

# Cálculo II (527150)

Clase 08: Funciones definidas por integrales

# Derivación de funciones definidas por integrales

## Ejemplos

Derivar las siguientes funciones:

$$(i) \quad F(x) = \int_1^{x^2} \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$$

$$(ii) \quad G(x) = \int_{3x}^2 \frac{1}{t^6 + 1} dt$$

$$(iii) \quad H(x) = \int_{2x}^{3x^2+8} \sqrt{u^5 + 1} du$$

# La función logaritmo

## Definición

La función *logaritmo*, de dominio  $(0, \infty)$ , se define

$$\int_1^x \frac{1}{t} dt$$

## Propiedades

Las propiedades de la función logaritmo se pueden deducir de su definición.

# Algunas propiedades del logaritmo

## Propiedades

- ▶  $\ln$  es continua.
- ▶  $\ln$  es creciente.
- ▶  $\ln(1) = 0$ .
- ▶  $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ .
- ▶  $\ln(x^r) = r \ln(x)$ .
- ▶  $\ln$  es una biyección entre  $(0, \infty)$  y  $\mathbb{R}$ .

# Integrales sobre dominios no acotados

## Ejemplo

Estudiar las integrales

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx \quad \text{y} \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$