Ayudantía 9: Relaciones diferenciales para una partícula fluida
Ecuaciones de Navier-Stokes

Profesor: Fernando Betancourt
Ayudante: Nicolás Torres.

Problema 1

La Figura 1 ilustra el flujo que aparece en la lubricación de cojinetes, donde un aceite viscoso (ρ, μ) es forzado a pasar por un hueco $h(x)$ entre un bloque fijo y una pared que se mueve con velocidad U. Si el hueco es estrecho, $h << L$, demuestre que las distribuciones de presión y velocidad son de la forma $p = p(x)$, $u = u(y)$, $v = w = 0$. Despreciando la gravedad, reduzca las ecuaciones de Navier-Stokes a una única ecuación diferencial para $u(y)$. ¿Cuáles son las condiciones de contorno apropiadas? Integre y demuestre que:

$$v_x = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - yh) + U(1 - \frac{y}{h})$$

donde $h = h(x)$ puede ser un perfil de hueco arbitrario lentamente variable.

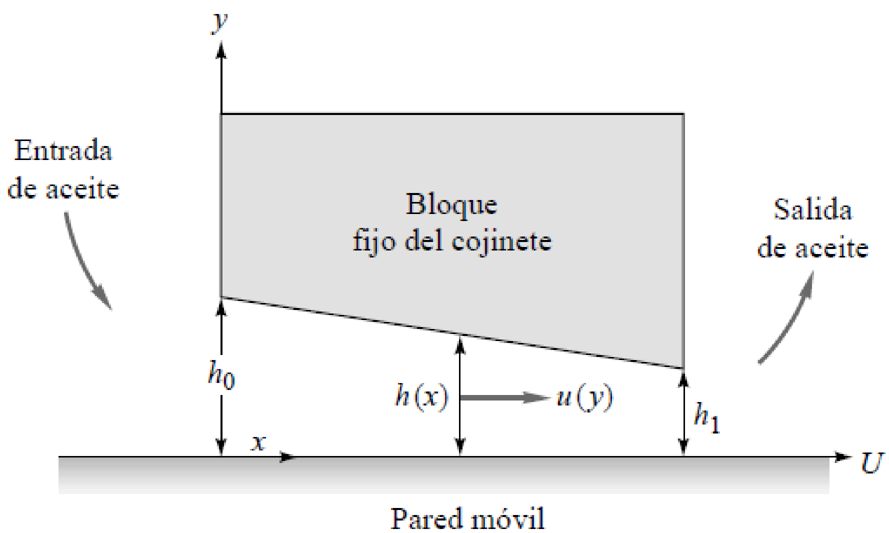

Figura 1: Flujo entre un bloque.

Problema 2

Un fluido viscoso e incompresible está ubicado entre dos placas infinitas horizontales que están paralelas entre sí, como se muestra en la figura. Ambas placas se están moviendo en direcciones opuestas con velocidades constantes U_1 y U_2. El gradiente de presión en la dirección x es cero y la única fuerza del cuerpo se debe al peso del fluido. Use las ecuaciones de Navier-Stokes para encontrar una expresión analítica del perfil de velocidades del fluido entre las placas. Asuma flujo laminar.

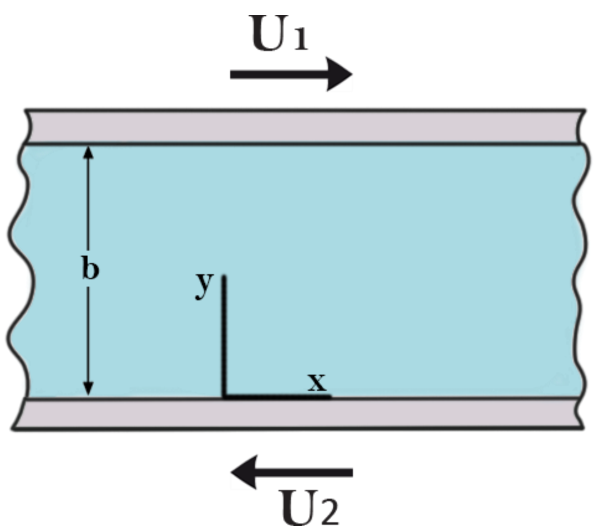

Figura 2: Flujo entre paredes móviles.

Problema 3

Un flujo de agua atraviesa interrsticialmente dos cilindros concéntricos de radios R_i y R_o, interior y exterior, respectivamente. El cilindro interior se mueve en el eje z con velocidad U, tal como muestra la figura adjunta. Despreciando la gravedad, considerando sólo velocidad en θ y en z ($\vec{V} = V_\theta, V_z$) entregue los perfiles de velocidad en z y en θ, si estos solo dependen de r.

Bonus: Entregue una expresión para el campo de presiones si este solo depende de r, sabiendo que en r_i la presión es P_i.

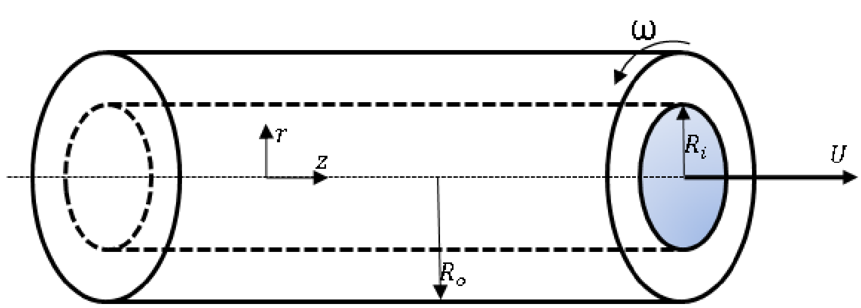

Figura 3: Fluido que pasa entre dos tubos concéntricos.

Problema 4

Considerar un fluido con propiedades físicas constantes entre dos cilindros concéntricos, tal como en la figura. No hay movimiento axial, y los efectos finales son despreciables, es decir v_z , $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$.

El cilindro exterior se mueve con velocidad angular constante Ω_0, mientras que el cilindro interior permanece fijo.

Suponiendo simetría circular, determine el campo de velocidad del fluido dentro de los cilindros.

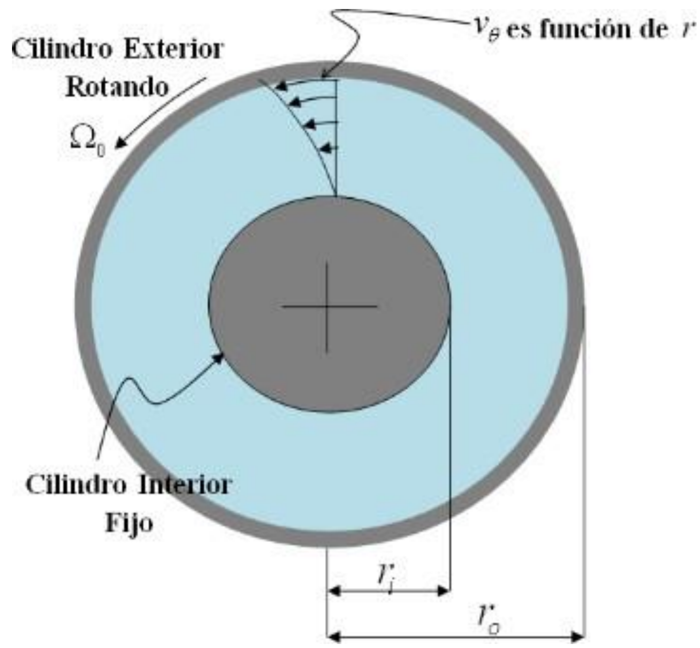

Figura 4: Cilindro interior fijo y externo en movimiento.

Problema 5

Considere una película de un líquido viscoso que fluye uniformemente hacia abajo por una barra vertical de radio a, como en la Figura 5. A cierta distancia del borde superior de la barra, la película alcanza un flujo límite o completamente desarrollado de radio exterior constante b, con $v_z = v_z(r)$, $v_\theta = v_r = 0$. Suponga que la atmósfera no ofrece resistencia de cortadura al movimiento de la película. Obtenga una ecuación diferencial para v_z, plantee las condiciones de contorno apropiadas y obtenga la distribución de velocidades en la película. ¿Qué relación existe entre el radio b de la película y el flujo volumétrico Q de la película?