UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°14

Álgebra 2 - 525150

1. Sea $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ una transformación lineal tal que

$$T(1) = 1 + x, \quad T(x) = 3 - x^2 \quad \text{y} \quad T(x^2) = 4 + 2x - 3x^2.$$

   (a) Calcular $T(-2x^2)$ y $T(2 - 4x + 5x^2)$.
   (b) Determine la regla de correspondencia de T.
   (c) Encuentre una base del $\text{Ker}(T)$.

2. Considere los espacios vectoriales $V = \mathbb{R}^3$ y $U = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ sobre el cuerpo $\mathbb{R}$. Por otro lado, sea $T : V \to U$ la siguiente transformación lineal

$$T(a, b, c) = \begin{pmatrix} a + 2b + c & a + b \\ b + c & a - c \end{pmatrix}$$

   (a) Encuentre una base de la $\text{Im}(T)$.
   (b) Decida si T es inyectiva.
   (c) Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases

$$B = \{(1, 0, 1), (0, 1, 0), (0, -1, 1)\} \quad \text{y} \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

   de V y U, respectivamente.

3. Sea V un espacio vectorial de dimensión finita y $T : V \to V$ una transformación lineal. Suponga que $T(T(v)) = \theta_V$, para todo $v \in V$. Pruebe que $I - T$ es invertible.