

# 543214-2 SISTEMAS LINEALES DINÁMICOS

## Tarea 1

Departamento de Ing. Eléctrica  
Universidad de Concepción, Concepción, Chile

**Fecha de publicación:** 1 de abril de 2024

**Fecha de entrega:** 15 de abril de 2024

**Fecha límite recibo de tareas atrasadas:** 21 de abril de 2024

### Entrega

El informe de su tarea debe ser digitado en Word, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, o programa equivalente, y ser entregado en formato .pdf. En el informe se deben incluir las figuras de las simulaciones junto con los comentarios respectivos. Adicionalmente, debe enviar su código para análisis del profesor. Todo debe ser enviado por un(a) integrante de cada grupo (de máximo 2 personas) mediante la plataforma CANVAS hasta las 23:59 hrs. del día de la fecha de entrega. Un 10 % de la nota de la tarea es por presentación.

### Problemas a resolver

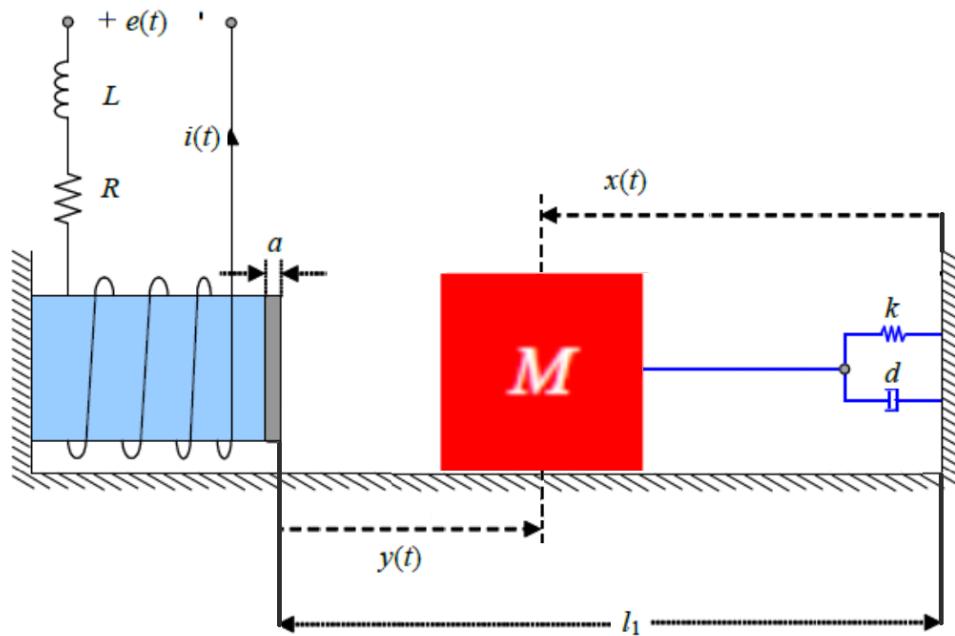
#### 1. Problema 1

Considere el sistema electromecánico ilustrado en la Fig. 1, el cual tiene por objetivo contener un bloque de masa  $M$  desplazándose por el eje horizontal. Éste es un sistema electromecánico compuesto por un electroimán que produce una fuerza magnética dada por  $F_m(t) = k_i i(t)^2 / (y(t) + a)$ , y un sistema mecánico con un resorte y disipador. La masa en la Fig. 1 se muestra para la posición  $x(t) = l_0$ . Puede despreciar efectos de roce con la superficie y resistencia del aire.

Se solicita desarrollar, justificar y comentar todos sus resultados para las siguientes preguntas:

- a) Encuentre las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema electromecánico e identifique el orden del sistema, los parámetros, entradas, perturbaciones, salidas y variables de estado.
- b) Clasifique el sistema en lineal/no lineal, continuo/discreto, estático/dinámico, causal/no causal, tiempo invariante/variante, parámetros concentrados/distribuidos.
- c) Encuentre una representación lineal del sistema en torno a un punto de operación. Escriba la representación en espacio de estados del sistema linealizado.

- d) Simule el sistema usando los modelos no lineal y linealizado para diferentes entradas y/o perturbaciones. Comente respecto a sus resultados y lo que observa de sus curvas entre ambos modelos. Considere los siguientes valores:  $R = 0,5 \ [\Omega]$ ,  $L = 50 \ [mH]$ ,  $a = 2 \ [cm]$ ,  $k_i = 3 \times 10^{-3} \ [(kg \cdot m^2)/(s^2 \cdot A^2)]$ ,  $l_1 = 50 \ [cm]$ ,  $l_0 = 30 \ [cm]$ ,  $M = 250 \ [g]$ ,  $k = 24,5 \ [kg/s^2]$ ,  $d = 1,5 \ [kg/s]$ .
- e) Identifique la variable de estado que tiene la dinámica más rápida. Luego, simplifique las ecuaciones encontradas en a) asumiendo un sistema estático para la parte relacionada a esta variable de estado. ¿Cómo queda ahora el orden del sistema, los parámetros, entradas, perturbaciones, salidas y variables de estado? Simule el nuevo modelo no lineal y comente sus resultados.



**Fig. 1:** Sistema electromecánico del Problema 1.

## 2. Problema 2

Considere el sistema descrito por:

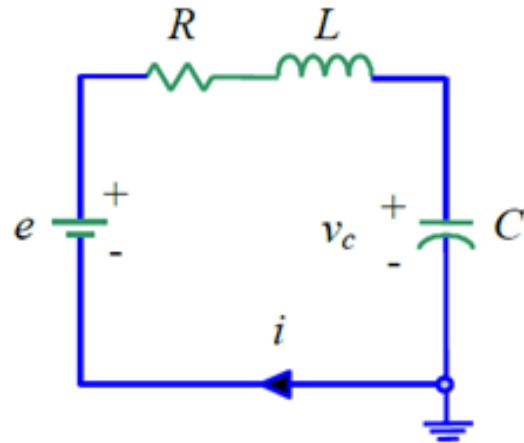
$$x(kT + T) = Ax(kT) + Bu(kT), \quad y(kT) = Cx(kT) + Du(kT)$$

donde  $A = \begin{bmatrix} 0,775 & 8,327 \\ -0,042 & 0,609 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0,225 \\ 0,042 \end{bmatrix}$ ,  $C = [1 \ 0]$  y  $D = [0]$ .

El cual es un sistema discreto equivalente al sistema continuo de un circuito RLC en serie ilustrado en la Fig. 2, en donde el primer estado es  $V_c(kT)$  y el segundo estado es  $i(kT)$ , con  $T = 0,02 [s]$ .

Se solicita desarrollar, justificar y comentar todos sus resultados para las siguientes preguntas:

- Obtenga mediante simulación las respuestas de  $i(kT)$  y  $V_c(kT)$  para la entrada  $e(kT) = 2u(kT - 5T) + 10r(kT - 15T) - 10r(kT - 25T) - 5r(kT - 35T) + 5r(kT - 40T)$ .
- Verifique mediante simulación que el sistema sea lineal, haciendo uso de la señal  $e(kT)$  del punto anterior. Comente sus resultados.
- Obtenga las respuestas de  $i(kT)$  y  $V_c(kT)$  a entrada impulso, escalón y rampa discretas. Comente para cada caso.



**Fig. 2:** Circuito serie RLC del Problema 2.

### 3. Problema 3

Se solicita desarrollar, justificar y comentar todos sus resultados para las siguientes preguntas:

- Para un sistema lineal invariante en el tiempo cuya respuesta a entrada escalón está dada por  $y_{step}(t) = 2(1 - e^{-(t/2)})u(t)$ . Obtenga la expresión de la respuesta del sistema a entrada impulso. Luego, determine la expresión de la respuesta del sistema si se le aplica la entrada  $x(t) = \delta(t - 2) - u(t - 4)$
- Investigue qué es el efecto de aliasing, y explique cómo se relaciona con los conceptos revisados en el curso. Puede apoyarse mediante ejemplos.
- Obtenga la expresión de la transformada de Laplace de las funciones  $f_1(t) = \frac{2}{3}r(t+3) - \frac{4}{3}r(t) + \frac{2}{3}r(t-3)$  y  $f_2(t) = -u(t+2) + 2u(t) - u(t-2)$