

# Álgebra I

Prof. Víctor Aros Quinán

Departamento de Ingeniería Matemática  
Semestre 1 - 2024

# Tema N°1: Lógica y Conjuntos

## Clase N°7 - 26/03/2024

**Texto Guía:** Álgebra Primer Curso.

# Conjuntos

Considerando la inclusión entre conjuntos podemos presentar las siguientes propiedades. Dados  $A, B$  y  $C$  tres conjuntos cualesquiera, se tiene que:

1.  $A \subseteq A$
2.  $\emptyset \subseteq A \subseteq U$
3.  $(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C$

# Ejemplos

Sean  $A$  y  $B$  los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}, \quad \text{y} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x < 2\}$$

Demuestre que  $A \subseteq B$  y  $A \neq B$ .

# Conjuntos

## Definición

Sea  $A$  un conjunto. Se define el conjunto de las partes de  $A$  por:

$$\mathcal{P}(A) = \{X : X \subseteq A\}$$

# Ejemplos:

1. Determine el conjunto de las partes de los siguientes conjuntos:

(a)  $A = \{\bullet\}$

(b)  $A = \{1, 2\}$

(c)  $C = \{a, b, \{a\}\}$

(d)  $D = \{\emptyset, 1, 3, \{3\}\}$

2. Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \{\{\emptyset\}, 1\} \quad \text{y} \quad \mathcal{P}(B) = \{\{1\}, \{\{\emptyset\}, 1\}, \emptyset, \{\{\emptyset\}\}\}$$

Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones:

(a)  $1 \in A$

(b)  $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$

(c)  $\{\{1\}\} \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(B))$

(d)  $\emptyset \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(B))$

# Ejemplos:

3. Dados los conjuntos  $A, B$  y  $C$  definidos por:

$$A = \{\{1\}, 2, 3\}, B = \{a, e, i\} \text{ y } C = \{\emptyset, 0, \{0\}\}$$

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

(a)  $p : \{1\} \in A \rightarrow \{a\} \in B$

(b)  $q : \{\{0\}\} \subseteq C \wedge 3 \in A$

(c)  $r : (\{0\} \in C \vee \{1, 2\} \in A) \leftrightarrow (\{a, i\} \subseteq B \wedge \{\{0\}, 0\} \subseteq C)$

# Operaciones entre Conjuntos

## Unión

La unión de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a  $A$  o a  $B$  y se denota por  $A \cup B$ .

$$A \cup B = \{x \in U : x \in A \vee x \in B\}$$



# Operaciones entre Conjuntos

## Intersección

La intersección de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a  $A$  y a  $B$  y se denota por  $A \cap B$ .

$$A \cap B = \{x \in U : x \in A \wedge x \in B\}$$

# Operaciones entre Conjuntos

## Diferencia

La diferencia entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a  $A$  y no pertenecen a  $B$  y se puede denotar por  $A - B$  o  $A \setminus B$ .

$$A - B = A \setminus B = \{x \in U : x \in A \wedge x \notin B\}$$

# Ejemplos

Considere los siguientes subconjuntos del universo de los números naturales menores o iguales que 10:

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x - 3 = 2 \vee x^2 - 1 = 0\}$$

$$B = \{2k + 1 \in \mathbb{Z} : k \in \{-1, 0, 1, 2\}\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{N}_{\leq 15} : y \text{ es un número par} \wedge y \text{ es potencia de } 2\}$$

$$D = \{b \in \mathbb{R} : (b^3 - 1)(b - 2) = 0\}$$

$$E = \{2z \in \mathbb{Z} : z^2 - 5z + 4 = 0\}$$

Determine los siguientes conjuntos:

(a)  $A \cup B$

(b)  $(C \cap E) \cup B$

(c)  $E \cap A$

(d)  $B - C$

(e)  $C - (E \cup A)$

(f)  $B \cap E$