MAT1610 - Clase 30

Teorema Fundamental del Cálculo (Parte I)

Diego De la Vega

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

27 de mayo del 2024

Objetivo

- Entender y aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo Parte 1

Teorema del valor medio integral

Sea f una función continua sobre el intervalo $[a, b]$. Entonces existe un número real $c \in (a, b)$ tal que

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx = f(c)$$

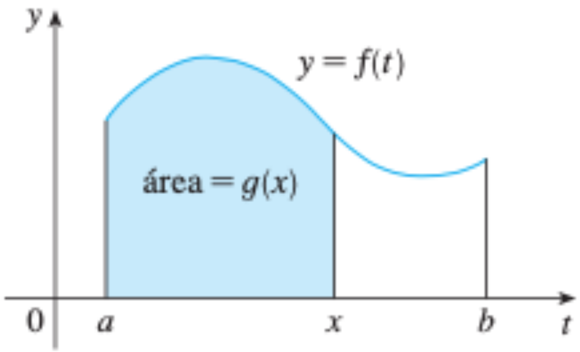
Ejemplo 1: Verifique que $\mathrm{f}(x) = x^2$ satisface las condiciones del Teorema del Valor Medio Integral sobre el intervalo $[0,1]$, luego encuentre el valor de $c \in (0,1)$ para el cuál el teorema se cumple.

Teorema Fundamental del Cálculo (Parte 1)

Si f es continua sobre $[a, b]$, entonces la función definida por

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt \qquad\qquad a \leq x \leq b$$

es continua sobre $[a, b]$ y derivable sobre (a, b), y $g'(x) = f(x)$.



Ejemplo 2: Sea

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

Donde la gráfica de $f(t)$ es

Determine $g(5)$, $g(7)$ y $g(9)$.

Ejemplo 3: Encuentre la derivada de la función

$$g(x) = \int_2^x \sqrt{1+t^2}\, dt$$

Ejemplo 4: Determine $F'(1)$ si

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2}\, dt$$

Corolario

- $$\frac{d}{dx}\int_a^{g(x)} f(t)dt = f\big(g(x)\big)\cdot g'(x)$$

- $$\frac{d}{dx}\int_{h(x)}^{b} f(t)dt = -f\big(h(x)\big)\cdot h'(x)$$

- $$\frac{d}{dx}\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt = f\big(g(x)\big)\cdot g'(x) - f\big(h(x)\big)\cdot h'(x)$$

Ejemplo 5: Encuentre

$$\frac{d}{dx}\int_{1}^{x^4} \sec(t)\, dt$$

Conclusión

- Aprendimos el Teorema Fundamental del Cálculo Parte 1

Libro guía

- Págs. 386-390.