

OPTIMIZACIÓN III (525551)

Tarea 2

(Fecha de entrega: 26 de abril de 2023 antes de las 12:00 Hrs.)

P1) (30 ptos.) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.

- a) Si $P=NP$, entonces existe $Q \in \text{coNP-completo}$ que también está en P .
- b) Todo problema $Q \in P$ verifica que $Q \leq_p \overline{\text{CLIQUE}}$.
- c) Si existe un camino de peso mínimo de s a u (con $u \neq s$) en $G = (V, A)$ con función de peso $w : A \rightarrow \mathbb{R}$, entonces existe un camino de peso mínimo de s a u en G , con respecto a w , sin repetición de vértices.
- d) Si p es un camino de peso mínimo de s a v en un digrafo $G = (V, A)$ con respecto a funciones de peso w y w' , entonces p es camino de peso mínimo con respecto a $w + w'$.
- e) El algoritmo Dijkstra resuelve el PCC desde un vértice s con pesos en los arcos todos positivos excepto en uno de peso negativo que sale desde s .

P2) (30 ptos.) Sea $G = (V, A)$ un grafo dirigido, $s \in V$, $w : A \rightarrow \mathbb{R}^+$ una función de peso y $k \in \mathbb{N}$. Se definen los siguientes problemas:

- *SCYCLE*: Dado (G, s, w, k) ¿Existe un ciclo en G que contenga a s y que sea de peso menor o igual a k ?
- *LCYCLE*: Dado (G, s, w, k) ¿Existe un ciclo en G que contenga a s y que sea de peso mayor o igual a k ?

Considere que un ciclo no tiene vértices repetidos.

- a) Muestre que *SCYCLE* está en P .
- b) Pruebe que *LCYCLE* es NP-completo.