

Evaluación 1

1. **(2.0 puntos)** Sea  $T$  un árbol. Demuestre que  $T$  tiene un vértice  $v$  tal que para toda arista  $e \in E(T)$ , la componente de  $T - e$  que contiene a  $v$  tiene al menos  $\lceil n(T)/2 \rceil$  vértices. Demuestre que tal vértice es único o que existen exactamente dos de ellos y son vecinos.
2. **(2.0 puntos)** Dado los conjuntos finitos  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_m$ , sea  $U = S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \times S_m$ . Sea  $G$  el grafo cuyo conjunto de vértices es igual a  $U$ , y dos vértices  $u$  y  $v$  en  $U$  son vecinos si y sólo si difieren en cada una de sus coordenadas. Determine  $\chi(G)$ .
3. **(2.0 puntos)** Demuestre que un digrafo conexo es fuertemente conexo si y sólo si todo arco pertenece a un ciclo dirigido.