UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

VA/MA/LB/JG/CL/HN/CO

Práctica N°9

ÁLGEBRA 2 - 525150

1. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.

   (a) El conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ es base del espacio generado por $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$. Considere a ambos subconjuntos del e.v. real $\mathbb{R}^3$.

   (b) El conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1+i \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4i \\ 4i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1+i \\ i \end{pmatrix} \right\}$ es generador del e.v. real

   $$\left\{ \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2 \ : \ \operatorname{Re}(z_2) = 0 \right\} \subseteq \mathbb{C}^2.$$

   (c) Los conjuntos $\{x^2 - x - 1, x^2 + x + 1\}$ y $\{x^2, x + 1\}$ son bases del e.v. real

   $$\{p \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \ : \ p(0) = p'(0)\}.$$

2. Considere los subespacios U_α y V del e.v. real $\mathbb{R}^4$ definidos por

   $$U_\alpha = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2-\alpha \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle, \qquad V = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle,$$

   (a) Obtenga una base de U_α y determine su dimensión.

   (b) Decida si $U_1 + V = \mathbb{R}^4$ (U_1 **corresponde al conjunto** U_α**, pero tomando** $\alpha = 1$).

   (c) Decida si $U_1 + V$ es suma directa.

3. Sean $\{v_1, v_2, v_3\}$, un conjunto linealmente dependiente de vectores de cierto $\mathbb{K}$-espacio vectorial V y $\{v_2, v_3, v_4\}$, un conjunto linealmente independiente de vectores del mismo espacio vectorial. Demuestre que $v_1 \in \langle\{v_2, v_3\}\rangle$ y $v_4 \notin \langle\{v_1, v_2, v_3\}\rangle$

4. Puede probarse que el subespacio W tiene dimensión 2. Ahora, sea Y otro subespacio (no trivial) de V, tal que $Y \cap W = \{\Theta\}$. Determinar el o los valores que puede tomar $\dim(Y)$, de tal modo que Y y W no sean subespacios complementarios/suplementarios de V. Justifique su respuesta.