UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

PL4: Taller R.M. I (MAT 525115)
Tema 2: Razonamientos & Demostraciones (IV).

P1 Sea f una aplicación de X en Y y sean A y B dos subconjuntos de X. Utilizar los tres tipos de razonamientos de inferencia lógica, para establecer:

($\mathcal{P}$) $A \subset B \Longrightarrow f(A) \subset f(B)$ 1. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ 2. $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

P2 Sea f una aplicación de X en Y y sean C y D dos subconjuntos de Y. Establecer que la imagen recíproca de f verifica:

$$f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$$

Nota: Para todo subconjunto C de Y la imagen recíproca de C por f es definida por
$f^{-1}(C) = \{x \in X : f(x) \in C\}$.

P3 Hallar correspondencia biunívocas entre:

($\mathcal{P}$) el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales y el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros;

1. el conjunto de los naturales pares y el conjunto de naturales múltiplos de 3;
2. el conjunto de los naturales mayores que 3 (excluido el 3) y el de los enteros menores que 10 (excluido el 10).

Nota. Los casos no desarrollados en práctica se ofrecen como T2P, es decir, trabajos para dos personas. Se ofrece lo mismo para el siguiente problema.

P4 Cada una de las siguientes expresiones define una correspondencia entre el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros y algún subconjunto B del mismo:

1. $x \longmapsto |x| \pm 1$; 2. $x \longmapsto x^2$; 3. $x \longmapsto 2x+5$.

Determinar en cada caso el subconjunto B y estudiar en cada caso cuando la correspondencia entre $\mathbb{Z}$ y B es biunívoca. Debe definir una función a partir de la relación definida en el primer caso.

($\mathcal{P}$) Efectuar el ejercicio anterior reemplazando $\mathbb{Z}$ por $\mathbb{N}$.

P6 (T3P difícil) Sea f una función definida en (a,b) y $a < c < b$. probar que

$$\lim_{x \longrightarrow 0} \big[f(x+c) - f(c)\big] = 0$$

implica que

$$\lim_{x \to 0} \big(f(x+c) - f(c-x)\big) = 0$$

Construir un ejemplo para el cual el recíproco no es cierto.
