z)$, $z_0 = 0$

Indicación: $g_2(z) = ee^{z-1}(1+(z-1))$.

(P) Usar la serie de Taylor de $h(z) = ze^{z^2}$ para determinar $h^{(n)}(0),\ n = 0,1,2,3,\ldots$