UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento Ingeniería Matemática.

PL[1] -Cálculo IV (MAT 225212 & MAT 225252)

Tema: ***Algebra de Números Complejos.*** **Primeras propiedades.**

1. Escribir para los siguientes números complejo, su opuesto y su complejo conjugado. Para cada uno de ellos indicar su argumento principal. Además representar en el plano de Argand.

(a) $1 - i$ (b) $3i + 5$ (e) $(1 - i)^2$

(P) $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) $\overline{1 - i}$ **(P)** $(1 + i)^3$

(P) i^7 (d) $(+i)^2$ (f) $\overline{(1 - i\sqrt{3})^7}$

2. Recuerde la definición de Parábola.

(P) Usando la representación en coordenadas rectangulares de los números complejos, muestre que $P = \Big\{z \in \mathbb{C} : \quad |z - 1 - i| = \mathrm{Re}(z) + 1\Big\}$ es una parábola. Encontrar la directrix y su foco.

(a) Idem $\quad Q = \Big\{z \in \mathbb{C} : \quad |z - i| = Im(z) + 2\Big\}$

(b) idem $\quad R = \Big\{z \in \mathbb{C} : \quad |z - z_0| = \mathrm{Re}(z) - a\Big\} \quad (a \in \mathbb{R})$.

3. Sea $\mathcal{P}$ una paralelogramo arbitrario de lados a y b. de diagonales c y d. Usando las ley de coseno, establecer

$$c^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

Enseguida, establecer

$$\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} : \qquad |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\big(|z_1^2 + |z_2|^2\big)$$

(P) Encontrar una par de numeros complejos, z_1, z_2 tales que

(a) $arg(z_1 z_2) \neq arg(z_1) + arg(z_2$ (b) $arg(\frac{z_1}{z_2}) \neq arg(z_1) - arg(z_2)$ (c) $arg(-z_1) \neq arg(z_1) + \pi$

4. Resolver las ecuaciones. Identifique la raíz principal y represente todas las raíces en el plano de Argand

(a) $(z + 2)^3 = 3i$ **(P)** $(z - 5 + i)^3 = -125$ (b) $(z - i)^4 = 1$ (c) $(3z - 2)^4 = 11$

5. Idem.

(a) $z^2 + z + 1 - i = 0$ (b) $z^2 + (1 + i)z + i = 0$ **(P)** $z^4 - z^2 + 1 - i = 0$

Nota: Estudiar los dos últimos problemas con IA.

Agosto 2025
FPV/fpv