UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Elementos Finitos 521237

Ejercicios propuestos

1. Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ un triángulo (si $n = 2$) o tetraedro (si $n = 3$) de diámetro h_K y e una de sus caras. Denotemos por $\Pi^k : L^2(K) \to \mathbb{P}_k(K)$ a la proyección ortogonal L^2 sobre $\mathbb{P}_k(K)$. Demostrar que, si $v \in H^s(K)$ para $s \in \{1, ..., k+1\}$, entonces existe $C > 0$, independiente de h_K tal que
$$\|v - \Pi^k v\|_{L^2(e)} \leq C h_K^{s-1/2} |v|_{H^s(K)}.$$

2. Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ un triángulo (si $n = 2$) o tetraedro (si $n = 3$) de vértices $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$, ... $\boldsymbol{v}_{n+1}$, y diámetro h_K. Denotamos por $\mathcal{I} : \mathcal{C}^0(K) \to \mathbb{P}_1(K)$ a interpolante tal que $\mathcal{I}v(\boldsymbol{v}_i) = v(\boldsymbol{x}_i)$, para $i \in \{1, ..., n+1\}$ y $v \in \mathcal{C}^0(K)$. Demostrar que existe $C > 0$, independiente de h_K tal que
$$|v - \mathcal{I}^k v|_{H^1(K)} \leq C h_T |v|_{H^2(K)} \quad \forall v \in H^2(K).$$

3. Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ un triángulo (si $n = 2$) o tetraedro (si $n = 3$) de diámetro h_K y cuyo baricentro se denota por $\boldsymbol{v}$. Sea $\mathcal{I} : \mathcal{C}^0(K) \to \mathbb{P}_0(K)$ a interpolante tal que $\mathcal{I}v(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{v}$, para todo $\boldsymbol{x} \in K$ y $v \in \mathcal{C}^0(K)$. Demostrar que existe $C > 0$, independiente de h_K tal que
$$\|v - \mathcal{I}^k v\|_{L^2(K)} \leq C h_T |v|_{H^1(K)} \quad \forall v \in H^1(K).$$
