UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Cálculo III Joaquín Riquelme, Javier Salinas Concepción 2025, Mayo

CÁLCULO III

Listado (Integrales múltiples y cambios de variable)

Ejercicios para la práctica

1. Sea $D_1 \subset \mathbb{R}^2$ el disco de centro $(0,0)$ y radio 1. Para $p > -2$, calcule la integral
$$\iint_{D_1} (x^2+y^2)^{\frac{p}{2}} dxdy.$$

2. Sea D la región acotada por el eje x, el eje y y la parábola $x = -4y^2 + 3$, contenida en el primer cuadrante $x \geq 0, y \geq 0$. Calcule
$$\iint_D x^3 y \, dxdy.$$

3. Evalue la integral
$$\iiint_{B_1} (x^2+y^2+z^2) dxdydz$$
donde B_1 es la bola unitaria de centro el origen.

4. Evalue la integral
$$\iint_D xy^2 \, d(x,y), \text{ con } D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, -\sqrt{4-x^2} \leq y \leq \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} \right\}.$$

5. Evalue la integral
$$\iiint_D x \, d(x,y,z), \text{ con } D \text{ la región acotada por los ejes coordenados y el plano } 3x+y+z=2.$$

6. Evalue la integral
$$\iint_D x^2y^2 \, d(x,y), \text{ con } D \text{ región del primer cuadrante entre las curvas } y=x, y=2x \text{ y } xy=1, xy=4.$$

Ejercicios para el estudiante

1. Usando integrales dobles, calcule el volumen de un cono de altura h y de base circular de radio R.

2. Evalue la integral

$$\iint_D (x+y)^2 \, d(x,y), \text{ con } D \text{ la región acotada por las curvas } x = |y| \text{ y } y = 1.$$

3. Evalue la integral

$$\iiint_D 3xy \, d(x,y,z), \text{ con } D \text{ la región sólida acotada por el cono } z = \sqrt{x^2+y^2} \text{ y el cilindro } x^2+y^2 = 1.$$

4. Evalue la integral

$$\iiint_D (x^2 + yz + y^2) \, d(x,y,z)$$

con D el recinto acotado por el cono $z^2 = x^2 + y^2$ y el paraboloide $z = x^2 + y^2$.

5. Calcule el volumen del sólido exterior al cilindro $x^2 + y^2 = 4$ que se encuentra acotado superiormente por el cono $z = 16 - \sqrt{x^2+y^2}$ e inferiormente por el plano XY.

6. Calcule el volumen del sólido que está situado por debajo del paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ y por encima del plano $z = 1 - y$.

7. Calcule el volumen del sólido limitado lateralmente por el cilindro $x^2 + y^2 = 2x$, inferiormente por el plano $z = 0$ y superiormente por el paraboloide $z = x^2 + y^2$.