Ecuaciones Diferenciales MAT 525223

Evaluación Especial No 2. (30.07.14// 12:00-14:00hrs.)

Nombre Completo:

Carrera:

TIEMPO: 100 minutos

P1	**P2**	**P3**	**P4**	**Puntaje**	**Nota**

FPV/fpv.
30 de Julio de 2014

P1 1. Resolver sólo una las siguientes ecuaciones diferenciales

(a) $(x^2 - y^2)dx + xydy = 0$

(b) $t\frac{dQ}{dt}(t) + Q(t) = t^4 \ln(t)$,
$Q(1) = 0$.

[0.8 puntos]

2. Estudiar la existencia y unicidad del PVI, si $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$:

$$y' = y - y^2, \qquad y(x_0) = y_0$$

[0.7 puntos]

P2 1. Construir la solución general del siguiente PVI, y decidir si la solución general presenta el fenómeno de resonancia: [0.8 puntos]

$$y'' + y = 3\sin(2x), \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

2. Construir la solución general de la Ecuación de Euler [0.7 puntos]

$$x^2y'' + xy' - y = x, \quad x > 1.$$

P3 1. Construir la Serie de Fourier de Senos de la onda generada por la función $g(x)$ y estudiar la convergencia de dicha serie. [0.8 puntos]

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si} \quad 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si} \quad 1 < x < 2. \end{cases}$$

2. Usando el resultado anterior resolver el problema de difusión del calor [0.7 puntos]

$$\begin{array}{rcll} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & = & 0 & 0 < x < 2 \\ u(0,t) & = & 0 & t \geq 0 \\ u(2,t) & = & 2 & t \geq 0 \\ u(x,0) & = & f(x) & 0 \leq x \leq 2 \end{array}$$

donde

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si} \quad 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

P4 Resolver el siguiente problema de onda, usando en particular el problema [P3-1]:

$$
\begin{array}{rcll}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) - \frac{1}{25}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & = & e^{-\frac{t}{2}}\sin(\pi x) & 0 < x < 2 \\
u(0,t) & = & 0 & t \geq 0 \\
u(2,t) & = & 0 & t \geq 0 \\
u(x,0) & = & 0 & 0 \leq x \leq 2 \\
\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) & = & g(x) & 0 \leq x \leq 2
\end{array}
$$

donde

$$
g(x) = \left\{ \begin{array}{lll} x & \text{si} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si} & 1 \leq x \leq 2 \end{array} \right.
$$

[1.5 puntos]

Nota: No evaluar explícitamente la integral de Duhamel.