



Fenómenos de Transporte

**Tema I: Fundamentos de los mecanismos de transporte
de cantidad de movimiento, calor y masa**

Fenómenos de Transporte

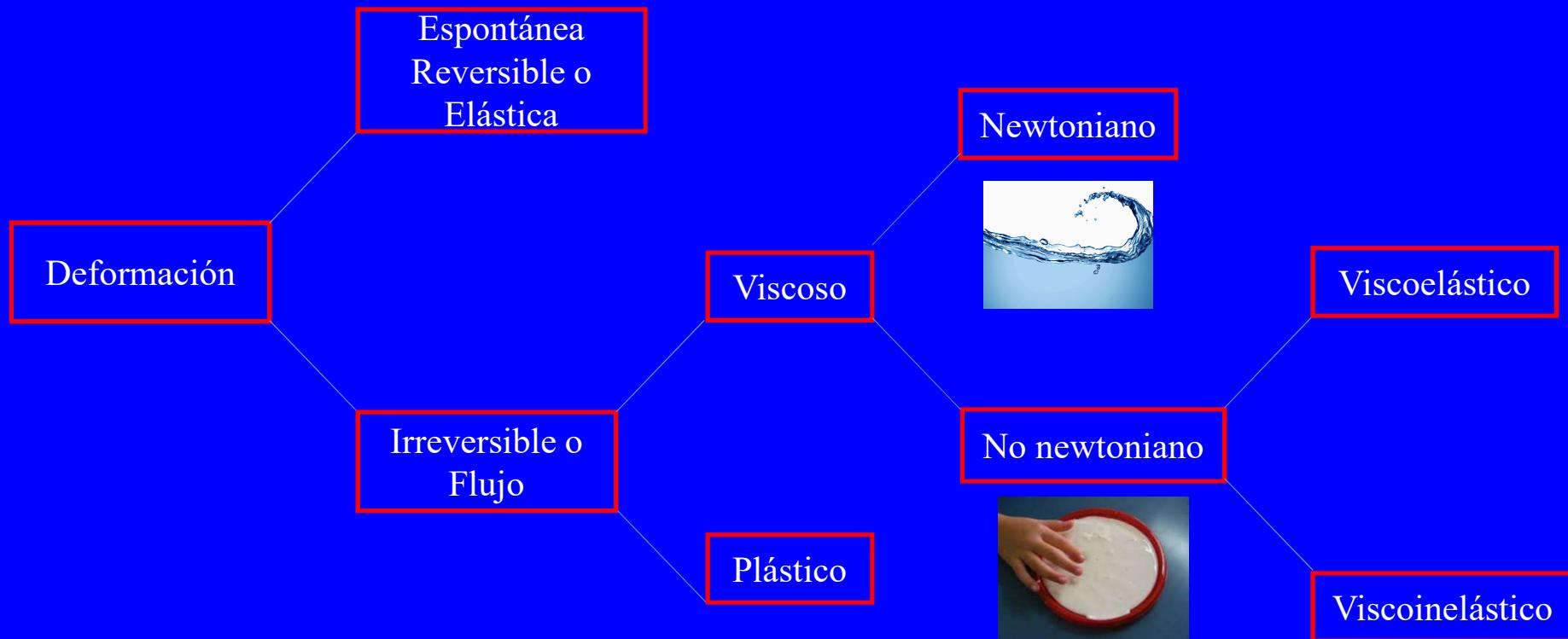
- *Cantidad de movimiento:* flujo viscoso
- *Energía:* conducción del calor, convección y radiación
- *Materia:* difusión y convección

¿Limitación?

Se estudian desde el punto de vista de medio continuo

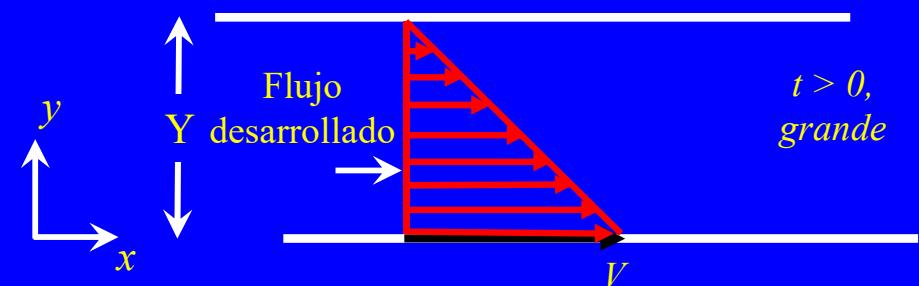
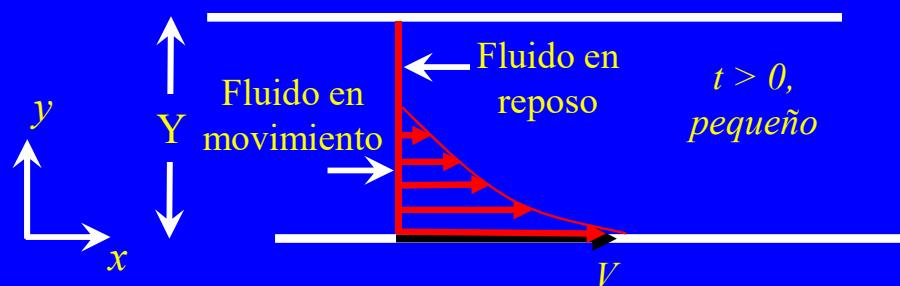
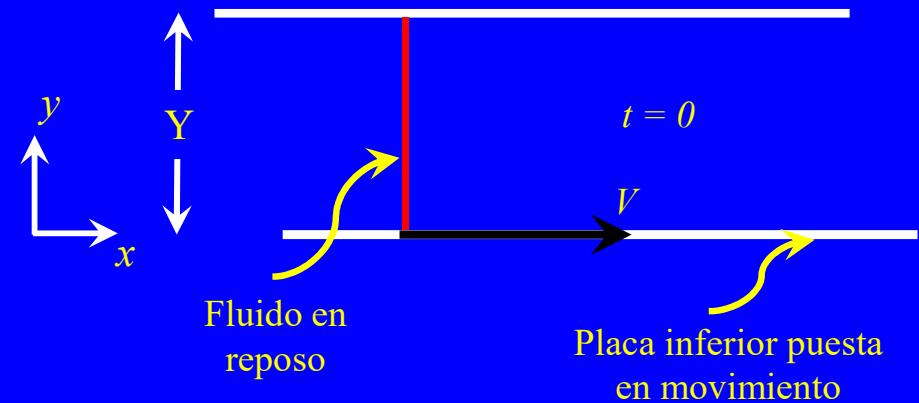
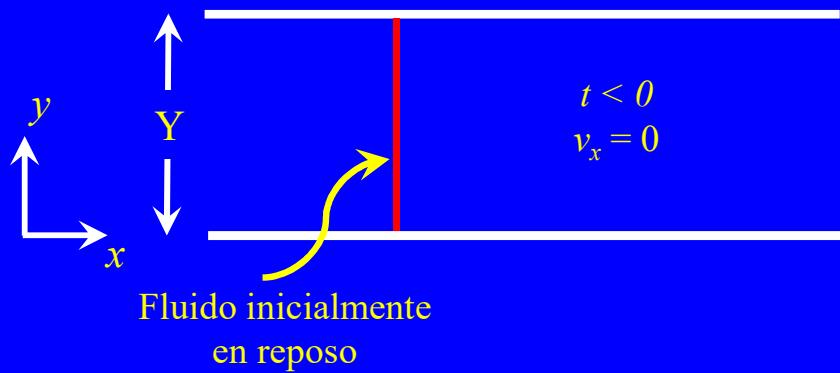
Deformación

Cambio de tamaño o forma de un cuerpo debido a esfuerzos internos provocados por una o más fuerzas aplicadas sobre él o debido a la dilatación térmica



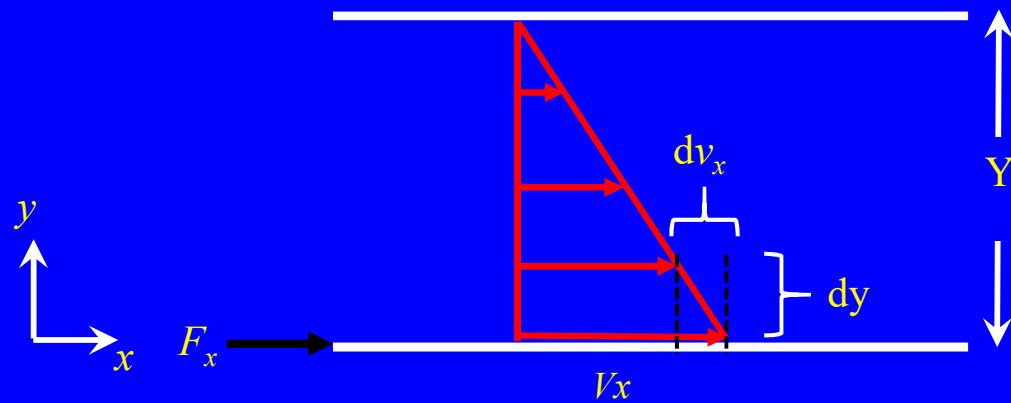
Transporte de Cantidad de Movimiento

Ley de Newton de la Viscosidad:



Ley de Newton de la Viscosidad (2)

Para régimen estacionario y flujo laminar:



$$\frac{F_x}{A} \propto \frac{v_x}{Y} \propto \frac{dv_x}{dy}$$

¿Qué implica esta ecuación?

¿Cómo se elimina la proporcionalidad?

Ley de Newton de la Viscosidad (3)

$$\frac{F_x}{A} = -\mu \frac{v_x}{Y} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Esfuerzo cortante o de cizalla
densidad de flujo viscoso de
cantidad de movimiento,
(shear stress)

viscosidad:

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Velocidad de
deformación:
fuerza impulsora

Ley de Newton de la
Viscosidad: válida para
fluidos newtoniano

¿Cómo varía τ_{yx} con dv_x/dy ?
¿Qué representa μ ?
¿De qué depende su valor?

Viscosidad

Propiedad de los fluidos que expresa su facilidad para fluir cuando sobre ellos actúa una fuerza.

Asimismo representa una medida de su resistencia al deslizamiento o a la deformación cortante.

*Viscosidad, coeficiente de viscosidad,
viscosidad absoluta o viscosidad dinámica*

¿Qué unidades tiene μ ?

Propiedades de la Viscosidad

- Su valor puede relacionarse con la viscosidad del agua, dado que a 20 °C, ésta última es igual a 1 cP.
- El valor de la viscosidad de un fluido a cierta temperatura puede relacionarse con su densidad para generar una cantidad física que no involucre alguna fuerza : *viscosidad cinemática* (ν).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

¿Qué unidades tiene ν ?

Propiedades de la Viscosidad (2)

- Su valor puede relacionarse con la viscosidad del agua, dado que a 20 °C, ésta última es igual a 1 cP.
- El valor de la viscosidad de un fluido a cierta temperatura puede relacionarse con su densidad para generar una cantidad física que no involucre alguna fuerza : *viscosidad cinemática* (ν).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

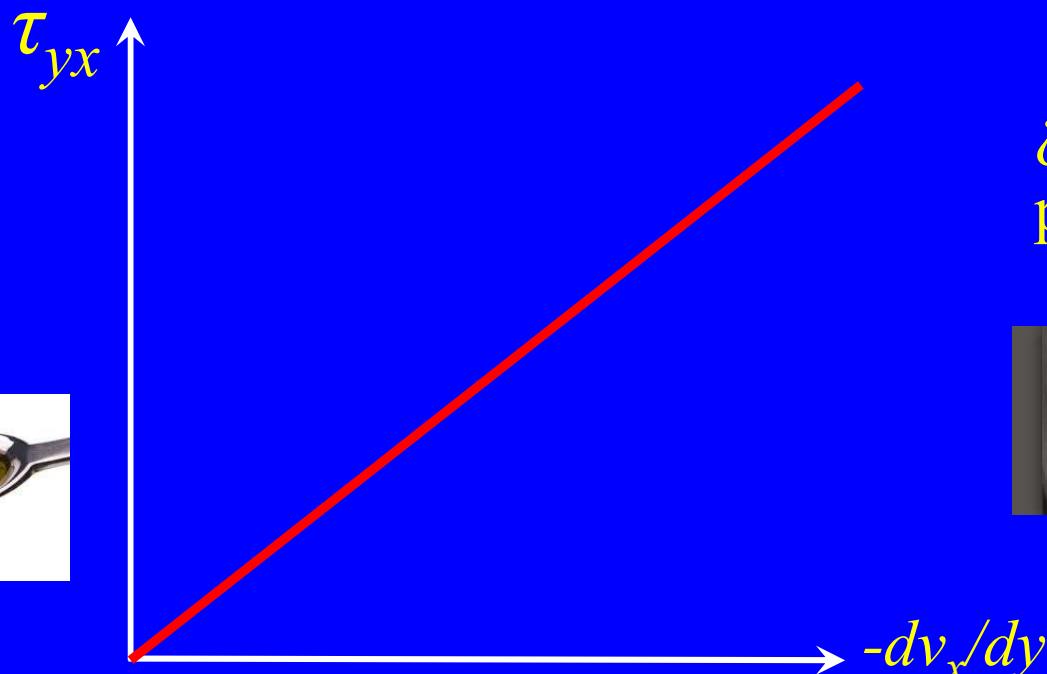
¿Qué unidades tiene ν ?
¿Dependencia con T y P ?

Propiedades de la Viscosidad (3)

- La viscosidad de todos los fluidos es *prácticamente* independiente de la presión en el intervalo de valores que se encuentran en el campo de la ingeniería.
- En líquidos, la temperatura disminuye las fuerzas de cohesión altas de las partículas, lo que provoca que su valor disminuya.
- En gases, la movilidad de las partículas la temperatura incrementa la probabilidad de choques aleatorios, lo que provoca que su valor aumente.

Fluidos Newtonianos

Tipo de fluidos que presentan una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación.

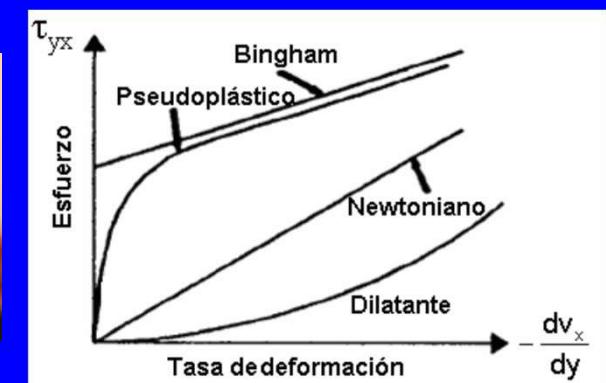


¿Qué representa la pendiente de la recta?



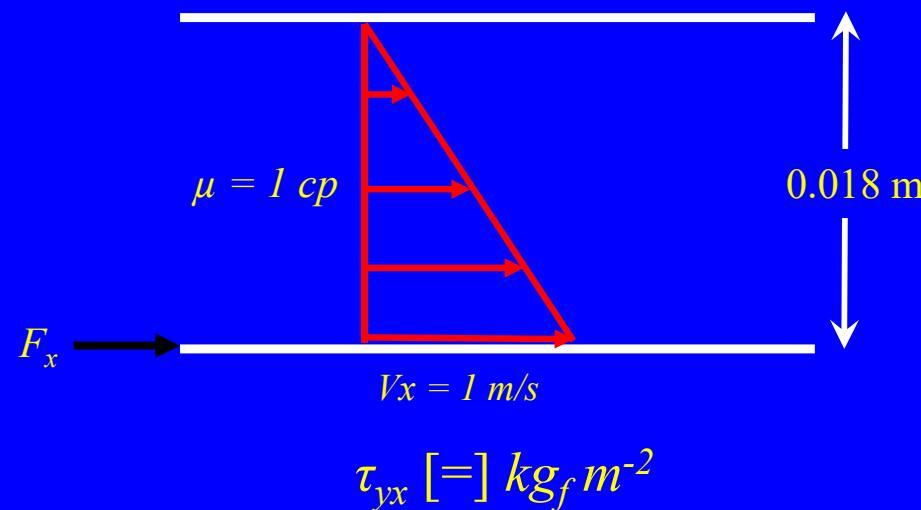
Tarea:

Investigar definición, características y ejemplos de los fluidos no newtonianos: viscoelásticos y viscoinelásticos, dependientes e independientes del tiempo: adelgazantes al corte o pseudoplásticos, espesantes al corte o dilatantes, fluidos tixotrópicos, reopécticos, plásticos de Bingham y plásticos de no bingham.



Problema: Cálculo de la densidad de flujo de cantidad de movimiento

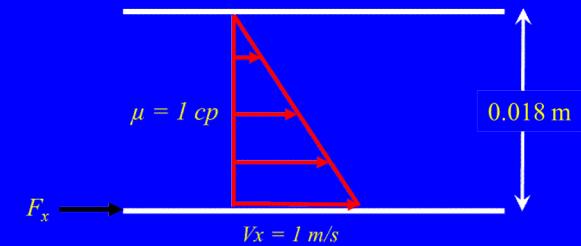
Teniendo en cuenta la figura que se presenta en la parte inferior, calcule la densidad de flujo de cantidad de movimiento en estado estacionario, τ_{yx} , expresada, expresada en $\text{kg}_f \text{ m}^{-2}$, cuando la velocidad V de la lámina inferior, en la dirección positiva del eje x es 1.0 m/s, la distancia entre las láminas es 0.018 m, y la viscosidad del fluido, μ es 1.0 cp.



Problema: Cálculo de la densidad de flujo de cantidad de movimiento

Homogeneizando las unidades de μ :

$$\left(0.01 \frac{g}{cm \cdot s}\right) \left(\frac{1 kg}{1000 g}\right) \left(\frac{100 cm}{1 m}\right) \left(\frac{1 kg_f}{9.8067 kg \cdot m \cdot s^{-2}}\right) = 1.0197 \times 10^{-4} \frac{kg_f \cdot s}{m^2}$$



Calculando la fuerza motriz del transporte de cantidad de movimiento:

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{(0-1)m \cdot s^{-1}}{(0.018-0)m} = 55.56 s^{-1}$$

Calculando la densidad de flujo de cantidad de movimiento:

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} = -(1.019 \times 10^{-4} kg_f \cdot s \cdot m^{-2})(-55.56 s^{-1}) = 5.66 \times 10^{-3} \frac{kg_f}{m^2}$$

Valores de Viscosidad (Agua y Aire)

Temperatura T (°C)	Agua (líquida)		Aire	
	Viscosidad μ (cp)	Viscosidad Cinemática $\nu \times 10^2$ (cm ² s ⁻¹)	Viscosidad μ (cp)	Viscosidad Cinemática $\nu \times 10^2$ (cm ² s ⁻¹)
0	1.787	1.787	0.01716	13.27
20	1.0019	1.0037	0.01813	15.05
40	0.6530	0.6581	0.01908	16.92
60	0.4665	0.4744	0.01999	18.86
80	0.3548	0.3651	0.02087	20.88
100	0.2821	0.2944	0.02173	22.98

Líquidos: transporte de movimiento debido al choque efectivo de moléculas
Gases: transporte de movimiento debido al movimiento libre de moléculas

Valores de Viscosidad (Gases y Líquidos Varios, 1 atm)

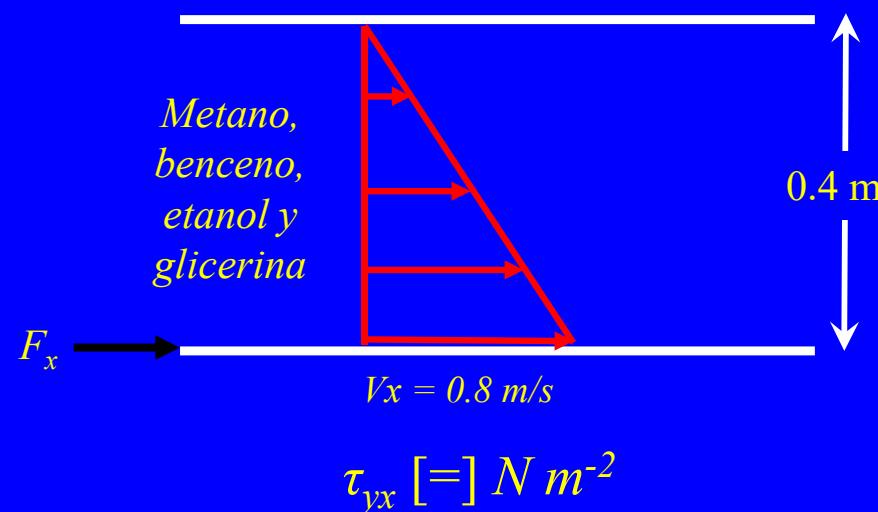
Sustancia	Temperatura T (°C)	Viscosidad μ (cp)		Temperatura T (°C)	Viscosidad μ (cp)
Gases			Líquidos		
<i>i</i> -C ₄ H ₁₀	23	0.0076	(C ₂ H ₅) ₂ O	20	0.245
CH ₄	20	0.0109	C ₆ H ₆	20	0.647
H ₂ O	100	0.0127	Br ₂	26	0.946
CO ₂	20	0.0146	C ₂ H ₅ OH	20	1.194
N ₂	20	0.0175	Hg	20	1.547
O ₂	20	0.0203	H ₂ SO ₄	25	19.15
Hg	380	0.0654	Glicerina	20	1069

Valores de Viscosidad (Metales Líquidos)

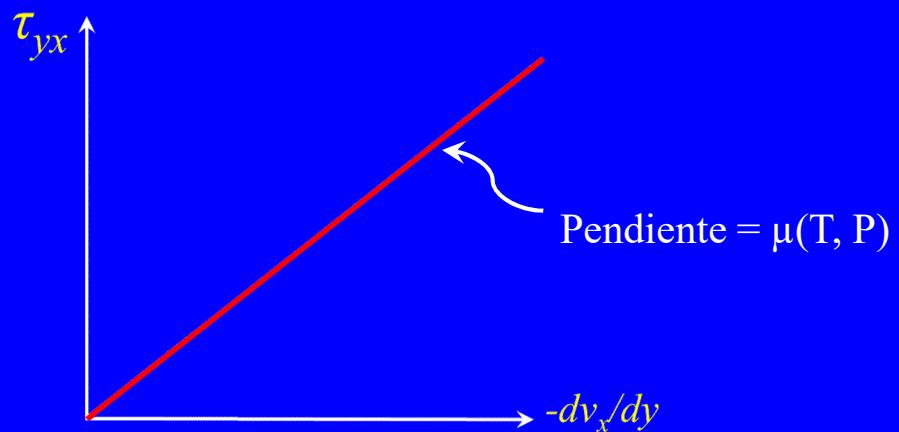
Metal	Temperatura T (°C)	Viscosidad μ (cp)	Metal	Temperatura T (°C)	Viscosidad μ (cp)
Li	183.4	0.5918	Aleación Na-K¹	103.7	0.546
	216.0	0.5406		250	0.316
	285.5	0.4548		700	0.161
Na	103.7	0.686	Hg	-20	1.85
	250	0.381		20	1.55
	700	0.182		100	1.21
K	69.6	0.515	Pb	200	1.01
	250	0.258		441	2.116
	700	0.136		551	1.700
				844	1.185

Problema: Cálculo de la densidad de flujo de cantidad de movimiento de diversos fluidos

Teniendo en cuenta la figura que se presenta en la parte inferior, calcule la densidad de flujo de cantidad de movimiento en estado estacionario, τ_{yx} , expresada, expresada en N/m², cuando la velocidad V de la lámina inferior, en la dirección positiva del eje x es 0.8 m/s, la distancia entre las láminas es 0.4 m, y los fluidos son: metano, benceno, etanol y glicerina. La temperatura del sistema es 20 °C.



Fluidos No Newtonianos



$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Fluidos Newtonianos

Válido para todos los gases y líquidos homogéneos no polimerizados.

Existen otros fluidos que por sus características mecánicas la relación entre τ y μ no es lineal: *fluidos no newtonianos*.

Su comportamiento no puede ser modelado con la Ley de Viscosidad de Newton.

Fluidos No Newtonianos (2)

Reología:

- Rama de la física que tiene por objeto el estudio de la deformación y flujo de materia (término sugerido por Eugene Cook Bingham, 1929).
- Actualmente, la reología además de estudiar los comportamientos elástico y viscoso, también estudia sistemas complejos que presentan simultáneamente propiedades elásticas y viscosas, es decir, sustancias viscoelásticas.
- Campo de estudio: propiedades mecánicas de gases, líquidos, plásticos, sustancias asfálticas y materiales cristalinos: fluidos newtonianos hasta la ley de Hooke.
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{F}{AE}$$

Fluidos No Newtonianos (3)

En general:

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

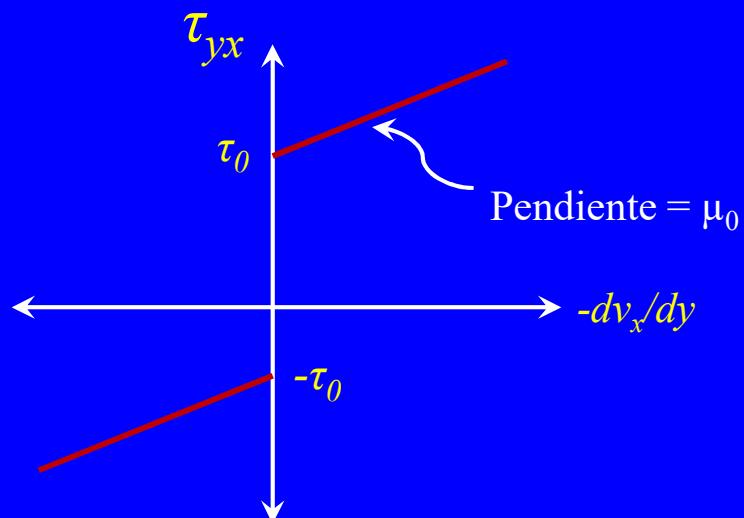
Casos particulares:

- Materiales pseudoplásticos (η disminuye cuando $-dv_x/dy$ aumenta).
- Materiales dilatantes (η aumenta cuando $-dv_x/dy$ aumenta).
- Fluidos newtonianos (η es independiente de $-dv_x/dy$).

¿Cómo se puede establecer la relación entre τ y $-dv_x/dy$?

Fluidos No Newtonianos (4)

Modelo de Bingham:



$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0$$

$$|\tau_{yx}| > \tau_0$$

$$\frac{dv_x}{dy} = 0$$

$$|\tau_{yx}| < \tau_0$$

Plásticos de Bingham:

¿Qué implica este modelo?

¿Cuántos parámetros se requieren?

Pastas y suspensiones finas

Fluidos No Newtonianos (5)

Parámetros de Bingham:

Material suspendido	Distribución de tamaño de las partículas		$k_1 = \frac{\tau_0}{\phi^4}$	$k_2 = \frac{\ln \mu_0 / \mu_w}{\phi}$
	D (micrones)	σ (adimensional)	(dina cm ⁻²)	(adimensional)
UO ₂	1,4	1,7	$7,2 \times 10^4$	18
U ₃ O ₈	1,3	2,0	$11,0 \times 10^4$	22
UO ₃ H ₂ O	1,2	1,9	$20,6 \times 10^4$	22
ThO ₂			$k_3 = \frac{\tau_0}{\phi^3}$	$k_4 = \frac{\ln \mu_0 / \mu_w}{\phi}$
	0,030	2,7	$52,7 \times 10^4$	24
	0,75	2,8	$26,3 \times 10^4$	14
	1,6	1,5	$4,8 \times 10^4$	12
	2,4	1,7	$1,6 \times 10^4$	12

donde:

D: Diámetro de la partícula de masa media

σ : desviación estándar del diámetro de partícula

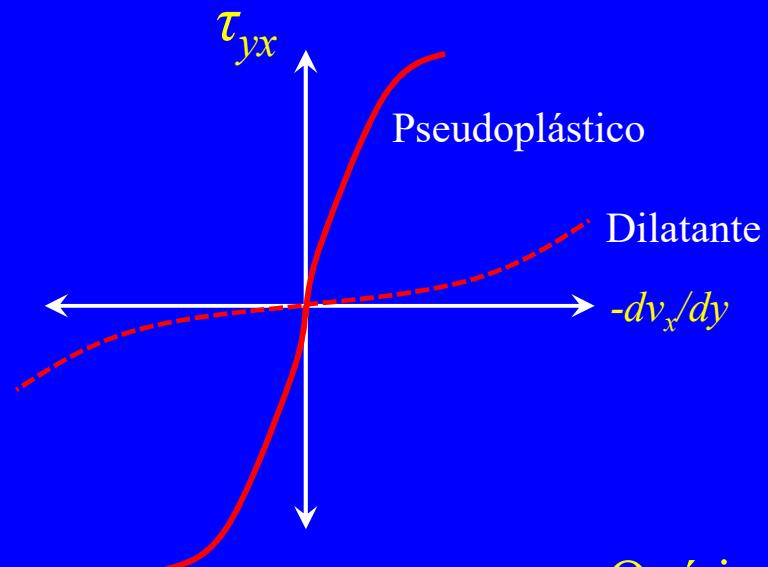
ϕ : fracción volumen de sólidos en la suspensión

μ_0 , τ_0 : parámetros de Bingham para la suspensión

μ_w : viscosidad del agua a T y P

Fluidos No Newtonianos (6)

Modelo de Ostwald-de Waele o ley de la potencia:



$$\tau_{yx} = -m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy}$$

¿Qué implica este modelo?

¿Cuántos parámetros se requieren?

¿Cómo es n para un material pseudoplástico?

¿Cómo es n para un material dilatante?

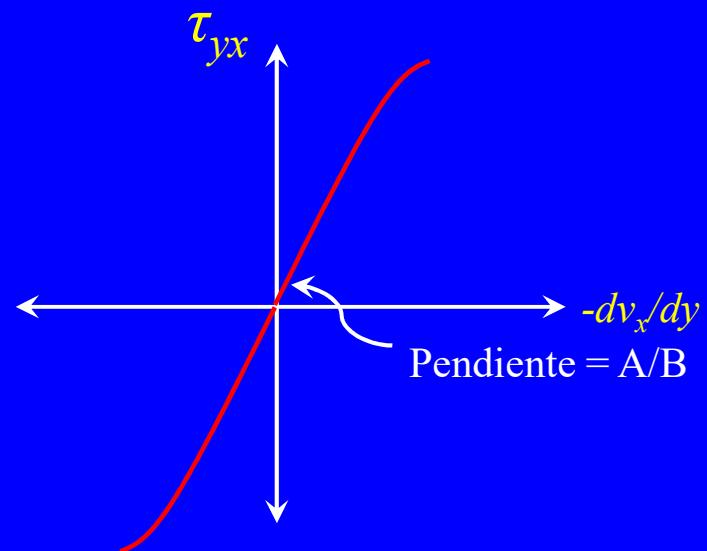
Fluidos No Newtonianos (7)

Parámetros de Ostwald-de Waele a temperatura ambiente:

Composición del fluido (% en peso)	<i>m</i> (dina seg ⁿ cm ⁻²)	<i>n</i> (adimensional)
23,3 % de arcilla amarilla de Illinois en agua	55,5	0,229
0,67 % de CMC ^b en agua	3,04	0,716
1,5 % de CMC en agua	31,3	0,554
3,0 % de CMC en agua	92,9	0,566
33 % de cal en agua	71,8	0,171
10 % de napalm en keroseno	42,8	0,520
4 % de pasta de papel en agua	200	0,575
54,3 % de cemento en agua	25,1	0,153

Fluidos No Newtonianos (8)

Modelo de Eyring:

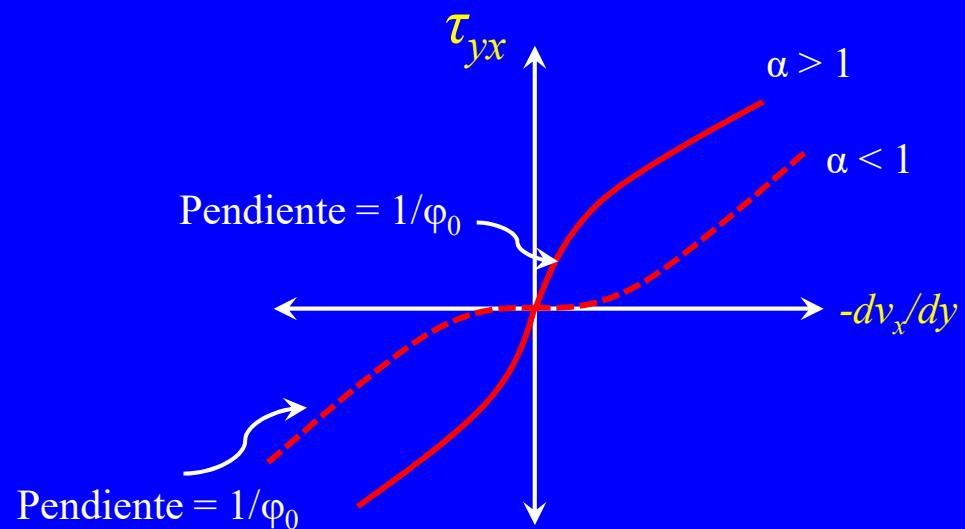


$$\tau_{yx} = A \operatorname{arcsenh} \left(-\frac{1}{B} \frac{dv_x}{dy} \right)$$

Materiales pseudoplásticos para valores finitos de τ_{yx}
 $\tau_{yx} \rightarrow 0$: Fluido Newtoniano con $\mu = A/B$

Fluidos No Newtonianos (9)

Modelo de Ellis:



$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\phi_0 + \phi_1 |\tau_{yx}|^{\alpha-1} \right) \tau_{yx}$$

¿Cuáles son los casos particulares del Modelo de Ellis?

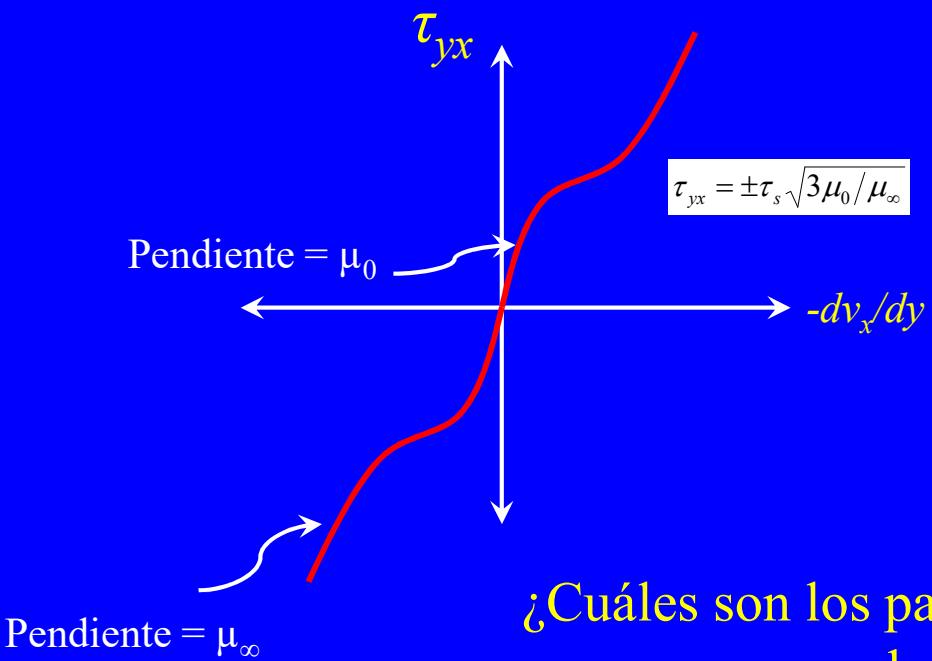
Fluidos No Newtonianos (10)

Parámetros de Ellis para soluciones de CMC en agua:

Concentración de la solución (% en peso)	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	α (adimensional)	φ_0 ($\text{cm}^2 \text{ seg}^{-1}$ dina $^{-1}$)	φ_1 ($\text{cm}^{2\alpha} \text{ seg}^{-1}$ dina $^{-\alpha}$)	Intervalo experimental del esfuerzo cortante (dina cm $^{-2}$)
4,0 % de CMC bajo ^b	29,4	1,170	0,1377	0,3211	8 a 440
5,0 % de CMC bajo	29,4	1,337	0,0000	0,0521	8 a 1010
1,5 % de CMC medio	29,4	1,185	0,4210	0,2724	6 a 300
2,5 % de CMC medio	29,4	1,412	0,0383	0,0181	17 a 720

Fluidos No Newtonianos (11)

Modelo de Reiner-Philippoff:



$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\tau_{yx}/\tau_s)}} \right) \tau_{yx}$$

¿Cuáles son los parámetros requeridos por el modelo de Reiner-Philippoff?

Fluidos No Newtonianos (12)

Parámetros de Reiner-Philippoff para diversos fluidos:

Substancia	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	μ_0 (poise)	μ_{∞} (poise)	τ_s (dina cm^{-2})	Intervalo experimental del esfuerzo cortante (dina cm^{-2})
Azufre fundido	120	0,215	0,0105	0,073	0,2 a 10
Butirato de colesterina	100	2,4	0,35	1,05	0,8 a 20
30,4 % de metanol en hexano ^b	34	0,035	0,0035	0,5	0,1 a 4
0,4 % de poliestireno en tetralina ^c	20	4,0	1,0	500	500 a 4000

Resumen de Fluidos No Newtonianos

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0$$

$$\tau_{yx} = -m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{yx} = A \operatorname{arcsenh} \left(-\frac{1}{B} \frac{dv_x}{dy} \right)$$

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\varphi_0 + \varphi_1 |\tau_{yx}|^{\alpha-1} \right) \tau_{yx}$$

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\tau_{yx}/\tau_s)}} \right) \tau_{yx}$$

Estimación de la Viscosidad

- Existen una gran cantidad de datos de viscosidad de gases y líquidos puros en la bibliografía.
- Cuando se carecen de datos experimentales, es posible estimar la viscosidad utilizando otros datos de la sustancia en cuestión.
- Lo anterior se lleva a cabo a través de correlaciones empíricas, resultado del análisis de un gran número de datos experimentales y aplicando el *principio de los estados correspondientes*.
- Además de obtener una estimación del valor de la viscosidad, se obtiene información sobre la variación de esta propiedad con la temperatura y presión.

Punto Crítico

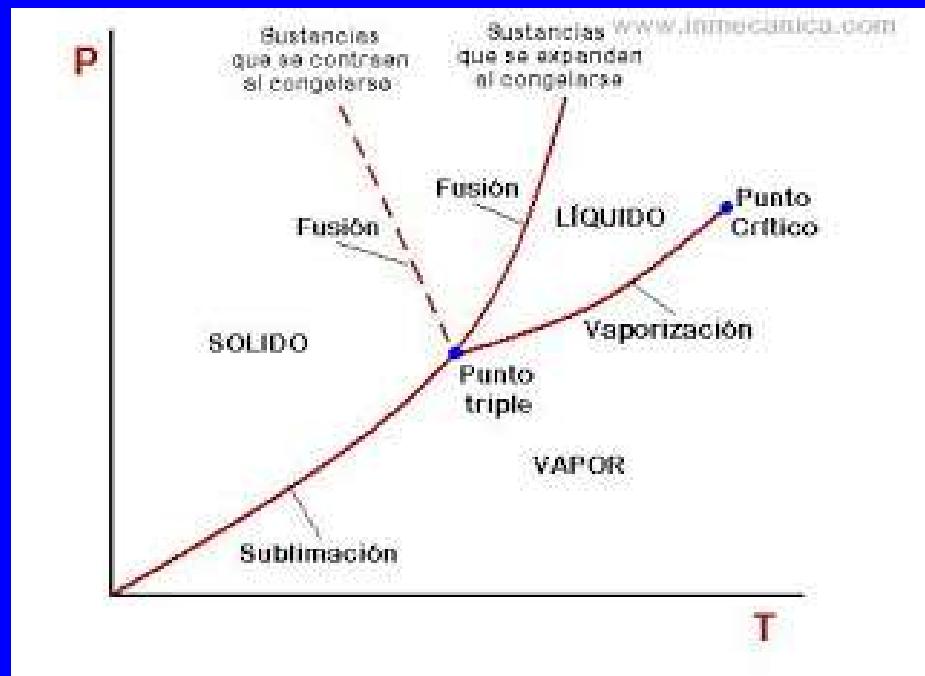


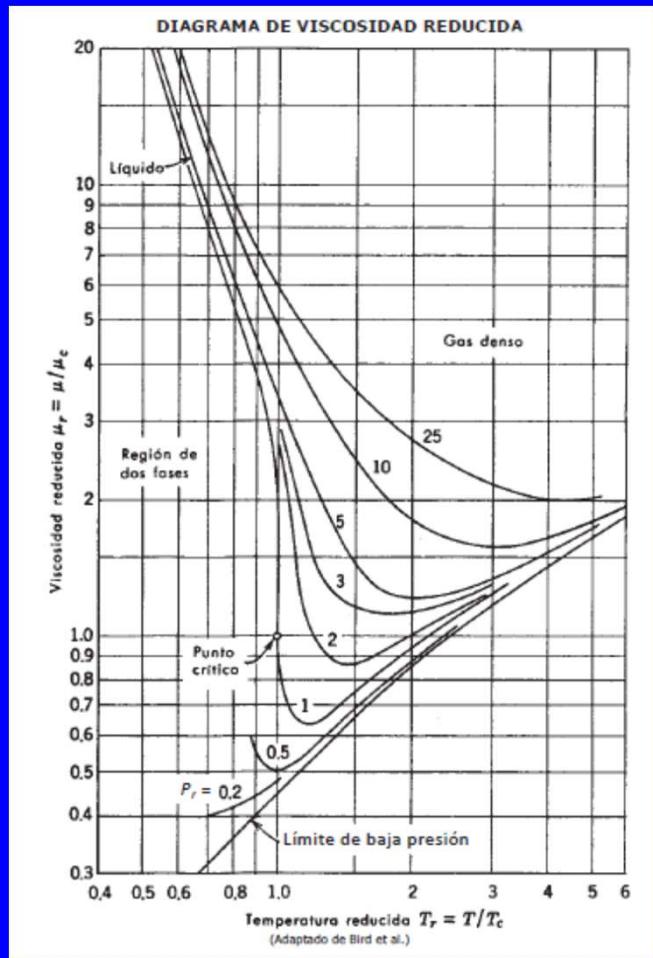
Diagrama de fases P-T

Punto Crítico:

- Condiciones de P y T máximas a las que puede condensar un vapor.
- La densidad del líquido-vapor son iguales.
- No se pueden diferenciar las propiedades del líquido y vapor.

Diagrama μ_r - T_r

Recomendada para $P < 10$ atm



$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$$

$$T_r = \frac{T}{T_c}$$

$$P_r = \frac{P}{P_c}$$

Si se desconoce μ_c :

$$\mu_c = \frac{\mu}{\mu_r}$$

Para T_r y P_r al punto que se desea conocer

$$\mu_c = 61.6(MT_c)^{1/2}(\bar{V}_c)^{-2/3}$$

$$\mu_c = 7.7M^{1/2}p_c^{2/3}T_c^{-1/6}$$

μ_c : micropoises

p_c : atm

T_c : K

V_c : cm³/mol

Tablas de Propiedades Críticas

Substancia	Peso Molecular <i>M</i>	Constantes críticas ^{b,c,d}			
		<i>T_c</i> (°K)	<i>P_c</i> (atm)	<i>P̄_c</i> (cm ³ g·mol ⁻¹)	$\frac{\mu_c}{x \cdot 10^6}$ (g cm ⁻¹ sec ⁻¹)
<i>Elementos ligeros:</i>					
H ₂	2,016	33,3	12,80	65,0	34,7
He	4,003	5,26	2,26	57,8	25,4
<i>Gases nobles:</i>					
Ne	20,183	44,5	26,9	41,7	156,
Ar	39,944	151,	48,0	75,2	264,
Kr	83,80	209,4	54,3	92,2	396,
Xe	131,3	289,8	58,0	118,8	490,
<i>Substancias poliatómicas sencillas</i>					
Aire	28,97 ^e	132, ^e	36,4 ^e	86,6 ^e	193,
N ₂	28,02	126,2 ^e	33,5	90,1	180,
O ₂	32,00	154,4 ^e	49,7	74,4	250,
O ₃	48,00	268, ^e	67,	89,4 ^e	—
CO	28,01	133,	34,5	93,1	190,
CO ₂	44,01	304,2	72,9	94,0	343,
NO	30,01	180,	64,	57,	258,
N ₂ O	44,02	309,7	71,7	96,3	332,
SO ₂	64,07	430,7	77,8	122,	411,
F ₂	38,00	—	—	—	—
Cl ₂	70,91	417,	76,1	124,	420,
Br ₂	159,83	584,	102,	144,	—
I ₂	253,82	800,	—	—	—

Tablas de Propiedades Críticas

Substancia	Peso Molecular <i>M</i>	Constantes críticas ^{b,c,d}			
		<i>T_c</i> (°K)	<i>P_c</i> (atm)	<i>V_c</i> (cm ³ g·mol ⁻¹)	$\frac{\mu_c}{x \cdot 10^6}$ (g cm ⁻¹ sec ⁻¹)
<i>Hidrocarburos:</i>					
CH ₄	16,04	190,7	45,8	99,3	159,
C ₂ H ₂	26,04	309,5	61,6	113,	237,
C ₂ H ₄	28,05	282,4	50,0	124,	215,
C ₂ H ₆	30,07	305,4	48,2	148,	210,
C ₃ H ₆	42,08	365,0	45,5	181,	233,
C ₃ H ₈	44,09	370,0	42,0	200,	228,
<i>n</i> -C ₄ H ₁₀	58,12	425,2	37,5	255,	239,
<i>i</i> -C ₄ H ₁₀	58,12	408,1	36,0	263,	239,
<i>n</i> -C ₅ H ₁₂	72,15	469,8	33,3	311,	238,
<i>n</i> -C ₆ H ₁₄	86,17	507,9	29,9	368,	248,
<i>n</i> -C ₇ H ₁₆	100,20	540,2	27,0	426,	254,
<i>n</i> -C ₈ H ₁₈	114,22	569,4	24,6	485,	259,
<i>n</i> -C ₉ H ₂₀	128,25	595,0	22,5	543,	265,
Ciclohexano	84,16	553,	40,0	308,	284,
C ₆ H ₆	78,11	562,6	48,6	260,	312,
<i>Otros compuestos orgánicos:</i>					
CH ₃ Cl	50,49	416,3	65,9	143,	338,
CH ₂ Cl ₂	84,94	510,	60,	—	—
CHCl ₃	119,39	536,6	54,	240,	410,
CCl ₄	153,84	556,4	45,0	276,	413,
C ₂ N ₂	52,04	400,	59,	—	—
COS	60,08	378,	61,	—	—
CS ₂	76,14	552,	78,	170,	404,

Problemas

Calcule la viscosidad del N₂ a 50 °C y 854 atm, siendo M = 28.0 g/gmol, p_c = 33.5 atm y T_c = 126.2 K.

Calculando μ_c:

$$\mu_c = 7.7M^{1/2} p_c^{2/3} T_c^{-1/6}$$

$$\mu_c = 7.7(28.0)^{1/2}(33.5)^{2/3}(126.2)^{-1/6}$$

$$\mu_c = 189 \text{ } \mu P = 189 \times 10^{-6} \text{ } g / cm \cdot s$$

Tabla marca un valor de 180 μP

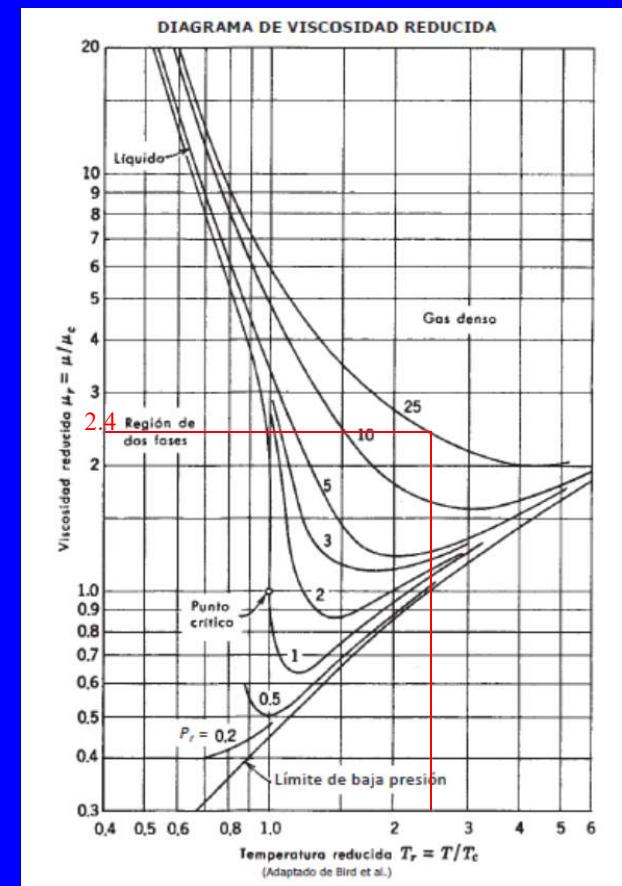
Problemas

Calcule la viscosidad del N₂ a 50 °C y 854 atm, siendo M = 28.0 g/gmol, p_c = 33.5 atm y T_c = 126.2 K.

Calculando T_r y P_r:

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad T_r = \frac{(50 + 273)K}{(126.2)K} = 2.56$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} \quad T_r = \frac{854\text{atm}}{33.5\text{atm}} = 25.4$$



Problemas

A partir del valor determinado en la gráfica de μ_r se calcula μ :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$$

$$\mu = \mu_r \mu_c$$

$$\mu = (189 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1})(2.40)$$

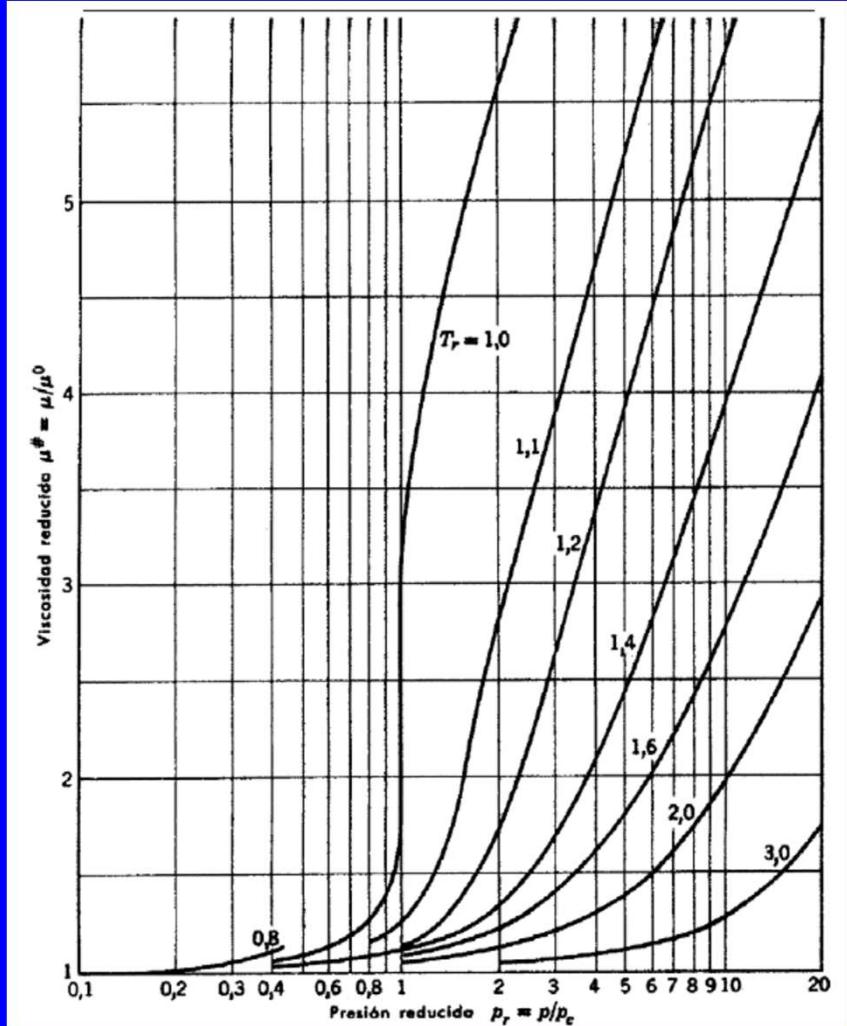
$$\mu = 453.6 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Problemas

Calcule la viscosidad de las siguientes sustancias utilizando la viscosidad crítica reportada en tablas y con las correlaciones:

Fluido	T (°C)	P (atm)
He	-265.11	6.78
Br ₂	895	102
	280	20
i-C ₄ H ₁₀	543.2	180
n-C ₄ H ₁₀	577.4	75
Aire	-141	18.2
	-75	36.4
	-9	72.8

Diagrama $\mu^\#$ - T_r



Viscosidad a cierta T y P

$$\mu^\# = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$T_r = \frac{T}{T_c}$$

$$P_r = \frac{P}{P_c}$$

Viscosidad a P atm y la misma T

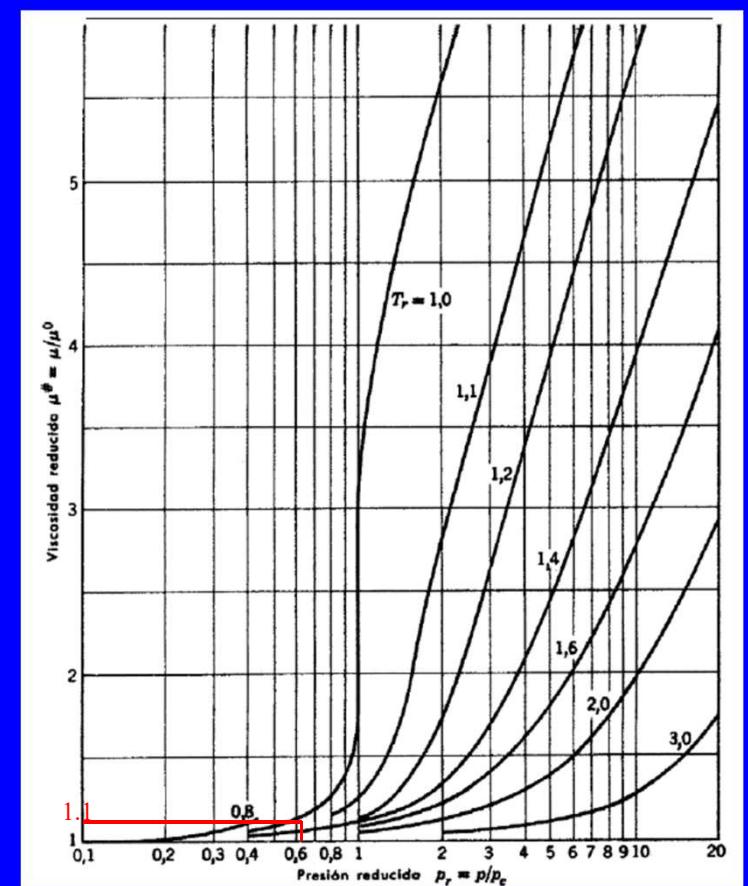
Problemas

La viscosidad del CO₂ a 45.3 atm y 40.3 °C es 1800 x 10⁻⁷ poise. Estimar el valor de la viscosidad a 114.6 atm y 40.3 °C.

Calculando T_r y P_r :

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad T_r = \frac{(40.3 + 273.15)K}{(304.2)K} = 1.03$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} \quad T_r = \frac{45.3 \text{ atm}}{72.9 \text{ atm}} = 0.62$$



Problemas

A partir del valor determinado en la gráfica de $\mu^\#$ se calcula μ_0 :

$$\mu^\# = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\mu_0 = \frac{\mu}{\mu^\#}$$

$$\mu_0 = \frac{1800 \times 10^{-7} \text{ poise}}{1.1}$$

$$\mu_0 = 1636 \times 10^{-7} \text{ poise}$$

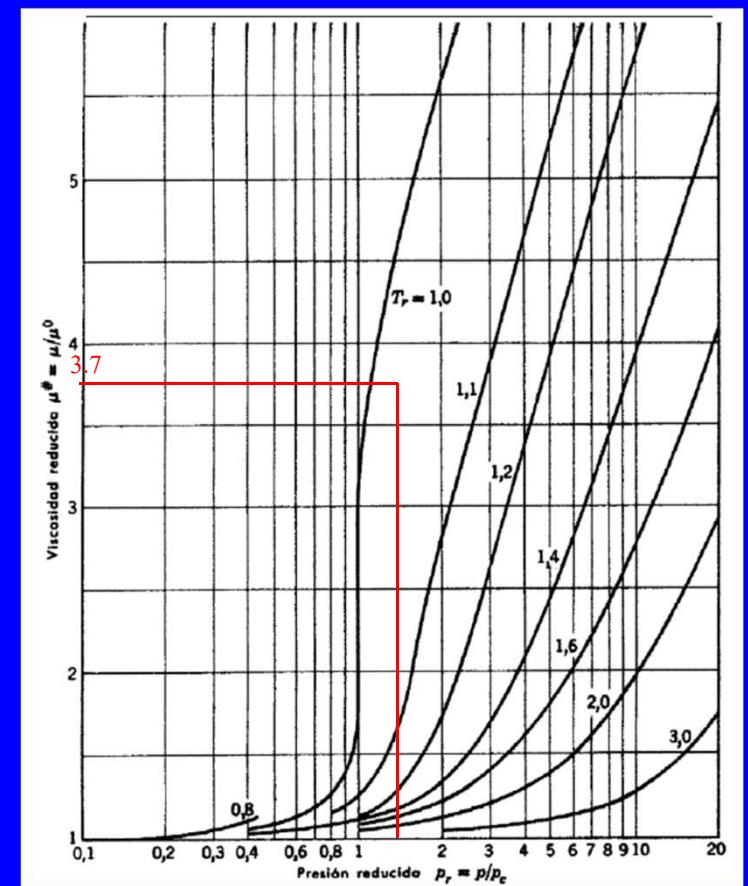
Problemas

La viscosidad del CO₂ a 45.3 atm y 40.3 °C es 1800 x 10⁻⁷ poise. Estimar el valor de la viscosidad a 114.6 atm y 40.3 °C.

Calculando T_r y P_r :

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad T_r = \frac{(40.3 + 273.15)K}{(304.2)K} = 1.03$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} \quad T_r = \frac{114.6 \text{ atm}}{72.9 \text{ atm}} = 1.57$$



Problemas

A partir del valor determinado en la gráfica de $\mu^\#$ se calcula μ_0 :

$$\mu^\# = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\mu = \mu^\# \mu^0$$

$$\mu = (3.7)(1636 \times 10^{-7} \text{ poise})$$

$$\mu = 6053.2 \times 10^{-7} \text{ poise}$$

Problemas

Calcule la viscosidad de las siguientes sustancias utilizando la viscosidad crítica reportada en tablas y con las correlaciones:

Fluido	T (°C)	P ₁ (atm)	P ₂ (atm)
He	-265.11	6.78	8
Br ₂	895	102	80
	280	20	30
i-C ₄ H ₁₀	543.2	180	150
n-C ₄ H ₁₀	577.4	75	90
Aire	-141	18.2	20
	-75	36.4	45
	-9	72.8	50

Determinación de la Viscosidad de Mezclas

Estimación de la viscosidad en mezclas de n componentes a través de sus propiedades pseudocríticas:

$$\bar{p}_c = \sum_{i=1}^n x_i p_{c_i}$$

$$\bar{T}_c = \sum_{i=1}^n x_i T_{c_i}$$

$$\bar{\mu}_c = \sum_{i=1}^n x_i \mu_{c_i}$$

Utilizando la gráfica de P_r - T_r - μ_r se calcula μ como si se tratase de un fluido puro.

No recomendado para mezclas donde las propiedades críticas de los componentes difieren en gran medida entre sí.

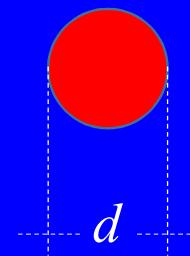
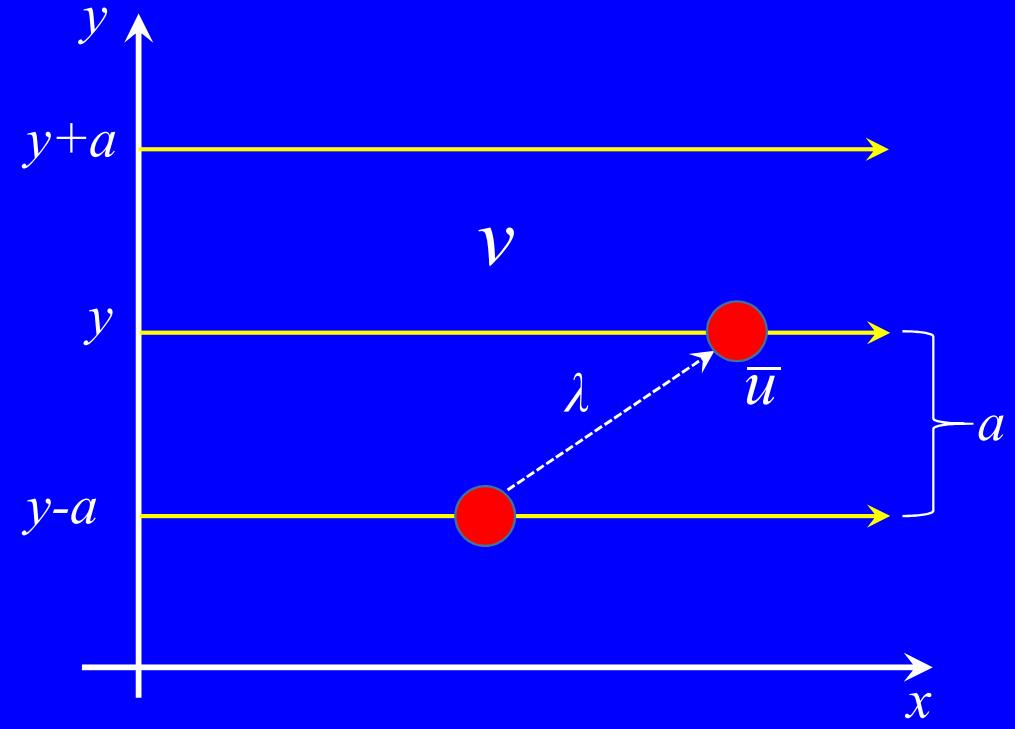
Problemas

Calcule la viscosidad del aire (a partir de sus componentes individuales) a las mismas condiciones del problema anterior y comparar los valores:

Fluido	T (°C)	P (atm)
Aire	-141	18.2
	-75	36.4
	-9	72.8

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad

Deducción de la viscosidad desde un punto de vista molecular:



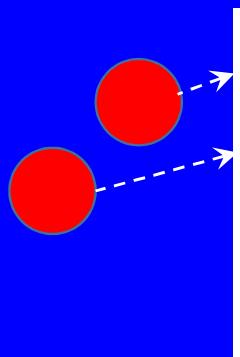
- *Gas puro, moléculas esféricas y rígidas.*
- *Diámetro, d ; masa, m ; concentración, n moléculas/unidad de volumen.*
- *Al alcanzar el equilibrio, la velocidad de las moléculas relativa a la velocidad del fluido, \bar{u} , siguen direcciones al azar.*

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$

$$K = \frac{R}{N_A}$$

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (2)

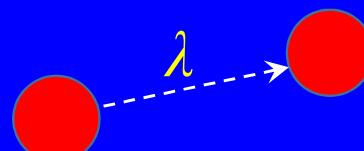
Deducción de la viscosidad desde un punto de vista molecular:



Superficie estacionaria en contacto con el gas con área unitaria

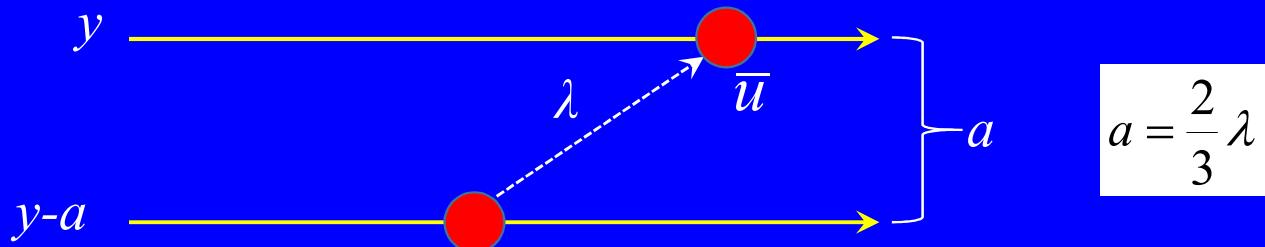
$$Z = \frac{1}{4} n \bar{u}$$

frecuencia de bombardeo



$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2n\pi d^2}}$$

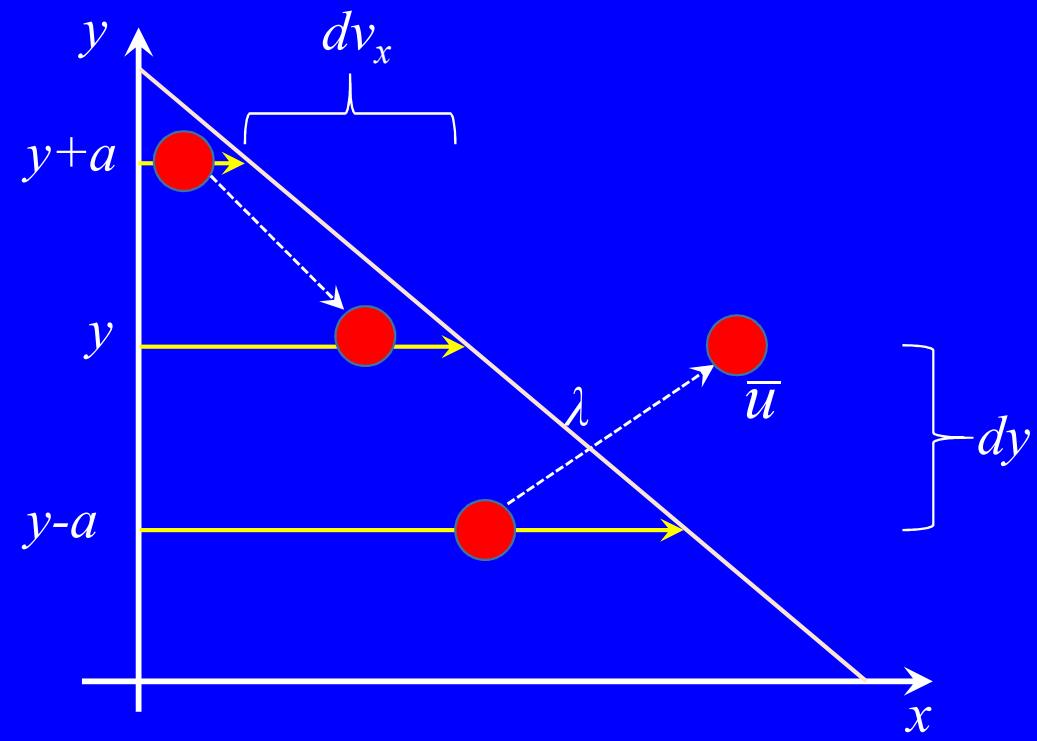
Camino libre medio



$$a = \frac{2}{3} \lambda$$

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (3)

Deducción de la viscosidad desde un punto de vista molecular:



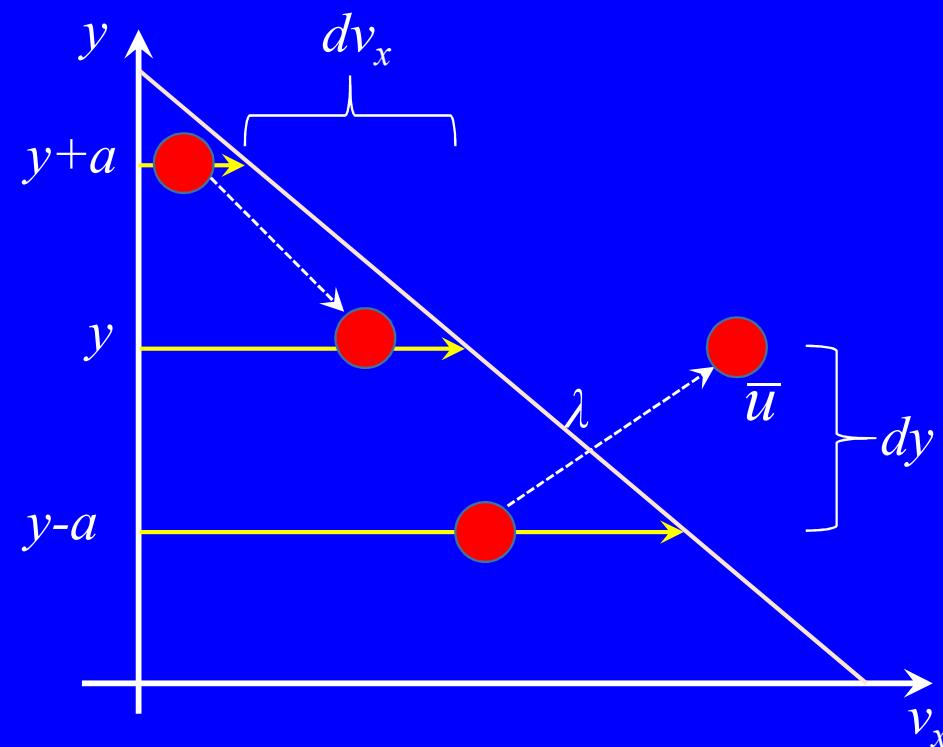
- Ecuaciones válidas si la velocidad de referencia para la velocidad media molecular \bar{u} es la velocidad de la última colisión.

$$\tau_{yx} = Zm v_x \Big|_{y-a} - Zm v_x \Big|_{y+a}$$

- Las moléculas poseen velocidades representativas de cada región.
- *Perfil de velocidades* $v_x(y)$ es lineal en una región de varias veces el recorrido medio.

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (4)

Teniendo en cuenta la última suposición:



$$v_x|_{y-a} = v_x|_y - \frac{2}{3} \lambda \frac{dv_x}{dy}$$

$$v_x|_{y+a} = v_x|_y + \frac{2}{3} \lambda \frac{dv_x}{dy}$$

Combinando ecuaciones:

$$\tau_{yx} = \frac{1}{3} nm \bar{u} \lambda \frac{dv_x}{dy} = \frac{1}{3} \rho \bar{u} \lambda \frac{dv_x}{dy}$$

¿Ecuación similar a...?, ¿ μ ?

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (5)

Sustituyendo definiciones, se obtiene:

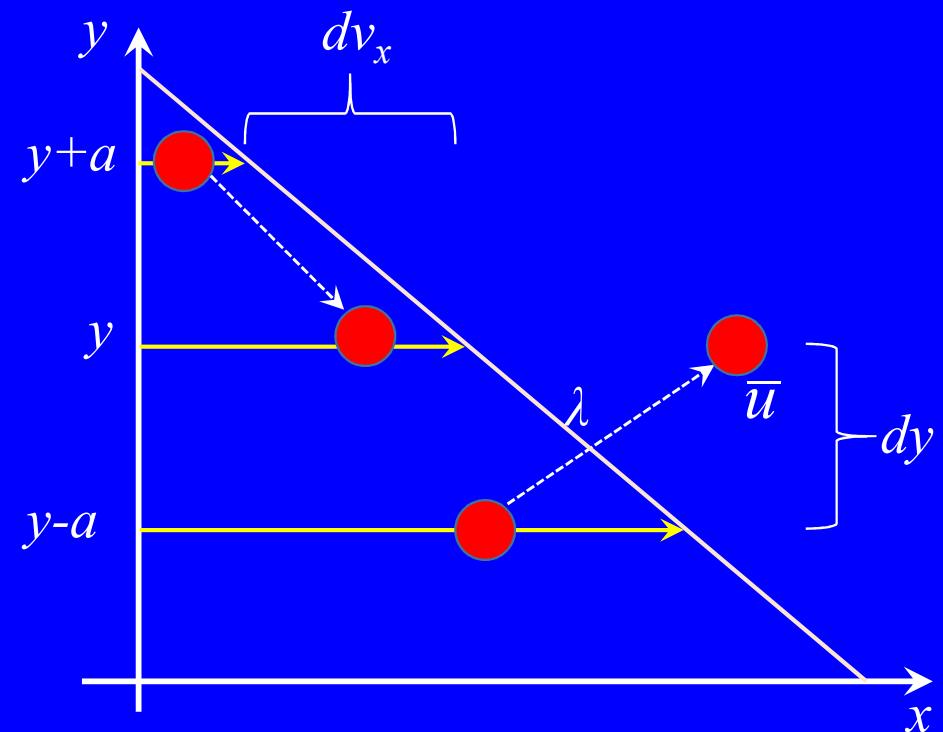
Modelo de Maxwell

$$\mu = \frac{2}{3\pi^{3/2}} \frac{\sqrt{mKT}}{d^2}$$

¿Qué implica esta ecuación?

De acuerdo a esta ecuación:

- *¿Cómo varía μ con la presión?*
- *¿Cómo varía μ con la temperatura?*



Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (6)

Sin embargo:

- Una función potencial de T no es suficiente para explicar la dependencia de μ .
- Para predecir con exactitud esta relación, es necesario cambiar el modelo de esferas rígidas por un campo de fuerzas moleculares más realista.

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (7)

Teoría de Chapman-Enskog:

- Proporciona información sobre los coeficientes de transporte (μ , k y D_{AB}) en función de la *energía potencial entre dos moléculas del gas*.

Fuerza de interacción molecular →
$$F = -\frac{d\varphi}{dr}$$
 ← Energía Potencial
← Separación entre moléculas

¿Qué implica esta ecuación?

$\varphi(r)$ se desconoce ☺

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (8)

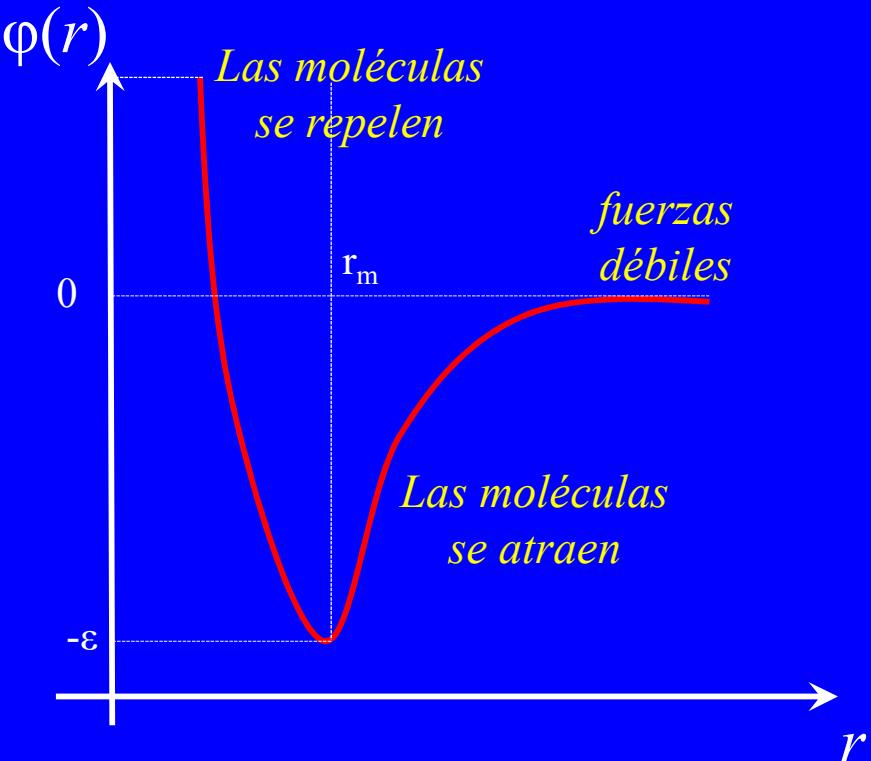
Función empírica de Lennard-Jones:

Energía Potencial
en función de r

$$\varphi(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

energía de
atracción máxima
entre dos moléculas

Diámetro característico
(diámetro de colisión)



Ecuación satisfactoria para numerosas moléculas no polares
¿De donde se obtienen σ y ϵ ?

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (9)

Sustancia	M (g/mol)	σ (Å)	ε / κ (K)	T_c (K)	P_c (bar)	\tilde{V}_c (cm ³ /mol)
H ₂	2.016	2.827	59.7	33.2	13.0	65.1
He	4.003	2.551	10.22	5.19	2.27	57.4
Ne	20.183	2.820	32.8	44.4	27.6	41.6
Ar	39.948	3.542	93.3	150.8	48.7	74.9
Kr	83.800	3.655	178.9	209.4	55.0	91.2
Xe	131.300	4.047	231.0	289.7	58.4	118.4
Aire	28.964	3.711	78.6	132.4	37.0	86.7
N ₂	28.013	3.798	71.4	126.2	33.9	89.8
O ₂	31.999	3.467	106.7	154.6	50.4	73.4
H ₂ O	18.015	2.649	356	647.3	221.2	57.1
CO	28.010	3.690	91.7	132.9	35.0	93.2
CO ₂	44.010	3.941	195.2	304.1	73.8	93.9
COS	60.070	4.130	336.0	378.8	63.5	136.3
CS ₂	76.131	4.483	467.0	552	79.0	160
C ₂ N ₂	52.035	4.361	348.6	400	59.8	-
NH ₃	17.031	2.900	558.3	405.5	113.5	72.5
NO	30.006	3.492	116.7	180	64.8	57.7
N ₂ O	44.013	3.828	232.4	309.6	72.4	97.4
SO ₂	64.063	4.112	335.4	430.8	78.8	122.2
F ₂	37.997	3.357	112.6	144.3	52.2	66.3
Cl ₂	70.906	4.217	316.0	416.9	79.8	123.8
Br ₂	159.808	4.296	507.9	588	103	127.2
I ₂	253.82	5.160	474.2	819	-	-

HF	20.006	3.148	330.0	461	64.8	69.2
HCl	36.461	3.339	344.7	324.7	83.1	80.9
HBr	80.912	3.353	449.0	363.2	85.5	-
HI	127.912	4.211	288.7	424.0	83.1	-
HCN	27.026	3.630	569.1	456.7	53.9	138.8
H ₂ S	34.080	3.623	301.1	373.2	89.4	98.6
SF ₆	146.054	5.128	222.1	318.7	37.6	198.8
UF ₆	352.018	5.967	236.8	505.8	46.6	250.0
Hg	200.61	2.969	750.0	1765	1510	42.7
CH ₄	16.043	3.758	148.6	190.4	46.0	99.2
C ₂ H ₆	30.070	4.443	215.7	305.4	48.8	148.3
C ₂ H ₄	28.054	4.163	224.7	282.4	50.4	130.4
C ₂ H ₂	26.038	4.033	231.8	308.3	61.4	112.7
C ₃ H ₈	44.094	5.118	237.1	369.8	42.5	203
CH ₃ –CH=CH ₂	42.081	4.678	298.9	364.9	46.0	181
CH ₃ –C□CH	40.065	4.761	251.8	402.4	56.3	164
n-C ₄ H ₁₀	58.124	4.687	531.4	425.2	38.0	255
iso-C ₄ H ₁₀	58.124	5.278	330.1	408.2	36.5	263
n-C ₅ H ₁₂	72.151	5.784	341.1	469.7	33.7	304
C(CH ₃) ₄	72.151	6.464	193.4	433.8	32.0	303
n-C ₆ H ₁₄	86.178	5.949	399.3	507.5	30.1	370
ciclopropano	42.081	4.807	248.9	397.8	54.9	163
ciclohexano	84.162	6.182	297.1	553.5	40.7	308
benceno	78.114	5.349	412.3	562.2	48.9	259
CH ₃ –OH	32.042	3.626	481.8	512.6	80.9	118.0
C ₂ H ₅ –OH	46.069	4.530	362.6	513.9	61.4	167.1

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (10)

Cálculo de ε y σ a partir de *propiedades del fluido*:

Condiciones críticas:

$$\varepsilon / \text{K} = 0.77T_c$$

$$\sigma = 0.841\tilde{V}_c^{1/3}$$

$$\sigma = 2.44 \left(\frac{T_c}{p_c} \right)^{1/3}$$

Condiciones en el punto normal de ebullición:

$$\varepsilon / \text{K} = 1.15T_b$$

$$\sigma = 1.166\tilde{V}_{b,\text{líq}}^{1/3}$$

Condiciones en el punto de fusión:

$$\varepsilon / \text{K} = 1.92T_m$$

$$\sigma = 1.222\tilde{V}_{m,\text{sol}}^{1/3}$$

ε/K y T en K y σ en Angström, V en cm^3/mol y p_c en atm

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (11)

Para un gas monoatómico puro:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

¿Cómo afecta la T a μ ?

Función decreciente
del número
adimensional KT/ε

Para esferas rígidas de diámetro σ , $\Omega_\mu = 1$

T en K y σ en Angström, M en g/mol, μ en g/cm s

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (12)

T^*	$\Omega_{\mu}=\Omega_k$	$\Omega_{\mathcal{D}}$	T^*	$\Omega_{\mu}=\Omega_k$	$\Omega_{\mathcal{D}}$	T^*	$\Omega_{\mu}=\Omega_k$	$\Omega_{\mathcal{D}}$
0.25	3.0353	2.8611	1.65	1.2633	1.1544	4.1	0.9637	0.8801
0.30	2.8458	2.6502	1.70	1.2486	1.1412	4.2	0.9587	0.8753
0.35	2.6791	2.4705	1.75	1.2347	1.1287	4.3	0.9539	0.8708
0.40	2.5316	2.3164	1.80	1.2216	1.1168	4.4	0.9493	0.8664
0.45	2.4003	2.1832	1.85	1.2092	1.1056	4.5	0.9448	0.8622
0.50	2.2831	2.0675	1.90	1.1975	1.0950	4.6	0.9406	0.8581
0.55	2.1781	1.9664	1.95	1.1865	1.0849	4.7	0.9365	0.8541
0.60	2.0839	1.8776	2.00	1.1760	1.0754	4.8	0.9326	0.8503
0.65	1.9991	1.7993	2.1	1.1565	1.0576	4.9	0.9288	0.8467
0.70	1.9226	1.7299	2.2	1.1388	1.0413	5.0	0.9252	0.8431
0.75	1.8535	1.6680	2.3	1.1227	1.0265	6.0	0.8948	0.8128
0.80	1.7909	1.6127	2.4	1.1079	1.0129	7.0	0.8719	0.7895
0.85	1.7341	1.5630	2.5	1.0943	1.0004	8.0	0.8535	0.7707
0.90	1.6825	1.5181	2.6	1.0817	0.9888	9.0	0.8382	0.7551
0.95	1.6354	1.4774	2.7	1.0700	0.9781	10	0.8249	0.7419
1.00	1.5925	1.4405	2.8	1.0591	0.9681	12	0.8026	0.7201
1.05	1.5533	1.4067	2.9	1.0489	0.9588	14	0.7844	0.7026
1.10	1.5173	1.3758	3.0	1.0394	0.9500	16	0.7690	0.6879
1.15	1.4843	1.3474	3.1	1.0304	0.9418	18	0.7556	0.6753
1.20	1.4539	1.3212	3.2	1.0220	0.9341	20	0.7439	0.6643
1.25	1.4259	1.2971	3.3	1.0141	0.9268	25	0.7196	0.6416
1.30	1.4000	1.2746	3.4	1.0066	0.9199	30	0.7003	0.6236
1.35	1.3760	1.2538	3.5	0.9995	0.9133	35	0.6844	0.6087
1.40	1.3538	1.2344	3.6	0.9927	0.9071	40	0.6710	0.5962
1.45	1.3331	1.2163	3.7	0.9864	0.9012	50	0.6491	0.5758
1.50	1.3139	1.1993	3.8	0.9803	0.8956	75	0.6111	0.5405
1.55	1.2959	1.1834	3.9	0.9745	0.8902	100	0.5855	0.5167
1.60	1.2791	1.1685	4.0	0.9690	0.8850	150	0.5512	0.4850

$$T^* = \frac{K T}{\varepsilon}$$

$$T^* = \frac{T}{\varepsilon / K}$$

Teoría de la Viscosidad de Gases a Baja Densidad (13)

- La teoría de Chapman-Enskog ha sido ampliada para mezclas gaseosas de varios componentes (Curtiss y Hirschfelder).
- La viscosidad de las mezclas puede calcularse a través de la ecuación empírica de Wilke:

$$\mu_{mezcla} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=i}^n x_j \Phi_{ij}}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

Error $\approx 2\%$

Problema

Calcular la viscosidad del CO₂ a 1 atm y 200, 300 y 800 K.

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

De acuerdo a la tabla:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{44.010T}}{(3.941)^2 \Omega_\mu}$$

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{44.010T}}{(3.941)^2 \Omega_\mu}$$

$$\mu = 1.14 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{T}}{\Omega_\mu}$$

Problema

Calcular la viscosidad del CO₂ a 1 atm y 200, 300 y 800 K.

De acuerdo a la tabla:

T (K)	KT/ε = T/195.2	Ω _μ	T ^{0.5}	μ _{cal, Ch-E}	μ _{obs}
200	1.025				1.015 x 10 ⁻⁴
300	1.537				1.495 x 10 ⁻⁴
800	4.098				

Problema

Calcular la viscosidad de la siguiente mezcla gaseosa a 1 atm y 293 K, a partir de datos de los componentes puros a 1 atm y 293 K.

Sustancia	Fracción molar, x	Peso molecular, M	Viscosidad, μ
1: CO ₂	0.133	44	
2: O ₂	0.039	32	
3: N ₂	0.828	28	

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

Problema

Calculando:

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{1/4} \right]^2$$

$$\sum_{j=i}^n x_j \Phi_{ij}$$

i	j	M_i/M_j	μ_i/μ_j	ϕ_{ij}	$\sum_{i=1}^3 x_i \phi_{ij}$
1	1				
	2				
	3				
2	1				
	2				
	3				
3	1				
	2				
	3				

Problema

Calculando:

$$\mu_{mezcla} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=i}^n x_j \Phi_{ij}}$$

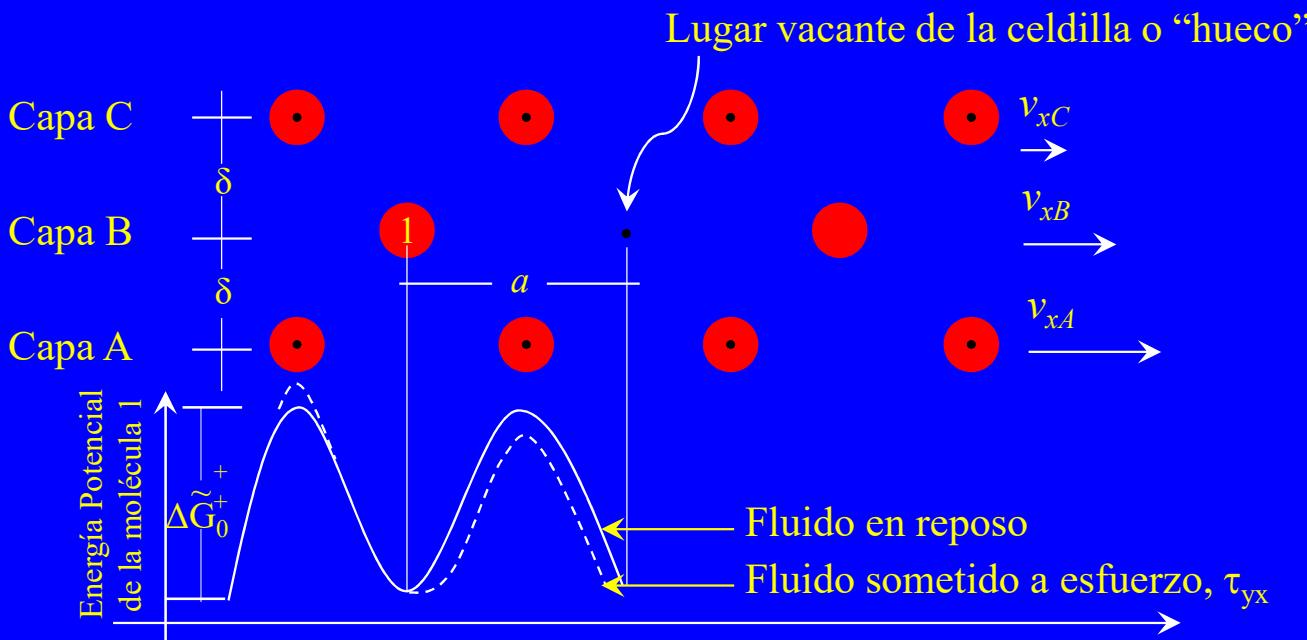
Problemas

Calcule por medio de la ecuación de Chapman-Enskog, la viscosidad de las siguientes atmósferas oxidantes comunes, a 500 °C y 1 atm:

- Aire seco.
- Oxígeno al 50 y 70% en volumen diluido con nitrógeno.
- Argón con 20, 50 y 70 % de oxígeno.

Teoría de la Viscosidad de los líquidos

- Conocimiento de la viscosidad de los líquidos esencialmente empírico (teoría cinética para líquidos desarrollada de forma parcial).
- Puede utilizarse la teoría aproximada desarrollada por Eyring et al., que estima la viscosidad a partir de otras propiedades físicas.



Frecuencia de saltos de las moléculas a “huecos” Energía libre de activación molar

$$k = \frac{KT}{h} e^{-\Delta \tilde{G}_0^+ / RT}$$

Constante de Planck

$$E = hf = 6.624 \times 10^{-27} g \cdot cm^2 / s$$

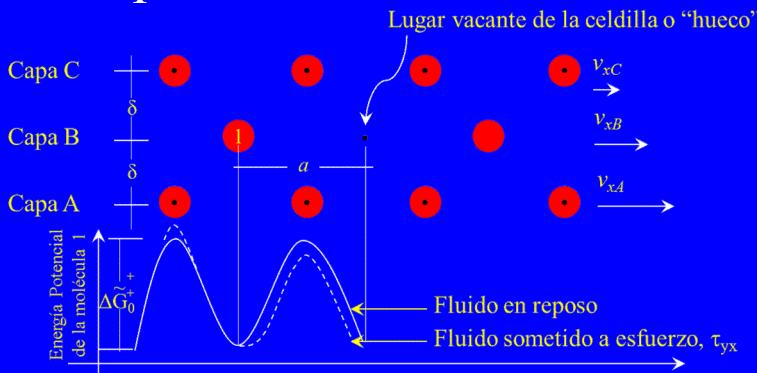
Teoría de la Viscosidad de los líquidos (2)

Si el fluido circula en x con un gradiente de velocidad dv_x/dy , k aumenta: la barrera de energía potencial se distorsiona a causa del esfuerzo aplicado τ_{yx} , así:

$$-\Delta\tilde{G}^+ = -\Delta\tilde{G}_0^+ \pm \left(\frac{a}{\delta} \right) \left(\frac{\tau_{yx}\tilde{V}}{2} \right)$$

Trabajo comunicado a las moléculas que se mueven hacia las barreras de energía

Considerando las moléculas que se mueven hacia y en contra del esfuerzo cortante aplicado:



$$k_f = \frac{KT}{h} e^{-\Delta\tilde{G}_0^+/RT} e^{a\tau_{yx}\tilde{V}/2\delta RT}$$

$$v_{xA} - v_{xB} = a(k_f - k_b)$$

$$k_b = \frac{KT}{h} e^{-\Delta\tilde{G}_0^+/RT} e^{-a\tau_{yx}\tilde{V}/2\delta RT}$$

$$-\frac{dv_x}{dy} = \frac{a}{\delta} (k_f - k_b)$$

Teoría de la Viscosidad de los líquidos (3)

Combinando las ecuaciones anteriores:

$$-\frac{dv_x}{dy} = \frac{a}{\delta} \left(\frac{KT}{h} e^{-\Delta\tilde{G}_0^+/RT} \right) \left(e^{a\tau_{yx}\tilde{V}/2\delta RT} - e^{-a\tau_{yx}\tilde{V}/2\delta RT} \right)$$

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$-\frac{dv_x}{dy} = \frac{a}{\delta} \left(\frac{KT}{h} e^{-\Delta\tilde{G}_0^+/RT} \right) \left(2 \operatorname{senh} \frac{a\tau_{yx}\tilde{V}}{2\delta RT} \right)$$

Válida para todo tipo de líquidos

Si: $\frac{a\tau_{yx}\tilde{V}}{2\delta RT} \ll 1$, la función senh es igual al módulo, por lo tanto:

$$-\frac{dv_x}{dy} = \frac{a}{\delta} \left(\frac{KT}{h} e^{-\Delta\tilde{G}_0^+/RT} \right) \frac{\tau_{yx}\tilde{V}}{RT}$$

$$\mu = \frac{\delta}{a} \frac{\tilde{N}h}{\tilde{V}} e^{\Delta\tilde{G}_0^+/RT}$$

¿Cómo obtener $\Delta\tilde{G}_0^+$?

Teoría de la Viscosidad de los líquidos (4)

Se ha observado que $\Delta\tilde{G}_0^+$ sigue una relación lineal con la energía interna normal de vaporización:

$$\Delta\tilde{G}_0^+ = 0.408\Delta\tilde{U}_{vap}$$

$$\mu = \frac{\delta}{a} \frac{\tilde{N}h}{\tilde{V}} e^{\Delta\tilde{G}_0^+/RT} \longrightarrow \mu = \frac{\tilde{N}h}{\tilde{V}} e^{0.408\Delta\tilde{U}/RT}$$

Y Δu_{vap} puede calcularse de la regla de Trouton:

$$\Delta\tilde{U}_{vap} = \Delta\tilde{H}_{vap} - RT_b = 9.4RT_b$$

Teoría de la Viscosidad de los líquidos (5)

Por lo que:

$$\mu = \frac{\tilde{N}h}{\tilde{V}} e^{3.8T_b/T}$$

De acuerdo a esta ecuación,
¿cuál es la relación entre μ y T para líquidos?

Problema

Estimar la viscosidad del benceno líquido, C_6H_6 , a 20 °C.

Tome en consideración los siguientes datos para benceno líquido puro:

$$V_{\text{molar}} = 89.0 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$T_b = 353.3 \text{ K}$$