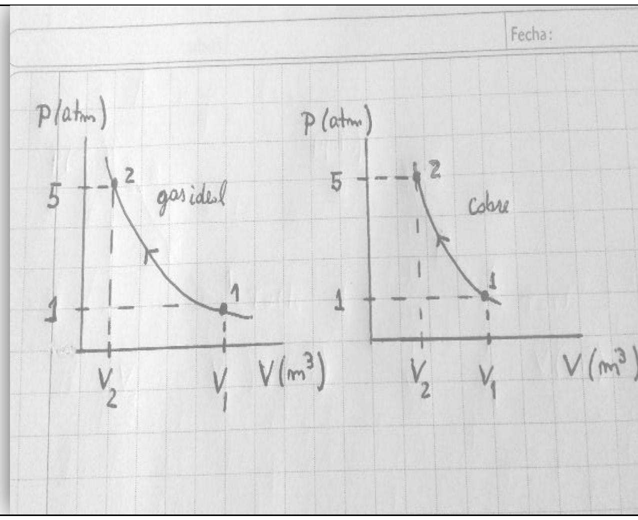
Clase 2.5: Seminario (jeves 04/09/2025). Ecuación de Estado y coeficientes.

Problema 1: Hallar el volumen final de 200 g de agua que experimentan una compresión isotérmica a 25°C desde 1 bar hasta 300 bar. Datos: Densidad del agua $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ y compresibilidad isotérmica $\kappa = 4.58\, x 10^{-10} \frac{1}{Pa}$. **Resp**: $1.973\, x\, 10^{-4} m^3$

Problema 2: Un gas ideal y un bloque de cobre tienen volúmenes iguales de 0.5 m^3 a 300 K y presión atmosférica. La presión de ambos se incrementa reversible e isotérmicamente a 5 atm.
La compresibilidad del cobre es $\kappa = 0.7\, x\, 10^{-6}\, atm^{-1}$.
Calcular en cada caso el cambio de volumen experimentado.
Resp: a) $-\,0.4\, m^3;\ b) -1.4\, x\, 10^{-6}\ m^3$

Datos: $V_1 = 0.5\ m^3$ T = 300 K P_1 = 1 atm $\kappa = 0.7\, x\, 10^{-6}\, atm^{-1}$ P_2 = 5 atm Calcular $\Delta V = ?$ a)Para gas ideal y b) para el cobre	

Problema 3: Un cierto gas no ideal obedece a la siguiente ecuación de estado:

$PV = C_1 T + C_2 T^2$; $\quad C_1\ y\ C_2\ constantes$

Obtenga una expresión para el coeficiente de dilatación cúbica

Resp: $\frac{C_1 + 2\, C_2 T}{C_1 T + C_2 T^2}$

Problema 4: Una ecuación de estado aproximada es:

$$P(v - b) = RT$$

Calcular los coeficientes de dilatación y compresibilidad de una sustancia que obedece a esta ecuación de estado.

Resp: $\beta = \frac{v-b}{vT}$; $\kappa = \frac{(v-b)^2}{RTv}$

Problema 1: Hallar el volumen final de 200 g de agua que experimentan una compresión isotérmica a 25°C desde 1 bar hasta 300 bar. Datos: Densidad del agua $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ y compresibilidad isotérmica $\kappa = 4.58\, x10^{-10}\, \frac{1}{Pa}$

Datos:
T = 25°C = cte
m = 200 g = 200 x 10^{-3} kg
P_i = 1 bar = $1x10^5$ Pa
P_f = 300 bar = 300 x 10^5Pa

$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$
$\kappa = 4.58\, x\, 10^{-10} \frac{1}{Pa}$
V_f = ?

Desarrollo

Sabemos que: $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \; y \; \kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

$dV = V\beta dT - V\kappa\, dP$ Como T = cte → dT = 0

$$dV = -V\kappa\, dP$$

$\frac{dV}{V} = -\kappa\, dP \quad \rightarrow \quad \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -\kappa \int_{P_i}^{P_f} dP$

$$ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -\kappa\left(P_f - P_i\right)$$

$\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = e^{-\kappa\left(P_f - P_i\right)}$; $V_i = \frac{m}{\rho} = \frac{200\, x\, 10^{-3} kg}{1000 \frac{kg}{m^3}} = 2\, x10^{-4} m^3$

$$V_f = V_i\, e^{-\kappa\left(P_f - P_i\right)} = 2\, x10^{-4} m^3\, e^{-4.58\, x\, 10^{-10} \frac{1}{Pa}\, x\, (300-1)\, x\, 1\, x\, 10^5 Pa}$$

$$\boldsymbol{V_f = 1.973\, x\, 10^{-4} m^3}$$

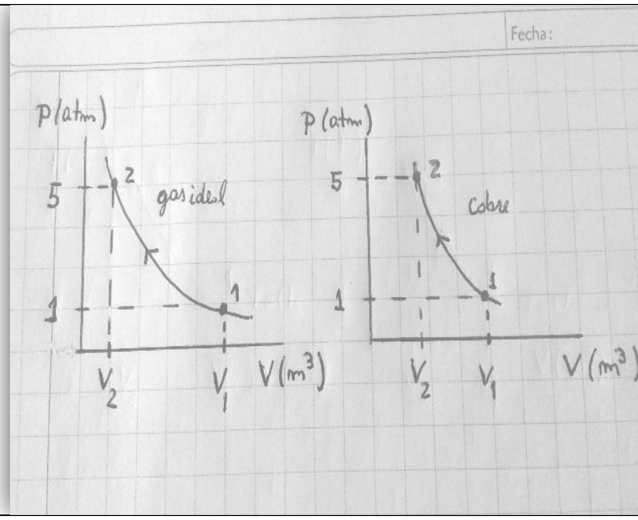
Problema 2: Un gas ideal y un bloque de cobre tienen volúmenes iguales de 0.5 m^3 a 300 K y presión atmosférica. La presión de ambos se incrementa reversible e isotérmicamente a 5 atm.
La compresibilidad del cobre es $\kappa = 0.7\ x\ 10^{-6}\ atm^{-1}$.
Calcular en cada caso el cambio de volumen experimentado.

Desarrollo

Datos:

$V_1 = 0.5\ m^3$
T = 300 K
$P_1 = 1$ atm
$\kappa = 0.7\ x\ 10^{-6}\ atm^{-1}$
$P_2 = 5$ atm

Calcular
$\Delta V = ?$
a)Para gas ideal y b) para el cobre



a) Gas ideal a T = 300 K = cte

$PV = nRT\ = cte$

$P_1V_1 = P_2V_2\ \rightarrow\ V_2 = \frac{P_1}{P_2}V_1 = \left(\frac{1\ atm}{5\ atm}\right)x0.5\ m^3 = 0.1\ m^3$

Luego $\Delta V = V_2 - V_1 = 0.1\ m^3 -\ 0.5\ m^3 =\ -0.4\ \ m^3$

b) Cobre

$Dato\ \kappa = 0.7\ x\ 10^{-6}\ atm^{-1}$

$\kappa = -\frac{1}{V_1}\left(\frac{V_2 - V_1}{P_2 - P_1}\right) = \ \ -\frac{1}{V_1}\left(\frac{\Delta V}{\Delta P}\right)$ a T = constante

$\Delta V = -\kappa\ V_1 \Delta P = \ -0.7\ x\ 10^{-6} atm^{-1}\ x\ \ 0.5\ m^3\ x\ \ (5-1)atm = \ -1.4\ x\ 10^{-6}\ \ m^3$

Problema 3: Un cierto gas no ideal obedece a la siguiente ecuación de estado:

$PV = C_1T + C_2T^2 \,; \quad C_1 \ y \ C_2 \ constantes$

Obtenga una expresión para el coeficiente de dilatación cúbica

Desarrollo:

Por definición: $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

$$V = \frac{C_1T + C_2T^2}{P}$$

Calculamos la variación de volumen con respecto a la temperatura

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{C_1 + 2\,C_2T}{P}$$

Luego $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{C_1 + 2\,C_2T}{PV} = \frac{C_1 + 2\,C_2T}{C_1T + C_2T^2}$

Problema 4: Una ecuación de estado aproximada es:

$$P(v-b)=RT$$

Calcular los coeficientes de dilatación y compresibilidad de una sustancia que obedece a esta ecuación de estado.

Resp: $\beta=\frac{v-b}{vT}$; $\kappa=\frac{(v-b)^2}{RTv}$