

Listado 1

1. Dado un conjunto E con n elementos.

- a) Determine cuántas relaciones hay en E
- b) Determine cuántas relaciones reflejas hay en E .
- c) Cuántas simétricas.
- d) Cuántas antisimétricas.

2. Dado $n \in \mathbb{N}$, considere el conjunto $\{0, 1, *\}^n$ y la siguiente relación:

$$u_1 u_2 \dots u_n R v_1 v_2 \dots v_n \Leftrightarrow (\forall i \in \{1, \dots, n\}) (u_i \neq * \Rightarrow u_i = v_i)$$

- a) Haga un grafo de la relación para $n = 2$, identificando máximos, mínimos, maximales y minimales.
 - b) Demuestre que R es de orden.
 - c) Decida si es total o parcial.
3. Demuestre que la siguiente es una relación de orden en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, determine si es de orden total o parcial y calcule sus elementos minimales, maximales, mínimos y máximos.

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{N})(\exists j > k) (a + k, b + j) = (c, d) \vee (a, b) = (c, d)$$

4. Demuestre que la siguiente es una relación de orden en $A = \{0, 1, 2\}^3$, determine si es de orden total o parcial y calcule sus elementos minimales, maximales, mínimos y máximos.

$$(x_1, x_2, x_3) R (y_1, y_2, y_3) \Leftrightarrow (\forall k \in \{1, 2, 3\}) \sum_{i=1}^k x_i \leq \sum_{i=1}^k y_i$$

Dado $n \in \mathbb{N}$ fijo, considere ahora el caso en que $A = \mathbb{N}^n$, con la siguiente relación; demuestre que es de orden y que tiene un mínimo, pero no tiene máximo ni maximal.

$$(x_1, \dots, x_n) R (y_1, \dots, y_n) \Leftrightarrow (\forall k \in \{1, \dots, n\}) \sum_{i=1}^k x_i \leq \sum_{i=1}^k y_i$$