

Listado 2

1. **Tarea\*** Encuentre un subgrafo en el grafo de Petersen que no sea un subgrafo inducido. Decida si el 3-cubo tiene a  $C_6$  como subgrafo, como subgrafo inducido o ambos (en cualquier caso, argumente su decisión).
2. Para  $r = 1, 2, 3$ , dibuje un grafo  $r$ -regular con 12 vértices.
3. Determine el grado máximo y mínimo del grafo completo  $K_n$ , del  $k$ -cubo, de  $K(6, 3)$  y del grafo de Petersen.
4. Determine si es verdadera o falsa la siguiente afirmación. Todo grafo con al menos dos vértices tiene dos vértices distintos  $u$  y  $v$  tal que  $|N(u)| = |N(v)|$ .
5. **Tarea\*** Demuestre usando inducción que para todo grafo  $G$  la suma del grado de todos los vértices es igual a dos veces el número de aristas.
6. Demuestre que todo grafo  $G$  tiene un vértice  $v$  tal que  $d(v) \leq 2m(G)/n(G)$  y un vértice  $w$  tal que  $d(w) \geq 2m(G)/n(G)$ . Decida si es posible afirmar que todo grafo tiene un vértice  $v$  tal que  $d(v) < 2m(G)/n(G)$ .
7. Demuestre que para todo grafo con  $n$  vértices, el número de vértices con grado impar es necesariamente par.
8. Determine el número de aristas de un grafo  $r$ -regular con  $n$  vértices.
9. Determine el número de aristas del grafo de línea de un grafo  $G$ .
10. **Tarea\*** Sea  $G$  un grafo tal que  $m(G) < n(G)$ . Demuestre que  $G$  tiene al menos un vértice de grado 0 o al menos dos vértices de grado 1. (*Pista: en una parte de la demostración necesitará el resultado demostrado en el ejercicio 7.*)
11. Sea  $G$  un grafo tal que  $m(G) > n(G)$ . Demuestre que el grado máximo de  $G$  es mayor o igual a 3.