

Evaluación 2, versión de práctica  
Teoría de Números (527288)

*Instrucciones.* Desarrollar justificadamente las respuestas a los problemas planteados.  
*Tiempo.* 90 minutos.

**Problema 1. (XX puntos)**

Determinar los siguientes valores del símbolo de Legendre.

$$1. \left( \frac{24}{331} \right) \quad 2. \left( \frac{-70}{277} \right)$$

**Problema 2. (XX puntos)**

Sea  $p > 2$  un número primo.

1. Mostrar que un número  $a$  no puede ser al mismo tiempo raíz primitiva módulo  $p$  y residuo cuadrático módulo  $p$ .
2. Escribiendo cada elemento de  $U_p$  como potencia de una misma raíz primitiva, concluir que exactamente la mitad de los elementos de  $U_p$  es residuo cuadrático módulo  $p$ .

**Problema 3. (XX puntos)**

Notar: el número 257 es primo. Por lo tanto  $\varphi(257) = 256 = 2^8$ . Explicar por qué ésto significa que para determinar el orden de  $a \in U_{257}$  basta mirar el conjunto

$$\{a, a^2, a^4, a^8, a^{16}, a^{32}, a^{64}, a^{128}\}$$

**Problema 4. (XX puntos)**

Determinar todos los primos impares  $p$  que satisfacen  $\left( \frac{-6}{p} \right) = 1$ .