



MAT1610 - Clase 40

Volúmenes por cascarones cilíndricos

Diego De la Vega

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

26 de junio del 2024

Objetivo

- Calcular volúmenes mediante cascarones cilíndricos.

Ejemplo 5 Clase 39: La región encerrada por las curvas $y = x$ y $y = x^2$ gira alrededor del eje $y = 2$. Calcule el volumen del sólido resultante.

Respuesta:

$$A(x) = \pi(2 - x^2)^2 - \pi(2 - x)^2$$

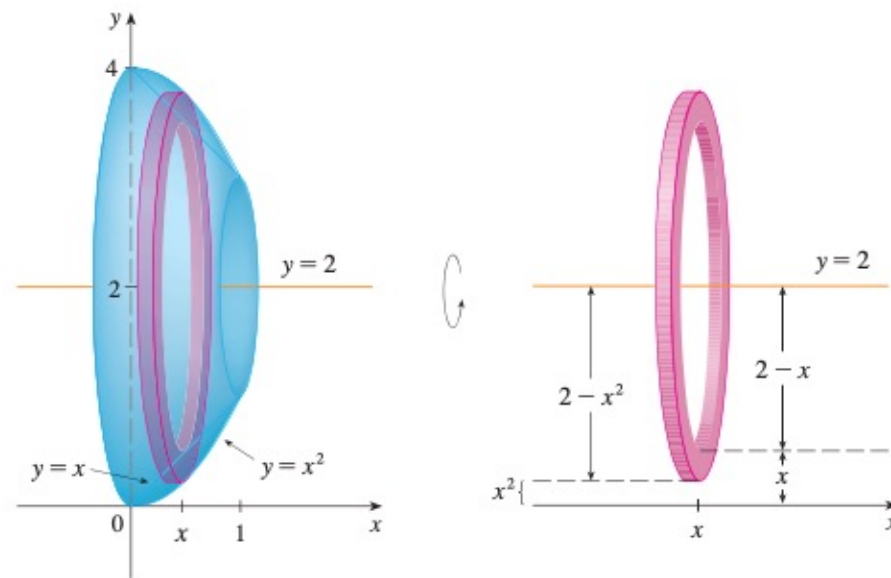
$$V = \int_0^1 A(x) dx$$

$$V = \int_0^1 [\pi(2 - x^2)^2 - \pi(2 - x)^2] dx$$

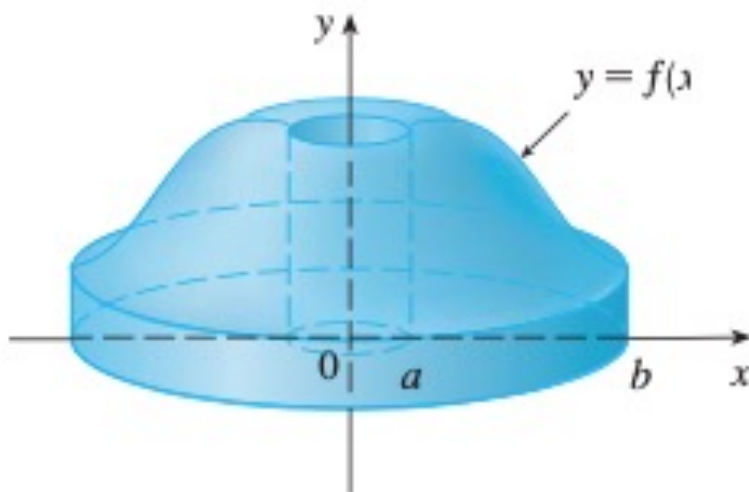
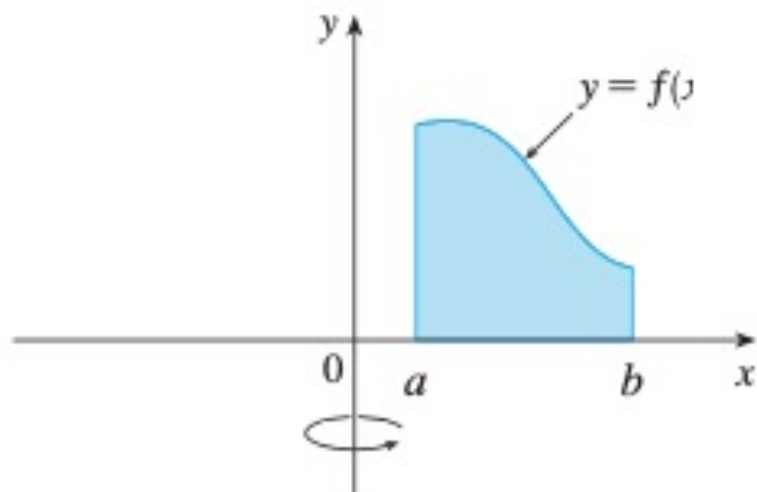
$$V = \pi \int_0^1 [4 - 4x^2 + x^4 - 4 + 4x - x^2] dx$$

$$V = \pi \int_0^1 [x^4 - 5x^2 + 4x] dx$$

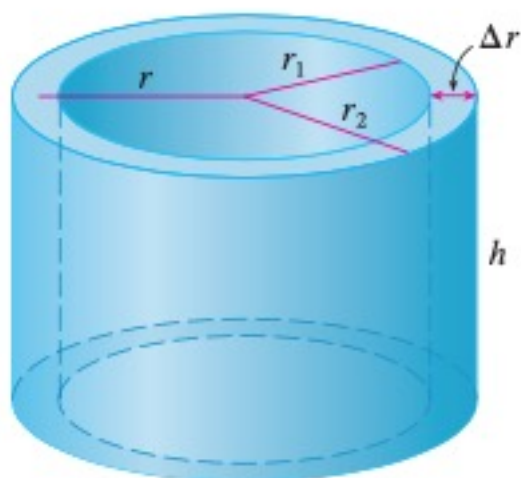
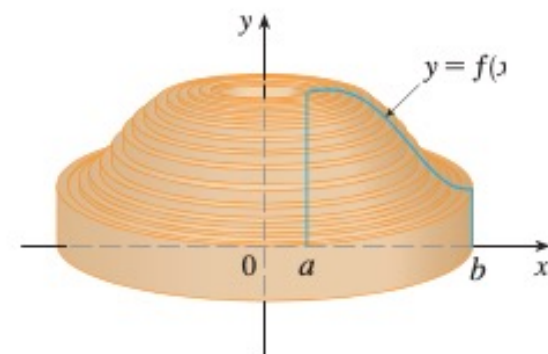
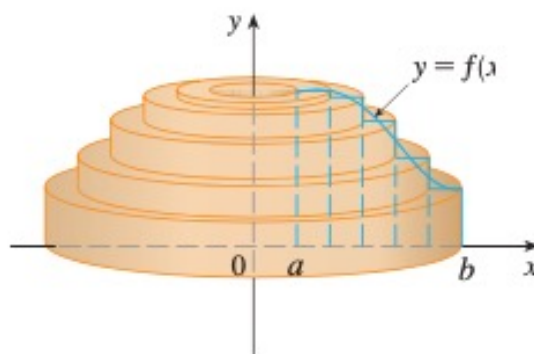
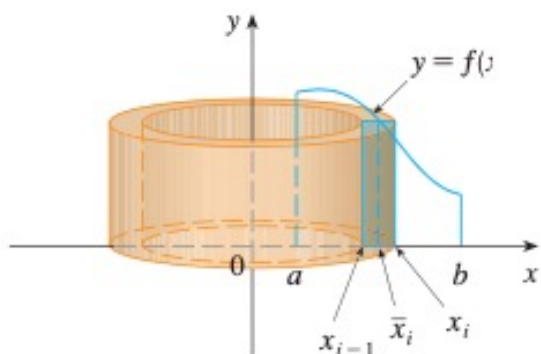
$$V = \pi \left[\frac{1}{5} x^5 - \frac{5}{3} x^3 + \frac{4}{2} x^2 \right] \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15}$$



Volúmenes mediante cascarones cilíndricos



Volúmenes mediante cascarones cilíndricos



$V = \text{Circunferencia} \times \text{altura} \times \text{espesor}$

$$V = 2\pi r h \Delta r$$

Si se considera la suma de los volúmenes de los cascarones:

$$V \approx \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n 2\pi x_i^* f(x_i^*) \Delta x$$

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 2\pi x_i^* f(x_i^*) \Delta x = \int_a^b 2\pi x f(x) dx$$

Volúmenes mediante cascarones cilíndricos

El volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor del eje y la región bajo la curva $y = f(x)$ desde a hasta b , es

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x) dx, \quad 0 \leq a < b$$

Ejemplo 1: Determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor del eje y la región delimitada por $y = 2x^2 - x^3$ e $y = 0$.

Ejemplo 2: Determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor del eje y la región delimitada por $y = x$ e $y = x^2$.

Ejemplo 3: Mediante un cascarón cilíndrico calcule el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor del eje x la región bajo la curva $y = \sqrt{x}$ desde 0 hasta 1.

Ejemplo 4: Determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor de la recta $x = 2$ la región delimitada por $y = x - x^2$ e $y = 0$.

Conclusión

- Calculamos distintos volúmenes mediante cascarones cilíndricos.

Libro guía

- Págs. 441-444.