UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

EVALUACION 3 (RECUPERACION)
OPTIMIZACION II (525352)

Problema 1. (**1.0 pt.**) Considerar la función valor θ del problema

$$\theta(u) \doteq \min\{c^\top x + u^\top (Ax - b) : \ x \in X\},$$

donde X es un politopo, $A \in M(m,n)$, $b \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$. Demostrar que θ es cóncava.

Problema 2. (**1.0 pt.**) Sea $K \subseteq \mathbb{R}^n$ convexo que admita la representación $K = \text{co}\{x^1, x^2, \ldots, x^k\}$ (y portanto K es convexo y compacto) con los x^i siendo puntos extremales de K. Sea además $f : K \to \mathbb{R}$ una función continua y cuasiconvexa. Demostrar que el problema

$$\max_{x \in K} f(x)$$

tiene una solución que es un punto extremal de K, osea el supremo de f en K se alcanza en un algún x^i.

Problema 3. (**1.5 pts.**) Considere el problema

$$\min\Big\{ -x_1 : \ x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \ (x_1 - 1)^3 - x_2 \leq 0 \Big\}.$$

(a) Demostrar en detalle que la restricción de cualificación de Kuhn-Tucker se cumple en $\bar{x} = (1, 0)$;

(b) Demostrar que $\bar{x} = (1, 0)$ es un punto de KKT y también es una solución óptima del problema. Justifique enunciando el resultado que use, en caso que sea así.

Problema 4. (**0.5 pts.**) Explique en qué consiste en esencia una restricción/condición de cualificación.

Problema 5. (**2.0 pts.**) Sea $C = \{x \in \mathbb{R}^2 : \ 5 \leq x_1 \leq 10, \ -5 \leq x_2 \leq 5\}$. Resolver el problema (encontrando un mínimo y su valor óptimo)

$$\min_{x \in C} (x_1^2 + 4x_2^2 - 6x_1 - 48x_2 + 100)$$

usando el método de descenso más rápido correspondiente a la norma de la suma $\|(x_1, x_2)\| = |x_1| + |x_2|$ y punto inicial $x^0 = (7, -5)$.

Tiempo: **120 minutos** 07 de Enero, 2022
Fabián Flores Bazán