

SUPLEMENTO DE TAREA 1 DE 525402 ANÁLISIS FUNCIONAL II

LEONARDO FIGUEROA C.

La siguiente definición fue adaptada de la glosa ‘Continuity, modulus of’ de la *Encyclopedia of Mathematics* en http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Continuity,_modulus_of&oldid=30705.

Definición (Módulo de continuidad uniforme). Sean (X, d_X) e (Y, d_Y) espacios métricos. Dada $f: X \rightarrow Y$ el módulo de continuidad uniforme de f , $\omega_f: R_{>0} \rightarrow R \cup \{\infty\}$, se define por

$$(\forall t > 0) \quad \omega_f(t) := \sup_{\substack{x_1, x_2 \in X \\ d_X(x_1, x_2) \leq t}} d_Y(f(x_1), f(x_2)).$$

Proposición. Sean (X, d_X) e (Y, d_Y) y f como en la definición anterior.

- I. Si f es uniformemente continua entonces
 - a) Existe $t_0 > 0$ tal que $\omega_f(t)$ es finito para todo $t \in (0, t_0)$,
 - b) Bajo la condición adicional de que d_X es inducida por una norma $\|\cdot\|_X$, $\omega_f(t)$ es finito para todo $t > 0$.

Demostración. Tarea (2015-I).

□