UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Álgebra IV: Introducción a las Matemáticas Discretas 525412
Duración: 24 horas
16 de diciembre de 2021
Prof.: C. Thraves Caro

Evaluación 2

1. (**1.0 punto**) Para esta pregunta puede suponer que $\Sigma = \{0, 1\}$.
   - Sea L un lenguaje finito sobre Σ. Demuestre que L es regular.
   - Suponga que permitimos a un autómata *finito* con alfabeto Σ tener infinitos estados. Demuestre que en dicho caso, para cualquier lenguaje podríamos construir un autómata que lo reconoce.
2. (**2.0 puntos**) Responda verdadero o falso y justifique brevemente su respuesta (no más de 5 líneas). *OJO: Para que la respuesta tenga puntuación mayor a cero, debe tener una justificación (incluso si la opción verdadero o false escogida es correcta).*
   - Todo subconjunto de un lenguaje regular es regular.
   - Todo lenguaje regular tiene un subconjunto propio regular.
   - Si L es un lenguaje regular, también lo es $\{xy \colon x \in L \wedge y \notin L\}$.
   - Si $\{L_i \colon i \in \mathbb{N}\}$ es una colección infinita de lenguajes regulares, entonces $S = \bigcup_i L_i$ es regular.
3. (**1.0 punto**) Sea L un lenguaje regular y p su largo de bombeo. Demuestre que L es infinito si y sólo si existe $w \in L$ tal que $2p \geq |w| \geq p$.
4. (**2.0 puntos**) Suponga que L es un lenguaje enumerable pero no decidible. Pruebe que para cualquier maquina de Turing M tal que $L(M) = L$ existe un conjunto infinito de palabras para las que M no se detiene.