

Práctica 1 - Álgebra III (525201)

Ejercicio 1. Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Justifique.

- a) $A \Delta B = C \longleftrightarrow A \Delta C = B$
- b) $(\forall A : A \cap B = \emptyset) \longrightarrow B = \emptyset$
- c) $X = Y \longleftrightarrow (\forall A : X \cup A = Y \cap A)$

Ejercicio 2. Pruebe, usando equivalencias lógicas, las siguientes proposiciones.

- a) $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$
- b) $A \subseteq B \iff A \cup B = B \iff A \cap B = A$

Ejercicio 3. Pruebe, usando propiedades de conjuntos, las siguientes proposiciones.

- a) $(A - B) - (B - C) = (A - B) - C$
- b) $[A - (B - A)] \cup [(B - A) - A] = A \cup B$

Ejercicio 4. Demuestre las siguientes propiedades del producto Cartesiano de conjuntos.

- a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- b) $(A \times B)^c = (A^c \times U) \cup (U \times B^c)$

Ejercicio 5. Para la familia de conjuntos $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ encuentre $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ y $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i$ en cada caso. Justifique su respuesta.

- a) $A_i = \{1, 2, 3, \dots, 2i + 1\}, \forall i \in \mathbb{N}$
- b) $A_i = [-1 - \frac{1}{i}, 1 - \frac{1}{i}], \forall i \in \mathbb{N}$
- c) $A_i = \left(\frac{-1}{i}, \frac{1}{i}\right), \forall i \in \mathbb{N}$
- d) $A_i = \mathbb{R} - [0, i], \forall i \in \mathbb{N}$

Ejercicio 6. Defina una familia de conjuntos $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ todos distintos, tal que verifique las condiciones dadas en cada caso.

- a) $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = [0, +\infty), \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = [0, 1]$
- b) $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = (0, +\infty), \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = \emptyset$
- c) $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = \mathbb{R}, \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = \{1\}$
- d) $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = \mathbb{R}, \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = \mathbb{Q}$