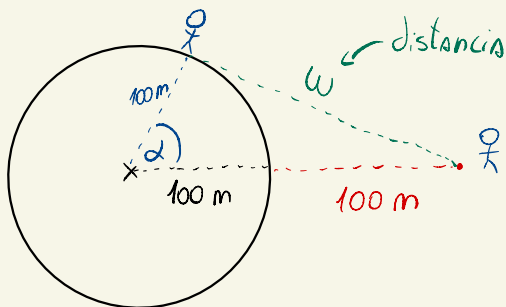


Un individuo corre por una pista circular de 100 m de radio a una rapidez constante de 8 m/s. Un amigo del corredor está parado a una distancia de 200 m del centro de la pista. ¿Qué tan rápido cambia la distancia entre ellos cuando la distancia entre ellos es de 200 m?

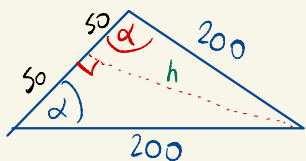


Por teorema del coseno,

$$w^2 = 100^2 + 200^2 - 2 \cdot 100 \cdot 200 \cos(\alpha) \quad \frac{d}{dt}$$

$$2w \frac{dw}{dt} = 2 \cdot 100 \cdot 200 \sin(\alpha) \frac{d\alpha}{dt}$$

En el instante que se pide analizar, $w = 200$ (m) y



Se forma un triángulo isósceles, donde Al aplicar la altura h , por Pitágoras:

$$200^2 = 50^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{200^2 - 50^2} = \sqrt{37500} = 50\sqrt{15}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{50\sqrt{15}}{200} = \frac{1}{4}\sqrt{15}$$

Luego,

$$2 \cdot 200 \frac{dw}{dt} = 2 \cdot 100 \cdot 200 \cdot \frac{1}{4}\sqrt{15} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\frac{dw}{dt} = 25\sqrt{15} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \rightarrow \text{Velocidad Angular, donde}$$

Rapidez = Velocidad Angular \times Radio

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{8 \text{ m/s}}{100 \text{ m}}$$

$$= 25\sqrt{15} \cdot \frac{8}{100} = 2\sqrt{15} \text{ m/s}$$