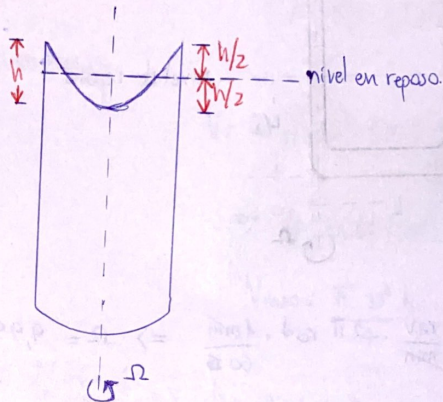
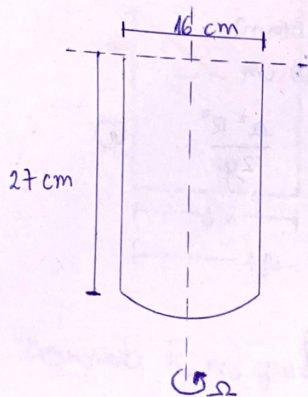


PAUTA LISTADO 5.



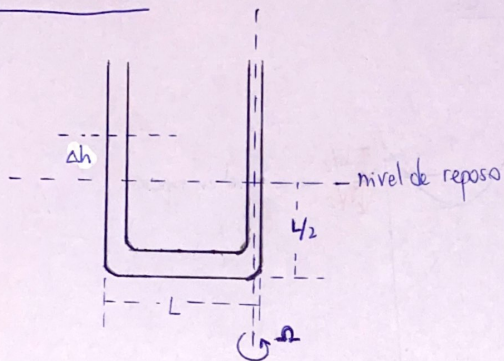
Por enunciado tenemos que  $h/2$  corresponde a  $1/3$  de la altura del cilindro, es decir 9 [cm].  $\Rightarrow h = 18$  [cm].

$h = \frac{\Omega^2 \cdot R^2}{2g}$ , despejando la velocidad angular, tenemos:

$\Omega = \sqrt{\frac{h \cdot 2g}{R^2}} \Rightarrow \Omega = 23,5 \text{ [rad/s]}$

## Ejercicio 2

(2)



Datos:

$$D = 5 \text{ [mm]}$$

$$L = 18 \text{ cm}$$

$$\Delta h = \frac{\Omega^2 R^2}{4g} \dots (1)$$

$$\Omega = 95 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot 2\pi \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \Rightarrow \Omega = 9,95 \text{ [rad/s]}$$

$L/2$  es despreciable con respecto a  $L$ , por lo que el radio de giro queda:  $R = L$ , reemplazando en (1):

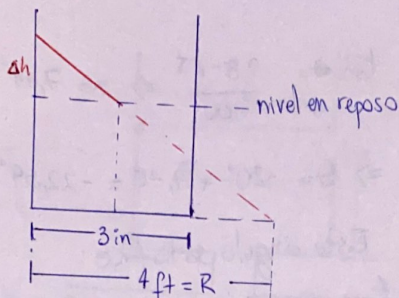
$$\Delta h = \frac{(9,95)^2 (0,18)^2}{4 \cdot 9,8} \Rightarrow \Delta h = 0,082 \text{ [m]}$$

Además, se tiene que la rama izquierda alcanzará una altura de  $L/2 + \Delta h$ , reemplazando:

$$h = \frac{L}{2} + \Delta h = \frac{0,18}{2} + 0,082 = 0,172 \text{ [m]}$$

# Ejercicio 3

(B)



Considerando:

$$1 [ft^3] = 1,805 [in^3]$$

$$V = 12 [ft^3] \cdot 1,805 \frac{[in^3]}{[ft^3]}$$

$$\Rightarrow V = 21,66 [in^3] \quad (\text{vaso})$$

$$V_{\text{vaso}} = \frac{\pi D^2 h}{4}$$

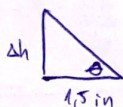
Despejando  $h$ , nos queda:  $h = \frac{21,66 \cdot 4}{\pi \cdot (3)^2} \Rightarrow h = 3,06 [in] \dots \text{altura vaso.}$

$$\Omega = 12 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \Rightarrow \underline{\Omega = 1,26 [\text{rad/s}]}$$

La aceleración  $a_x$  queda:  $a_x = \Omega^2 \cdot R$ , con  $R = 4 [ft]$   
 $\Rightarrow \underline{a_x = 6,35 [ft/s^2]}$

Por otra parte, se tiene:

$$\tan \theta = \frac{a_x}{g} \Rightarrow \tan \theta = \frac{6,35 \frac{[ft]}{[s^2]}}{32,2 \frac{[ft]}{[s^2]}} \Rightarrow \underline{\tan \theta = 0,197}$$

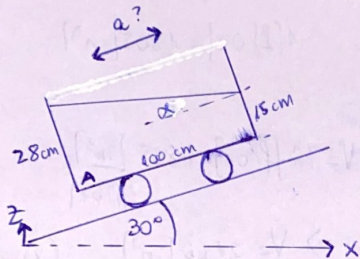


Por pitágoras:  $\tan \theta = \frac{\Delta h}{1,5 \text{ in}} \Rightarrow \underline{\Delta h = 0,296 [in]}$

Por lo que la altura máxima que puede tener el fluido sin derramarse:

$$h - \Delta h = 3,06 [in] - 0,296 [in] = \underline{2,76 [in]}$$

## Ejercicio 4



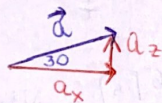
$$\tan \alpha = \frac{28 - 15}{100} \Rightarrow \alpha = 7,41^\circ$$

$$\Rightarrow \Theta = -30^\circ + 7,41^\circ = -22,59^\circ$$

Este ángulo satisface:

$$\tan \Theta = \frac{a_x}{a_z + g} = -0,416 \quad \dots \textcircled{1}$$

se tiene:

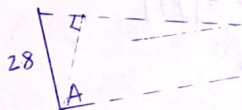


, es decir:  $a_x = a \cos 30$  ;  $a_z = a \sin 30$ .

Reemplazando en  $\textcircled{1}$ , queda:  $-0,416 = \frac{0,866 a}{9,81 + 0,5 a} \Rightarrow \boxed{a = -3,80 \text{ [m/s}^2\text{]}} \quad (v)$

$a_x = -3,29 \text{ [m/s}^2\text{]} ; a_z = -1,90 \text{ [m/s}^2\text{]}$

Por otra parte, tenemos:



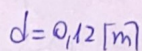
La distancia normal desde la superficie al punto A es:  
d:  $28 \cos(7,41)$ , por lo tanto:

$$P_A = \rho [a_x^2 + (g + a_z)^2]^{1/2}$$

$$P_A = 13550 [(-3,29)^2 + (9,81 - 1,90)^2]^{1/2} \cdot (0,28 \cos(7,41))$$

$$\boxed{P_A = 32200 \text{ [Pa]}}$$

5



$$V_2 = 1,9 \text{ [m/s]}$$

$$V_c = \pi R^2 h$$

$$\frac{d}{dt} \int \rho \, dv + \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int \rho dV = \rho_c \pi R^2 \frac{dh}{dt}, \text{ por lo que nos queda:}$$

$$\rho \pi R^2 \frac{dh}{dt} + \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = 0, \text{ despejando } dh/dt \therefore$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}}{\rho \pi R^2} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{\rho \cdot V_1 \cdot A - \rho V_2 \cdot A}{\rho \pi R^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{A(V_1 - V_2)}{\pi \frac{D^2}{4}} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{\cancel{\frac{\pi}{4}} d^2 (V_1 - V_2)}{\cancel{\frac{\pi}{4}} D^2} \dots \text{reemplazando:}$$

$$\frac{dh}{dt} = 0,0153 \text{ [m/s]}$$

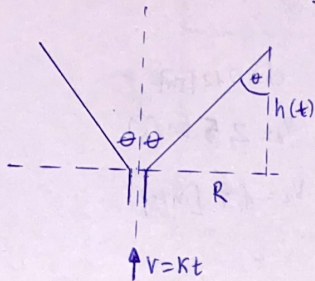
1. Luego:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1 - 0,3}{t - 0} = 0,0153 \text{ [m/s]}, \text{ despejando } t:$$

$$t = 46/57$$

# Ejercicio 6

6



$$\Rightarrow R = \tan \theta \cdot h \quad , \text{ con } h = h(t)$$

De la conservación de masa en estado no estacionario:

$$\frac{d}{dt} \int \rho \cdot dV + \dot{m}_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}} = 0$$

$\Rightarrow$  Reemplazando:

$$\frac{d}{dt} \left[ \int \frac{\pi (\tan \theta \cdot h)^2 \cdot h}{3} \right] - \dot{m}_{\text{in}} = 0 \quad , \text{ donde } \dot{m} = \rho \cdot Q \quad ,$$

con  $Q = V \cdot A$

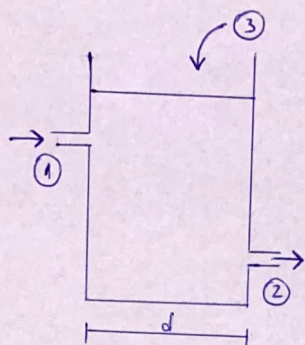
$$\frac{d}{dt} \left[ \int \frac{\pi \cdot \tan^2 \theta \cdot h^3}{3} \right] \Rightarrow \cancel{\pi} k t \frac{\pi d^2}{4} \quad , \text{ integrando c/r a } t:$$

$$\pi \tan^2 \theta h^3(t) = \frac{\cancel{\pi} \pi d^2 t^2}{8} + c \quad , \text{ con } h(t=0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow \text{finalmente : } h(t) = \left[ \frac{3 \cancel{\pi} d^2 t^2}{8 \cdot \tan^2 \theta} \right]^{1/3}$$

# Ejercicio 7

7



$$D_1 = 0,05 \text{ [m]}$$

$$D_2 = 0,07 \text{ [m]}$$

$$V_c = \frac{\pi d^2}{4}$$

Por conservación de masa en estado no estacionario:

$$\frac{d}{dt} \int \rho dV + \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = 0 \quad , \text{ reemplazando :}$$

$$\Rightarrow \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{dh}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \quad , \text{ con } \dot{m} = \rho \cdot Q$$

$$\Rightarrow \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{dh}{dt} = \rho \cdot Q_3 + \rho Q_1 - \rho Q_2$$

$$\Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{dh}{dt} = Q_3 + Q_1 - Q_2 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{[Q_3 + Q_1 - Q_2] \cdot 4}{\pi d^2}$$

$$\text{Luego, si } h = \text{cte} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = 0$$

$$0 = \frac{(Q_3 + Q_1 - Q_2) \cdot 4}{\pi d^2} \Leftrightarrow Q_3 + Q_1 = Q_2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \text{con } Q = V \cdot A$$

$$\text{Reemplazando : } V_2 = \frac{Q_3 + A_1 \cdot V_1}{A_2} = \frac{Q_3 + D_1^2 \cdot V_1 \cdot \frac{\pi}{4}}{D_2^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \quad ,$$

considerando  $Q_3 = 0,01 \text{ [m}^3/\text{s]}$  ,  $V_1 = 3 \text{ [m/s]}$  , tenemos :

$$V_2 = \frac{0,01 \text{ [m}^3/\text{s}] + 0,05^2 \text{ [m}^2] \cdot 3 \text{ [m/s]} \cdot \frac{\pi}{4}}{0,07^2 \text{ [m}^2] \cdot \frac{\pi}{4}}$$

$$\boxed{V_2 = 4,12 \text{ [m/s]}}$$