FÍSICA (510226) - CERTAMEN I

Fecha: 04 de Octubre de 2021 – 19:15

– 22:00 hs.

electro.510226@gmail.com

APELLIDO PATERNO	APELLIDO MATERNO	NOMBRES

		PROF.		
Nº DE MATRÍCULA	SECCIÓN	L. Bennun	PUNTAJE	NOTA

Duración: 110 minutos de Resolución (más 65 minutos para envío).

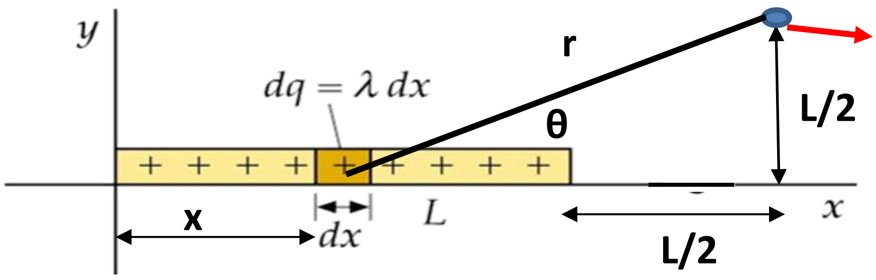
El certamen requiere **DESARROLLO** y se consideran **válidos**:

1. Los que tengan un **DESARROLLO COMPLETO, ORDENADO Y LEGIBLE**, en un lugar claramente legible.

INSTRUCCIONES

- La interpretación del problema es parte de su resolución. **NO SE ACEPTAN CONSULTAS.**
- Enviar la **resolución** del certamen **desde un correo UdeC** a la dirección de correo resaltada en amarillo, indicando en el asunto: Certamen 1.
- **NO se requiere resolver las integrales.** Puede dejarlas convenientemente expresadas.

Problema 1 (30%). Se tiene un alambre muy delgado, de longitud L, cargado eléctricamente con densidad lineal λ, según se indica en la figura.



A) Calcular el campo eléctrico en el punto P.(20%)
B) Calcular el potencial eléctrico en el punto P.(10%)

$$A)\ dE = k\,\frac{dq}{r^2} = k\,\frac{\lambda dx}{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$dEx = k\,\frac{\lambda dx}{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}\cos(\theta) = k\,\frac{\lambda dx}{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}\,\frac{\frac{3}{2}L - x}{\sqrt{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$$

$$dEx = k\,\frac{\lambda dx(\frac{3}{2}L - x)}{\left((\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \to Ex = k\lambda\int_0^L \frac{dx(\frac{3}{2}L - x)}{\left((\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}}$$

$$Ex = k\lambda\left[\frac{1}{\sqrt{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}\right]_0^L = \frac{k\lambda}{\sqrt{2\left(\frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{k\lambda}{\sqrt{(\frac{3}{2}L)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$$

$$dEy = k\,\frac{\lambda dx}{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}\sin(\theta) = k\,\frac{\lambda dx}{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}\,\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{(\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$$

$$dEy = k\,\frac{\lambda dx(\frac{L}{2})}{\left((\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \to Ey = \frac{k\lambda L}{2}\int_0^L \frac{dx}{\left((\frac{3}{2}L - x)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}}$$

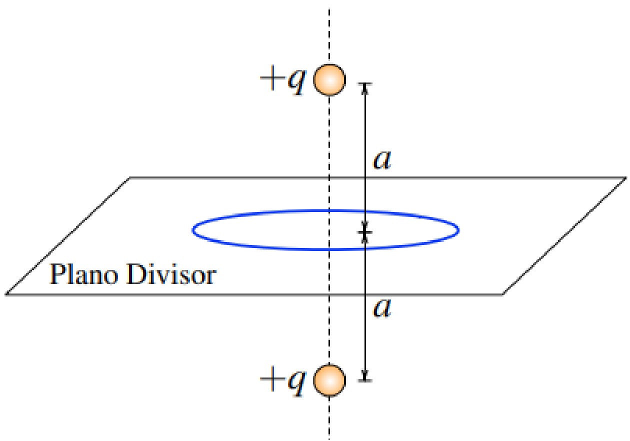
$$Ey = \frac{k\lambda L}{2}\left[\frac{4x - 6L}{L^2\sqrt{x^2 - 3Lx + \frac{5L^2}{2}}}\right]_0^L = \frac{k\lambda}{2L}\left(\frac{-2L}{\sqrt{\frac{L^2}{2}}} + \frac{6L}{\sqrt{\frac{5L^2}{2}}}\right)$$

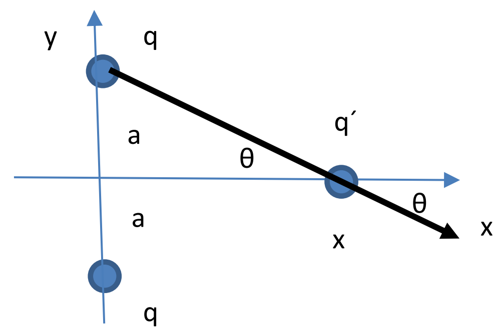
$$|\bar{E}| = \left(E_y^2 + E_x^2\right)^{1/2};\ \delta = arctg(E_y/E_x)$$

$$B)\ V = k\int_Q \frac{dq}{r} = k\int_0^L \frac{\lambda dx}{\left(\left(\frac{3}{2}L - x\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$V = k\lambda\left[ln\left(\left|L\sqrt{(2x - 3L)^2 + L^2} + |L|(2x - 3L)\right|\right)\right]_0^L V = k\lambda ln\left(\frac{\left|L\sqrt{2L^2} - L^2\right|}{\left|L\sqrt{(3L)^2 + L^2} - 3L^2\right|}\right)$$

Problema 2 (25%). Dos cargas puntuales positivas +q están separadas por una distancia 2a. Por el punto medio del segmento que las une se traza un plano perpendicular al mismo. El lugar de los puntos en que la fuerza sobre una carga de prueba situada en el plano es máxima es, por razón de simetría, una circunferencia. Encuentre su radio.





Por simetría las fuerzas en el eje "y" son siempre cero. Las fuerzas en x son:

$$Fx = \frac{2kqq´}{(x^2+a^2)}\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \frac{2kqq´\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2kqq´\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right) = 2kqq´\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right) = 0$$

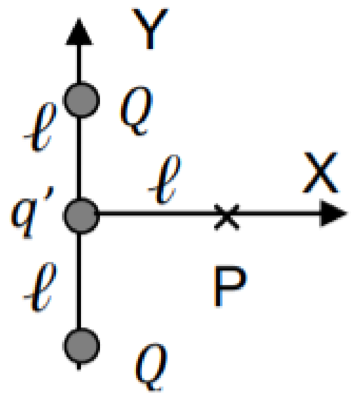
$$\frac{\partial Fx}{\partial x} = \left(\frac{1.\,(x^2+a^2)^{3/2} - x\,\frac{3}{2}(x^2+a^2)^{1/2}2x}{\left((x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}\right)^2}\right) = 0$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial x} = 1.\,(x^2+a^2)^{3/2} - 2x^2\,\frac{3}{2}(x^2+a^2)^{\frac{1}{2}}) = 0$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial x} = x^2 + a^2 - 3x^2 \;= 0 \rightarrow -2x^2 + a^2 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{a^2}{2}}$$

Problema 3 (25%). Se tienen 3 cargas eléctricas equiespaciadas una distancia ℓ, las de los extremos de valor Q y la del centro de valor q', como muestra la figura.



A) Obtenga la relación entre los valores Q y q' de manera tal que el campo eléctrico en el punto P = (ℓ; 0) sea nulo;(15%)
B) Suponiendo q' = –2Q, halle el valor de la fuerza que sentiría una carga de prueba q en todo punto del eje X>0;(10%)

A)

$$Ex(P) = 0 = \frac{kQ}{2l^2}\cos(\theta) + \frac{kQ}{2l^2}\cos(\theta) + \frac{kq'}{l^2} = \frac{Q}{2l^2}\frac{l}{\sqrt{2l^2}} + \frac{Q}{2l^2}\frac{l}{\sqrt{2l^2}} + \frac{q'}{l^2}$$

$$Ex(P) = 0 = \frac{Q}{2}\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{Q}{2}\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{q'}{1} = \frac{Q}{\sqrt{2}} + q' = 0$$

$$q' = -\frac{Q}{\sqrt{2}}$$

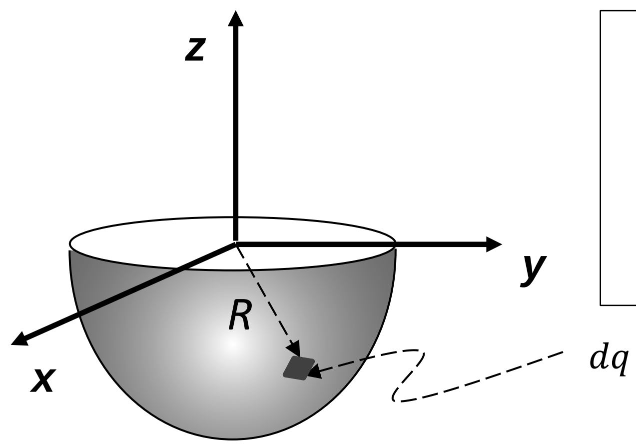
B)

$$F(x) = \frac{kQq}{x^2 + l^2}\cos(\theta) + \frac{kQq}{x^2 + l^2}\cos(\theta) - \frac{2kQq}{x^2}$$

$$F(x) = \frac{kQq}{x^2 + l^2}\frac{x}{(x^2 + l^2)^{1/2}} + \frac{kQq}{x^2 + l^2}\frac{x}{(x^2 + l^2)^{1/2}} - \frac{2kQq}{x^2}$$

$$F(x) = 2\frac{kQqx}{(x^2 + l^2)^{3/2}} - \frac{2kQq}{x^2}$$

Problema 4.(20%) Calcule el potencial electroestático en el punto $\vec{r} = \vec{0}$, debido a medio cascaron esférico de radio *R,* densidad superficial de carga constante σ, carga neta *q*/2 y superficie $2\pi R^2$. Ver figura.



$$\boldsymbol{V = k\int_{q(total)} \frac{dq}{r} = k\int_{q} \frac{\sigma da}{R}}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{k\sigma}{R}\int_{A} da = \frac{k\sigma}{R} 2\pi R^2 = \frac{kq}{2R}}$$