UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Álgebra III (525 201)

Evaluación Recuperativa
100 min.

P1. Sean $x, y \in \mathbb{R}^n \setminus \{\theta\}$, considere la matriz $A = x\ y^t \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$.

a) Demuestre que x es vector propio de A.
b) Pruebe que todo vector no nulo ortogonal a y es vector propio de A.
c) Demuestre que si $\langle x, y\rangle \neq 0$ entonces A es diagonalizable.

P2. Sea $L : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ tal que su forma de Jordan es:

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre el polinomio característico de L.
b) Determine valores propios de L, con sus respectivas multiplicidades algebraica y geométrica.
c) Si $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ es la base de $\mathbb{R}^5$ asociada a la forma de Jordan. Explicite tres espacios L-invariantes de dimensión 2.
d) Demuestre que L es invertible y encuentre una expresión para L^{-1} como combinación lineal de I, L, L^2, L^3, L^4.

P3. Sea $B : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una forma bilineal simétrica cuya forma cuadrática asociada es:

$$q(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 2xy$$

a) Encuentre la matriz asociada a la forma bilineal en la base canónica.
b) Demuestre que B define un producto interior.
c) A qué figura corresponde el lugar geométrico de $q(x, y) = a$ para los distintos valores de a.

LSA 30 de junio de 2008.