

Clase 5.4 Seminario. jueves 6/11/25

Problema 1: Una sustancia sólida con un calor latente de fusión l_f se funde a una temperatura T_f .

- a) Calcular el cambio de entropía cuando se funden m gramos de la sustancia.
- b) Realizar el cálculo si se funden 0.3 kg de plomo a 327°C .

Dato: calor de fusión del plomo $l_f = 24.5 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

Resp: a) $\frac{ml_f}{T_f}$; b) $12.25 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Problema 2: Si 1 kg de agua líquida a 30°C se mezclan adiabáticamente y a presión cte de 1 atm con 2 kg de agua líquida a 90°C . Determine:

- a) La temperatura final de equilibrio de la mezcla.
- b) La variación de entropía del sistema.
- c) La variación de entropía del medio.
- d) La variación de entropía del universo.

Dato: $c_{p,(\text{agua})} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ **Resp:** a) 343 K ; b) $44.5 \frac{\text{J}}{\text{K}}$, c) 0 ; d) $44.5 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

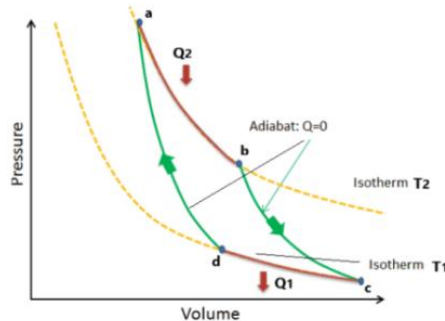
Problema 3: Una máquina de Carnot opera con 1 kg de metano, al que consideramos como gas ideal. La relación entre sus calores específicos $\gamma = 1.35$. Si la relación entre los volúmenes máximo y mínimo es 4 y el coeficiente de eficiencia del ciclo es del 25%, determinar el aumento de entropía experimentado por el metano durante la expansión isotérmica.

Datos: $m = 1 \text{ kg}$; $n = m/M$

$R = 8.3143 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$; $M = 16 \text{ kg}/(\text{kmol})$

$\gamma = 1.35$

$\frac{V_c}{V_a} = 4$; $\eta = 0.25$



Resp: $293.3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Problema 4: Un cubo de hielo de 18 gramos a 0°C se calienta hasta que se convierte en vapor.

- a) ¿cuánta energía (calor) se requiere para evaporar el cubo de hielo?
- b) ¿cuál es la variación de entropía total?

Dato: $c_{p,(\text{agua})} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$; $l_f = 3.34 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$; $l_v = 2.26 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

Resp: a) 54226.8 J ; b) $154.6 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Desarrollo

Problema 1: Una sustancia sólida con un calor latente de fusión l_f se funde a una temperatura T_f .

a) Calcular el cambio de entropía cuando se funden m gramos de la sustancia.

b) Realizar el cálculo si se funden 0.3 kg de plomo a $327^{\circ}C$.

Dato: calor de fusión del plomo $l_f = 24.5 \times 10^3 \frac{J}{kg}$.

Desarrollo:

a) Calcular el cambio de entropía cuando se funden m gramos de la sustancia.

$$T_f = 327^{\circ}C = 600 K$$

$$\Delta S = S_b - S_a = \int_a^b \frac{d'Q_r}{T_f} = \frac{1}{T_f} \int_a^b d'Q_r = \frac{Q_r}{T_f} = \frac{ml_f}{T_f}$$

b) Datos:

$$m = 0.3 kg ; T_f = 600 K ; l_f = 24.5 \times 10^3 \frac{J}{kg}.$$

$$\Delta S = \frac{ml_f}{T_f} = \frac{0.3 kg \times 24.5 \times 10^3 \frac{J}{kg}}{600 K} = 12.25 \frac{J}{K}$$

Problema 2: Si 1 kg de agua líquida a 30°C se mezclan adiabáticamente y a presión cte de 1 atm con 2 kg de agua líquida a 90°C . Determine:

- a) La temperatura final de equilibrio de la mezcla.
- b) La variación de entropía del sistema.
- c) La variación de entropía del entorno o alrededores o medio.
- d) La variación de entropía del universo.

$$\text{Dato: } c_{p,(agua)} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Desarrollo:

$$\text{Datos: } m_{1a} = 1 \text{ kg} ; T_{i1} = 30^{\circ}\text{C} = 303 \text{ K} ; m_{2a} = 2 \text{ kg} ; T_{i2} = 90^{\circ}\text{C} = 363 \text{ K}$$

a) La temperatura final de equilibrio de la mezcla.

La masa $m_1 = 1 \text{ kg}$ de agua se calienta y absorbe calor. La masa $m_2 = 2 \text{ kg}$ se enfría y cede calor a la masa m_1 .

$$Q_{1a} = Q_{2a}$$

$$\begin{aligned} m_{1a} c_a (T_e - T_{i1}) &= -m_{2a} c_a (T_e - T_{i2}) \\ 1 \text{ kg} \times (T_e - 303 \text{ K}) &= -2 \text{ kg} \times (T_e - 363 \text{ K}) \\ T_e - 303 \text{ K} &= -2T_e + 726 \text{ K} \\ 3T_e &= 1029 \text{ K} \rightarrow T_e = \mathbf{343 \text{ K}} \end{aligned}$$

b) La variación de entropía del sistema.

$$\Delta S_{\text{sistema}} = \Delta S_{m_1} + \Delta S_{m_2}$$

$$\Delta S_{m_1} = \int_{T_{i1}}^{T_e} \frac{dQ_1}{T} = \int_{T_{i1}}^{T_e} \frac{m_{1a} c_a dT}{T} = m_{1a} c_a \ln\left(\frac{T_e}{T_{i1}}\right) = 1 \text{ kg} \times 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{343 \text{ K}}{303 \text{ K}}\right)$$

$$\Delta S_{m_1} = \mathbf{519.0 \frac{J}{K}}$$

$$\Delta S_{m_2} = \int_{T_{i2}}^{T_e} \frac{dQ_2}{T} = \int_{T_{i2}}^{T_e} \frac{m_{2a} c_a dT}{T} = m_{2a} c_a \ln\left(\frac{T_e}{T_{i2}}\right) = 2 \text{ kg} \times 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{343 \text{ K}}{363 \text{ K}}\right)$$

$$\Delta S_{m_2} = \mathbf{-474.5 \frac{J}{K}}$$

$$\Delta S_{\text{sistema}} = 519.0 \frac{\text{J}}{\text{K}} - 474.5 \frac{\text{J}}{\text{K}} = \mathbf{44.5 \frac{J}{K}}$$

c) La variación de entropía del entorno (o alrededores o medio).

$$\Delta S_{entorno} = 0 \quad (\text{No hay pérdidas de calor en el recipiente})$$

d) La variación de entropía del universo.

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{entorno}$$

$$\Delta S_{univ} = 44.5 \frac{J}{K} + 0$$

$$\Delta S_{univ} = 44.5 \frac{J}{K}$$

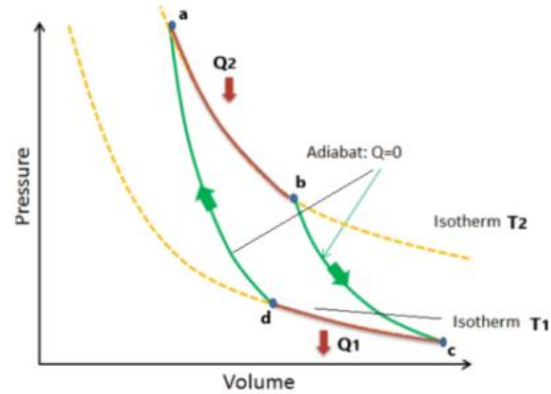
Problema 3: Una máquina de Carnot opera con 1 kg de metano, al que consideramos como gas ideal. La relación entre sus calores específicos $\gamma = 1.35$. Si la relación entre los volúmenes máximo y mínimo es 4 y el coeficiente de eficiencia del ciclo es del 25%, determinar el aumento de entropía experimentado por el metano durante la expansión isotérmica.

Datos: $m = 1 \text{ kg}$; $n = m/M$

$R = 8.3143 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$; $M = 16 \text{ kg}/(\text{kmol})$

$\gamma = 1.35$

$\frac{V_c}{V_a} = 4$; $\eta = 0.25$



Desarrollo:

Proceso a-b expansión isotérmica $\rightarrow \Delta U = 0$

$$Q_{ab} = Q_2 = W_{ab} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

$$\Delta S_{ab} = \int_a^b \frac{d'Q_{ab}}{T_2} = \frac{Q_{ab}}{T_2} = \frac{nRT_2 \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)}{T_2} = nR \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

De la expansión adiabática se tiene:

$$T_2 V_b^{\gamma-1} = T_1 V_c^{\gamma-1} \text{ y del rendimiento de Carnot } \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$0.25 = 1 - \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 0.75$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/\gamma-1} = \left(\frac{V_b}{V_c}\right) \rightarrow \left(\frac{V_b}{V_c}\right) = (0.75)^{1/0.35} = 0.4396$$

$$V_b = 0.4396 V_c ; \text{ dato: } V_c = 4 V_a$$

$$V_b = 0.4396 \times (4 V_a) \rightarrow \left(\frac{V_b}{V_a}\right) = 1.7584$$

Luego el cambio de entropía es:

$$\Delta S_{ab} = nR \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right) = \frac{m}{M} R \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right) = \frac{1 \text{ kg}}{16 \text{ kg/kmol}} \times 8.3143 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \times \ln(1.7584)$$

$$\Delta S_{ab} = 293.3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Problema 4: Un cubo de hielo de 18 gramos a 0°C se calienta hasta que se convierte en vapor.

a) ¿cuánta energía (calor) se requiere para evaporar el cubo de hielo?

b) ¿cuál es la variación de entropía total?

$$\text{Dato: } c_{p,(agua)} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} ; \quad l_f = 3.34 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} ; \quad l_v = 2.26 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Desarrollo

a) ¿cuánta energía (calor) se requiere para evaporar el cubo de hielo?

$$m_a = 18 \text{ g} = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} ; \quad T_1 = 0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K} ; \quad T_2 = 100^{\circ}\text{C} = 373 \text{ K}$$

i) Fundir el hielo. Resulta agua a $T_1 = 0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K}$

$$Q_f = m_a l_f = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 3.34 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \mathbf{6012 \text{ J}}$$

ii) Calentar agua desde 0°C hasta 100°C

$$Q_{12} = m_a c_a \Delta T = m_a c_a (T_2 - T_1) = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times (373 \text{ K} - 273 \text{ K})$$

$$Q_{12} = \mathbf{7534.8 \text{ J}}$$

iii) Convertir agua en vapor

$$Q_v = m_a l_v = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 2.26 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \mathbf{40680 \text{ J}}$$

El calor total requerido es:

$$Q_{\text{Total}} = Q_f + Q_{12} + Q_v = 6012 \text{ J} + 7534.8 \text{ J} + 40680 \text{ J}$$

$$Q_{\text{Total}} = \mathbf{54226.8 \text{ J}}$$

b) ¿cuál es la variación de entropía total?

i) Fusión del hielo

$$\Delta S_f = \int \frac{dQ_f}{T_1} = \frac{Q_f}{T_1} = \frac{m_a l_f}{T_1} = \frac{1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 3.34 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{273 \text{ K}} = \mathbf{22.0 \frac{J}{K}}$$

ii) Calentar agua desde 0°C hasta 100°C

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m_a c_a dT}{T} = m_a c_a \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{373 \text{ K}}{273 \text{ K}}\right)$$
$$\Delta S_{12} = \mathbf{23.5 \frac{J}{K}}$$

iii) Convertir agua en vapor

$$\Delta S_v = \int \frac{dQ_v}{T_2} = \frac{Q_v}{T_2} = \frac{m_a l_v}{T_2} = \frac{1.8 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 2.26 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{373 \text{ K}} = \mathbf{109.1 \frac{J}{K}}$$

Variación de entropía total

$$\Delta S_{total} = \Delta S_f + \Delta S_{12} + \Delta S_v = 22.0 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 23.5 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 109.1 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{total} = \mathbf{154.6 \frac{J}{K}}$$

Problema 5: Suponga que un mol de gas ideal está encerrado en un cilindro provisto de un pistón móvil, inicialmente el volumen del gas es $V_1 = 2 \text{ litros}$. El cilindro se halla en contacto térmico con una fuente dada por una mezcla de 2 kg de agua y 2 kg de hielo.

- a) ¿A qué temperatura se halla inicialmente el gas?.
- b) Halle el flujo de calor en la expansión reversible del gas hasta un volumen $V_2 = 10 \text{ litros}$.
- c) Calcule la masa de agua que se congela durante el proceso de expansión descrito en la pregunta b).
- d) Determine, la variación de entropía del gas y de la fuente, para el proceso descrito en la pregunta b).

Datos: $R = 8.3143 \frac{J}{mol K}$; $l_f = 3.34 \times 10^5 \frac{J}{kg}$

Desarrollo:

a) ¿A qué temperatura se halla inicialmente el gas?.

El gas está en contacto térmico con la mezcla de agua+hielo. Esta mezcla está a $0^\circ C = 273 K$. Si el gas está en estado de equilibrio debe estar a la misma temperatura de la mezcla.

$T_{i,gas} = 0^\circ C = 273 K$

b) Halle el flujo de calor en la expansión reversible del gas hasta un volumen $V_2 = 10 \text{ litros}$.

La expansión reversible del gas ideal se realiza a $T = cte$.

Primer Principio: $\Delta U = 0$, para un proceso isotérmico de un gas ideal.

$$Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1 \text{ mol} \times 8.3143 \frac{J}{mol K} \times 273 K \times \ln\left(\frac{10 l}{2 l}\right)$$

$Q = 3653.1 J$

c) Calcule la masa de agua que se congela durante el proceso de expansión descrito en la pregunta b).

$$Q = m_a l_f \rightarrow m_a = \frac{Q}{l_f} = \frac{3653.1 J}{3.34 \times 10^5 \frac{J}{kg}} = 0.0109 kg$$

d) Determine, la variación de entropía del gas y de la fuente, para el proceso descrito en la pregunta b).

$$\Delta S_{gas} = \int_a^b \frac{d'Q_r}{T_{i,gas}} = \frac{1}{T_{i,gas}} \int_a^b d'Q_r = \frac{Q}{T_{i,gas}} = \frac{3653.1 J}{273 K} = \mathbf{13.38 \frac{J}{K}}$$

$$\Delta S_{fuente} = \int_a^b \frac{d'Q_r}{T_f} = \frac{1}{T_f} \int_a^b d'Q_r = \frac{-Q}{T_f} = \frac{-3653.1 J}{273 K} = \mathbf{-13.38 \frac{J}{K}}$$

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{fuente} = 0. \text{ Proceso reversible}$$