

TAREA VOLUNTARIA 2 ALGEBRA III 525201-1

ATENCIÓN:

- Sólo debe RESOLVER DOS DE LOS TRES PROBLEMAS PROPUESTOS, sujeto a lo siguiente:
 - El Problema 1 es de DESARROLLO OBLIGATORIO.
 - El otro PROBLEMA deberá ser escogido entre los Problemas 2 y 3 (sólo uno de ellos).
- Favor escribir su desarrollo de manera cuidadosa y detallada. El puntaje obtenido (**MÁXIMO 2 puntos**), será acumulado a la nota del TEST 4 pasado con un tope de 7.0 en la suma total. Favor enviar su desarrollo en formato pdf, indicando su nombre, matrícula y firma en cada hoja de desarrollo.
- Si pretende invocar algún resultado no discutido en clases ni en prácticas ni subido al curso en Infoda, éste debe ser demostrado previamente.

En lo que sigue, considere $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ es un \mathbb{K} -espacio vectorial con producto interno, pudiendo ser $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ o $\mathbb{K} = \mathbb{C}$. Además, $\tilde{I} \in \mathcal{L}(V)$ denota la aplicación identidad.

Problema 1. Sea $V := \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, provisto del producto interno

$$\forall p, q \in V : \langle p, q \rangle := \int_0^1 p(t) q(t) dt.$$

Determinar en forma explícita la APLICACIÓN ADJUNTA de $T \in \mathcal{L}(V)$, definido por
 $V \ni p \mapsto T(p) := p'.$

(1 punto)

Problema 2.

2.1) Sea V finito dimensional, y $T \in \mathcal{L}(V)$ positiva. Demostrar que si T es un ISOMORFISMO, entonces
 $\forall u \in V \setminus \{\theta\} : \langle T(u), u \rangle > 0.$

(0.5 punto)

2.2) Sea V finito dimensional, $T \in \mathcal{L}(V)$, $S \in \mathcal{L}(V)$ isometría, y $R \in \mathcal{L}(V)$ positiva, tales que $T = SR$.
Pruebe que $R = \sqrt{T^*T}.$

(0.5 punto)

Problema 3. Determinar una FORMA BILINEAL Φ SIMÉTRICA en \mathbb{R}^3 , tal que

- $\text{Ker}(\Phi) = \langle \{(1, 2, -1)\} \rangle.$
- $\Phi((1, 1, 1), (1, 1, 1)) < 0.$

Además, determinar la matriz que representa a Φ con respecto a la base canónica.

(1 punto)

OBSERVACIÓN: En este caso, $\text{Ker}_L(\Phi) = \text{Ker}_R(\Phi)$. Por ello, simplemente se denota por $\text{Ker}(\Phi)$.

Fecha de entrega (al correo udec del profesor): 02.08.2021, 18:00 horas