

Física I - 510140

Seminario Módulo 2: Vectores

1. Situaciones para Análisis

Situación para análisis 1

Un libro se mueve, una sólo vez, alrededor del perímetro de una mesa rectangular de dimensiones $1.0\text{ m} \times 2.0\text{ m}$. Si al final del recorrido la posición del libro coincide con su posición inicial, ¿cuál es el desplazamiento del libro? y ¿cuál es la distancia recorrida por el libro?

Situación para análisis 2

Redibuje en su cuaderno los vectores mostrados en la Fig.1 y determine lo que se le pide geoméricamente. *Nota.* El negativo de un vector, por ejemplo $-\vec{A}$, es un vector de igual magnitud al vector \vec{A} pero con dirección opuesta.

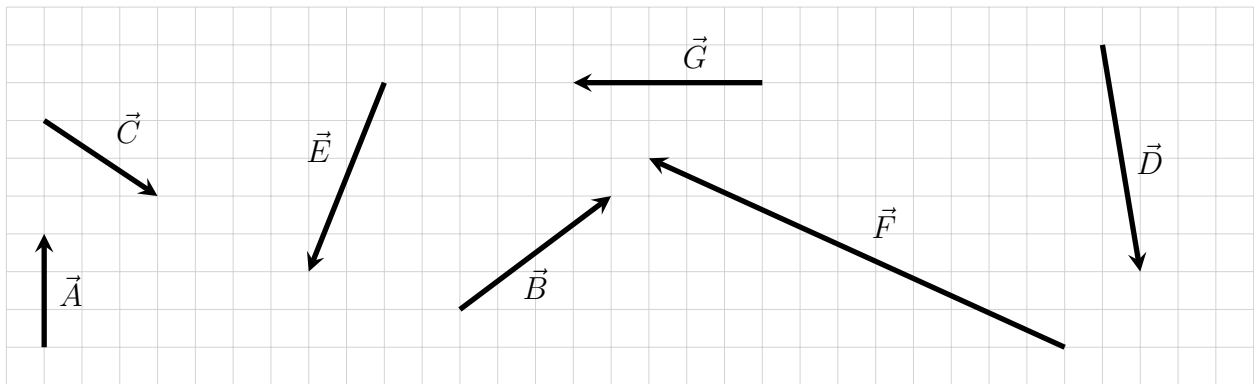


Figura 1: Vectores para trabajar la Situación de Análisis 2.

- | | |
|---|---|
| a) $\vec{R}_1 = \vec{A} + \vec{C}$ | i) $\vec{R}_9 = -\vec{E} - 2\vec{G} + \vec{B} + \vec{D}$ |
| b) $\vec{R}_2 = \vec{C} + \vec{D}$ | j) $\vec{R}_{10} = -2\vec{C} - \frac{1}{3}\vec{F} + 3\vec{B}$ |
| c) $\vec{R}_3 = -\vec{A} + \vec{C}$ | k) $\vec{R}_{11} = (2\vec{C} - 3\vec{G}) - 3\vec{A}$ |
| d) $\vec{R}_4 = \vec{A} - \vec{C}$ | l) $\vec{R}_{12} = 2(-\vec{A} + \vec{E} + \vec{B})$ |
| e) $\vec{R}_5 = -\vec{A} + \vec{E} + \vec{B}$ | m) $\vec{R}_{13} = -\vec{G} + \vec{F} + \vec{A} + \vec{B} + \vec{E}$ |
| f) $\vec{R}_6 = -\vec{F} - \vec{D} + \vec{G}$ | n) $\vec{R}_{14} = -2\vec{G} - \frac{1}{2}\vec{F} + \frac{1}{3}\vec{A}$ |
| g) $\vec{R}_7 = -\vec{G} + \vec{F} + \vec{A}$ | |
| h) $\vec{R}_8 = -2\vec{A} + \frac{1}{5}\vec{E} - \vec{B}$ | |

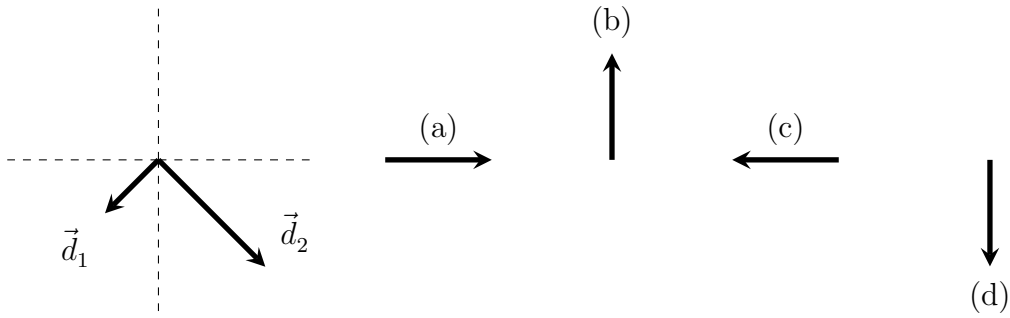


Figura 2: Figura relacionada a la Situación de Análisis 3.

Situación para análisis 3

La Fig.2 muestra dos vectores \vec{d}_1 y \vec{d}_2 . La relación entre las magnitudes de dichos vectores es $|\vec{d}_2| = 2|\vec{d}_1|$ y el ángulo entre ellos es de 90° . Dadas las alternativas desde la (a) a la (d), ¿cuál de ellas corresponde al vector $\vec{d}_2 - 2\vec{d}_1$? o e) Ninguna de ellas?

Situación para análisis 4

Las magnitudes de los desplazamientos \vec{a} y \vec{b} son 3 m y 4 m, respectivamente, y $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Considerando varias orientaciones de \vec{a} y \vec{b} , ¿Cuál es (a) la máxima magnitud posible para \vec{c} ? y (b) ¿la mínima?

Situación para análisis 5

En clases aprendió que la suma de dos vectores \vec{a} y \vec{b} es conmutativa. ¿Significa eso que la resta de esos dos vectores es conmutativa, esto es $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$?

Situación para análisis 6

En los diagramas mostrados en la Fig.3 se presentan diferentes alternativas para la combinación de las componentes x e y de un vector \vec{a} . ¿Cuál(es) de ellas describe(n) apropiadamente al vector \vec{a} ?

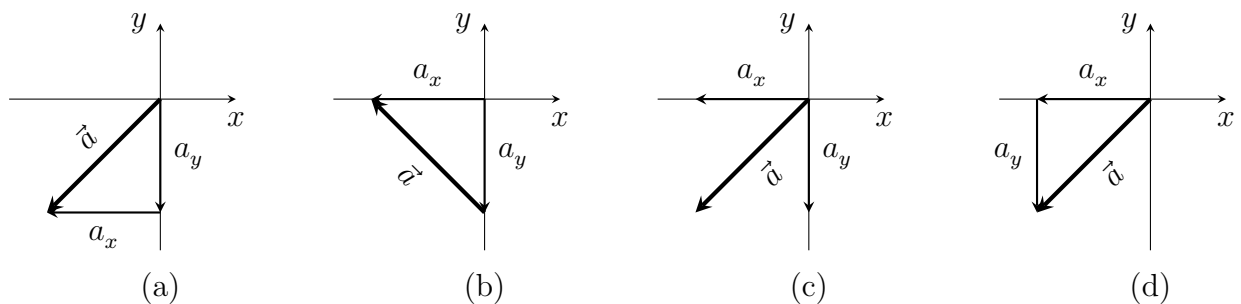


Figura 3: Figura relacionada a la Situación de Análisis 8.

Situación para análisis 7

Describe dos vectores \vec{a} y \vec{b} tales que:

- (a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ y $a + b = c$;
- (b) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$;
- (c) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ y $a^2 + b^2 = c^2$.

Situación para análisis 8

Si $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + (-\vec{c})$, entonces

- (a) $\vec{a} + (-\vec{d}) = \vec{c} + (-\vec{b})$;
- (b) $\vec{a} = (-\vec{b}) + \vec{d} + \vec{c}$;
- (c) $\vec{c} + (-\vec{d}) = \vec{a} + \vec{b}$.

Situación para análisis 9

En la Fig.4: ¿Cuál es el signo de la componentes x e y de los vectores:

a) $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$

b) $\vec{d}_1 - \vec{d}_2$?

c) $\vec{d}_2 - \vec{d}_1$?

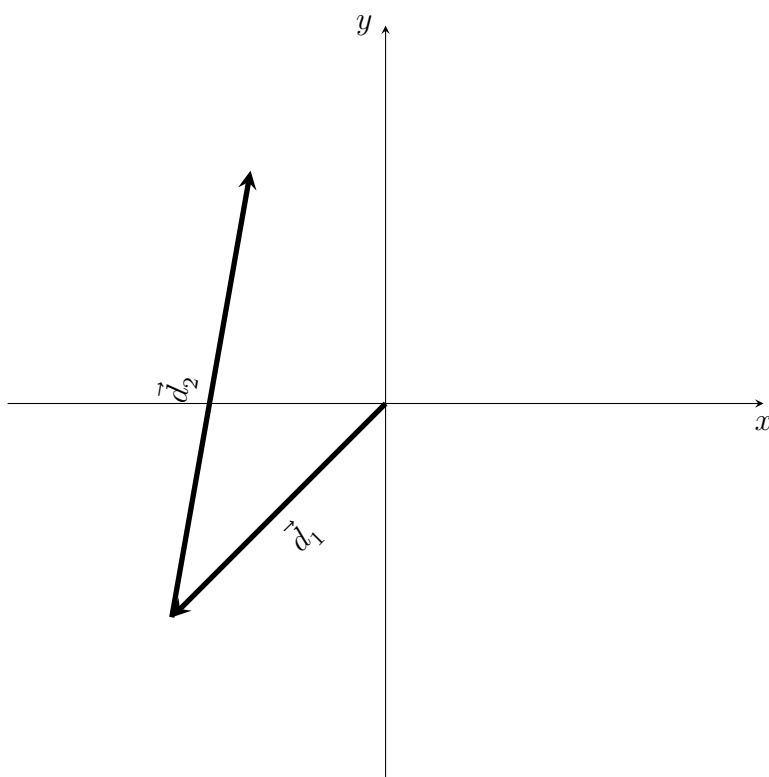


Figura 4: Figura relacionada a la Situación de Análisis 9.

Situación para análisis 10

Los vectores \vec{a} y \vec{b} tienen magnitudes de 3 u y 4 u, respectivamente.

- a) ¿Cuál es el ángulo entre las direcciones de \vec{a} y \vec{b} si $\vec{a} \cdot \vec{b}$ es igual a: (i) cero, (ii) 12 u y (iii) -12 u ?
- b) ¿Cuál es el ángulo entre las direcciones de \vec{a} y \vec{b} si la magnitud del producto vectorial $\vec{a} \times \vec{b}$ es igual a: (i) cero, (ii) 12 u ?

Situación para análisis 11

Dados tres vectores cualesquiera \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} no nulos, ¿cuál de las siguientes operaciones vectoriales es matemáticamente incorrecta?

- a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})$ b) $\vec{a} - (\vec{b} \times \vec{c})$ c) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ d) $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$ e) $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c})$

Situación para análisis 12

¿Cuál de los siguientes arreglos de ejes coordenados puede ser considerado un “sistema de coordenadas de mano derecha”? Como de costumbre, cada eje está etiquetado con la dirección positiva de los ejes.

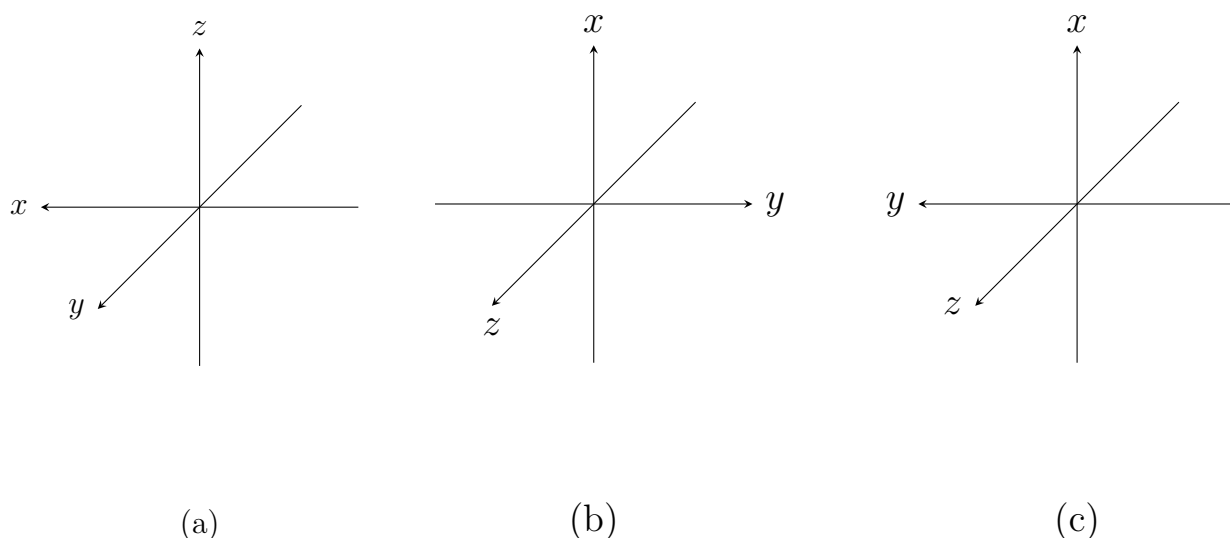


Figura 5: Figura relacionada a la Situación de Análisis 12.

Situación para análisis 13

- a) Si $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, entonces ¿ \vec{b} debe ser igual a \vec{c} ?
- b) Si $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ y \vec{v} es perpendicular a \vec{B} , entonces ¿cuál es la dirección de \vec{B} en las tres situaciones mostradas en las siguientes figuras cuando la constante q es (i) positiva y (ii) negativa?

Situación para análisis 14

La Fig.7 muestra al vector \vec{a} y otros cuatro vectores \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} y \vec{e} , todos ellos de la misma magnitud pero dirección diferente. (a) ¿Cuál de esos cuatro vectores tiene

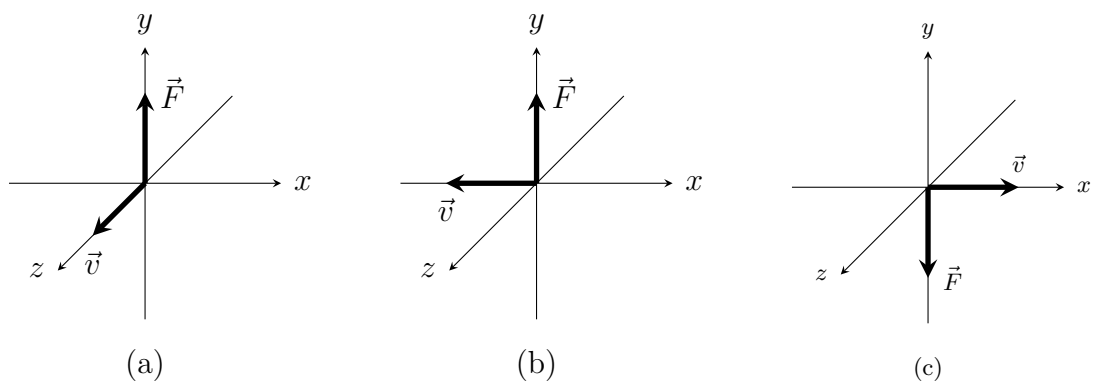


Figura 6: Figura relacionada a la Situación de Análisis 13.

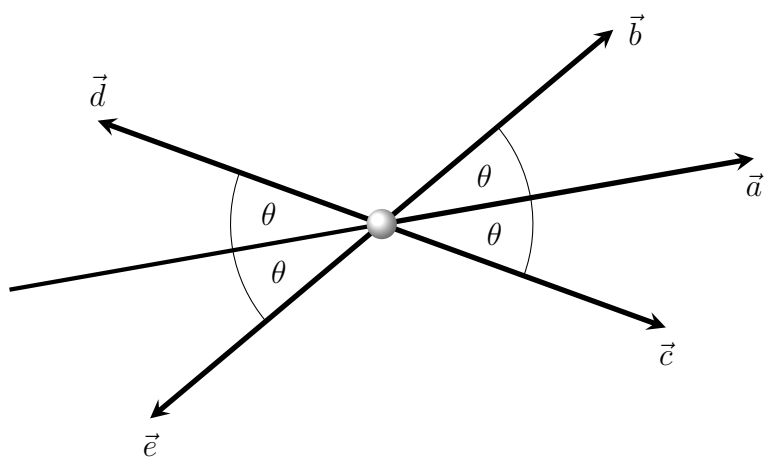


Figura 7: Figura relacionada a la Situación de Análisis 14.

el mismo producto punto con \vec{a} ? (b) ¿Cuáles de ellos tiene un producto punto de valor negativo con \vec{a} ?

2. Ejercicios

Ejercicio 1

Un motociclista parte del reposo desde un punto a cuyas de coordenadas $(-2.0, 4.0)$ m. A los cinco segundos de iniciado su movimiento pasa por el punto b , de coordenadas $(-1.0, 6.0)$ m.

- Dibujar los vectores, en un sistema de coordenadas rectangulares planas, que representan las posiciones de los puntos a y b del ciclista.
 - Expresar los vectores \vec{a} y \vec{b} en coordenadas polares.
 - Dibujar y expresar, en coordenadas rectangulares, el vector desplazamiento del ciclista.
-

Ejercicio 2

Un estudiante sale desde su casa en bicicleta hacia la universidad y recorre 0.50 km al Noreste (45° al Norte del Este), luego recorre 0.20 km hacia el Oeste y por último 1.0 km, 30° al Sur del Oeste, llegando a su destino.

- Calcule el vector de posición de la universidad respecto de la casa del estudiante.
 - Si el estudiante hubiese asistido a las clases de física sabría que podría seguir una trayectoria en línea recta desde su casa hasta la universidad, calcule los kilómetros menos que habría recorrido.
-

Ejercicio 3

Suponga que la Tierra se mueve alrededor del Sol en una trayectoria circular de radio 1.50×10^{11} m y a una rapidez aproximadamente constante. Considerando un sistema de coordenadas (x, y) con el origen del sistema en la posición del Sol y, asumiendo que la Tierra se encuentra inicialmente sobre el eje x positivo y gira en la dirección anti-horaria:

- Haga diagramas mostrando el vector posición de la tierra a los 3, 6, 9 y 12 meses desde que inició su movimiento alrededor del Sol.
 - Trace el vector desplazamiento entre las posiciones de la tierra en el mes cero y el mes 3 y entre el mes 3 y el mes 6. Calcule la magnitud del vector desplazamiento para cualquier uno de esos intervalos de 3 meses.
-

Ejercicio 4

Calcule el ángulo entre los vectores $\vec{a} = 3.0\hat{i} - 4.0\hat{j}$ y $\vec{b} = -2.0\hat{i} + 3.0\hat{k}$?

Ejercicio 5

Un vector \vec{a} que yace en el plano- xy tiene magnitud 18 u y apunta en una dirección a 250° desde la dirección positiva del eje x . Otro vector \vec{b} tiene magnitud 12 u y apunta en la dirección positiva del eje z . Escriba los vectores \vec{a} y \vec{b} en notación de vectores unitarios y encuentre $\vec{a} \times \vec{b}$. Dibuje un diagrama mostrando los vectores \vec{a} , \vec{b} y $\vec{a} \times \vec{b}$.

Ejercicio 6

Si sabe que $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} + \vec{b} = 4\vec{c}$ y $\vec{c} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$, calcule los vectores \vec{a} y \vec{b} y escríbalos en notación de vectores unitarios.

Ejercicio 7

En el producto $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, considere

$$q = 2, \quad \vec{v} = 2.0\hat{i} + 4.0\hat{j} + 6.0\hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{F} = 4.0\hat{i} - 20\hat{j} + 12.0\hat{k}$$

Calcule el vector \vec{B} , usando notación de vectores unitarios, si sabe que $B_x = B_y$.

Ejercicio 8

A continuación se le entregan los siguientes vectores (en metros):

$$\vec{d}_1 = -3.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 2.0\hat{k}, \quad \vec{d}_2 = -2.0\hat{i} - 4.0\hat{j} + 2.0\hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{d}_3 = 2.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 1.0\hat{k}.$$

Calcule

a) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$

b) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3)$

c) $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$

Ejercicio 9

En la Fig. 8 el vector \vec{a} , de magnitud 17.0 m, está dirigido formando un ángulo $\theta = 56.0^\circ$ medido en la dirección antihoraria y desde el eje $+x$.

Calcule las componente a_x y a_y del vector. Un segundo sistema de coordenadas (sistema de coordenadas primas) está inclinado con su eje- x formando un ángulo $\theta' = 18.0^\circ$ con respecto al eje- x del primero. Calcule las componentes a'_x y a'_y del vector \vec{a} en el sistema de coordenadas primas.

Ejercicio 10

Para los vectores mostrados en la Fig.9, con $a = 4.00$ u, $b = 3.00$ u y $c = 5.00$ u, calcule la magnitud y la dirección de:

a) $\vec{a} \times \vec{b}$

b) $\vec{a} \times \vec{c}$

c) $\vec{b} \times \vec{c}$

Ayuda. El eje z no es mostrado y la dirección positiva apunta saliendo de la página hacia usted. Recuerde la ley de los senos.

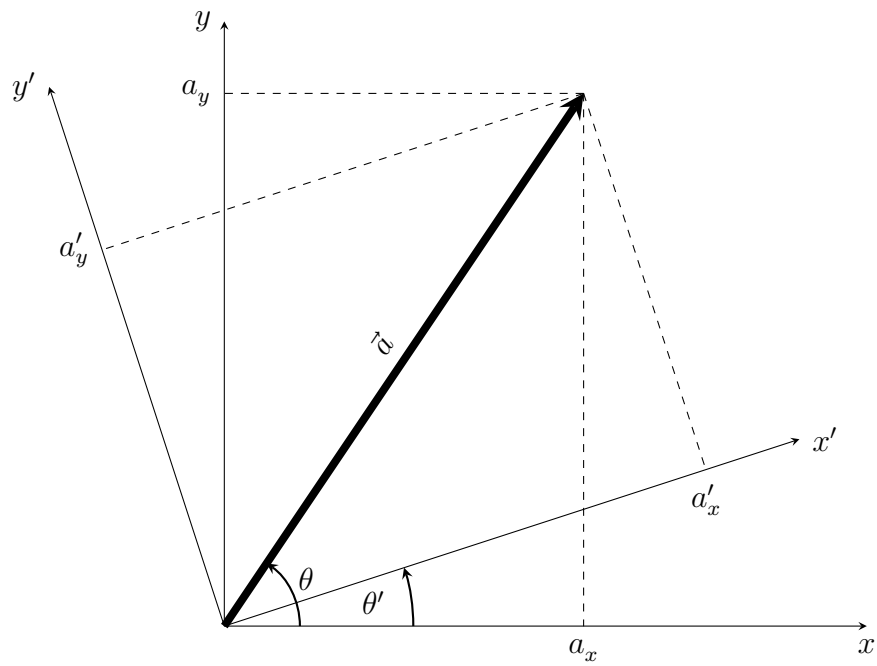


Figura 8: Un vector \vec{A} y dos sistemas de coordenadas rectangulares.

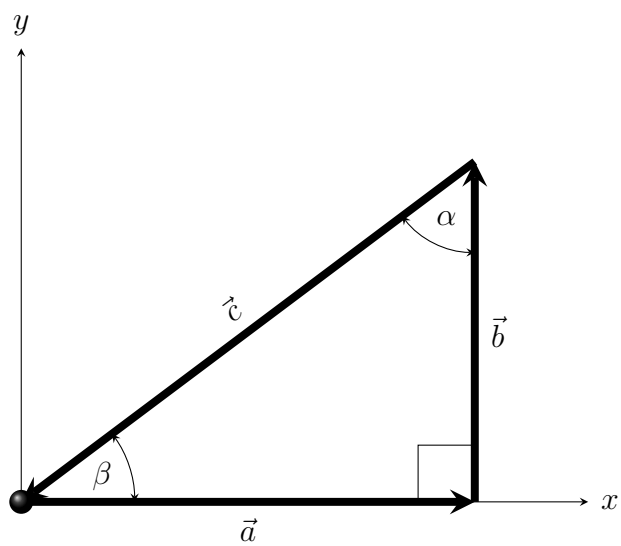


Figura 9: Vectores relacionados con el Ejercicio 10.