

Cálculo II (527150)

Clase 09: Integrales impropias

Integrales sobre dominios no acotados

Ejemplo

Estudiar las integrales

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx \quad \text{y} \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

Integrales impropias

Definición

Sea f una función definida en un intervalo $[c, \infty)$. Se define la *integral impropia*

$$\int_c^{\infty} f(x) \, dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_c^a f(x) \, dx$$

Definición

Sea f una función definida en un intervalo $(-\infty, c]$. Se define la *integral impropia*

$$\int_{-\infty}^c f(x) \, dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^c f(x) \, dx$$

Propiedad fundamental

Teorema

Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \neq 0$, entonces $\int_c^{\infty} f(x) dx$ diverge.

Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \neq 0$, entonces $\int_{-\infty}^c f(x) dx$ diverge.

Ejemplos

Ejemplos

Calcular las siguientes integrales.

► $\int_1^{\infty} \ln(x) \, dx$

► $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + 1} \, dx$

► $\int_{-\infty}^0 x e^x \, dx$

► $\int_{-\infty}^{-2} \frac{x}{x^2 - 1} \, dx$

Álgebra de integrales impropias

Regla general

El álgebra de integrales impropias sigue la misma regla que el álgebra de límites:

se debe operar entre integrales convergentes.