Problema 3

Sea $N_t^{(i)}$: núm. de partículas emitidas por la i-ésima fuente, es un proceso de Poisson con tasa λ_i.

Entonces, $N_t^{(i)} = N_t^{(i,r)} = N_t^{(i,nr)}$ donde $\{N_t^{(i,r)}, t \geq 0\}$ y $\{N_t^{(i,nr)}, t \geq 0\}$ son procesos de Poisson independientes, con tasas $\lambda_i p_i$ y $\lambda_i (1-p_i)$ respectivamente.

$N_t^{(i,r)}$ es el número de partículas emitidas por la i-ésima fuente registradas y

$N_t^{(i,nr)}$ — " — no registradas.

Por lo tanto, el núm. total $\{N_t, t \geq 0\}$ de las partículas ~~registradas~~ emitidas por las cinco fuentes está presentada como:

$$N_t = \sum_{i=1}^{5} N_t^{(i)} = \underbrace{\sum_{i=1}^{5} N_t^{(i,r)}}_{= N_t^{(r)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{5} N_t^{(i,nr)}}_{= N_t^{(nr)}}$$

donde $\{N_t^{(r)}, t \geq 0\}$ es el total de las partículas registradas y $\{N_t^{(nr)}, t \geq 0\}$ —— " —— de las no registradas. Ambos son procesos de Poisson independientes y con tasas

$$\lambda_r = \sum_{i=1}^{5} \lambda_i p_i \quad \text{y} \quad \lambda_{nr} = \sum_{i=1}^{5} \lambda_i (1-p_i),$$

respectivamente.

1) $$P(N_{60}^{(r)} \geq 1) = 1 - P(N_{60}^{(r)} = 0) =$$

$$= 1 - e^{-\lambda_r \cdot 60} = 1 - e^{-18 \cdot 60}$$ pues,

$$\lambda_r = 4 \times 0{,}9 + 4 \times 0{,}8 + 6 \times 0{,}7 + 5 \times 0{,}8 + 4 \times 0{,}75$$

$$= 18$$

2) $$\mathbb{E}[N_{180}^{(r)}] = 180 \cdot \lambda_r = 180 \times 18 = 3240 \;\blacksquare$$