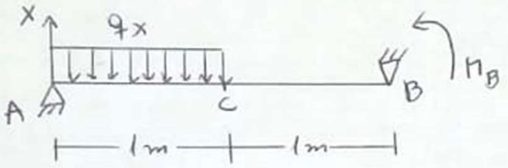
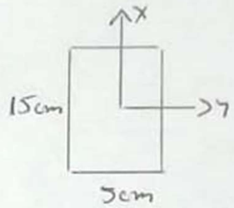
1.- Para la viga de la figura. Determine:

a) Diagrama de fuerza de corte y momento flector.

b) Máximo esfuerzo normal principal, identificando el punto donde se produce.

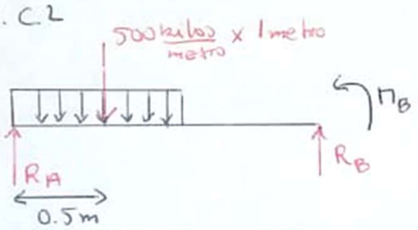




$q_x = 500 \frac{\text{kilos}}{\text{metros}}$, $M_B = 1.000$ kg·m, las reacciones tienen dirección x y los momentos flectores y.

Solución

D.C.L



$\sum F_x = 0$

$\Rightarrow R_A + R_B = 500$ k

$\curvearrowleft + \sum M_B = 0$

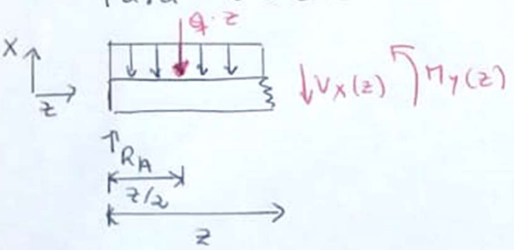
$\Rightarrow R_A \cdot 2m - 500 \text{ kg} \cdot 1{,}5m - 1{,}000 \text{ kg}\cdot m = 0$

$R_A = \frac{(500 \cdot 1{,}5 - 1.000) \text{ kg}\cdot m}{2m}$

$R_A = 875$ kg

$\Rightarrow R_B = -375 \downarrow$ R_B en sentido opuesto al supuesto

Para $0 \leq z \leq 1$



$+\uparrow \sum F_x = 0$

$\Rightarrow R_A - q \cdot z - V_x(z) = 0$

$\Rightarrow V_x(z) = R_A - q \cdot z = 875 - 500z$

$\curvearrowleft + \sum M_z = 0$

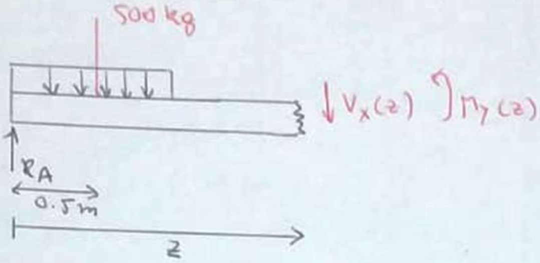
$\Rightarrow R_A \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2} - M_y(z) = 0$

$\Rightarrow M_y(z) = R_A z - \frac{q z^2}{2} = 875z - 250z^2$

$V_x(0) = 875$, $V_x(1) = 375$, $M_y(0) = 0$, $M_y(1) = 625$

2

Para $1 \le z \le 2$



$+\uparrow \sum F_x = 0$

$\Rightarrow R_A - 500 - V_x(z) = 0$

$\Rightarrow V_x(z) = R_A - 500 = 375$

$\sum M_z = 0$

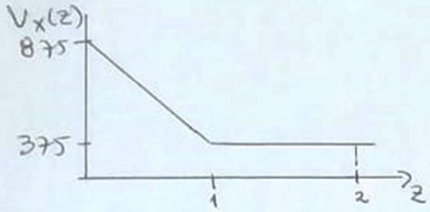
$\Rightarrow R_A\, z - 500(z-0.5) - M_z(z) = 0$

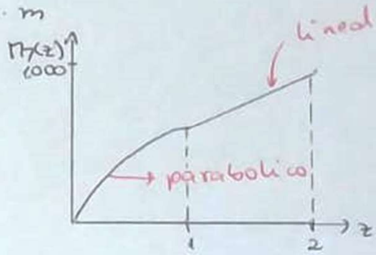
$\Rightarrow M_z(z) = R_A z - 500(z-0.5)$

$M_z(z) = 875 z - 500(z-0.5)$

$V_x(1) = V_x(2) = 375$

$M_z(1) = 625 \;,\; M_z(2) = 1.000 \text{ kg}\cdot\text{m}$





b)

$$\sigma(1)\big|_{máx} = \sigma_{zz}\big|_{máx} = \frac{6\, M_z\big|_{máx}}{b \cdot h^2}$$

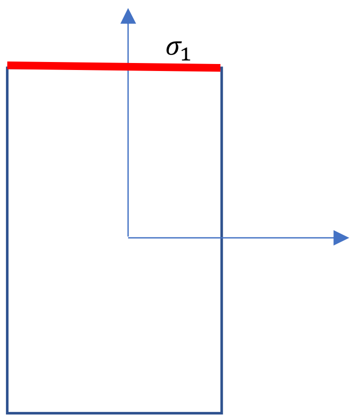
$M_z\big|_{máx}$ se produce en el extremo B cuando $z=2$.

$M_z(2) = 1.000 \text{ kg}\cdot\text{m} = M_z\big|_{máx}$

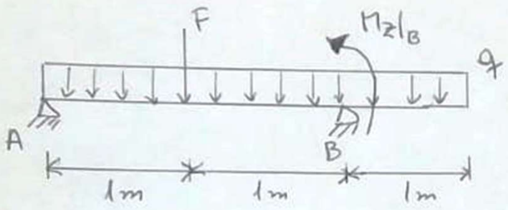
Por tanto:

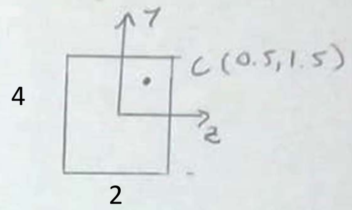
$$\sigma(1)\big|_{máx} = \frac{6 \cdot 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}}{(0.05\text{m})\cdot(0.15\text{m})^2} = 5{,}33 \times 10^6 \text{ kg/m}^2 = 533.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

La máxima deformación se producirá en el punto B, en el extremo sometido a tracción, en este caso el extremo superior



2- Para la viga de la figura, determine
a) Diagrama de fuerza de corte y momento flector
b) Máximo esfuerzo de flexión
c) Máximo esfuerzo principal
d) Direcciones de corte principales en el punto C.

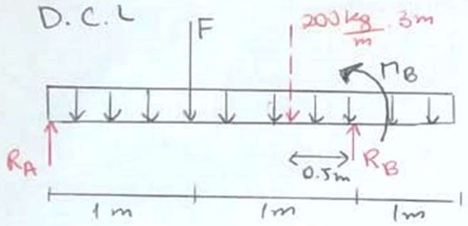




$q = 200 \frac{kg}{metro}$, $F = 400\ kg$, $M_z|_B = 1.000\ kg \cdot m$

Solución

D.C.L



$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow R_A + R_B = F + 600 = 400 + 600$

$\Rightarrow R_A + R_B = 1000$

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0$

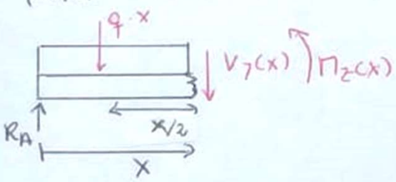
$R_B \cdot 2 + 1.000 - F \cdot 1 - 600 \cdot 1,5 = 0$

$R_B = (-1.000 + 400 + 900)/2$

$R_B = 150$

$\Rightarrow R_A = 850$

Para $0 \leq x \leq 1$



$\Sigma F_y = 0$

$V_y(x) = R_A - q \cdot x$

$V_y(x) = 850 - 200 \cdot x$

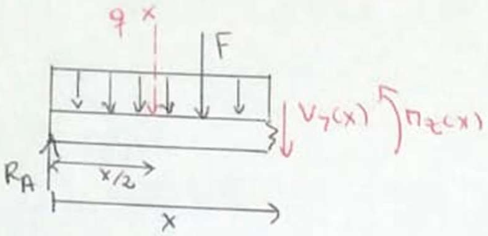
$\circlearrowleft + \Sigma M_x = 0$

$\Rightarrow R_A \cdot x - \frac{q x^2}{2} - M_z(x) = 0$

$\Rightarrow M_z(x) = 850x - 100x^2$

$V_y(0) = 850$, $V_y(1) = 650$, $M_z(0) = 0$, $M_z(1) = 750$

Para $1 \leq x \leq 2$



$\sum F_y = 0$

$V_y(x) = R_A - q\,x - F$

$V_y(x) = 850 - 200\,x - 400$

$V_y(x) = 450 - 200x$

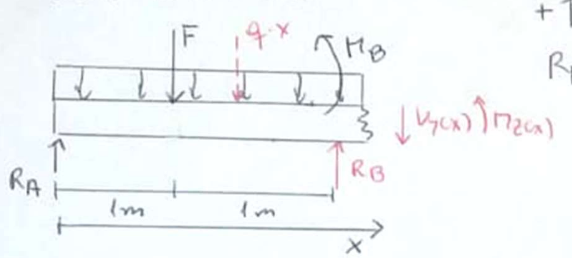
$\circlearrowleft + \sum M_x = 0$

$M_z(x) = R_A \cdot x - F(x-1) - \frac{q\,x^2}{2} = 0$

$M_z(x) = 850\,x - 400(x-1) - 100\,x^2$

$V_y(1) = 250$, $V_y(2) = 50$, $M_z(1) = 750$, $M_z(2) = 900$

Para $2 \leq x \leq 3$



$+\uparrow \sum F_y = 0$

$R_A - F - q \cdot x + R_B - V_y(x) = 0$

$\Rightarrow V_y(x) = R_A - F - q\,x + R_B$

$V_y(x) = 850 - 400 - 200x + 150$

$V_y(x) = 600 - 200x$

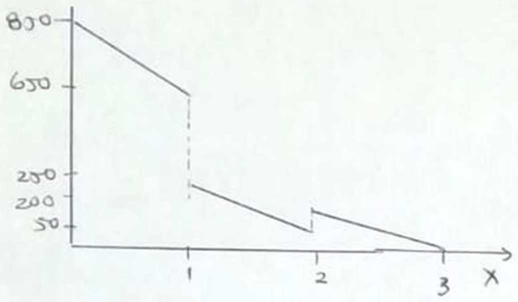
$\circlearrowleft + \sum M_x = 0$

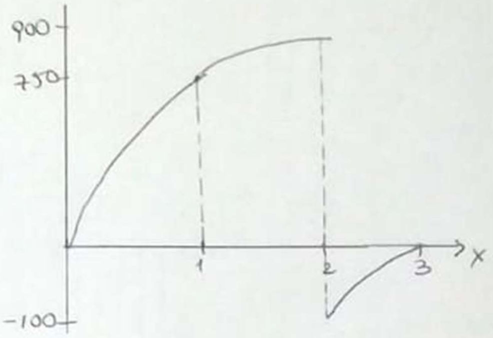
$R_A \cdot x - F(x-1) - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_B - M_z(x) + R_B(x-2)$

$\Rightarrow M_z(x) = 850x - 400(x-1) - 100x^2 - 1000 + 150(x-2)$

$V_y(2) = 200$, $V_y(3) = 0$, $M_z(2) = -100$, $M_z(3) = 0$

⑤





b) Máximo esfuerzo de flexión

$$\sigma|_{máx} = \frac{6\, M_z|_{máx}}{(2\times 4^2)\,cm^3} = \frac{6\cdot 900\times 10^4\ kg\cdot cm}{(2\times 4^2)\,cm^3} = 16.875\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\sigma|_{máx} = 168.75\ \frac{kg}{mm^2}$$

c) $\sigma(1)|_{máx} = \sigma_{xx}|_{máx} = 168.75\ kg/mm^2$

d) Dirección de corte principal.

Ya que $\sigma(1) = \sigma_{xx}$ → la dirección normal principal es $n_i = (1,0,0)$

Por tanto, a 45° encontramos τ_{max} con dirección $n_i = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$