UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Práctica 5 - Álgebra III (525201)

Ejercicio 1. Sea V un e.v. sobre $\mathbb{K}$, y B, B' bases de V ambas de cardinalidad finita. Demuestre que $|B| = |B'|$.

Ejercicio 2. Sean V, W e.v. sobre $\mathbb{K}$, B un generador V y $T : V \to W$ una transformación lineal. Definiendo $T(B) := \{T(v) : v \in B\}$, demuestre que $T(B)$ es generador de $Im(T)$.

Si, además, B es base de V, decida si $T(B)$ es base de $Im(T)$.

Ejercicio 3. Sea $B = \{e^x, xe^x, x^2e^x\} \subseteq \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ y $D : \langle B \rangle \to \langle B \rangle$ el operador derivada definido por:

$$D(f) = \frac{df}{dx}, \qquad \forall f \in \langle B \rangle.$$

a) Muestre que B es linealmente independiente.

b) Pruebe que D es un automorfismo.

c) Determine D^{-1}.

Ejercicio 4. Sea $T : V \to V$ una transformación lineal. Muestre que:

a) $Ker(T) \subseteq Ker(T^2)$

b) $Im(T^2) \subseteq Im(T)$

c) $T^2 = \theta \iff Im(T) \subseteq Ker(T)$

Ejercicio 5. Sean V y W espacios vectoriales sobre $\mathbb{K}$ de dimensión finita. Pruebe que existe $L : V \to W$ una transformación lineal sobreyectiva si y sólo si $dim(W) \leq dim(V)$.

Concepción, 13 de enero de 2020
JAL/JMR/jmr