

Álgebra I

Prof. Víctor Aros Quinán

Departamento de Ingeniería Matemática
Semestre 1 - 2024

Tema N°2: Funciones Reales

Clase N°14 - 18/04/2024

Texto Guía: Álgebra Primer Curso.

Función Compuesta

Definición

Sean A y B dos subconjuntos no vacíos de \mathbb{R} . Si $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones, entonces se define la función compuesta $g \circ f$, entre f y g como:

$$g \circ f : C \rightarrow \mathbb{R}, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Ejemplos

1. Determinar, en cada caso, el dominio y recorrido de las función reales $f \circ g$ y $g \circ f$, y en base a esto, decidir si es posible componer las funciones y obtenerlas.

(a) $f(x) = \sqrt{-x-1}$ y $g(x) = \frac{1}{x^2}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ y $g(x) = \sqrt{x+1}$

(c) $f(x) = \frac{3-x}{2-x}$ y $g(x) = \sqrt{x}$

(d) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & , x \leq 1 \\ 1 - x & , x > 1 \end{cases}$ y $g(x) = 1 - 3x$

2. Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = x^3 + 2 \quad \text{y} \quad g(x) = x + a$$

donde $a \in \mathbb{R}$. Determine, si existe, $a \in \mathbb{R}$ de modo que

$$(f \circ g)(0) = (g \circ f)(a - 1).$$

Paridad de Funciones

Definición

Una función $f : \text{Dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se dice:

1. par, si y sólo si:

$$\forall x \in \text{Dom}(f) : -x \in \text{Dom}(f) \wedge f(-x) = f(x).$$

Paridad de Funciones

Definición

Una función $f : \text{Dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se dice:

1. par, si y sólo si:

$$\forall x \in \text{Dom}(f) : -x \in \text{Dom}(f) \wedge f(-x) = f(x).$$

2. impar, si y sólo si:

$$\forall x \in \text{Dom}(f) : -x \in \text{Dom}(f) \wedge f(-x) = -f(x).$$

Función Exponencial

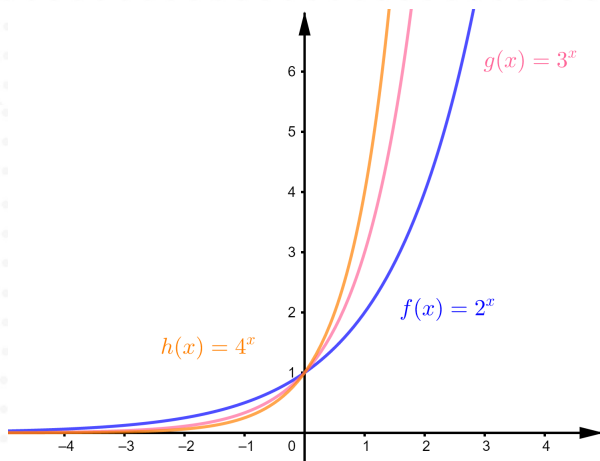
Definición

Sea $b \in \mathbb{R}$, tal que $b > 0$ y $b \neq 1$. La **función exponencial** de base b , es la función:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[, . \ x \mapsto f(x) = b^x$$

Función Exponencial

Propiedades de la función exponencial con base b mayor que 1.



Función Exponencial

Propiedades de la función exponencial con base b entre 0 y 1.

