UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

TAREA 2 ALGEBRA III 525201-0

ATENCIÓN: favor escribir su desarrollo de manera cuidadosa y detallada. Tener presente que $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+$.

Problema 5. Considere la familia de conjuntos en $\mathbb{R}$, no vacíos y distintos, $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, donde

$$\forall\, n \in \mathbb{N} \,:\, A_n \,:=\, \left(-3 - \frac{1}{n}\,,\, 5 + \frac{1}{n}\right).$$

Proponga a qué conjunto corresponden

$$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n \quad \text{y} \quad \bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n\,,$$

respectivamente, y demuéstrelo. **(20 puntos)**

Problema 6. Considere la relación $\mathcal{R}$ en $\mathbb{N}^2$ dada por: **(15 puntos)**

$$\forall\, x \,:=\, (x_1, x_2)\,, y \,:=\, (y_1, y_2) \in \mathbb{N}^2 \,:\, x\,\mathcal{R}\,y \,\Leftrightarrow\, x_1 \,\le\, y_1 \,\wedge\, y_2 \,\le\, x_2\,.$$

a) Pruebe que $\mathcal{R}$ es relación de orden en $\mathbb{N}^2$.

b) Determine si $\mathcal{R}$ es de orden parcial o total en $\mathbb{N}^2$. Además, determine si $\mathcal{R}$ tiene elemento maximal, minimal, máximo y/o mínimo.

Problema 7. Se define la relación $\mathcal{R}$ en $\emptyset \neq A \subseteq (\mathbb{Z}\backslash\{0\})^2$ por: **(15 puntos)**

$$\forall\,(a, b)\,,(c, d) \in A \,:\, (a, b)\,\mathcal{R}\,(c, d) \,\Leftrightarrow\, ad \,=\, bc\,.$$

a) Pruebe que $\mathcal{R}$ es relación de equivalencia en A.

b) Para

$$A \,:=\, \{(-4, 20)\,, (-3, -9)\,, (-2, -4)\,, (-1, -11)\,, (-1, -3)\,, (1, 2)\,, (1, 5)\,, (2, 10)\,, (2, 14)\,, (3, 6)\,, (4, 8)\,, (4, 12)\}\,,$$

determinar las clases de equivalencia $[(-1, -11)]_{\mathcal{R}}$, $[(2, 10)]_{\mathcal{R}}$, $[(1, 2)]_{\mathcal{R}}$.

c) Determine $A/\mathcal{R}$, siendo A el conjunto definido en el item anterior.

Problema 8. Sea A un conjunto no vacío, y $\mathcal{R}$ una relación en A. Se dice que $\mathcal{R}$ es **circular** si y sólo si

$$\forall\, a\,, b\,, c \in A \,:\, [a\,\mathcal{R}\,b \,\wedge\, b\,\mathcal{R}\,c] \,\Rightarrow\, c\,\mathcal{R}\,a\,.$$

Demuestre que $\mathcal{R}$ es relación de equivalencia en A si y sólo si $\mathcal{R}$ es refleja y circular. **(10 puntos)**

Fecha de entrega (por sistema CANVAS): 06.05.2020, 18:30 horas

---

RBP/rbp 27.04.2020