UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°6

Álgebra 2 - 525150

1. Decida si las siguientes aseveraciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.

   (a) Sean $\vec{v}_1 = (a, 2, 3)^t$, $\vec{v}_2 = \left(1, \frac{1}{2}a, 4\right)^t$ y $\vec{v}_3 = (3, 2, 1)^t$, siendo a un parámetro real. Existe un único valor de $a \in \mathbb{R}$ de modo que v_1 sea ortogonal a v_2 y que v_1 y v_3 sean paralelos.

   (b) Una ecuación paramétrica de la recta con vector director $\vec{v} = (2, 3, 4)^t$ y que pasa por el punto $P(-3, -3, -9)$ está dada por:

$$L : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 + 6t, \qquad t \in \mathbb{R}. \\ z = -1 + 8t \end{cases}$$

   (c) El conjunto $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y = 3 \wedge 3x + z = 4\}$ representa, gráficamente, una recta paralela al plano $\Pi : 2x - 4y - 6z = 1$.

   (d) Existen valores de $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ para los que se cumple que la recta $L_\beta : \frac{2-x}{\alpha} = \frac{6-y}{3\alpha} = \frac{z+1}{\frac{\alpha}{2}}$ está contenida en el plano $\Pi : y + 2z = 2x$.

   (e) Existe un único $k \in \mathbb{R}$ de modo que se cumpla la siguiente igualdad

$$\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k+1 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix},$$

   donde α, β, γ son parámetros reales.

2. Sean $P(5, -2, -3)$ y $Q(1, -2, 1)$ puntos de $\mathbb{R}^3$ y Π el plano definido por:

$$\Pi : -5x + y + 2z + 3 = 0$$

   Determine, justificando sus respuestas:

   (a) una ecuación paramétrica de la recta L_1 que pasa por P y es ortogonal a Π.

   (b) una ecuación del plano Π_1 que contiene a $L_1 \cup \{Q\}$.

   (c) una ecuación paramétrica de una recta L_2 contenida en el plano Π_1, que pase por P y sea paralela a Π.

3. Dados el punto $A(35, 2, -5)$ y las rectas

$$L_\beta : \begin{cases} x = -1 + 9\beta\, t \\ y = 2 + 2(2 - \beta)t, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

   (a) Determine, si existe, $\beta \in \mathbb{R}$ de manera que $A \in L_\beta$.

   (b) Determine una ecuación del plano Π que pasa por el punto A y cuyos vectores directores son $\vec{v}_1 = (1, 2, 3)^t$ y $\vec{v}_2 = (3, -2, -1)^t$.

   (c) Determine, si existe, $\beta \in \mathbb{R}$ de manera que L_β esté contenida en Π.