UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

EB/JB/GD/CF/NH/RM/CM/MN/LP/JQ/MV

LISTADO 4 - REGLAS DE DERIVACIÓN Y DERIVACIÓN IMPLICITA

Cálculo I - 527140

1. Calcular $f'(x)$ en cada caso:

   (a) $f(x) = x\left(x^2 + 7x\right)$

   (b) $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x}{x^2 + \sqrt[3]{x}}$

   (c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x\sin(x)}{x+1}}$

   (d) $f(x) = x^2\cos(x)\sin(x)$

   (e) $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{\sin(2x)}$

   (f) $f(x) = \dfrac{(4x+1)\sin(x)}{\cos(x)}$

   (g) $f(x) = x^2\tan\left(x^2\right)\csc(x)$

   (h) $f(x) = x^2 + \sin\left(x + x^4\right)$

   (i) $f(x) = \dfrac{\cos(x) + x}{\tan(\cos(\sqrt{x}))}$

2. Sea f una función real definida por

$$f(x) = \begin{cases} -1 + \dfrac{2x^3 + x^2}{x-1} & , x < 0 \\ -5x^2 - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{7 - 2x - 5x^2}{x^2 - 1} & , x > 1 \end{cases}$$

   Determinar la derivada de f en cada punto donde exista.

3. Sean f y g dos funciones tales que $g(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$, $f'(x) = 4x + 1$ y $g'(x) = \sqrt{x+3}$. Si $h : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = x^2 g(x) f\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$, determinar (si es posible) el valor de $h'(1)$.

4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |4 - x^2|$.

   (a) Calcular $f'(3)$.

   (b) Determinar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal al gráfico de f en el punto $(3, f(3))$.

5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + x^2\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

   (a) Determinar si f es continua en $x_0 = 0$.

   (b) Definir la función f' en cada punto donde exista.

(c) Determinar si f' es continua en $x_0 = 0$.

6. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & , |x| \leq 1 \\ \dfrac{1}{|x|} & , |x| > 1 \end{cases}$$

Determinar los valores, si existe, de a y b de modo que f sea derivable en $x_0 = 1$.

7. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - \pi & , x \leq \pi \\ x^2 + \pi \cos(x) & , x > \pi \end{cases}$$

(a) Calcular $f'(x)$ y $f''(x)$ en cada punto donde existan.

(b) Calcular $f^{(3)}(\pi)$ si existe.

8. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x + 1 & , x < 2 \\ x^2 + 4x - 5 & , x \geq 2 \end{cases}$$

Definir la función f'' en cada punto donde exista.

9. Derivando implícitamente, determinar la pendiente de la recta tangente a C en el punto $P(x, y) \in C$, donde:

(a) $C : xy^3 - \tan(x)y = xy$

(b) $C : \cos(xy^2) + \tan(x + 2y) = 1 - \sqrt{xy}$

10. Hallar el(los) punto(s) de la curva de ecuación:

$$C : x^2y - 2xy^2 + y^2 - y + 1 = 0$$

donde la recta tangente es horizontal.

11. Determinar la ecuación de la recta normal a la curva de ecuación:

$$C : x^3y + y^5 = \cos(y) - 5x^4 + 4$$

en el punto $(-1, 0)$.

12. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación:

$$C : \left(x^2 + y^2\right)^2 = 4x^2y + 9$$

en el punto $(2, 1)$.

13. Sea C la curva definida por:

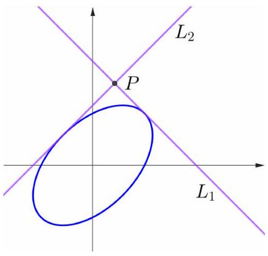
$$C : 5x^4 + x^3y + y^5 = 4 + \cos(y)$$

(a) Encontrar los puntos de intersección de la curva C con el eje X.

(b) Demostrar que en los puntos obtenidos en (a) las rectas tangentes a C son paralelas.

(c) Escribir las ecuaciones de dichas rectas tangentes.

14. En la imagen se muestra la elipse de ecuación $x^2 - xy + y^2 = 3$ y dos rectas tangentes a ella, llamadas L_1 y L_2, con pendientes -1 y 1 respectivamente.



(a) Encontrar los puntos de tangencia de L_1 y L_2 con la elipse.

(b) Encontrar las coordenadas del punto P intersección entre las rectas L_1 y L_2

15. En cada caso, utilizar las reglas de derivación para calcular $f'(x)$.

(a) $f(x) = e^{x^4+1}$

(b) $f(x) = \dfrac{\ln(x^2)}{1+\sqrt{e^x}}$

(c) $f(x) = \arctan\left(x^2+1\right)$

(d) $f(x) = x^{\sqrt{x}}$

(e) $f(x) = 2^{e^{x^2}}$

(f) $f(x) = \arctan(\sqrt{x^2-1})$

(g) $f(x) = x^2 \ln\left(x^2\right) e^{x^2}$

(h) $f(x) = \sin(x)^{\cos(2x)}$

(i) $f(x) = \sqrt{\ln\left(\sin(x)+5e^x\right)}$

(j) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\ln\left(x^{\sin(x)}\right)}$

(k) $f(x) = \arccos\left(e^2+2x\right)$

(l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^e+x^2}}{x^{x+\sin(x)}}$

16. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la curva:

$$C : e^{2\arcsin(yx)} = \ln\left(1+x^2+y^2\right)$$

en el punto $P(a,b)$, con $a > 0$, donde la curva corta al eje X