



Listado 1: Lógica

Este listado de problemas se ha dividido en cuatro secciones: problemas básicos, problemas intermedios, problemas avanzados y desafíos.

Los problemas básicos te servirán para comprobar si tienes los conocimientos básicos que te permitirán enfrentar los problemas en las dos secciones siguientes. La mayoría de los problemas en certámenes tendrán el nivel de complejidad de los problemas intermedios o avanzados.

Los desafíos no se resolverán en clases ni en ayudantías. Son problemas interesantes, pero resolverlos no es parte de los resultados de aprendizaje esperados este curso, inténtalos una vez que sepas resolver los problemas restantes.

Los problemas marcados con **(A)** serán resueltos en la ayudantía, propuestas de solución de los mismos serán publicadas cuando publiquemos el siguiente listado. Los problemas marcados con **(V)** serán resueltos en videos que serán publicados en Canvas.

Te exhortamos a revisar frecuentemente la página Canvas del curso, revisar el material publicado en ella contribuirá a mejorar tu aprendizaje de los temas del curso.

1. Problemas básicos

- De cada una de las oraciones siguientes: decida si es o no proposición. Si es proposición, decida si es simple o compuesta, así como su valor de verdad.
 - El número 42 es divisible por 2.
 - Los números 2 y 5 son divisores de 10.
 - Cómprame un helado y un jugo, por favor.
 - ¿Puedes ayudarme a llevar las bolsas del supermercado?
 - Si $4 + 7 = 10$, entonces $2 - (3 - 1) = (2 - 3) - 1$.
 - Lunes, martes, miércoles, jueves y viernes.
 - La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
 - $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}$.
 - $25 - 11 \leq 0$.
- (A)** Por cada una de las siguientes proposiciones haga lo siguiente: identifique y asigne una letra a las proposiciones simples que contiene y escríbala en forma simbólica.
 - Ariel no es estudiante de la Facultad de Ingeniería.
 - Si Francisca no se esfuerza, fracasará.
 - Hoy descanso o estudio todo el día.
 - Las rosas son rojas y fragantes, pero los girasoles son amarillos y altos.
- Escriba, en español, la negación de las siguientes proposiciones.
 - Gabriela Mistral es chilena y autora de Papelecho.

- (b) El número 8 es tanto par como potencia de dos.
- (c) Ayer fui al cine, pero no comí palomitas.
- (d) Como $\frac{2}{3}$ es un número racional, podemos asegurar que él es real.
- (e) El número $\sqrt{2}$ es positivo o racional.
4. Considerando que p y q son las siguientes proposiciones lógicas simples:
 p : El número 12 es par.
 q : El número 12 es potencia de 2.
 escriba, en español, las siguientes proposiciones lógicas:
- (a) $p \wedge q$. (c) $p \wedge \sim q$. (e) $\sim (p \rightarrow q)$. (g) $q \rightarrow p$.
 (b) $\sim p \wedge q$. (d) $\sim (p \wedge q)$. (f) $p \rightarrow q$. (h) $p \leftrightarrow q$.
5. Determine en cada caso posibles valores de verdad de las proposiciones identificadas con letras, sabiendo que:
- (a) $p \wedge \sim q$ es verdadera.
 (b) $p \rightarrow (q \wedge r)$ es verdadera.
6. Sean p y q proposiciones lógicas. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique en cada caso.
- (a) Si p es F, $p \rightarrow q$ es V. (d) Si p es V, entonces $(p \wedge q) \vee p$ es V.
 (b) Si $p \rightarrow q$ y p son V, entonces q es V.
 (c) Si $(p \wedge q) \vee p$ es F, entonces q es F. (e) Si q es V, entonces $(p \wedge q) \vee p$ es V.

2. Problemas intermedios

1. Determine en cada caso posibles valores de verdad de las proposiciones identificadas con letras, sabiendo que:
- (a) $q \leftrightarrow (p \vee q)$ es falsa.
 (b) $(p \vee q) \wedge [(p \vee r) \wedge (\sim q \vee \sim r)]$ es verdadera.
 (c) **(A)** $(p \vee \sim q) \vee [(p \wedge r) \vee (q \wedge \sim r)]$ es falsa.
 (d) $(r \rightarrow s) \vee \sim (p \wedge q)$ es falsa.
2. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones con la información entregada.
- (a) **(V)** $(q \vee \sim r) \rightarrow [(\sim p \wedge r) \rightarrow \sim (p \vee r)]$ sabiendo que p y q son proposiciones falsas y r es verdadera.
 (b) $(p \wedge q) \rightarrow q$, sabiendo que $p \rightarrow q$ es falsa.
 (c) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$, sabiendo que q es verdadera.
 (d) q , sabiendo que $(p \wedge q) \rightarrow \sim q$ es falso.
3. Sean p , q y r proposiciones lógicas. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique en cada caso.
- (a) Si $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ y p son verdaderas, podemos asegurar que r es verdadera.
 (b) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \vee (q \vee r)$.
 (c) Las proposiciones $(p \vee q) \vee r$ y $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ tienen el mismo valor de verdad.
4. Demuestre las siguientes implicaciones y equivalencias lógicas.

- (a) $p \wedge q \Rightarrow p$.
 (b) $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$.
 (c) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow q) \Leftrightarrow q$

5. Demuestre las siguientes tautologías.

- (a) $[(p \vee q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$,
 (b) **(V)** $[p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \rightarrow r]$,
 (c) $[p \leftrightarrow q] \Leftrightarrow [p \rightarrow q] \wedge [q \rightarrow p]$,
 (d) $\sim[p \leftrightarrow q] \Leftrightarrow [\sim p \wedge q] \vee [p \wedge \sim q]$.
 (e) **(A)** $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

6. Sean p, q y r proposiciones. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- (a) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ implica lógicamente $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.
 (b) $p \rightarrow (q \vee r)$ es lógicamente equivalente a $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$.

En cada caso escriba las razones de su decisión.

7. Sea \diamond un conectivo lógico definido por

p	q	$p \diamond q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Muestre que $p \diamond (p \diamond q) \Leftrightarrow p \vee q$.

8. **(A)** Sea \star el conectivo lógico definido por la siguiente equivalencia lógica

$$p \star q \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q),$$

demuestre que $p \star (p \star q) \Leftrightarrow q$.

9. Sea $*$ el conectivo lógico definido por: $p * q \Leftrightarrow \sim(p \rightarrow q)$.

Demuestre que $p * (p * q) \Leftrightarrow p \wedge q$.

3. Problemas avanzados

1. Sean p, q, r y t proposiciones lógicas.

- (a) **(A)** Sabiendo que $(\sim p \rightarrow q) \vee (r \leftrightarrow t)$ es falsa, determine el valor de verdad de

$$\sim(r \wedge t) \leftrightarrow (\sim q \vee r).$$

- (b) Si $p \rightarrow (q \vee r)$ es falsa, ¿cuál es el valor de verdad de $[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \rightarrow [q \vee (\sim p \rightarrow r)]$?

2. Dadas dos proposiciones lógicas p y q el conectivo lógico \odot es tal que la proposición $p \odot q$ es verdadera si y solo si q es verdadera y p es falsa.

- (a) Escriba la tabla de verdad para $p \odot q$.
 (b) ¿Es \odot asociativo?
 (c) ¿Es \odot conmutativo?
 (d) Demuestre que $q \odot q \Leftrightarrow F$.
 (e) Demuestre que $\sim p \odot \sim q \Leftrightarrow q \odot p$.

Observación: El conectivo lógico \odot es asociativo si y solo para proposiciones cualesquiera p, q y r se cumple que $p \odot (q \odot r) \Leftrightarrow (p \odot q) \odot r$. Él es conmutativo si y solo si para todo par de proposiciones p y q se cumple que $p \odot q \Leftrightarrow q \odot p$.

4. Desafíos

Con las herramientas de la lógica es posible analizar si un razonamiento (sin importar el área del conocimiento del cual provenga) es válido, es decir, es posible analizar si, por ejemplo, dadas proposiciones p , q y r , es posible concluir s ¹, lo que equivale a analizar si $(p \wedge q) \wedge r \rightarrow s$ es tautología.

En el primero de los problemas siguientes te damos indicaciones para resolverlo, los restantes se resuelven de manera similar.

1. Supón que las siguientes proposiciones son verdaderas:

- Si estamos en la semana mechona, no hay clases en la facultad.
- Hay clases en la facultad o baby fútbol en el gimnasio.
- Estamos en la semana mechona.

¿Es posible concluir que “En el gimnasio hay baby-fútbol” es verdadera? Justifique su respuesta.

Indicación: Analicemos la estructura del razonamiento anterior. Denotemos por letras a las proposiciones simples que lo componen.

Sean

p : Estamos en la semana mechona.

q : Hay clases en la facultad.

r : Hay baby-fútbol en el gimnasio.

Para responder si es posible concluir r a partir de las proposiciones dadas, debemos decidir si

$$[(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \vee r) \wedge p] \rightarrow r$$

es tautología.

2. Supón que las siguientes proposiciones son verdaderas:

- Juan está en su casa o en la universidad.
- Si Juan está en la universidad y es la 1 de la tarde, entonces Juan está en la biblioteca.
- Es la 1 de la tarde.

¿Es posible concluir que “Juan está en la biblioteca” es verdadera? Justifique su respuesta.

3. Luego de un crimen, los detectives lograron comprobar los siguientes hechos:

- El asesino de Don Andrés es su hijo Fabián o su sobrina Amanda.
- Si Fabián asesinó a su padre, entonces el arma está escondida en la casa de Don Andrés.
- Si Amanda dice la verdad, entonces el arma no está escondida en la casa de Don Andrés.
- Si Amanda miente, entonces a la hora del crimen ella se encontraba en la casa de Don Andrés.
- Amanda no estaba en la casa de Don Andrés a la hora del crimen.

¿Quién es el asesino de Don Andrés? Justifique su respuesta.

¹Sin importar el área del conocimiento de la que provengan p , q , r y s .