

## Tarea 2. Mecánica de Fluidos 2021A

El objetivo de esta tarea es introducir los elementos básicos de la teoría de lubricación.

1.- Adimensionalize las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando las siguientes variables:

$$x' = \frac{x}{L}; \vec{V}' = \frac{\vec{V}}{U}; t' = \frac{tU}{L}; p' = \frac{p + \rho gz}{\mu U / L}$$

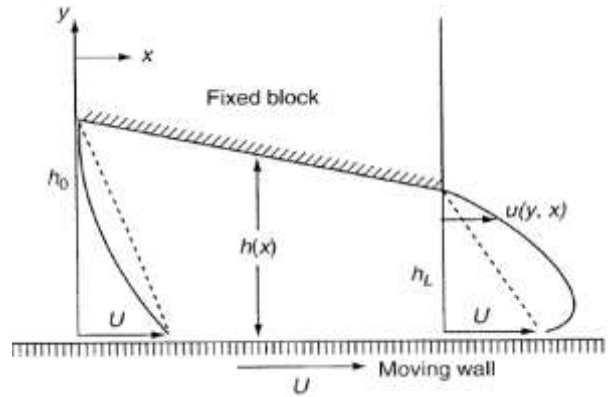
Donde  $U$  es una velocidad característica y  $L$  un largo característico

2.- En las ecuaciones determinadas en (1), analice el límite cuando  $\rho UL/\mu \rightarrow 0$ . Las ecuaciones encontradas se llaman de Stokes o de “flujo reptante” (en estas ecuaciones se desprecian los términos convectivos por sobre los viscosos)

3.- Utilizando las ecuaciones de Stokes, demuestre que la velocidad para el fluido entre el bloque y la pared móvil está dada por:

$$u(x, y) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(y - h(x)) + U \left( 1 - \frac{y}{h(x)} \right)$$

Para efectos de cálculo omita la acción de la gravedad y suponga que  $h_0 - h_L \ll L$ . Note que el fluido se mueve por efecto de la pared y la presión.



4.- Note que la distribución de presión  $p(x)$  debe satisfacer la ecuación de continuidad

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = - \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dy$$

Pero las velocidades verticales son nulas, luego

$$\int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dy = v(h) - v(0) = 0$$

Utilizando el punto 3.- y las expresiones integrales anteriores demuestre que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x}$$

5.- Determine el perfil de presión si  $h(x) = h_0 - \frac{h_0 - h_L}{L} x$  y  $p(0) = p(L) = p_\infty$ . Para simplificar los cálculos defina

$$\alpha = \frac{h_L - h_0}{L}$$