

TAREA 1 - 525301

Análisis Real I

La siguiente tarea se entrega en parejas (no se aceptarán tareas individuales) y consiste de 3 preguntas de 20 puntos cada una. La fecha de entrega es el **02 de Mayo del 2021 a las 23:59 hrs**, se recomienda mandar antes para evitar atrasos (No se aceptarán). Se debe entregar via e-mail a eshenriquez2016@udec.cl

Problema 1.

- Sea $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión decreciente de intervalos cerrados no vacíos en \mathbb{R} . Muestre que $\bigcap_{n \geq 1} A_n$ es un intervalo cerrado no vacío. ¿Cuándo la intersección es un solo punto?.
- Sea $\{A_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ una familia de intervalos cerrados no vacíos en \mathbb{R} , tal que $A_\alpha \cap A_\beta \neq \emptyset \quad \forall \alpha, \beta \in \Gamma$. Muestre que $\bigcap_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$ es un intervalo cerrado no vacío.

Problema 2. Resuelva:

- Muestre que si A es abierto y B es cerrado, entonces $A \setminus B$ es abierto y $B \setminus A$ es cerrado.
- Seas $A, B \subset \mathbb{R}$ con A abierto. Muestre que si $B = \{0\}$, entonces AB no es abierto. Muestre también que si $0 \notin B$, entonces AB es abierto. Considere $AB := \{xy \in \mathbb{R} : x \in A \text{ y } y \in B\}$

Problema 3. En el espacio métrico de los racionales con la métrica euclídea, considere

$$E = \{x \in \mathbb{Q} : 5 < x^2 < 6\}.$$

Muestre que E es cerrado y acotado, pero no es compacto. Decida si E es abierto en \mathbb{Q} .