

## Práctica N°4

ÁLGEBRA 2 - 525150

1. Sea  $A \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$  definida por:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Si  $B = \text{Adj}(A)$  y  $C = \text{Adj}(B)$ , determinar, sin calcular las matrices adjuntas,  $X \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$  de modo que se cumpla la siguiente igualdad

$$BXA = C$$

2. Sean  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , y  $A \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{4 \times 1}(\mathbb{R})$  matrices definidas por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \\ \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 \\ \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 & \alpha^6 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \beta\alpha \\ \beta\alpha^2 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinar los valores de  $\beta \in \mathbb{R}$  para los cuales el sistema  $AX = B$  es compatible.  
 (b) Considere  $\alpha = 2$ . Encontrar, si es posible, una matriz  $C \in \mathcal{M}_{4 \times 1}(\mathbb{R})$  de modo que el sistema  $AX = C$  sea incompatible.
3. Sean  $a, b \in \mathbb{R}$  parámetros, con los cuales se plantea el siguiente sistemas de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 2z + t = 1 \\ -x + 2y + z - t = 2 \\ x + 3y + z - 2t = 3 \\ 2x + 4y + 2z + at = b \end{array} \right.$$

Determine condiciones sobre  $a$  y  $b$  de modo que el sistema planteado sea: incompatible, compatible determinado y compatible indeterminado.

4. Con motivo de las próximas fiestas patrias, un hotel en Chile se prepara para recibir a un gran número de turistas que desean disfrutar de las celebraciones. El hotel cuenta con un total de 50 habitaciones, que se dividen en habitaciones dobles, triples y cuádruples, y tiene una capacidad total de 138 camas. Para garantizar una estancia cómoda a sus huéspedes, el hotel debe disponer de un número adecuado de toallas. En cada habitación doble se colocarán 5 toallas, en cada habitación triple se utilizarán 6 toallas y en cada cuádruple se proporcionarán 7 toallas. En total, el hotel debe contar con 288 toallas para satisfacer las necesidades de todos los visitantes. Además, se sabe que el hotel tiene menos de 34 habitaciones entre dobles y triples.

- (a) Defina las variables involucradas en el problema.  
 (b) Escriba un sistema de ecuaciones lineales que modele la situación, en función de las variables definidas, y utilicelo para determinar el total de habitaciones de cada tipo que posee el hotel.