Capítulo 4. Proceso Adiabático

Proceso Adiabático.

Diagrama P-V de un Proceso Adiabático.

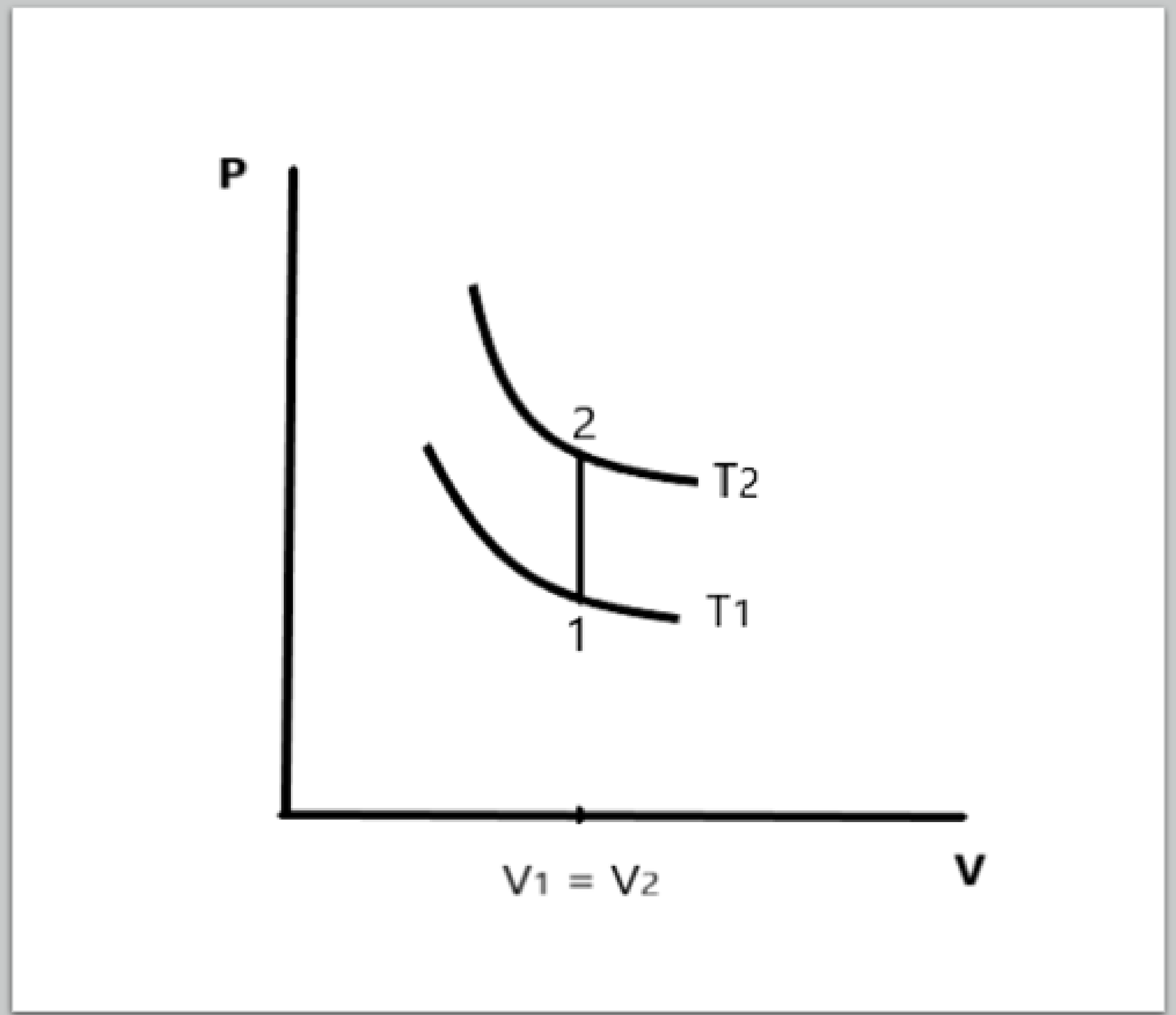
Trabajo en un Proceso Adiabático.

Energía Interna de un gas ideal

La energía interna de un gas ideal depende solo de la temperatura.

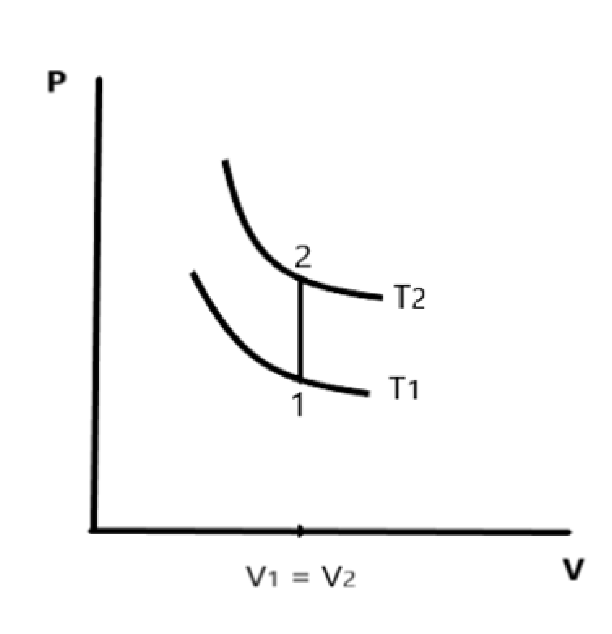
Un gas ideal experimentará la misma variación de energía interna **ΔU** siempre que su temperatura inicial sea T_1 y su temperatura final T_2.

Elijamos una transformación a volumen constante.



Primer principio: $\boldsymbol{\Delta U = Q - W}$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} \ ; \quad W_{12} = 0$$



Donde $Q_{12} = C_v \, \Delta T = nc_v \, \Delta T = nc_v \, (T_2 - T_1)$

Luego

$$\Delta U_{12} = nc_v \, \Delta T$$

Esta expresión permite calcular la ΔU experimentada por un gas ideal, conocida la temperatura inicial y la temperatura final y es válida independiente de la transformación experimentada por el gas.

Proceso Adiabático Reversible

En un proceso adiabático el sistema está tan bien aislado que no entra ni sale calor (Q=0). En este caso el primer principio se expresa así:

$$\Delta U = -W$$

En forma diferencial

$$dU = -dW = -PdV$$

Como la energía interna de un gas ideal depende solo de la temperatura, el cambio en la energía interna es:

$$dU = nc_v\, dT \qquad\qquad dT = \frac{dU}{nc_v} = \frac{-PdV}{nc_v} \quad (*)$$

La ecuación de estado del gas ideal puede escribirse en forma diferencial así:

$$d(PV) = d(nRT)$$

$$PdV + VdP = nRdT$$

$dT = \frac{-PdV}{nc_v}$ (*)

$PdV + VdP = nRdT$ y reemplazando dT en esta expresión por la relación (*) se obtiene:

$$PdV + VdP = \frac{-nRPdV}{nc_v} = \frac{-RPdV}{c_v}$$

Como

$$\boldsymbol{c_p - c_v = R}$$

$PdV + VdP = \frac{-(c_p - c_v)PdV}{c_v}$ Multiplicando esta expresión por $\frac{1}{PV}$

Se obtiene:

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{-(c_p - c_v)}{c_v}\frac{dV}{V}$$

Se define la razón entre calores específicos **γ** (gamma) como:

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{-(c_p - c_v)}{c_v}\frac{dV}{V}$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{-(c_p - c_v)}{c_v}\frac{dV}{V} = (1 - \gamma)\frac{dV}{V} \quad ; \quad \gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{dV}{V} - \gamma\frac{dV}{V}$$

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$$

Al integrar esta expresión (para un intervalo donde γ puede considerarse constante) resulta:

$$lnP + \gamma\, lnv = cte$$

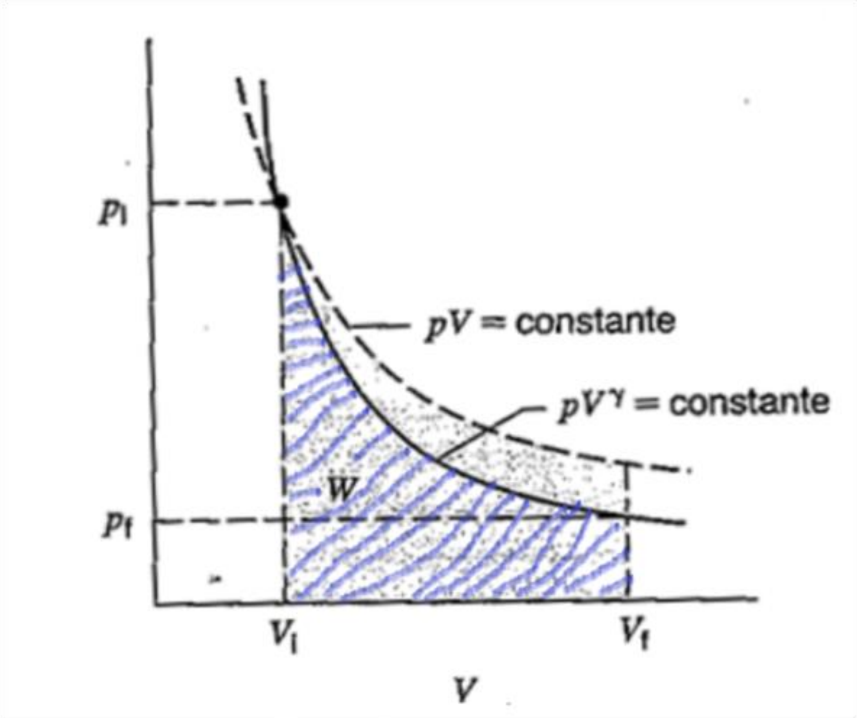
$$\boldsymbol{PV^{\gamma} = cte}$$

Como el gas necesariamente obedece a su ecuación de estado en todo proceso reversible, las relaciones entre T y P, o entre T y V, pueden deducirse de la relación $PV^{\gamma} = \text{cte}$. Los resultados son:

$$TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{cte}$$

Figura: Se representa un proceso adiabático en un diagrama PV por medio de la curva $PV^{\gamma} = \text{cte.}$



Trabajo en un Proceso Adiabático Reversible

$$PV^{\gamma} = \text{cte} \rightarrow \quad \text{P} = \text{cte}V^{-\gamma}$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = cte \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma}\, dV = \frac{cte}{1-\gamma}\left[V_2^{\,1-\gamma} - V_1^{\,1-\gamma}\right] = \frac{1}{1-\gamma}\left[cteV_2^{\,1-\gamma} - cteV_1^{\,1-\gamma}\right]$$

Pero $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = cte$

$$W = \frac{1}{1-\gamma}\left[P_2V_2^{\gamma}V_2^{\,1-\gamma} - P_1V_1^{\gamma}V_1^{\,1-\gamma}\right]$$

$$\boldsymbol{W = \frac{1}{1-\gamma}\left[P_2V_2 - P_1V_1\right]}$$