UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento Ingeniería Matemática.

PL[1] -Cálculo IV (MAT 225212 & MAT 225252)

Tema: ***Funciones Complejas Elementales I:*** **Planos z y w.**

1. Representar en el plano z (de Argand) los siguientes números.

(a) $3e^{i\frac{\pi}{12}}$ (c) $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ (d) $\frac{1+i}{1+\sqrt{3}i}$ (f) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$

(b) $\frac{1}{2}e^{i\frac{64\pi}{3}}$ **(P)** $3e^{-i\frac{72\pi}{11}}$ (e) $\frac{1+i}{1-i}$ (g) $\left(1+i\right)^{30}$

2. Encontrar las funciones componentes u y v de las siguientes funciones elementales.

(a) $f(z) = iz + 2 - 1$ **(P)** $f(z) = ize^{-iz}$ **(P)** $f(z) = 2\mathrm{Arg}(z)$
(b) $f(z) = (1+i)z^2 - 2iz$ (c) $f(z) = iz^2 + 2|z|$ (d) $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$

3. Encontrar el dominio tal que las siguientes funciones complejas sean univaluadas.

(a) $f_1(z) = \frac{i-z}{2-i-z}$ (b) $f_3(z) = \frac{1}{1+z^2}$
(P) $f_2(z) = \frac{z-i}{z^3+i}$ (c) $f_4(z) = 2 + i\mathrm{Arg}(z-1)$

4. Encontrar la transformación lineal $w = f(z)$ tal que

(a) $f(1) = 3 + i \wedge f(3i) = -2 + 6i$ (b) $f(2-i) = -3 - 3i \wedge f(2) = -2 - 2i$

(P) Si R es el rectángulo de vertices $(0,0), (2,0), (2,1), (0,1)$. Representar en el plano w, la región $f(R)$ donde f es construida en (P4a).

(P) Representar $S = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ en el plano z y su imagen en el plano w usando la traslación $f(z) = z + 2 + i$.

7. Representar en el plano w , la imagen $f(S)$ si

(a) $S = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$
$f(z) = 4z$

(b) $S = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) > 0, \mathrm{Im}(z) > 0\}$
$f(z) = -z + 2i$

(P) $S = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) > 0\}$
$f(z) = iz + i$

(c) $S = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2, 0 \leq \mathrm{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{2}\}$
$f(z) = iz + 2$

Nota: Si el arcotangente principal es designado por $\mathrm{Tan}^{-1}(s) = \mathrm{Arctang}(s) \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Entonces

$$\mathrm{Arg}(z) = \begin{cases} \mathrm{Tan}^{-1}(\frac{y}{x}) & \text{si} \quad x > 0 \\ \mathrm{Tan}^{-1}(\frac{y}{x}) + \pi & \text{si} \quad x < 0 \wedge y > 0 \\ \mathrm{Tan}^{-1}(\frac{y}{x}) - \pi & \text{si} \quad x < 0 \wedge y < 0 \end{cases} \quad \wedge \quad \mathrm{Arg}(iy) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si} \quad y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si} \quad y < 0 \end{cases}$$

Septiembre 2025
FPV/fpv