UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo III
525211
Evaluación 2

1. [**20 puntos**] Calcular
$$\iiint_S e^{\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}}}\,\mathrm{d}(x,y,z)$$
donde, $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} \leq r_0^2\}$, para $r_0 > 0$.

2. [**16 puntos**] Usando el Teorema de Green, calcule en sentido anti-horario la integral de linea
$$\oint_C 4\,x^3\,y\,\mathrm{d}x + (x^4+y^2+x)\,\mathrm{d}y\,,$$
a lo largo de alguna curva cerrada C que contiene a una superfice de area igual $2\,\pi$.

3. [**24 puntos**] Considere los campos vectoriales $\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ definidos por
$$\boldsymbol{f}(x,y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)\ ,\ \text{y, } \boldsymbol{g}(x,y) = \left(\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{-\,x}{x^2+y^2}\right),$$
para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

   a) Pruebe que ambos campos provenien de un potencial y calcule tales potenciales;
   b) Calcule las siguientes integrales
      1) $\oint_C F(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$;
      2) $\oint_C G(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$;

      donde, C es una circunferencia centra en el origen, de radio $\varepsilon > 0$ y recorrida en sentido anti-horario;
   c) Determine si $\boldsymbol{f}$ y $\boldsymbol{g}$ son conservativos;
   d) Calcule $\oint_C F(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ para cualquier curva con origen en $(-1,-1)$ y final en $(1,1)$.

Concepción, miércoles 28 de julio de 2021.
DPC/dpc.