UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Temas del proyecto 1
Taller I: Introducción a la Ingeniería Matemática 525291, S1-2025

El objetivo de este proyecto es presentar a un público de estudiantes de segundo año de la carrera un método numérico para resolver un problema matemático. Cada grupo de 3 estudiante(s) debe elegir uno de los temas a continuación. Cada grupo tendrá que entregar un informe y presentar su tema en una exposición oral de 20 minutos, en la cual tendrá a su disposición un videoproyector. El informe será de máximo 10 páginas y deberá incluir:

- Título, fecha y autores.
- Introducción, en la que se explica el problema por resolver.
- Nociones fundamentales: en esta sección debe desarrollarse los conceptos matemáticos relacionados al proyecto.
- Método numérico, en la que se presenta el algorítmo, se muestra la convergencia y se acota el error.
- Experimentos numéricos: en esta sección se debe presentar resultados numéricos que ilustran con ejemplos la convergencia del método hacia la solución del problema.
- Códigos de los programas (si aplica).
- Es deseable dar unos ejemplos de problemas concretos de la ingeniería matemática que pueden ser en parte resueltos usando el método numérico estudiando.
- Bibliografía consultada.

Fecha de entrega de los informes: 8 de mayo a mediodía.

Fecha de las exposiciones orales: 12 y 19 de mayo, durante los horarios de clase.

Temas propuestos para los proyectos:

(1) Método del punto fijo para resolver la ecuación $f(x) = x$ y método de Newton para hallar los ceros de una función de una variable real $f : I \to \mathbb{R}$, donde $I \subset \mathbb{R}$ es un intervalo.

Debe incluir, para cada método: clase de funciones f y valores iniciales u_0 tales que el método converge hacia la solución; cuotas sobre el error; ejemplos de funciones y valores iniciales tales que el método no converge.
Programa dando los primeros valores de la succesión recurente $u_{n+1} = f(u_n)$, hasta que una de las siguientes condiciones se cumpla: $(|u_{n+1} - u_n| < \varepsilon)$ o $(n \leqslant N)$ (aquí ε es la precisión deseada y N es un número máximo de iteraciones).
Determinación de la solución de $\tan(x) = x$ en el intervalo $(\pi/2, 3\pi/2)$ con el método del punto fijo con una precisión de 10^{-7}; determinación numérica de $\sqrt{7}$ con una precisión de 10^{-10} resolviendo $x^2 - 7 = 0$ con el método de Newton.

Nombres estudiantes:

(2) Desarrollo de Taylor y series enteras para la función exponencial. Determinación de un valor aproximado de $f(x) = e^x$ usando su serie de Taylor $S_n(x)$ hasta el orden n, para (i) $x < 1$ y (ii) $x \geqslant 1$. Determinación de un valor aproximado de la función error $\mathrm{erf}(x)$ usando su serie de Taylor hasta el orden n.

Debe incluir, para cada desarrollo de Taylor: cuota sobre el valor absoluto del resto $R_n(x)$ de la serie.

Nombres estudiantes:

(3) División euclidiana de polinomios. Identidad de Bézout. Algoritmo de Euclides generalizado para determinar el máximo común divisor de 2 polinomios y los polinomios que aparecen en la identidad de Bézout.
Raíces de un polinomio con coeficientes enteros.

Debe incluir: programación del algorítmo de Euclide; aplicación a la descomposición en elementos simples de una función fracción racional.
Programación de un algorítmo que determina las raíces de un polinomio con coeficientes enteros.

Nombres estudiantes:

(4) Interpolación polinomial de una función $f : I \to \mathbb{R}$ (polinomios de Lagrange). Splines.

Debe incluir: cuotas sobre el error; interpolación polinomial de $f(x) = \cos(x)$ con puntos de interpolación $0, \pi/6, 2\pi/6, \ldots, \pi$ (representar y comparar las curvas representativas de f y de su polinomio de Lagrange en la misma figura); ejemplos de aplicación usando interpolación de funciones.

Nombres estudiantes:

(5) Integración numérica: métodos de los rectángulos, de los trapecios, de los puntos medios y de Simpson.

Debe incluir: convergencia y cuotas sobre el error; programación de cada método; comparación de los valores aproximados de la integral obtenidas por los distintos métodos para las funciones $f(x) = x$, $f(x) = x^2$ y $f(x) = x^3$.

Nombres estudiantes:

(6) Método de Euler para resolver un problema de valores iniciales de una Ecuación Diferencial Ordinaria.

Debe incluir: convergencia cuando el paso h tiende a 0; programación del método y ejemplos.

Nombres estudiantes:

(7) Desarrollos de Taylor en $x = 0$ de funciones trigonométricas. Series alternadas. Determinación de valores aproximados de $f(x) = \cos(x)$ y $f(x) = \sin(x)$ usando las sumas de las series de Taylor $S_n(x)$ de $f(x)$ hasta el orden n.

Debe incluir, para cada desarrollo de Taylor: cuota sobre el valor absoluto del resto $R_n(x) = f(x) - S_n(x)$ para $x \in [0, \pi/4]$; determinación del entero n mas pequeño tal que $|R_n(x)| \leqslant 10^{-6}$.
Programa calculando $\sin(x)$ con una precisión de 10^{-6} para cualquier $x \in [-100, 100]$, usando la periodicidad y paridad de la función sin y los desarrollos de Taylor de sin y cos en el intervalo $[0, \pi/4]$.

Nombres estudiantes:

(8) Eliminación de Gauss-Jordan en álgebra lineal. Aplicación a la determinación del inversa y del determinante de una matriz $n \times n$ invertible y del kernel de una matriz no invertible.

Debe incluir: programación del algoritmo y ejemplos.

Nombres estudiantes: