UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

TAREA 4 ALGEBRA III 525201-0

ATENCIÓN: favor escribir su desarrollo de manera cuidadosa y detallada. Cada problema tiene un puntaje máximo de **10 puntos** cada una.

Problema 1. Considere la matriz $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$. Determine los valores y vectores propios de A. ¿Es A diagonalizable? En caso de no serlo, determine su forma canónica de Jordan, si existe. Caso contrario, determine la forma de Jordan real asociada. Identificar el polinomio minimal de A en $\mathcal{P}(\mathbb{R})$, indicando sus factores primos irreducibles.

Problema 2. Considere la matriz $A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$. Aplique las herramientas dadas en el Ejercicio 12 del Listado 6, y determine e^A de manera exacta y explícita.

Problema 3. Sean $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un $\mathbb{K}$-espacio vectorial de dimensión finita, provisto de un producto interno, y $T \in \mathcal{L}(V)$ y U un subespacio de V. Pruebe que U es T-invariante si y sólo si $U^\perp$ es T^*-invariante.

Problema 4. Sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{K}^3)$ definido, para cualquier $(z_1, z_2, z_3) \in \mathbb{K}^3$, por $T(z_1, z_2, z_3) := (z_3, 2z_1, 3z_2)$. Determine explícitamente una isometría $S \in \mathcal{L}(\mathbb{K}^3)$ tal que $T = S\sqrt{T^*T}$.

Problema 5. Sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$ definido por $\mathbb{R}^3 \ni (x, y, z) \mapsto T(x, y, z) := (4x + 5y + 6z, 7x + 8y + 9z)$. Considere $B_1 := \{\varphi_1, \varphi_2\}$ la base dual de la base canónica de $\mathbb{R}^2$, y $B_2 := \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ la base dual de la base canónica de $\mathbb{R}^3$. Definir explícitamente los funcionales lineales $T'(\varphi_1)$ y $T'(\varphi_2)$.

Problema 6. Sean V, W $\mathbb{K}$-espacios vectoriales de dimensión finita cada una, y $T \in \mathcal{L}(V, W)$. Demostrar que $T' = \Theta$ si y sólo si $T = \Theta$.

Fecha de entrega (por sistema CANVAS): 20.08.2020

RBP/rbp 06.08.2020