Pregunta 1

0 / 4 pts

Señale cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías:

A. $(p \implies r) \implies ((p \wedge q) \implies r)$
B. $p \wedge (q \vee \neg p) \iff p \vee \neg q$
C. $[(p \vee q) \implies r] \iff [(p \implies r) \vee (q \implies r)]$
D. $\neg(\neg(p \implies q) \wedge \neg q) \iff \neg p \vee q$

¡Correcto!

A

Esta tautología fue demostrada en el ejercicio 2c) de la primera ayudantía del curso.

Respondido

B

Si $p = V$ y $q = F$, es fácil ver que el lado izquierdo de la equivalencia toma el valor F mientras que el derecho queda V. Por lo tanto, la proposición no es una tautología.

Respondido

C

Consideremos $p = V$, $r = F$ y $q = F$. En tal caso, se tiene que

$$[(p \vee q) \implies r] \iff [(V \vee F) \implies F] \iff (V \implies F) \iff F$$

Mientras que

$$[(p \implies r) \vee (q \implies r)] \iff [(V \implies F) \vee (F \implies F)] \iff (F \vee V) \iff V$$

Así, como ambos lados de la proposición tienen valores de verdad distintos, la equivalencia no es una tautología.

¡Correcto!

D

Podemos demostrar esta tautología de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \neg(\neg(p \implies q) \wedge \neg q) &\iff (p \implies q) \vee q \\ &\iff (\neg p \vee q) \vee q \\ &\iff \neg p \vee q \end{aligned}$$

Pregunta 2

0 / 4 pts

Señale cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías:

A. $[(p \implies q) \vee (q \implies r)] \implies (q \implies r)$
B. $\neg[(p \implies q) \wedge (\neg q \implies p)] \iff (p \wedge \neg q)$
C. $(\neg p \Leftrightarrow \neg q) \iff (p \Leftrightarrow q)$
D. $p \wedge (q \vee \neg p) \iff p \wedge q$

Respondido

A

Considere $q = V$ y $r = F$. En tal caso,

$[(p \implies q) \vee (q \implies r)] \iff [(p \implies V) \vee (V \implies F)] \iff [V \vee F] \iff V$

Mientras que

$(q \implies r) \iff (V \implies F) \iff F$

Así, como el lado izquierdo de la implicancia es Verdadero, y el lado derecho Falso, la A. Seleccionó esta respuesta. utología.

Respondido

B

Esta proposición no es tautología. Basta ver que si p y q son ambas falsas, entonces se tiene que:

$p \Longrightarrow q$ es V; $\neg q \Longrightarrow p$ es F. Por consiguiente, $\neg[(p \implies q) \wedge (\neg q \implies p)]$ es V.

Sin embargo, $(p \wedge \neg q)$ es F.

¡Correcto!

C

Esta tautología fue demostrada en el ejercicio 2 a) de la primera ayudantía del curso.

¡Correcto!

D

Podemos demostrar que la proposición es una tautología de la siguiente manera:

$p \wedge (q \vee \neg p) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \iff (p \wedge q) \vee F \iff p \wedge q$

Pregunta 3

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$B^c \subseteq A \iff A^c \cup B = B$

¡Correcto!

Verdadero

Notar que $B^c \subseteq A \iff A^c \subseteq B$

Falso

Pregunta 4

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$p \implies (\sim p \implies q)$

¡Correcto!

Verdadero

$p \implies (\sim p \implies q) \iff \sim p \vee (\sim p \implies q) \iff \sim p \vee (\sim (\sim p) \vee q) \iff (\sim p \vee p) \vee (\sim p \vee q) \iff V \vee (\sim p \vee q) \iff V$

Falso

Pregunta 5

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$\emptyset \in \mathcal{P}(\{\emptyset\}) \wedge \emptyset \subseteq \mathcal{P}(\{\emptyset\})$

¡Correcto!

Verdadero

$\text{Como } \emptyset \subseteq \{\emptyset\}, \text{entonces } \emptyset \in \mathcal{P}(\{\emptyset\})$ y además siempre se tiene que $\emptyset$ es subconjunto de cualquier conjunto.

Falso

Pregunta 6

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$\forall x, y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R}, x + y = (z-1)^2$

Verdadero

¡Correcto!

Falso

Como $(z-1)^2 \geq 0$, entonces si $x + y < 0$, entonces no se cumple que $x + y = (z-1)^2$. Así, basta escoger x=-1, y=0 y la ecuación $x + y = -1 = (z-1)^2$ no tiene solución en $\mathbb{R}$.

Pregunta 7

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$\forall x \in \mathbb{R}, \forall \epsilon > 0, \exists y \in \mathbb{R}, |x - y| > 2\epsilon$

¡Correcto!

- (●) Verdadero

  Sea $x \in \mathbb{R}$ y $\epsilon > 0$, entonces para $y = x - 2\epsilon - 1$ se tiene que $|x - y| = 1 + 2\epsilon > 2\epsilon$

- ( ) Falso

Pregunta 8

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$(\forall A \subseteq U : A \cap B = \emptyset) \iff B = \emptyset$

¡Correcto!

- (●) Verdadero

  $(\Rightarrow)$ Si $\forall A \subseteq U : A \cap B = \emptyset$, entonces en particular para $A = B$ se tiene que $B \cap B = B = \emptyset$.

  $(\Leftarrow)$ Si $B = \emptyset$, entonces $\forall A \subseteq U : A \cap B = \emptyset$.

- ( ) Falso

Pregunta 9

1 / 1 pts

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

Si $\{A_i\}_{i \in I}$ es una partición de A, entonces $\{A_i^c\}_{i \in I}$ es una partición de A^c.

- ( ) Verdadero

¡Correcto!

- (●) Falso

  Ejemplo: Sea $U = \{1, 2, 3\},\ A = \{1, 2\},\ A_1 = \{1\}$ y $A_2 = \{2\}$. Entonces, $\{A_1, A_2\}$ es una partición de A pero $A_1^c \cap A_2^c = \{3\} \neq \emptyset$. Luego, $\{A_1^c, A_2^c\}$ no es partición de A^c.

Pregunta 10

2 / 2 pts

Considere la familia de conjuntos $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ en $\mathbb{R}$ definida por: $A_i = \left[-1, 1 - \frac{1}{i}\right], \forall i \in \mathbb{N}$. Seleccione la alternativa correcta sobre la unión e intersección de esta familia

A. $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = [-1, 1]$ y $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = [-1, 1)$
B. $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = [-1, 0]$ y $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} = [-1, 1]$
C. $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = [-1, 1)$ y $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = [-1, 0]$
D. Ninguna de las anteriores.

- ( ) A
- ( ) B

¡Correcto!

- (●) C
- ( ) D

Pregunta 11

0 / 2 pts

Considere la familia de conjuntos $\{A_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ en $\mathbb{N}$ definida por: $\forall i \in \mathbb{N},\ A_i = [i, i+2) \cap \mathbb{N}$. Seleccione la(s) proposición(es) correcta(s) sobre esta familia.

A. $\bigcap_{i\in\mathbb{N}}(\mathbb{N} - A_i) \neq \emptyset$.
B. $\{A_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ no es una partición de $\mathbb{N}$.
C. $\forall i \in \mathbb{N},\ i > 2,\ A_i - A_{i+1} = A_{i-1} - A_{i-2}$.
D. Ninguna de las anteriores.

Respondido

A

Notar que $\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i = \mathbb{N}$. Luego, $\bigcap_{i\in\mathbb{N}}(\mathbb{N} - A_i) = \emptyset$

¡Correcto!

B

Notar que $\forall i \in \mathbb{N}$, $A_i = \{i, i+1\}$. Luego, $A_i \cap A_{i+1} = \{i+1\} \neq \emptyset$. Así, $\{A_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ no es partición de $\mathbb{N}$

¡Correcto!

C

Como $\forall i \in \mathbb{N},\ A_i = \{i, i+1\}$, entonces $\forall i \in \mathbb{N}, i \geq 2,\ A_i - A_{i+1} = \{i, i+1\} - \{i+1, i+2\} = \{i\} \ \wedge\ A_{i-1} - A_{i-2} = \{i-1, i\} - \{i-2, i-1\} = \{i\}$

Respondido

D