UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Algebra III
525201
9 de marzo de 2017
Prof.: Anahí Gajardo

Listado 0

1. Determine cual(es) de las siguientes expresiones tiene errores sintácticos, justifique.

   a) $(\forall x \in A)(\exists b \in A) \wedge (\exists n \in \mathbb{N})\ b^n = x$.

   b) $(\exists a \in A)(\exists b \in A)\ a + b \in A$.

   c) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})\ x \wedge y \in \mathbb{N}$.

   d) $(\forall x > n)(\exists n \in \mathbb{Z})\ x + n < 0$.

   e) $(\exists n \in \mathbb{Z})\ x + n\ (\forall x \in \mathbb{R}) < 0$.

   f) $(\exists n \in \mathbb{Z})(\forall x > n)\ x + n < 0$.

2. Demuestre que las siguientes proposiciones son verdaderas.

   a) $(\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N})(\forall z \in \mathbb{N})\ yz > x$.

   b) $(\forall x \in \mathbb{R})\ [x > 1 \rightarrow x^2 > x]$.

   c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})[x < y \rightarrow x^2 < y^2]$.

3. Demuestre que las siguientes proposiciones son falsas.

   a) $(\forall y \in \mathbb{N})(\forall z \in \mathbb{N})(\exists x \in \mathbb{N})\ |z - y| > x$.

   b) $(\forall x \in \mathbb{R})\ x^2 > x$.

   c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})\ x^2 < y + 1$.

4. Para cada una de las siguientes expresiones: escriba en castellano, niegue, determine sus variables libres y si no las tiene, determine su valor de verdad (justifique).

   a) $(\forall n \in \mathbb{N})\ n^2 + 2n$ es par .

   b) $(\exists x \in \mathbb{R})\ x^2 - x - 6 = 0$.

   c) $(\exists x \in \mathbb{R})\ x^2 \geq 0$.

   d) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists a, b, c \text{ primos})\ n = a + b + c$.

   e) $(\forall \epsilon > 1)(\exists n \in \mathbb{N})(n \leq \epsilon \rightarrow \frac{1}{n} + 1 < \epsilon)$.

   f) $(\forall \epsilon > 0)(\exists m \in \mathbb{N})\left(\frac{1}{m} \leq \epsilon \longrightarrow \frac{1}{m} + 1 < \epsilon\right)$.

   g) $(\forall n \in \mathbb{N})\ (n$ es par $\rightarrow n^2 + n + 19$ es primo).

   h) $(\exists x \in \mathbb{R})\ \frac{1}{x^2+1} > 1$.

   i) $(\forall x \in \mathbb{R})\ (x^2 < y^2 \rightarrow x < y)$.

   j) $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\forall y \in \mathbb{R})\ [x + y \geq 2 \rightarrow (x \geq 1 \vee y \geq 1)]$.