UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento Ingeniería Matemática.

PL[1] -Cálculo IV (MAT 225212 & MAT 225252)

Tema: ***Algebra de Números Complejos.*** **Primeras propiedades.**

1. Escribir las siguientes expresiones en las forma $a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$:

(a) $i\frac{3+i}{3}$ (b) $\frac{14+13i}{2-i}$ (e) $\frac{7i}{2-i}$

(P) $\overline{4i}(2-i)2$ (c) $\left(\frac{(1-i)^2}{3+i}\right)i$ **(P)** $\frac{(2-i)(3+i)(4+i)^2}{\overline{1+i}}$

(P) $i^{12}+i^{25}-7i^{111}$ (d) $(2i)^5$ (f) $\frac{\overline{(2-i)}(2+i)(4+i)^2}{1+i}$

2. Sean z_1,z_2,z_3 números complejos. Probar que

(a) $(z_1z_2)z_3=z_1(z_2z_3)$ **(P)** $z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3$

2. (Continuación)

(a) Construir un ejemplo para demostrar que en general $\mathrm{Re}(z_1z_2)\neq\mathrm{Re}(z_1)\mathrm{Re}(z_2)$.

(P) Establecer que $\mathrm{Re}(z_1z_2)=\mathrm{Re}(z_1)\mathrm{Re}(z_2)$ si y solamente si z_1 o z_2 es un número real.

3. Sea k un número natural. Establecer que

(a) $n=2k:\quad i^{-n}=i^n$ **(P)** $n=2k-1:\quad i^{-n}=-i^n$ (b) $\overline{i^k}=i^{-k}$

4. Encontrar todos los $z\in\mathbb{C}$ tales que

(a) $\frac{z}{2i}-3+i=7+2i$ (b) $(1-i)\overline{z}=6+3i$ (d) $\overline{iz+2i}=4$

(P) $(2+3i)z=(2-i)z-i$ (c) $\overline{z+2+i}=6i$ **(P)** $\frac{z}{i+z}=z-2$

5. Resolver los sistemas

(a) $\left.\begin{array}{rcl}(1-i)z_1+z_2 &=& 3+2i\\ z_1+(2-i)z_2 &=& 2+i\end{array}\right|$ **(P)** $\left.\begin{array}{rcl}z_1+3\overline{z_2} &=& 6+3i\\ \overline{z_1}+(1+i)z_2 &=& 2+i\end{array}\right|$

6. Factorizar las siguientes funciones polinomiales. Se indican algunas raíces, z_i. Indicación, puede usar división sintética.

(a) $z^3+z^2+z+1=0,\quad z_1=i$

(b) $z^3+10z^2+29z+30=0,\quad z_1=-2+i$

(P) $z^4-6z^3+15z^2-18z+10=0,\quad z_1=1+i,\ z_2=2+i$