UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Elementos Finitos
521537
Listado 4

Problema 1

a) Mostrar que $\tilde{H}(\Omega) \leq H^1(\Omega)$ y $(\tilde{H}(\Omega), (\cdot,\cdot)_{1,\Omega})$ es Hilbert.

b) Mostrar que $H^1(\Omega) = H(\Omega) \oplus P^0(\Omega)$

Problema 2
Demostrar la desigualdad de Poincairé para $H_D(\Omega)$. Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ abierto y conectado, entonces existe $C > 0$ tal que

$$||u||_{0,\Omega} \leq C||\nabla u||_{0,\Omega} \quad ,\forall u \in H_D(\Omega)$$

Problema 3
Demostrar que en el caso particular de que $\mathbf{u} \in \mathbf{H}^1(\Omega)$ el producto dualidad entre traza normal $\mathbf{u}$ y $\varphi \in H^{\frac{1}{2}}(\Omega)$ es equivalente al producto $L^2(\Gamma)$ de $(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n})$ y φ es decir :

$$\langle \mathbf{u}\cdot\mathbf{n}, \varphi\rangle_{\Gamma_N} = (\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}, \varphi)_{0,\Omega} \quad ,\forall \mathbf{u} \in \mathbf{H}^1(\Omega)$$

Problema 4
Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ un abierto, limitado, conectado, con frontera Lipchitz Γ. Considere los datos $\varepsilon > 0$, $\sigma \geq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}^2$ tal que $\inf ess\{\alpha \cdot n\} > 0$, $f \in L^2(\Omega)$, $g_D \in H^{\frac{1}{2}}(\Gamma_D)$ y $g_N \in H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma_N)$.Y estudie la existencia, unicidad y estabilidad de solución débil para las siguientes EDPs:
Encontrar $\psi \in H^2(\Omega)$ tal que:

$$(a)\left\{\begin{array}{rcl} -\epsilon\,\Delta\psi + \sigma\,\psi &=& f\,,\ \text{en } \Omega \\ \psi &=& 0\,,\ \text{en } \Gamma_D \\ -\epsilon\nabla\psi\cdot\mathbf{n} &=& g_N\,,\ \text{en } \Gamma_N \end{array}\right. \qquad (b)\left\{\begin{array}{rcl} -\epsilon\,\Delta\psi &=& f\,,\ \text{en } \Omega \\ \psi &=& 0\,,\ \text{en } \Gamma_D \\ -\epsilon\nabla\psi\cdot\mathbf{n} &=& g_N\,,\ \text{en } \Gamma_N \end{array}\right.$$

$$(c)\left\{\begin{array}{rcl} -\epsilon\,\Delta\psi + \alpha\cdot\nabla\psi &=& 0\,,\ \text{en } \Omega \\ \psi &=& 0\,,\ \text{en } \Gamma_D \\ -\epsilon\nabla\psi\cdot\mathbf{n} &=& g_N\,,\ \text{en } \Gamma_N \end{array}\right. \qquad (d)\left\{\begin{array}{rcl} -\epsilon\,\Delta\psi &=& 0\,,\ \text{en } \Omega \\ \psi &=& g_D\,,\ \text{en } \Gamma_D \\ -\epsilon\nabla\psi\cdot\mathbf{n} &=& g_N\,,\ \text{en } \Gamma_N \end{array}\right.$$

Concepción, viernes 9 de abril de 2021.
DPC/CCB/ccb .