

## Cálculo II (527150)

Clase 21: Criterios para series de términos positivos

# Criterio de la integral

## Criterio

Sea  $f : [k \rightarrow \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua, positiva, decreciente y tal que  $f(n) = a_n$ . Se tiene la equivalencia

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n \text{ es convergente} \quad \text{si y sólo si} \quad \int_k^{\infty} f(x) dx \text{ es convergente}$$

## Ejemplos

Estudiar la convergencia de las siguientes series.

- ▶  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- ▶  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

## Ejemplo: series $p$

### Propiedad

La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

converge si y sólo si  $p > 1$ .

# Criterio de comparación directa

## Criterio

Sean  $a_n, b_n$  dos sucesiones de números positivos, tales que  $a_n \leq b_n$  para todo  $n$ .

Si  $\sum b_n$  es convergente, entonces  $\sum a_n$  es convergente.

## Ejemplos

Estudiar la convergencia de las siguientes series.

► 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 - \operatorname{sen}^2(n)}$$

► 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n^2 + n}$$

# Criterio de comparación en el límite

## Criterio

Sean  $a_n$ ,  $b_n$  dos sucesiones de números positivos, tales que  $\lim \frac{a_n}{b_n}$  es finito y positivo.

$\sum a_n$  es convergente si y sólo si  $\sum b_n$  es convergente.

## Ejemplos

Estudiar la convergencia de las siguientes series.

► 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^3 - 2n^2 + 1}$$

► 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n - 2n}$$

► 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 1}{\sqrt{n^5 + 5n - 1}}$$

## Criterio de comparación en el límite, versión parcial

### Criterio

Sean  $a_n$ ,  $b_n$  dos sucesiones de números positivos, tales que  $\lim \frac{a_n}{b_n}$  es cero.

Si  $\sum b_n$  es convergente, entonces  $\sum a_n$  es convergente.