UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN CONCEPCIÓN
FACULTAD CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
Departamento Ingeniería Matemática.

PL 8 - Cálculo IV (MAT 225212)

Primera parte

Tema: ***Teorema Fundamental del Cálculo. Series de Taylor y Laurent.***

1. Evaluar $\displaystyle\int_\gamma (z^2 - 2z + 2)dz$ donde γ es un camino simple (regular) que conecta que conecta a $z = i$ a $z = 1$ o bien es un contorno cerrado tal que $z = i$ y $z = 1$ son puntos de esta curva.

2. Evaluar las siguientes integrales, aplicando el Teorema Fundamental del Cálculo (debe encontrar la primitiva holomorfa, respectiva)

   (P) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z}$ donde γ es una poligonal con vertices en los puntos $-i, 2, i/2, i$ que conecta a $z = -i$ con $z = i$

   (a) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2}$ donde γ es cualquier trayectoria regular que no atraviesa el origen y que conecta a $-4i$ a $4i$

   (b) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{4\sqrt{z}}$ donde γ es el arco $z(t) = 4e^{it}$, $\frac{-\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ y se considera la rama de la raíz cuadrada tal que $\sqrt{1} = 1$.

3. Evaluar las siguientes integrales donde γ es una trayectoria regular inscrita en el primer cuadrante y que conecta $z = 4$ y $z = 4i$

   (P) $\displaystyle\int_\gamma \frac{z+1}{z}dz$

   (P) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{\sqrt{z}}dz$

   (a) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2+z}dz$

   (b) $\displaystyle\int_\gamma \sin^2(z)dz$

4. Evaluar, encontrando una rama adecuada del logaritmo complejo

$$\int_\gamma \frac{dz}{z}$$

   donde la trayectoria simple esta inscrita en el semi plano $\{z \in \mathbb{C} : Re(z) \leq 0\}$ y conecta los puntos $z = -1 - i$ con $z = ei$. Repita el ejercicio, usando una segunda rama del logaritmo complejo y concluya.

(P) (Repaso) Para cada una de las siguientes series indicar el radio de convergencia y el dominio donde converge absolutamente y donde uniformemente. Además determinar su suma:

   (P) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} z^{2n+1}$

   (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z-3}\right)^n$

(P) Encontrar ala Serie de Laurent para $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+1)}$ centrada en $z_0 = 1$ y especificar la región del plano de Argand en la cual converge.

7. Repetir el ejercicio anterior si $f(z) = \frac{1}{z(z-2)^2}$ y $z_0 = 2$.