

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

EVALUACION n°1 - Cálculo II  
( 527148)

1. (12 ptos) Usando y exhibiendo argumentos adecuados, pruebe que:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3}$  existe.

(b) Si  $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{x+1}$ , entonces  $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| \leq \ln 2$

(c) Si  $f$  es una función integrable en  $[7, 9]$  y tal que  $3 \leq f(x) \leq 9$ , entonces  $6 \leq \int_7^9 f(x) dx \leq 18$ .

2. (28 ptos)

(a) Calcule, si existe, cada una de las siguientes integrales

a)  $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}} dx$       b)  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx$

(b) Usando un adecuado criterio decida la convergencia de  $\int_1^\infty e^{-x} \ln x dx$

3. (20 ptos) Sea  $R$  la región del plano limitada por las curvas  $y = \sqrt{x-1} + 3$  e  $y = x$  entre  $x = 1$  y  $x = 5$ .

(a) Calcule el área de la región  $R$ .

(b) Calcule el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar la región  $R$  en torno a la recta  $x = 5$ .

(c) Exprese el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar la región  $R$  en torno a la recta  $y = 6$ .

---

Tiempo: 100 min