



Laboratorio 6: Integración Numérica  
Cálculo Numérico (521230)

### Observaciones

- En esta guía se plantean dos problemas. El primero se resuelve en el video asociado al laboratorio. El segundo problema debes entregarlo.
- **Todos los archivos .m pueden ser descargados de Canvas, del módulo Laboratorios.**
- Te recomendamos leer esta guía antes de ver el video de resolución del problema.

Existen varios comandos en OCTAVE que, dados  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $f \in C([a, b])$ , calculan una aproximación al valor de  $\int_a^b f(x)dx$ . Sin embargo, ninguno de ellos es la implementación exacta de los métodos que aprendimos en el curso. Para resolver esta guía utilizaremos las implementaciones de las reglas (simples o compuestas) del punto medio, trapecio y Simpson publicadas en la página del curso en Canvas.

**Problema resuelto en video:** Aplicando una fuerza externa al pistón de un cilindro se comprime el vapor de amoníaco en él.

En la siguiente tabla se muestra, para diferentes del volumen  $v$  (en litros) ocupado por el gas, la presión  $p$  (en kilopascal) ejercida por él para equilibrar la fuerza externa aplicada al pistón.

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$v_i$	0.50	0.60	0.72	0.84	0.96	1.08	1.25
$p_i$	1400	1248	1100	945	802	653	500

El trabajo total realizado por el gas es

$$W = \int_{0.5}^{1.25} p dv.$$

Escriba el rutero `amoniac0.m` en el que

- 1) aproxime el valor de  $W$  utilizando la regla simple del trapecio.
- 2) Dado que  $W$  se puede escribir como

$$\sum_{i=1}^6 \int_{v_i}^{v_{i+1}} p dv,$$

aproxime  $W$  aplicando la regla simple del trapecio al cálculo de cada una de las integrales en esta suma.

- 3) ¿Cuál es la diferencia entre la aproximación a  $W$  calculada en 1 y la calculada en 2?
- 4) Determine la spline cúbica  $s(v)$  que interpola los datos de la tabla y aproxime  $W$  por

$$\int_{0.5}^{1.25} s(v) dv$$

mediante la regla compuesta del trapecio con  $h = 0.05$ .

- 5) Repita el procedimiento anterior reduciendo a la mitad el tamaño de  $h$  hasta que la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas a  $W$  sea menor o igual que  $10^{-2}$ .

---

**Problema a entregar:** Usando la segunda ley de Newton se puede demostrar que el período  $T$  (tiempo necesario para completar una oscilación) de un péndulo de longitud  $L$  y máximo ángulo de desviación  $\theta_0$  está dado por

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(x)}} dx,$$

donde  $k = \sin(\theta_0)$  y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

Un fabricante de relojes necesita calibrar el mecanismo de sincronización de uno de sus modelos y, para ello, le es importante conocer el período de un péndulo de longitud 1 metro y  $\theta_0 = 12^\circ$ .

Escriba el rutero `pendulo.m` en el que:

- 1) Escriba en la primera línea el comando `format long`. Esto se hace para que OCTAVE muestre más cifras de los valores de sus variables.
- 2) Escoja una de las reglas simples de integración aprendidas en el curso y calcule una primera aproximación a  $T$ . ¿Qué valor obtiene?
- 3) Haga un ciclo en el que calcule nuevas aproximaciones a  $T$  utilizando la variante compuesta de la regla escogida antes y con  $n = 2, 3, \dots$  subintervalos. Este ciclo debe terminar cuando el valor absoluto de la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas a  $T$  sea menor o igual que  $10^{-12}$ . ¿Qué valor obtiene para  $T$ ? ¿Cuál es el valor absoluto de la diferencia entre el primer valor calculado (con regla simple) y el último?

**Observación:** La función `sin` de OCTAVE retorna el seno de ángulos en radianes.

**Forma de entrega:** Archivo `pendulo.m`.

---