

Listado 10

1. Para la palabra $w = a_1a_2a_3\dots a_n$, su *reverso* es la palabra $w^R = a_na_{n-1}a_{n-2}\dots a_1$. El reverso de un lenguaje L es el conjunto que contiene a todos los reversos de las palabras en L , es decir, $L^R = \{w^R : w \in L\}$. Demuestre que si L es regular, entonces L^R es regular. Para esto use el siguiente ϵ -NFA. Sea A un ϵ -NFA tal que $L(A) = L$. Invierta el sentido de todos los arcos en el grafo de transición de A , haga que el estado inicial de A sea el único estado de aceptación del nuevo autómata, y cree un nuevo estado inicial p_0 que esté conectado a cada uno de los estados de aceptación de A mediante una transición ϵ . Demuestre que este nuevo autómata acepta a L^R .
2. Si L es un lenguaje y a es un símbolo, entonces definimos L/a como el conjunto de todas las palabras w tal que $wa \in L$. Por ejemplo, si $L = \{a, aab, baa\}$, entonces $L/a = \{\epsilon, ba\}$. Demuestre que si L es regular entonces L/a es regular. (*Pista: considere el DFA A que acepta a L y vea cómo cambiar los estados de aceptación de A de tal forma que acepte a L/a.*)
3. Si L es un lenguaje entonces $a \setminus L$ es el conjunto de las palabras w tal que $aw \in L$. Por ejemplo, si $L = \{a, aab, baa\}$, entonces $a \setminus L = \{\epsilon, ab\}$. Demuestre que si L es regular entonces L/a es regular. (*Pista: Use los dos resultados demostrados en los problemas anteriores.*)
4. Determine cual de las siguientes igualdades es verdadera, justifique su respuesta.
 - $(L/a)a = L$, donde el lado izquierdo de la igualdad es la concatenación de los lenguajes L/a y $\{a\}$.
 - $a(a \setminus L) = L$, donde el lado izquierdo de la igualdad es la concatenación de los lenguajes $\{a\}$ con $a \setminus L$.
 - $(La)/a = L$.
 - $a \setminus (aL) = L$.

5. Dé la secuencia de *descripciones instantáneas* de la máquina de Turing

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1, X, Y, B\}, \delta, q_0, B, \{q_4\})$$

vista en clases y descrita en la Tabla 1, cuando la cinta contiene:

- 00.
- 000111.
- 00111.

6. Diseñe una máquina de Turing para cada uno de los siguientes lenguajes:

- El conjunto de palabras con el mismo número de 0's y de 1's.
- $\{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$.
- $\{ww^R : w \in \{0, 1\}^*\}$.

	0	1	X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)			(q_3, Y, R)	
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)		(q_1, Y, R)	
q_2	$(q_2, 0, L)$		(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	
q_3				(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4					

Cuadro 1: Tabla que describe la función de transición de la TM que acepta a $\{0^n1^n : n \geq 1\}$.

7. **Tarea*** Diseñe una máquina de Turing que tome como input un número N escrito en binario y le sume 1 (en binario). Es decir, la cinta inicialmente tiene el símbolo $\&$ seguido de N escrito en binario, la cabeza lectora inicialmente lee el símbolo $\&$ y el control-lector está en el estado q_0 . Su máquina de Turing termina con $N + 1$ escrito en binario en la cinta, la cabeza lectora debe estar leyendo el símbolo de más a la izquierda de $N + 1$, y el control debe estar en el estado q_f . De la secuencia de *descripciones instantáneas* de su máquina de Turing cuando el input es $\&111$.

8. Considere la siguiente máquina de Turing,

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\}).$$

Describa el lenguaje que acepta M para las siguientes reglas de la función δ .

- **Tarea*** $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R); \delta(q_1, 1) = (q_0, 0, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R)$.
- $\delta(q_0, 0) = (q_0, B, R); \delta(q_0, 1) = (q_1, B, R); \delta(q_1, 1) = (q_1, B, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R)$.
- $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R); \delta(q_1, 1) = (q_2, 0, L); \delta(q_2, 1) = (q_0, 1, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R)$.