

Álgebra I

Prof. Víctor Aros Quinán

Departamento de Ingeniería Matemática
Semestre 1 - 2024

Tema N°2: Funciones Reales

Clase N°11 - 09/04/2024

Texto Guía: Álgebra Primer Curso.

Igualdad de Funciones

Dos funciones son iguales si y sólo si sus dominios son iguales y si al evaluar cualquier punto en ambas funciones obtenemos la misma imagen, es decir, si consideramos a las funciones f y g , dadas por

$$f : \text{Dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ y } g : \text{Dom}(g) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

entonces

$$f = g \Leftrightarrow (\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g)) \wedge (\forall x \in \text{Dom}(f) : f(x) = g(x))$$

Ejercicios

1. Sean las funciones f y g definidas por:

$$f : \text{Dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

$$g : \text{Dom}(g) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = \sqrt{2 - x}$$

Defina las funciones $f + g$, $f \cdot g$ y f/g .

2. Sean f y g las siguientes funciones:

$$f(2x - 1) = 4x^2 + 2x \quad \text{y} \quad g(1 + x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

determine, si es posible, el valor de:

$$\frac{(g + f)(2)}{2 + (f \cdot g)(4) + \left(\frac{g}{f}\right)(4)}$$

Definición

Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Se dice que f es **inyectiva**, si

$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Funciones

Definición

Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Se dice que f es **inyectiva**, si

$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Definición

Sea $f : A \rightarrow B$, se dice que f es **sobreyectiva**, si

$$\text{Rec}(f) = \text{Cod}(f)$$

Funciones

Definición

Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Se dice que f es **inyectiva**, si

$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Definición

Sea $f : A \rightarrow B$, se dice que f es **sobreyectiva**, si

$$\text{Rec}(f) = \text{Cod}(f)$$

Definición:

Una función $f : A \rightarrow B$ se dice **biyectiva**, si y sólo si, f es inyectiva y sobreyectiva.

Ejercicios

Decida si las siguientes funciones son biyectivas.

(a) $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x$

(a) $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

(b) $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}, f(x) = \frac{x}{x - 1}$

(c) $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}, f(x) = \sqrt{\frac{1}{x + 1}}$

(d) $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{(x + 4)^2 - 9}$