Cálculo II (527150)

Clase 23: Funciones definidas por series

Criterios del cuociente y de la raíz para convergencia absoluta

Criterio del cuociente

Sea $L = \lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$.

- Si $L < 1$, la serie $\sum a_n$ converge absolutamente.
- Si $L > 1$ o diverge al infinito, $\sum a_n$ diverge.

Criterio de la raíz

Sea $L = \lim \sqrt[n]{|a_n|}$.

- Si $L < 1$, la serie $\sum a_n$ converge absolutamente.
- Si $L > 1$ o diverge al infinito, $\sum a_n$ diverge.

Ejemplos

Ejemplos

Estudiar la convergencia de las siguientes series.

- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$
- $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}$

Ejemplo: definir una función usando una serie

Ejemplo

Considerar la expresión

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

¿Qué ocurre con esta serie al variar $x \in \mathbb{R}$? Estudiar los siguientes casos:

(a) $x = 0$

(b) $x = 1$

(c) $x = -1$

(d) $x = -\frac{1}{2}$

(e) $x = 2$

Ejemplo: definir una función usando una serie

Ejemplo (continuación)

Versión más general de la pregunta:

Determinar el dominio de la función

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

Otros ejemplos

Ejemplos

Determinar los dominios de cada una de las siguientes funciones.

- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n+2)^2(x-2)^{2n}$
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)!(x+3)^n$
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{n!}$