

# Formulación y Evaluación de Proyectos

## Módulo 9.1 – Ingeniería Económica

---

Profesor: Rubén Darío Uribe Rodríguez (ruburibe@udec.cl)



Ciudad Universitaria, octubre de 2020



# Módulo 9.1

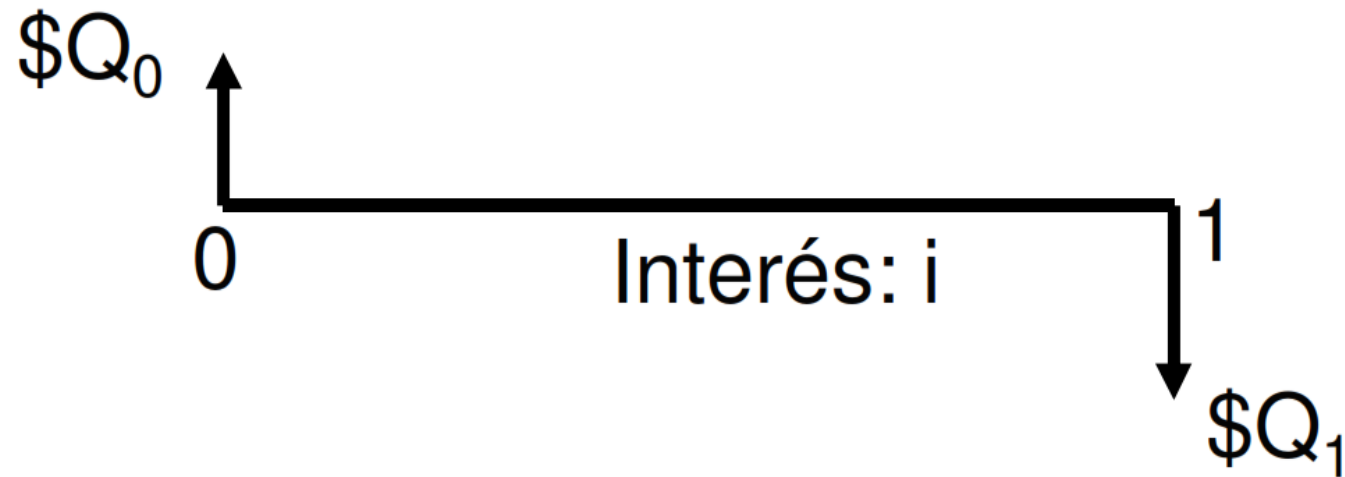
- Valor del dinero en el tiempo
- Principio de Equivalencia
- Interés
- Flujos de Caja
- Terminología para los cálculos en Ingeniería Económica
- Factores de pago único
- Factores de series uniformes
- Combinación de factores

# Valor del dinero

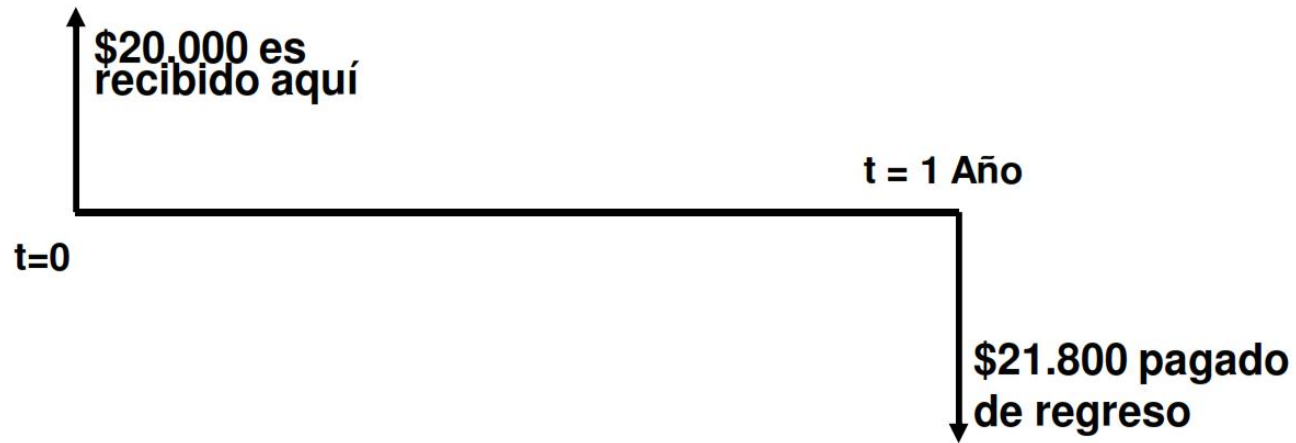
- El tiempo es dinero
- Un peso hoy vale más que mañana
- La variación de la cantidad del dinero en un período de tiempo dado recibe el nombre de valor dinero en el tiempo
- El dinero se valoriza a través del tiempo a una tasa de interés

# Principio de Equivalencia

- Dos cantidades de dinero ubicadas en diferentes puntos del tiempo son equivalentes en términos económicos si al trasladarlas al mismo punto, se hacen iguales en magnitud.



# Equivalencia ilustrada



- \$20.000 ahora es económicamente equivalente a \$21.800 un año desde ahora si la tasa de interés es 9%/año

# Equivalencia Ilustrada

- Para tener equivalencia económica se debe tener
  - Distribución temporal de los flujos de caja
  - Una tasa de interés ( $i\%$  por período de interés)
  - Número de períodos de interés ( $n$ )

# Interés

- Diferencia entre la cantidad final de dinero y la cantidad original.

$$\textit{Interés} = \textit{Cantidad final} - \textit{Cantidad incial}$$

- El interés puede ser visto desde dos perspectivas:
  - Situación de inversión o préstamo

- INVERSIÓN:

$$\textit{Interés} = \textit{Valor ahora} - \textit{Cantidad original}$$

- PRÉSTAMO

$$\textit{Interés} = \textit{Total adeudado ahora} - \textit{Cantidad original}$$

# Tasa de interés

- Porcentaje de variación de una cantidad de dinero durante un periodo de tiempo específico

$$i = \frac{F - P}{P} \cdot 100\%$$

- Donde  $F$  = Cantidad Final,  $P$  = Principal (Cantidad original)
- La unidad de tiempo de la tasa recibe el nombre de periodo de interés.
- Ejemplos: año, mes, día



# Ejemplo

- \$100 hoy son equivalentes a \$120 dentro de un año.

$$\textit{Interés} = 120 - 100 = 20$$

$$i = 20\% \textit{ anual}$$

# Tasa de interés - Notación

- Notación
- $I$  = Cantidad de interés
- $i$  = Tasa de interés (%/interés por periodo)
- $n$  = Número de periodos (por ejemplo, 1 mes)

# Ejemplo Perspectiva de Préstamo

- Pedir prestado \$20.000 por 1 año al 9% de interés anual
- $i = 9\% = 0,09$  por año y  $n = 1$  año
- A final del año 1 se deberá pagar:

$$\$20.000 + 0,09 \cdot \$20.000 = \$21.800$$

- Interés:

$$I = 0,09 \cdot \$20.000 = \$1.800$$

# Ejemplo Perspectiva de Inversión

- Asuma que usted hace una inversión de \$20.000 por un año en un negocio que retorna, 9% anual.
- Al final del año tendrá:
  - Los \$20.000 originales de regreso
  - El 9% de retorno sobre \$20.000, esto es, \$1.800
- Diremos que ganó un 9%/año sobre su inversión. Esta es la tasa de retorno sobre la inversión.

# Interés Simple y Compuesto

- Existen dos tipos de cálculos de interés
  - Interés Simple
  - Interés Compuesto
- El interés compuesto es más utilizado en el mundo y se aplica a la mayoría de las situaciones.
- El interés simple sólo se usa en los libros de Ingeniería Económica.
- Ambos tipos de interés son iguales cuando existe sólo un periodo.

# Interés Simple

- Es calculado solamente sobre el monto principal.
- Interés Simple es:

$$\textit{Interés} = \textit{Principal} \cdot \textit{Tasa de interés} \cdot \textit{Tiempo}$$

$$\$I = P \cdot i \cdot n$$

# Interés Compuesto

- En una situación multiperiodo con interés simple:
- El interés acumulado no gana interés adicional durante el tiempo transcurrido en el periodo.
- Normalmente, la suma total pedida prestada es pagada de regreso al final del periodo de tiempo acordado más el interés acumulado.

# Interés Compuesto

Es el interés generado durante cada periodo y se calcula sobre el principal más el total del interés generado en todos los periodos anteriores.

$$\text{Interés} = (\text{Principal} + \text{Interés acumulado}) \cdot \text{Tasa de interés}$$

- Refleja el efecto del valor del dinero en el tiempo.



# Ejemplo

- Se pide un préstamo de \$1.000 al 14% anual. ¿Cuánto dinero se deberá al cabo de tres años si se utiliza interés simple y cuánto si se utiliza interés compuesto?
- Interés simple:
  - Interés por año =  $\$1.000 \cdot 0,14 = \$140$
  - Total de intereses =  $\$1.000 \cdot 0,14 \cdot 3 = \$420$

Año	Cant. Prestada	Interés	Cant. acumulada	Cant. pagada
0	\$1.000			
1	—	\$140	$\$1.000 + \$140 = \$1.140$	\$0
2	—	\$140	$\$1.140 + \$140 = \$1.280$	\$0
3	—	\$140	$\$1.280 + \$140 = \$1.420$	\$1.420

# Interés Compuesto

Año	Cant. Prestada	Interés	Cant. acumulada	Cant. pagada
0	\$1.000			
1	—	\$140	$\$1.000 + \$140 = \$1.140$	\$0
2	—	\$159,6	$\$1.140 + \$159,6 = \$1.299,6$	\$0
3	—	\$181,94	$\$1.299,6 + \$181,94 = \$1.481,54$	\$1.481,54

# Flujo de Caja

- La ingeniería económica ha desarrollado una técnica gráfica para presentar un problema tratando con flujos de caja y su timing.
- Esta técnica es denominada Diagrama de Flujo de Caja
- Flujos de Caja Positivos
  - Dinero que ingresa a la empresa desde fuera
  - Ingresos, ahorros, valores de reventa, etc.
- Flujos de Caja Negativos
  - Desembolsos
  - Primer costo de activos, trabajos, salarios, impuestos pagados, intereses, rentas, etc.

# Flujo de Caja Neto

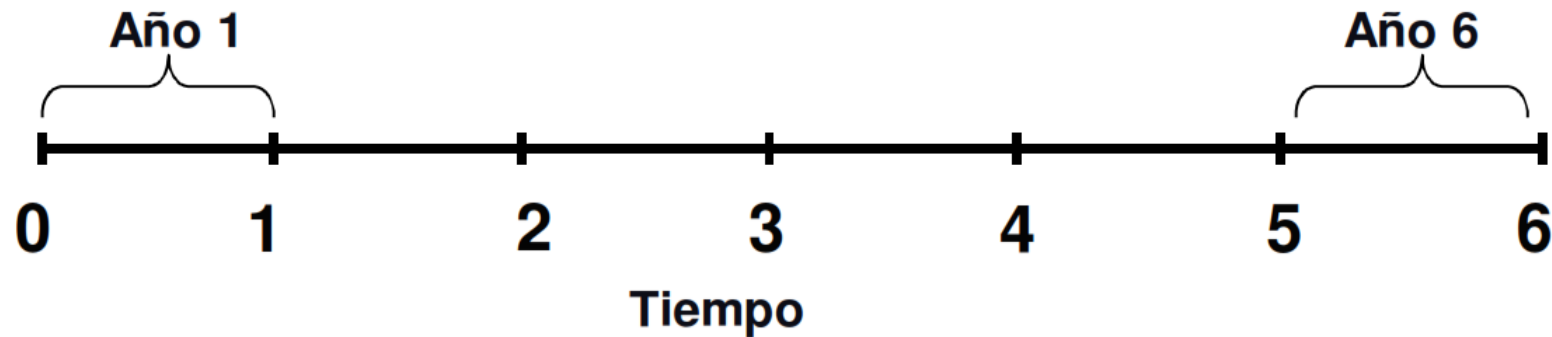
- Un flujo de caja neto es:
  - Ingresos - Desembolsos (para un periodo de tiempo dado)
- **Supondremos que todos los flujos de caja son asumidos que ocurren al fin de periodo de interés, incluso si el flujo de dinero ocurre dentro del periodo de interés (convención de fin de periodo).**
- Esto es para propósitos de simplificación.

# Diagrama de Flujo de Caja

- Es una herramienta de análisis extremadamente valiosa
- Primer paso en el proceso de solución
- Representación gráfica en una escala temporal
- No tiene que ser dibujado a escala exacta, pero debería ser ordenado y apropiadamente etiquetado

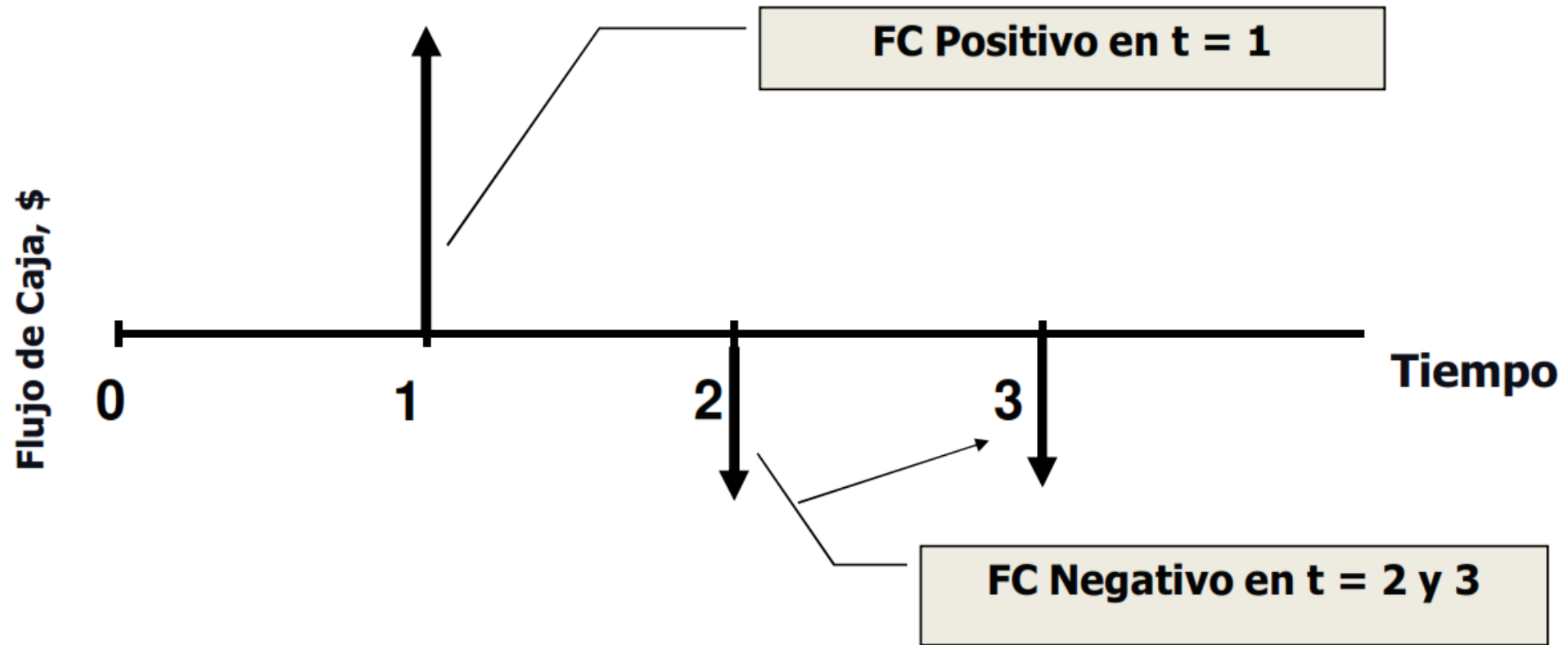
# Ejemplo de Diagrama de Flujo de Caja

- Asuma un problema de 6 años
- La línea de tiempo es mostrada a continuación



- “Ahora” es denotado como  $t = 0$

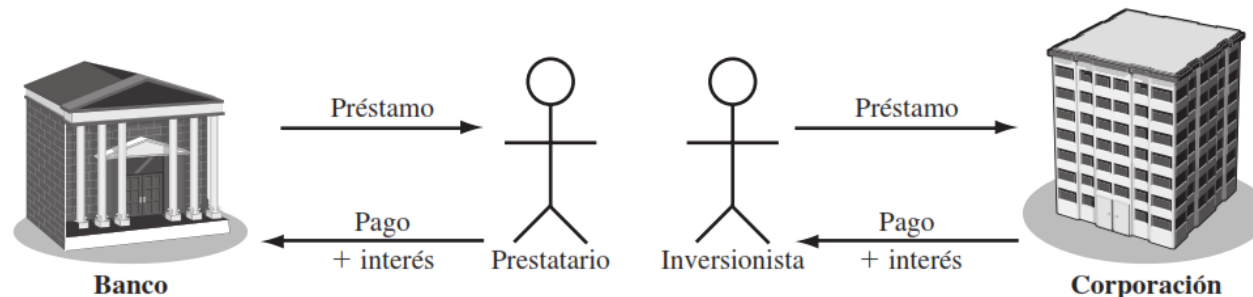
# Ejemplo



- Flujos de caja positivos son normalmente dibujados hacia arriba
- Flujos de caja negativos son normalmente dibujados hacia abajo

# Perspectiva del Problema

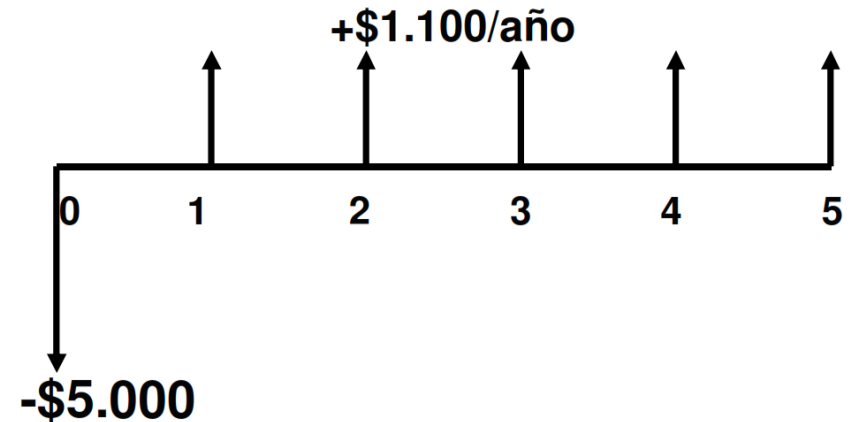
- Antes de resolver, uno debe decidir sobre la perspectiva del problema.
- La mayoría de los problemas presentan dos perspectivas.
- Por ejemplo, en una situación de pedir prestado dinero:
  - Perspectiva 1: Desde el punto de vista del prestador
  - Perspectiva 2: Desde el punto de vista del que pide prestado



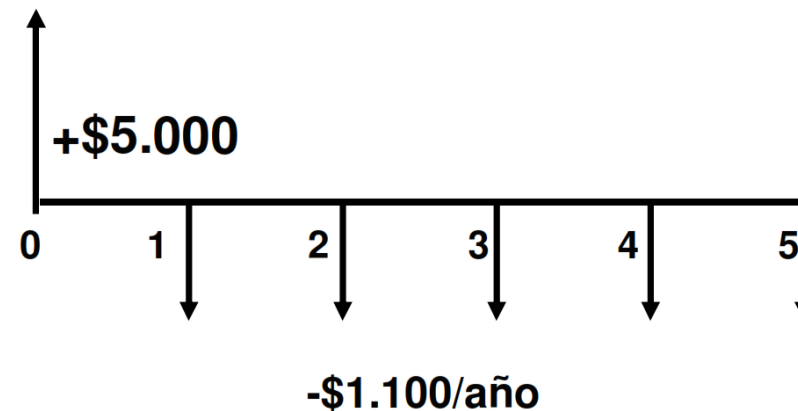


# Ejemplo Prestamista-Deudor

- Supongamos que un monto de \$5.000 es pedido prestado, y que los pagos son de \$1.100 por año.
- Diagramas del flujo de caja:
- Desde la perspectiva del prestamista:



- Desde la perspectiva del deudor:

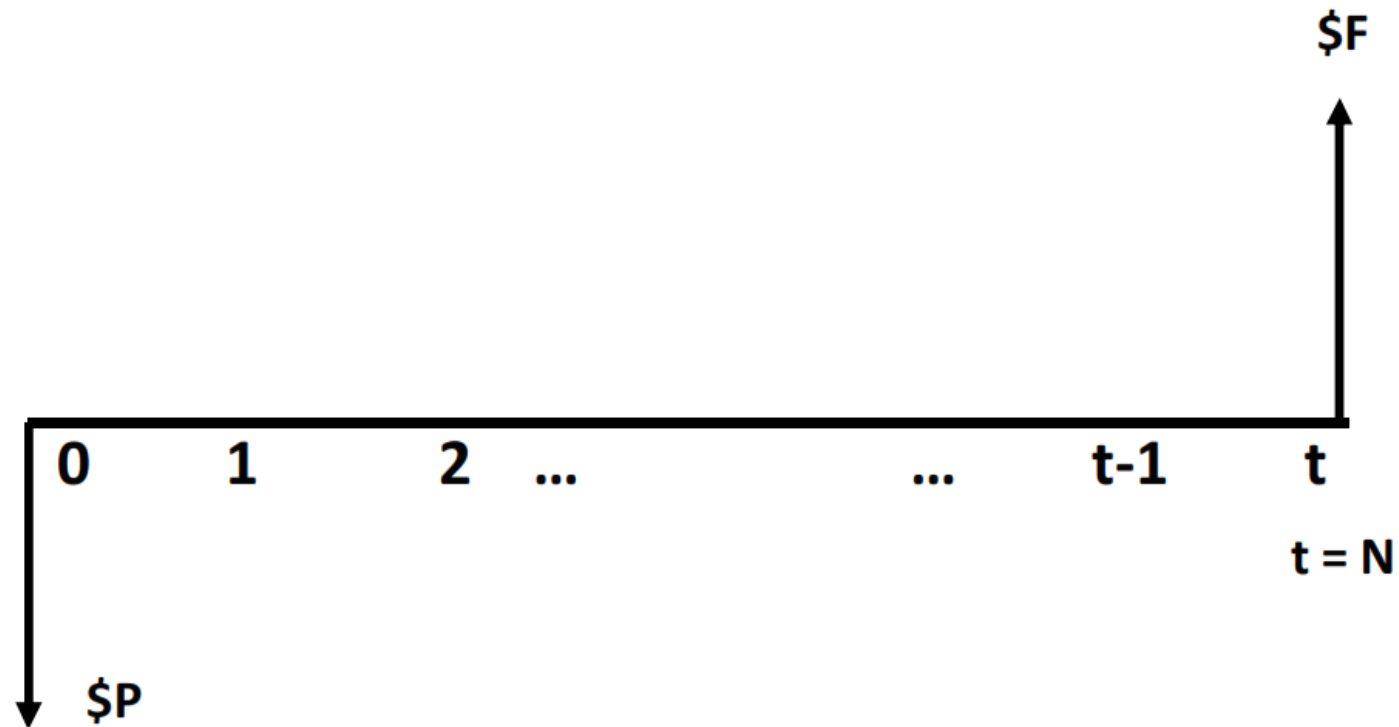


# Terminología

- $P$  = Valor presente (VP) o en tiempo 0
- $F$  = Valor futuro
- $A$  = Anualidad o cantidad de dinero en una unidad constante de tiempo
- $n$  = Número de periodos de interés
- $i$  = Tasa de interés o tasa de retorno por periodo
- TMAR = Tasa mínima atractiva de retorno
- VAN = Valor Actual Neto

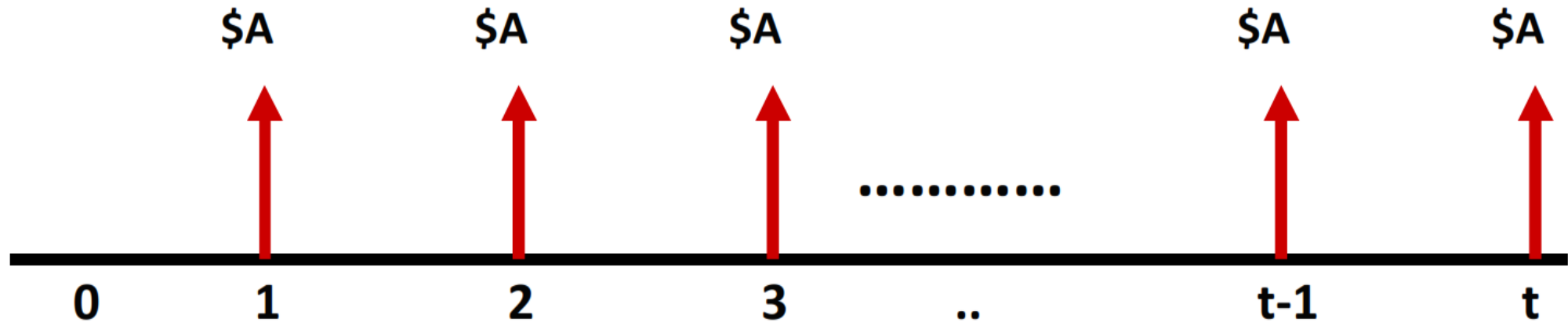
# P y F en un Flujo de Caja

- Los símbolos P y F representan lo que ocurre en un periodo del tiempo:



# Anualidades en un Flujo de Caja

- Diagrama de Flujo de Caja para cantidades anuales iguales sería como sigue:



- $A$  = Cantidades de flujo de caja iguales al final de cada periodo

# Soluciones Computacionales

- El uso de hojas de cálculo similares a la de Microsoft Excel es fundamental para el análisis de problemas de ingeniería económica.
- Se espera que se conozca como manipular datos y diversas funciones comunes a las hojas de calculo.
- Microsoft Excel soporta (entre muchas otras) seis funciones para asistir el análisis del valor del dinero en el tiempo.

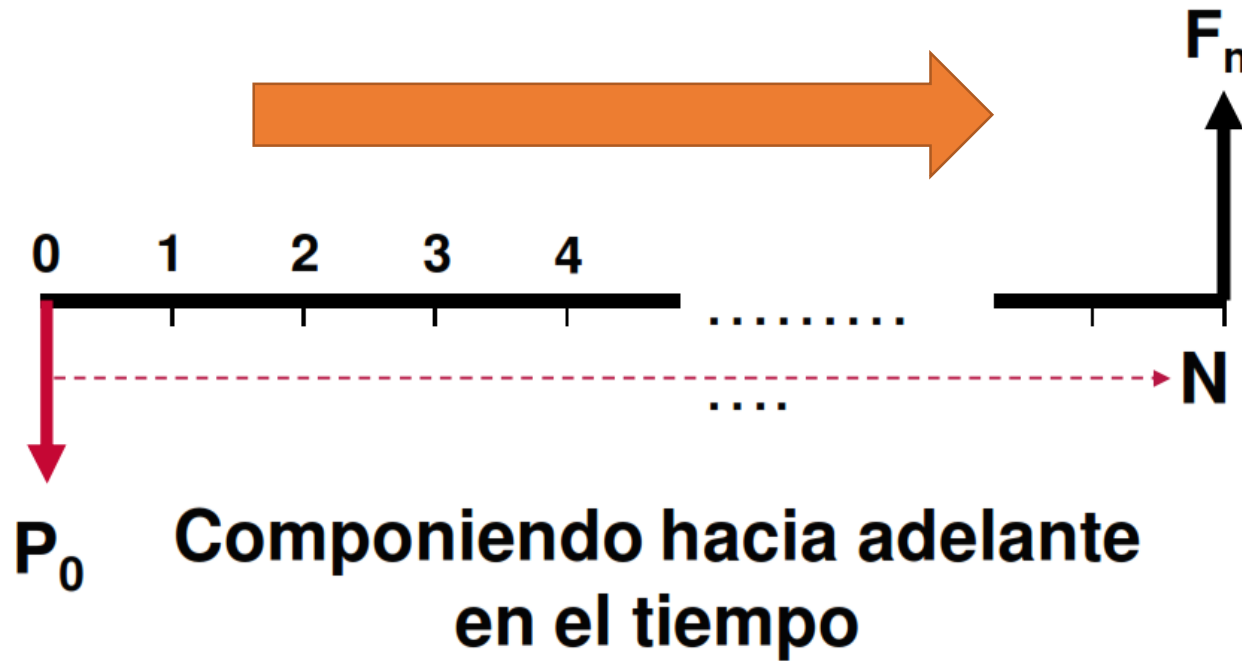
# Funciones Financieras en Excel

- Para encontrar el valor presente P:  $VA(i\%,n,A,F)$
- Para encontrar el valor futuro F:  $VF(i\%,n,A,P)$
- Para encontrar pagos periódicos iguales A:  $PAGO(i\%,n,P,F)$
- Para encontrar el número de periodos n:  $NPER(i\%,A,P,F)$
- Para encontrar la tasa de interés compuesta i:  $TASA(n,A,P,F)$
- Para encontrar la tasa de interés compuesta i:  $TIR(celda\_1:celda\_n)$
- Para encontrar el valor presente P **de una serie**:  $VNA(i\%,P\_1:P\_n)+P\_0$

Factores: ¿Cómo el tiempo  
y el interés afectan el  
dinero?

# Factores de pago único

- **F/P**: Valor futuro (F) de una cantidad presente (P) que se acumula después de  $n$  periodos de tiempo.





# Derivación por recursividad: Factor F/P

- $F_1 = P(1 + i)$
- $F_2 = F_1(1 + i)$ , pero:
- $F_2 = P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$
- $F_3 = F_2(1 + i) = P(1 + i)^2(1 + i) = P(1 + i)^3$
- Y así, en general

$$F_n = P(1 + i)^n$$

$$F_n = P(F/P, i\%, n)$$

- Luego:

$$(F/P, i\%, n) = (1 + i)^n$$

# Construyendo el Factor P/F

- Ya obtuvimos que:

$$F_n = P(1 + i)^n$$

- Entonces:

$$P = F_n \cdot \frac{1}{(1 + i)^n}$$

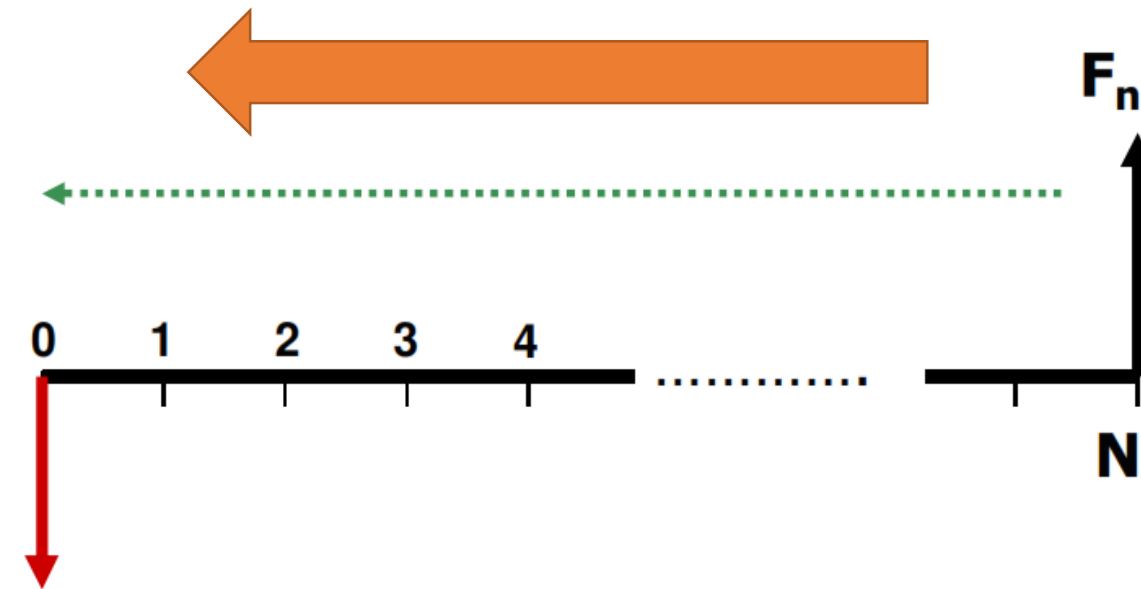
$$P = F_n(P/F, i\%, n)$$

- Luego:

$$(P/F, i\%, n) = \frac{1}{(1 + i)^n}$$

# Factor P/F: descontando al presente

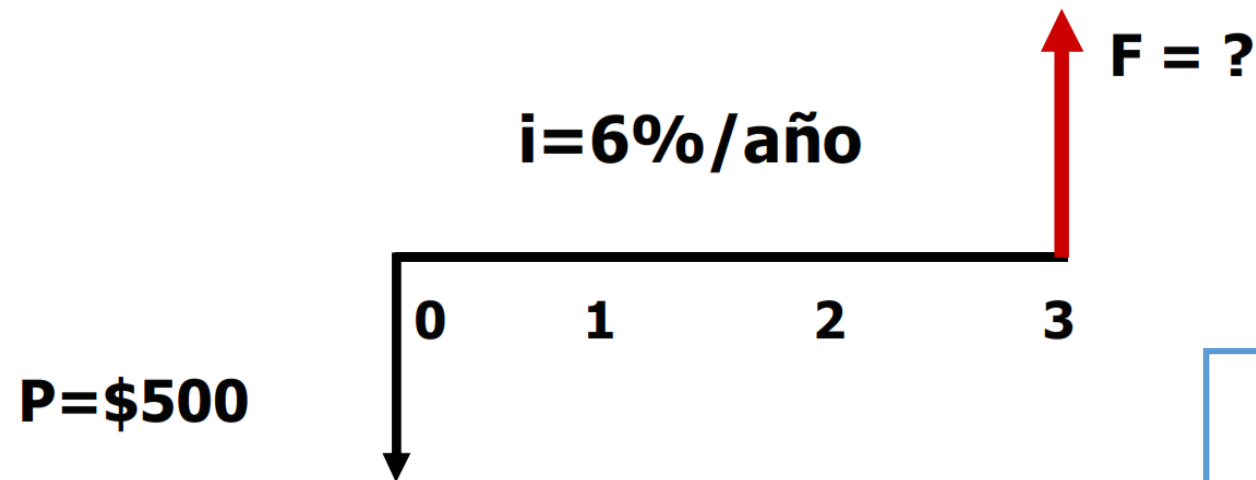
- Descontando de futuro a presente:



**Factor P/F trae una única suma futura de regreso a un punto específico en el tiempo.**

# Ejemplo 1

- \$500 son depositados en una cuenta de ahorros. ¿Cuánto se tendría en tres años si el banco paga un interés del 6% anual?



- Solución:

- $P = 500, i = 6\%, n = 3, F = ?$
- $F = 500(F/P, 6\%, 3) = 500(1 + 0,06)^3 = 595,5$

$$F_n = P(F/P, i\%, n)$$
$$F_n = P(1 + i)^n$$

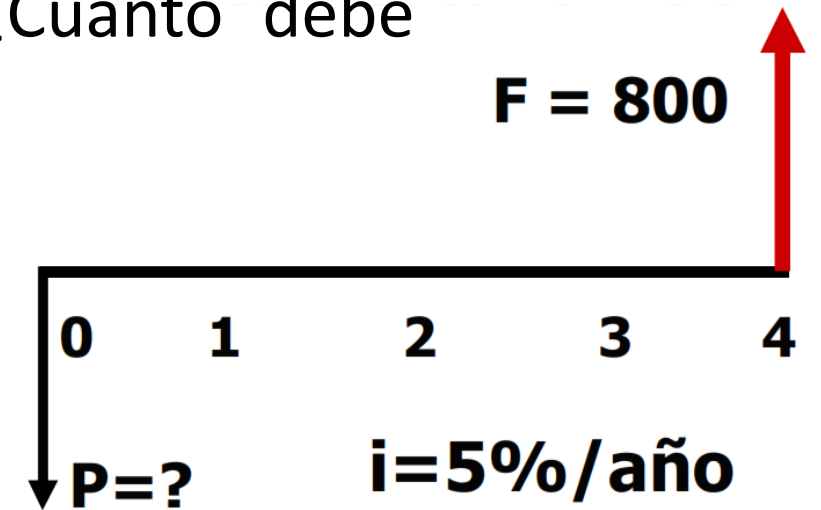
## Ejemplo 2

- Se ahorra \$1.000.000 el 01 de marzo del 2020, en un banco a una tasa de interés del 1% mensual. ¿Cuál será el valor futuro al 30 de junio de 2020? ¿Cuál será el valor futuro al 31 de diciembre de 2021?
- Solución:
- $P = 1.000.000, i = 1\%, n = 4 \text{ y } 22, F = ?$
- $F_4 = 1.000.000(F/P, 1\%, 4) = 1.000.000 \cdot (1 + 0,01)^4 = \$1.040.604$
- $F_{22} = 1.000.000(F/P, 1\%, 22) = 1.000.000 \cdot (1 + 0,01)^{22} = \$1.244.716$

$$F_n = P(F/P, i\%, n)$$
$$F_n = P(1 + i)^n$$

# Ejemplo 3

- Se desea tener \$800 en una cuenta de ahorros al final de cuatro años, el banco paga un 5% anual. ¿Cuánto debe depositar en la cuenta de ahorros?

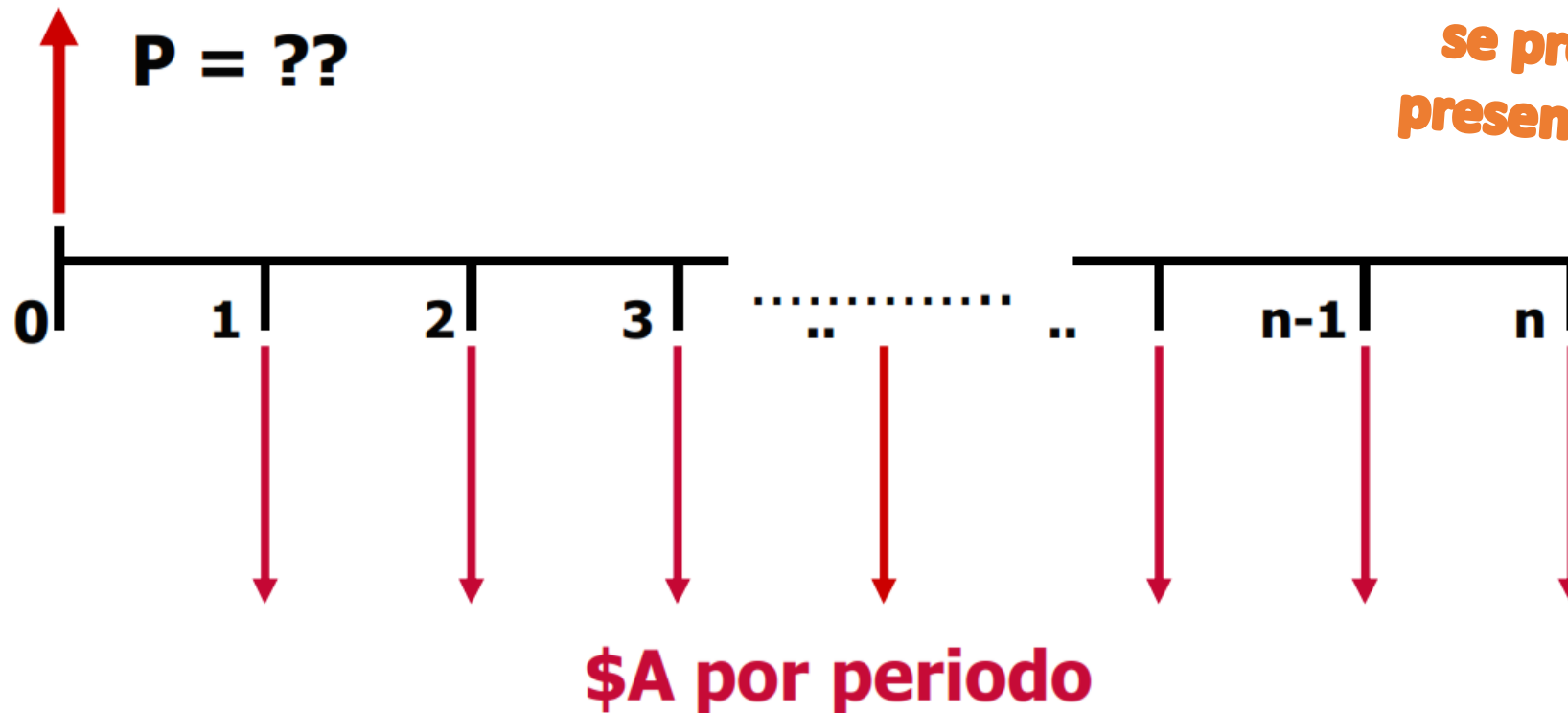


- Solución:
  - $F = 800, n = 4, i = 5\%, P = ?$
  - $P = 800(P/F, 5\%, 4) = 800 \cdot \frac{1}{(1+0,05)^4} = 658,16$

$$P = F_n(P/F, i\%, n)$$
$$P = F_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

# Factores de series uniformes: P/A

- **P/A**: Valor presente (P) de una serie uniforme A que se extiende n periodos de tiempo en el futuro.



**Ojo con el año donde se produce el valor presente equivalente!**

# Factor P/A

- Escribiendo una expresión para el valor presente para una serie uniforme A:

$$P = \frac{A}{(1+i)^1} + \frac{A}{(1+i)^2} + \dots + \frac{A}{(1+i)^{n-1}} + \frac{A}{(1+i)^n}$$

- Después de una serie de cálculos se llega a la expresión que convertirá una anualidad de flujo de caja a una cantidad de valor presente **un periodo a la izquierda de la primera anualidad**

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \quad \text{para } i \neq 0$$



# Factor P/A

- Luego, el factor P/A es:

$$(P/A, i\%, n) = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right]$$

# Factor A/P

- Dada la ecuación para obtener un valor presente dada una serie uniforme:

$$P = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right]$$

- Despejamos A y se tiene que:

$$A = P \left[ \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

$$A = P(A/P, i\%, n)$$

- Luego:

$$(A/P, i\%, n) = \left[ \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

# Ejemplo 1

- Dada la opción de los dos planes que se presentan a continuación, ¿cuál elegiría si la tasa de interés es del 10% anual?

Año	Plan 1	Plan 2
0	\$3.800	
1		\$1.000
2		\$1.000
3		\$1.000
4		\$1.000
5		\$1.000
“Total”	“\$3.800”	“\$5.000”

# Ejemplo 1: Solución

$$P = A(P/A, i\%, n)$$
$$P = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right]$$

- Para el Plan 1:

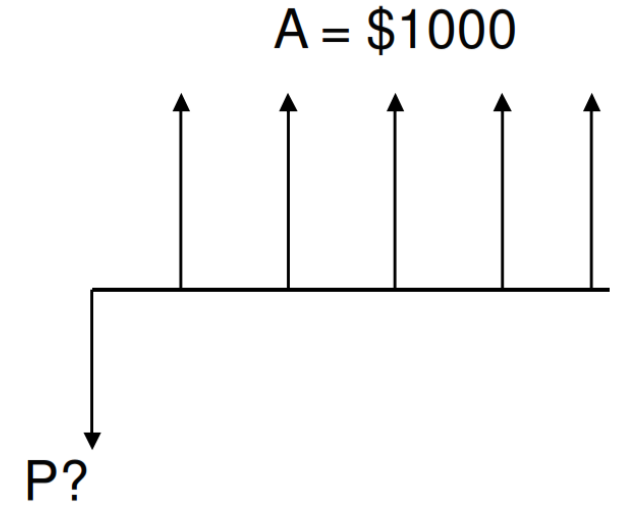
$$P = \$3.800$$

- Para el Plan 2

$$P = 1000(P/A, 10\%, 5)$$

$$P = 1000 \cdot 3,79078$$

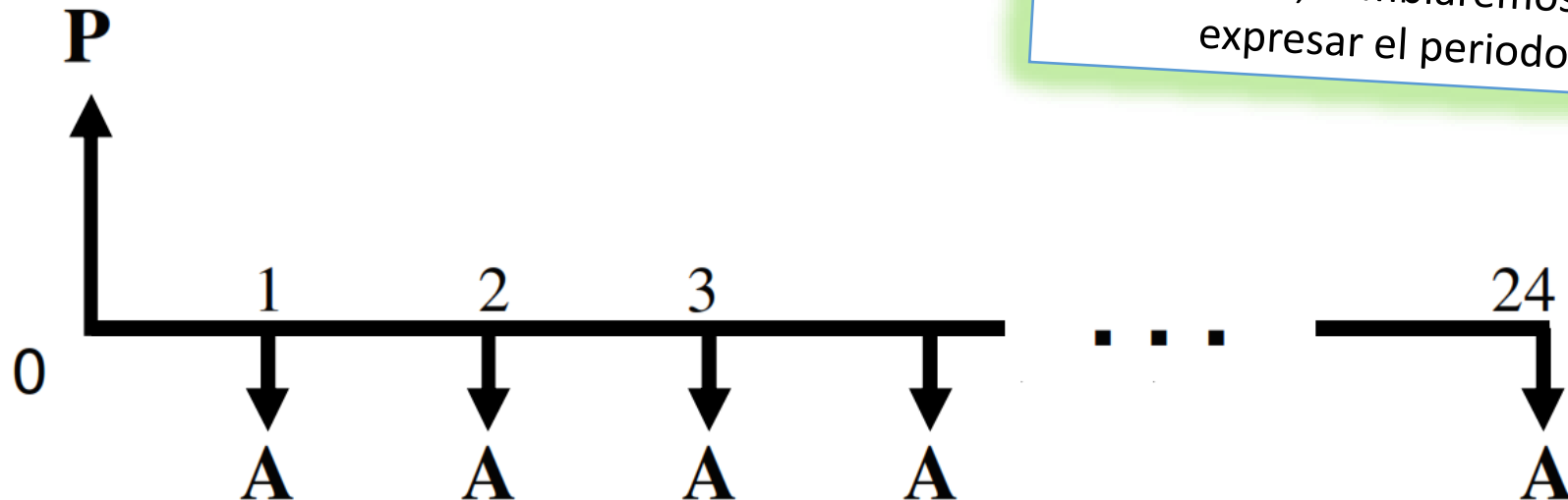
$$P = \$3.790,78$$



- Luego, la alternativa 1 es mejor que la 2, ya que tiene un valor presente mayor (asumiendo que se está recibiendo los pagos y no pagándolos).
- Si la tasa es 9,9% aún convendrá la alternativa 1?

## Ejemplo 2

- Se hace un préstamo de un millón de pesos al 0,5% de interés mensual para pagarlo en cuotas iguales cada mes. ¿Cuál es el valor de la cuota mensual 2 años plazo?
- Solución:



Como la tasa de interés está de forma mensual, cambiaremos la forma de expresar el periodo a meses

## Ejemplo 2: Solución

- Datos:

- $P = 1.000.000$
- $i = 0,5\% \text{ mensual} = 0,005$
- $n = 2 \text{ años} = 24 \text{ meses}$
- $A = ?$

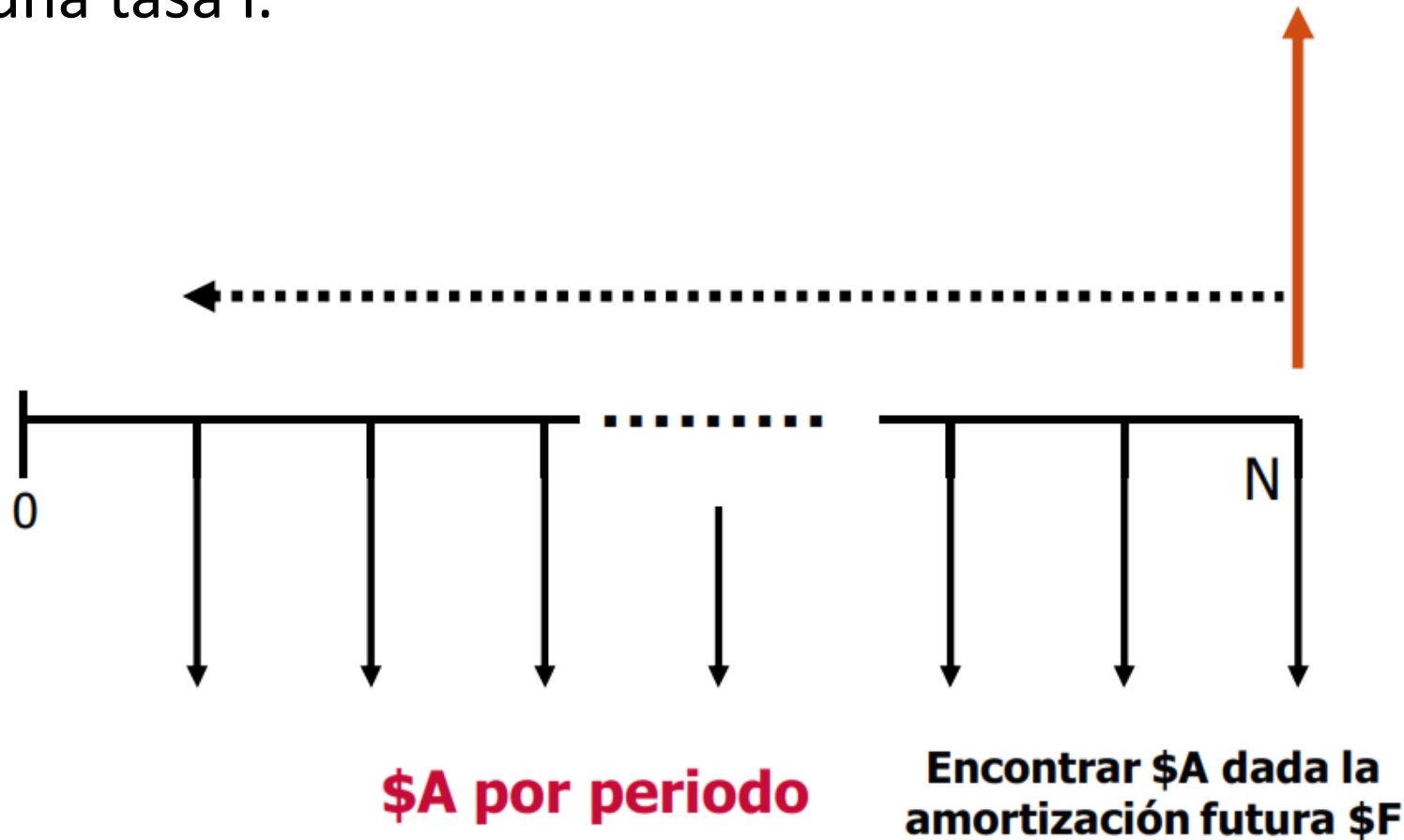
$$A = P(A/P, i\%, n)$$
$$A = P \left[ \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

- Luego,

$$A = 1.000.000 \left[ \frac{0,005 \cdot (1 + 0,005)^{24}}{(1 + 0,005)^{24} - 1} \right] = \$44.320,6$$

# Factores de series uniformes: F/A

- F/A: Cantidad futura (F) dada una serie uniforme A en n periodos de tiempo a una tasa i.



# Obteniendo el factor F/A

- Utilizando las fórmulas para F/P y P/A:

$$F_n = P(1 + i)^n$$

$$P = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right]$$

- Juntando ambas ecuaciones se tiene que:

$$F_n = P(1 + i)^n = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right] (1 + i)^n$$

$$F_n = P(1 + i)^n = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$



# Factores $F/A$ y $A/F$

- Y así el factor  $F/A$  es:

$$(F/A, i\%, n) = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

- Ahora, resolviendo para  $A$  en términos de  $F$ :

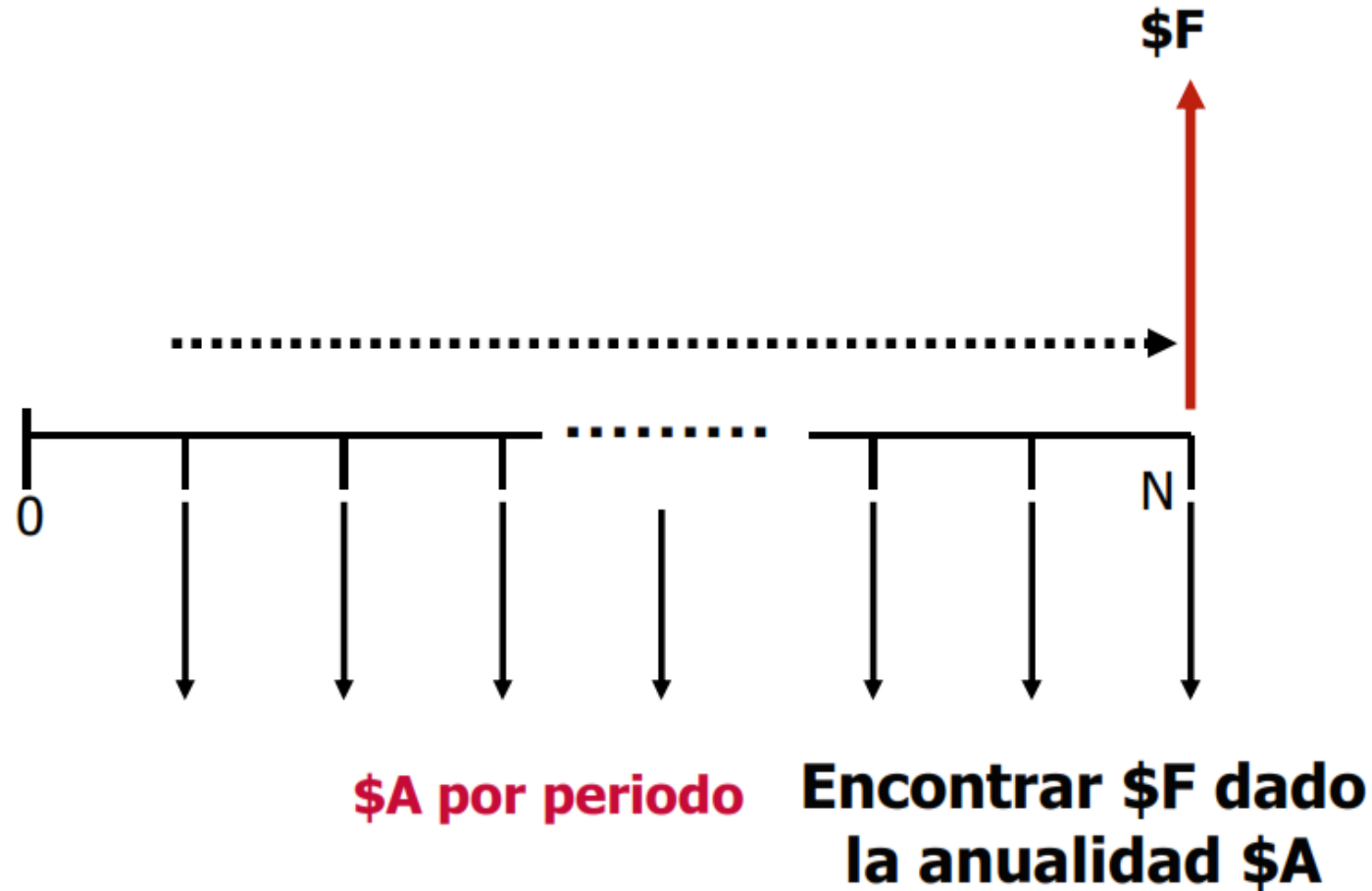
$$F_n = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Leftrightarrow A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

- Y así, el factor  $A/F$  es:

$$(A/F, i\%, n) = \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

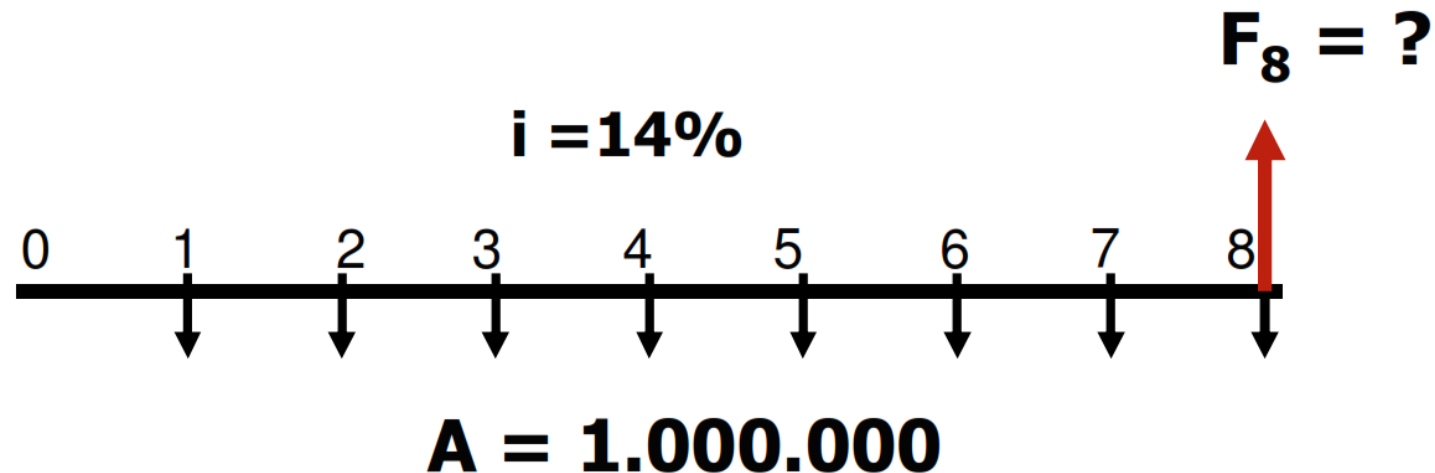
# Idea gráfica

**Ojo con el año donde se produce el valor futuro equivalente!**



# Ejemplo 1

- Se desea conocer el valor futuro de \$1.000.000 invertidos al final de cada año durante 8 años, comenzando en un año desde ahora. La tasa de interés es 14% por año.
- Datos:
  - $A = 1.000.000$ ,  $n = 8$ ,  $i = 14\%$



# Ejemplo 1: Solución

- El diagrama de flujo de caja muestra los pagos anuales empezando al final del año 1 y finalizando en el año 8. Los flujos de caja son \$1.000.000. El valor en 8 años es:

$$F = 1.000.000(F/A, 14\%, 8)$$

$$F = 1.000.000 \cdot \left[ \frac{(1 + 0,14)^8 - 1}{0,14} \right]$$

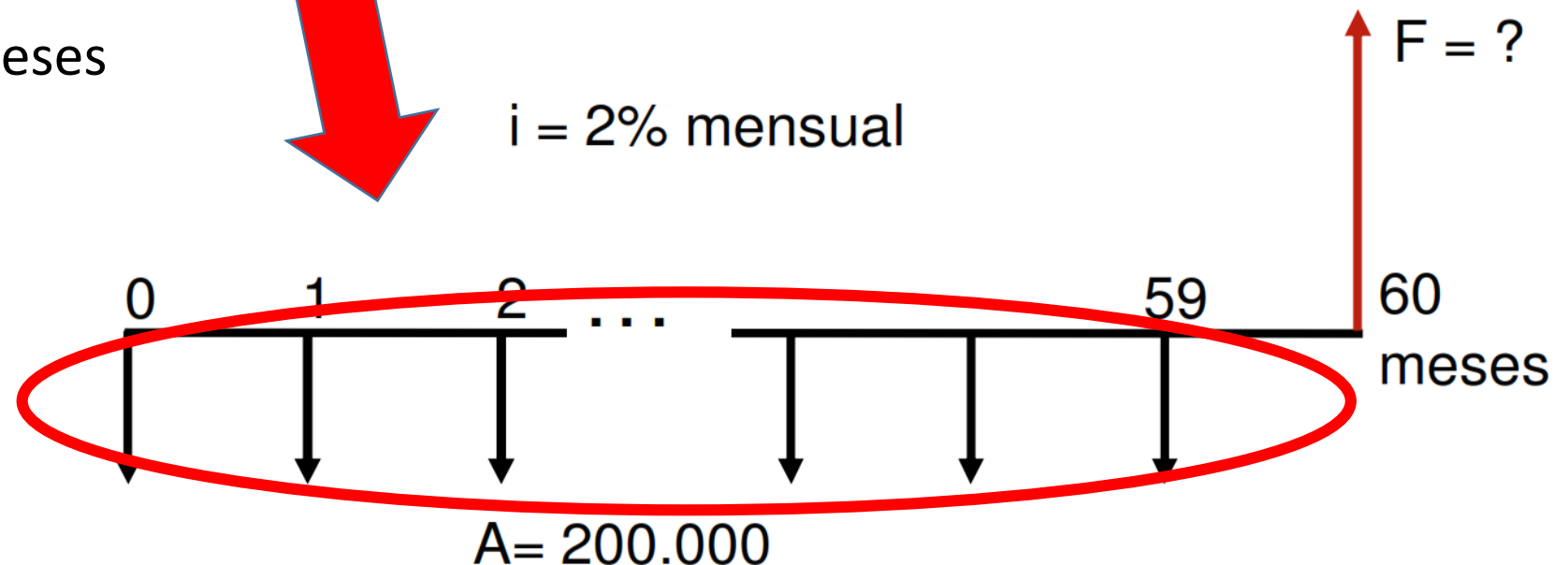
$$F = \$13.232.760$$

## Ejemplo 2

- Se ahorran \$200.000 al principio de cada mes en un banco con un 2% efectivo mensual, durante 5 años. ¿Cuál es el valor acumulado al final del último mes?

- Solución:

- $A = 200.000$
- $n = 5 \text{ años} = 60 \text{ meses}$
- $i = 2\% \text{ mensual}$



## Ejemplo 2: Solución

- Como los flujos ocurren al principio de cada mes, entonces **este problema se tratará como si los 60 flujos ocurriesen desde el mes 0 hasta el mes 59.**
- Primero: Recordamos que la formula

$$F_n = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

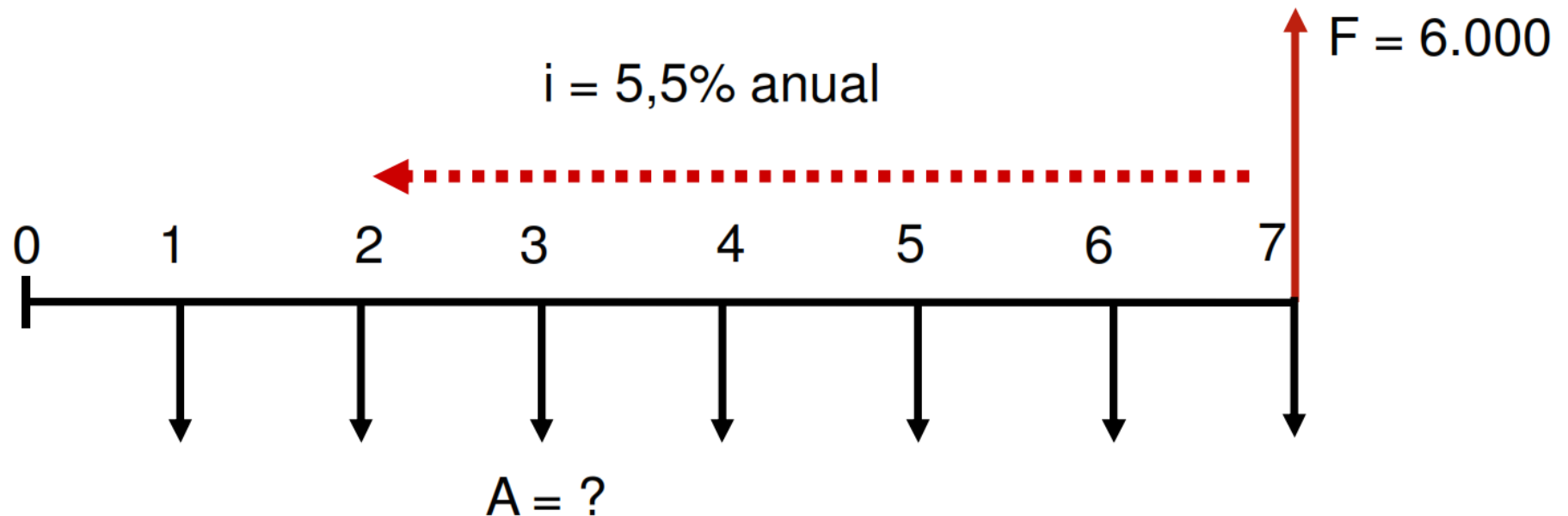
- Nos da el valor futuro en el periodo  $n$  de una serie uniforme (que tiene su último flujo en el periodo  $n$ ).
- Luego, en este caso, el valor futuro que obtendremos estará en términos del mes 59

## Ejemplo 2: Solución

- $F_{59}$  = valor futuro de los 60 ahorros en el mes 59
- $F_{59} = 200.000(F/A, 2\%, 60)$
- $F_{59} = 200.000 \left[ \frac{(1+0,02)^{60}-1}{0,02} \right] = 22.810.307,8$
- Ahora, recordando que necesitamos saber cuál es el valor acumulado al final del último mes (mes 60), entonces el valor obtenido deberá ser escrito en términos equivalentes al mes 60:
- $F_{60} = F_{59} \cdot (1 + 0,02)^1 = 22.810.307,8 \cdot 1,02 = \$23.266.513,96$

## Ejemplo 3

- ¿Cuánto dinero debería depositar cada año empezando un año desde ahora para acumular \$6.000 en siete años? Suponga una tasa de interés del 5,5% anual.





## Ejemplo 3: Solución

- El diagrama muestra los flujos desde la perspectiva del depositante.

$$A = 6.000(A/F, 5,5\%, 7)$$

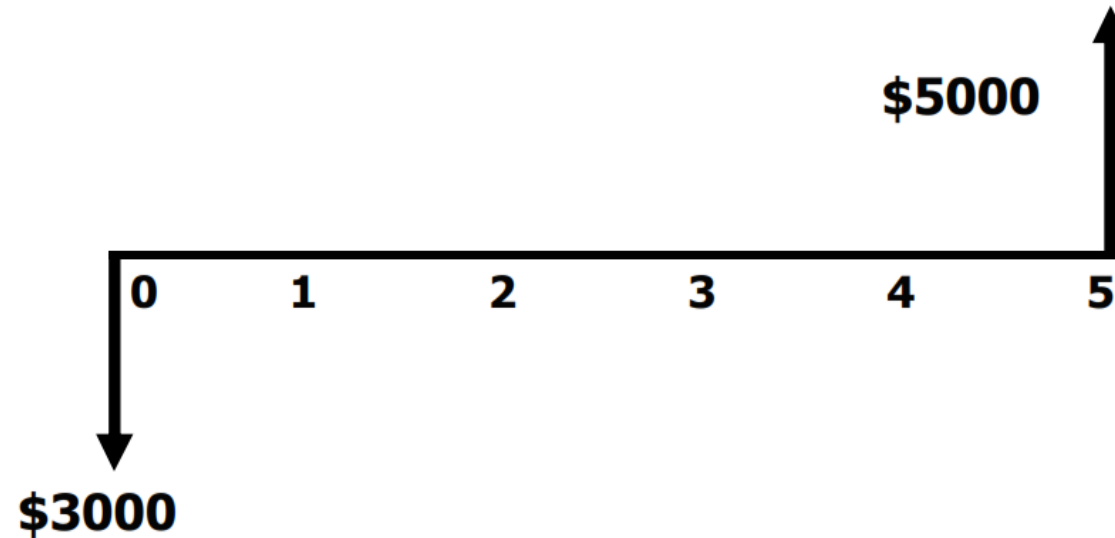
$$A = 6000 \cdot \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = \$725.786$$

# Determinación de $i$

- Hay problemas en los cuales se conocen todos los parámetros, excepto la tasa de interés.
- Para muchas aplicaciones, esto llega a ser una tarea difícil.
- En algunos casos:
  - $i$  puede ser fácilmente determinado
  - En otros, se debe usar la prueba y error.

## Ejemplo 1:

- Asuma que se puede invertir \$3.000 ahora en un negocio en el cual se reciben \$5.000 en cinco años. ¿Cuál es la tasa de retorno que iguala estos dos flujos?



# Ejemplo 1: Solución

- Sabemos que:

$$F = P(1 + i)^n$$

$$5000 = 3000(1 + i)^5$$

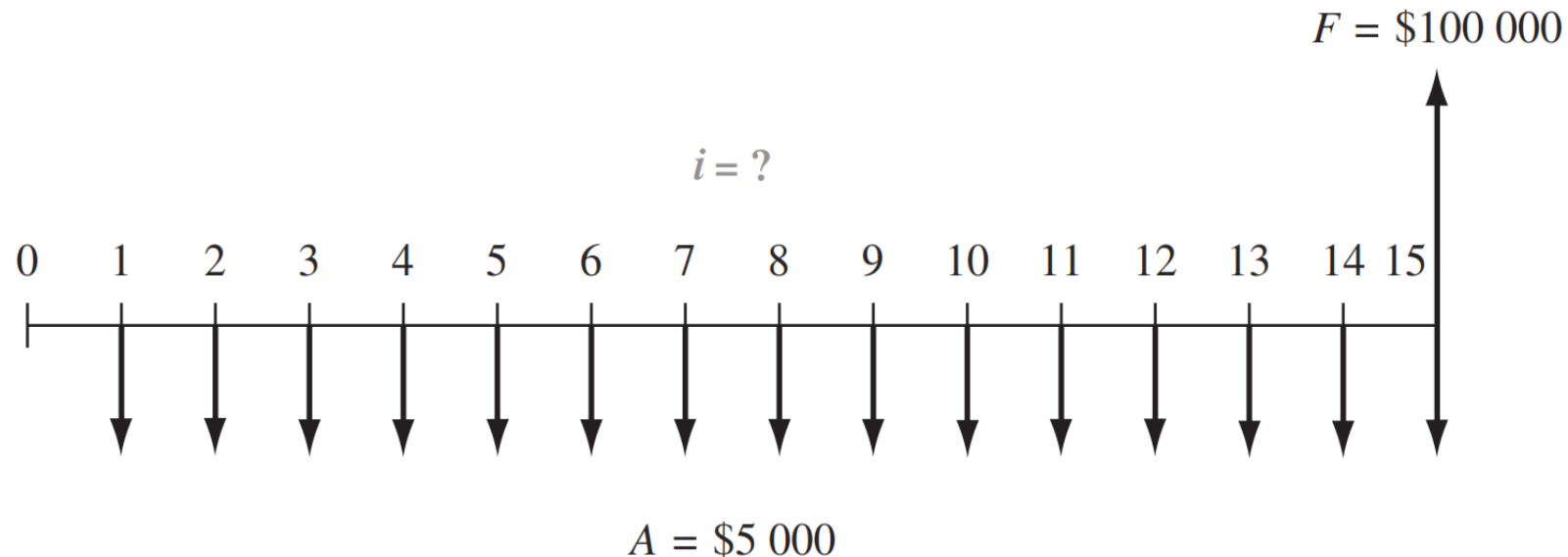
$$(1 + i)^5 = \frac{5000}{3000}$$

$$1 + i = \sqrt[5]{\frac{5000}{3000}}$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{5000}{3000}} - 1 = 0,1076 = 10,76\%$$

## Ejemplo 2: Caso en que $i$ no se puede determinar directamente

- Suponga que usted desea ahorrar mensualmente \$5.000, ya que en el banco le señalan que si usted lo realiza durante 15 meses, usted recibirá \$100.000 a final del último mes. ¿Qué tasa de interés le aplicó el banco a su ahorro?



## Ejemplo 2: Solución

- Identificamos los datos del problema:
- $A = 5.000$ ,  $n = 15$ ,  $F = 100.000$

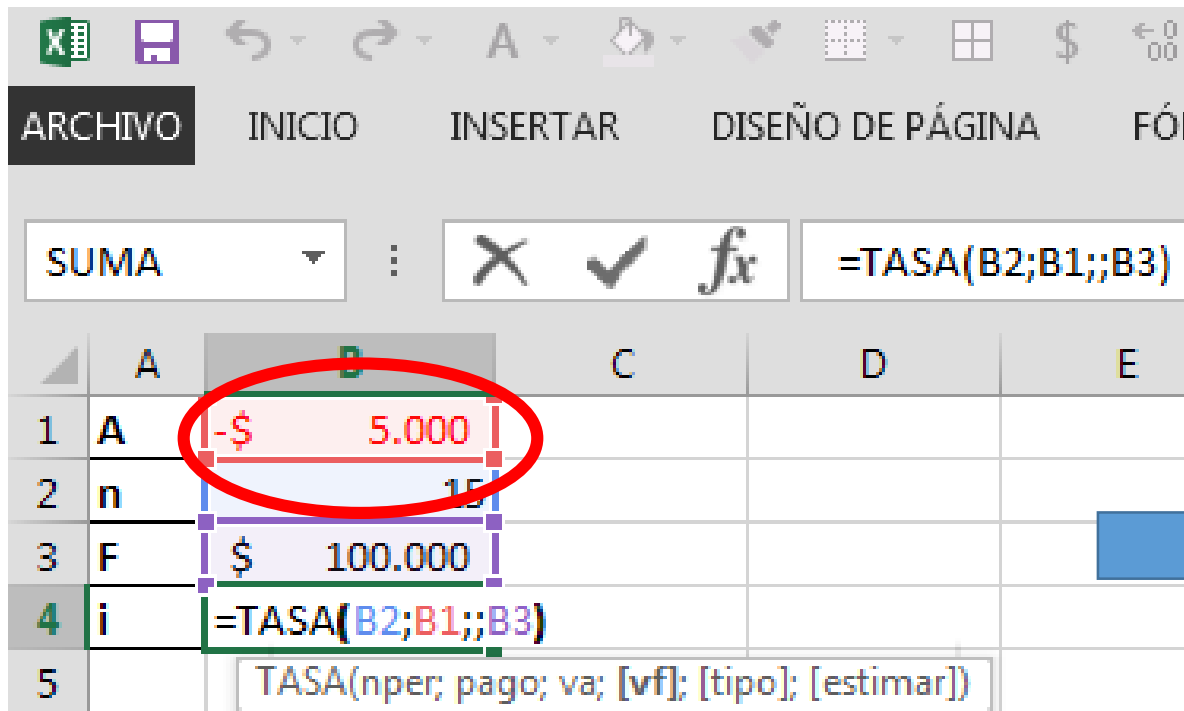
$$F = A(F/A, i\%, n) = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$100.000 = 5.000 \cdot \left[ \frac{(1 + i)^{15} - 1}{i} \right]$$

- Esta última ecuación es un polinomio de grado 14. Claramente no tiene una solución que se pueda encontrar de manera convencional.

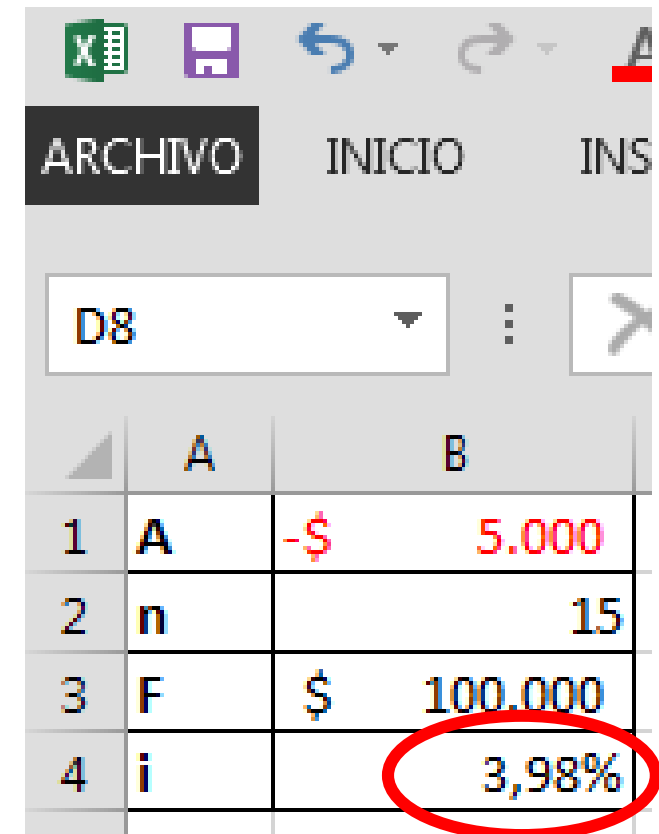
# Ejemplo 2: Solución

- Tenemos dos formas de abordar este problema:
  - Prueba y error
  - Usando herramientas computacionales:  $TASA(n,A,P,F)$



	A	B	C	D	E
1	A	-\$ 5.000			
2	n	15			
3	F	\$ 100.000			
4	i	=TASA(B2;B1;;B3)			
5					

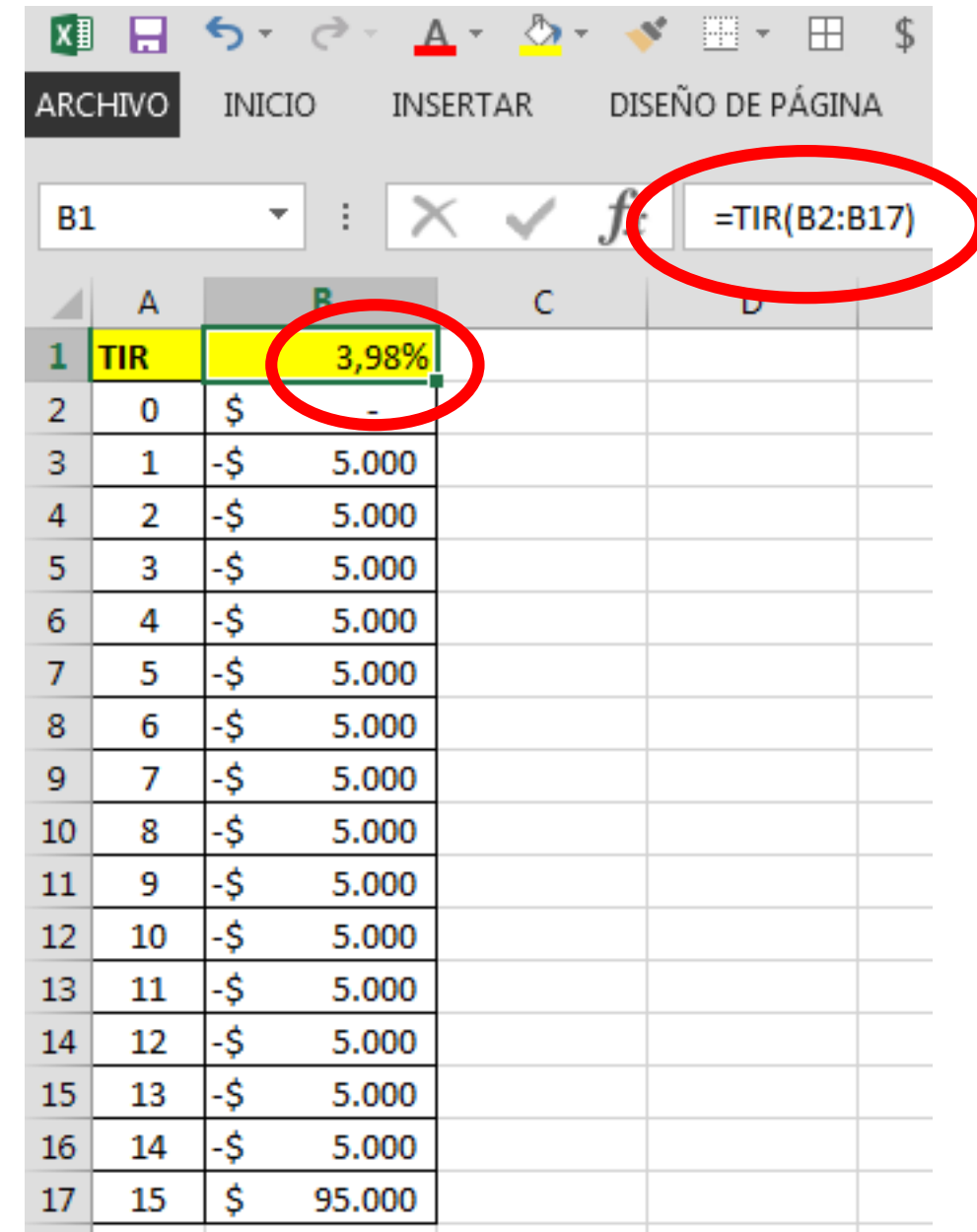
Ojo con el signo en las fórmulas!



	A	B
1	A	-\$ 5.000
2	n	15
3	F	\$ 100.000
4	i	3,98%

# Ejemplo 2: Solución

- Fórmula TIR(primer\_celda:última\_celda)



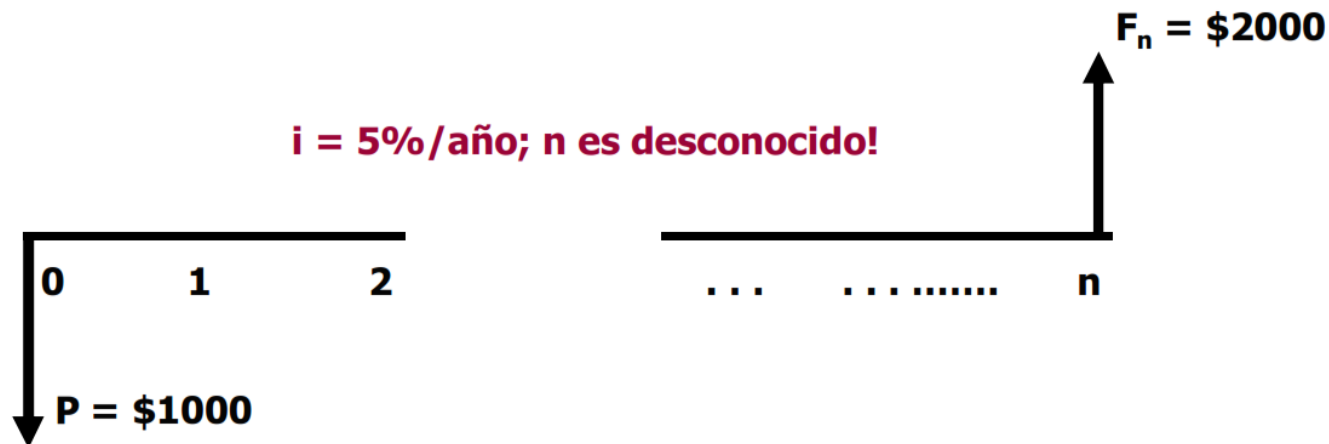
The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar at the top displays the formula `=TIR(B2:B17)`, which is circled in red. Below the formula bar, the spreadsheet grid is visible. The first row (row 1) contains the text 'TIR' in cell A1 and the result '3,98%' in cell B1, both of which are circled in red. The subsequent rows (rows 2 to 17) contain numerical data in columns A and B, representing a series of cash flows. The values in column A range from 0 to 15, and the values in column B range from - to 95.000.

	A	B	C	D
1	TIR	3,98%		
2	0	\$ -		
3	1	-\$ 5.000		
4	2	-\$ 5.000		
5	3	-\$ 5.000		
6	4	-\$ 5.000		
7	5	-\$ 5.000		
8	6	-\$ 5.000		
9	7	-\$ 5.000		
10	8	-\$ 5.000		
11	9	-\$ 5.000		
12	10	-\$ 5.000		
13	11	-\$ 5.000		
14	12	-\$ 5.000		
15	13	-\$ 5.000		
16	14	-\$ 5.000		
17	15	\$ 95.000		



# Determinación de número de periodos

- Algunos problemas requieren conocer el número de periodos requeridos dados otros parámetros.
- Ejemplo: ¿Cuánto tomará para que \$1.000 se doblen si la tasa de descuento es 5% por año?
- Datos:  $P = 1000$ ,  $F = 2000$ ,  $i = 5\%$



# Ejemplo

- Sabemos que:

$$F = P(1 + i)^n$$

- Luego:

$$2000 = 1000(1 + 0,05)^n$$

$$\frac{2000}{1000} = (1 + 0,05)^n$$

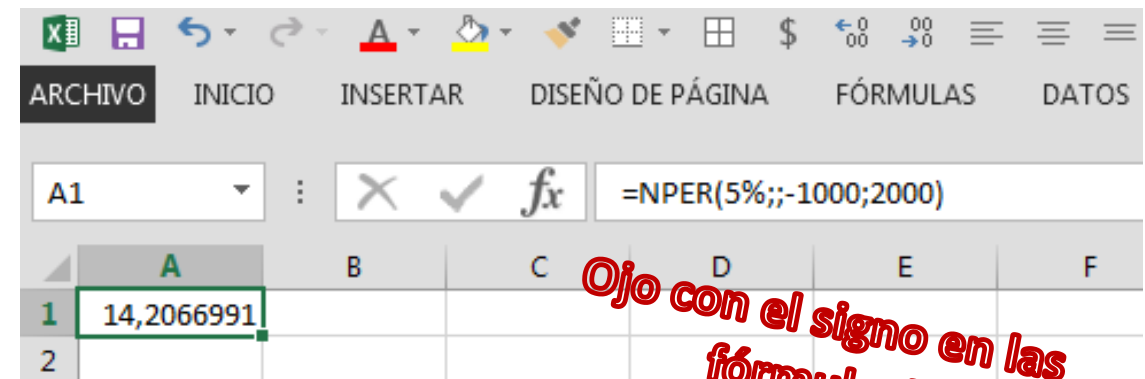
$$\ln\left(\frac{2000}{1000}\right) = \ln(1 + 0,05)^n$$

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + 0,05)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1,05)}$$

$$n = 14,2066991 \text{ años}$$

- Luego, tomará 15 años doblar los \$1.000.
- También, podríamos haber utilizado la función de Excel:



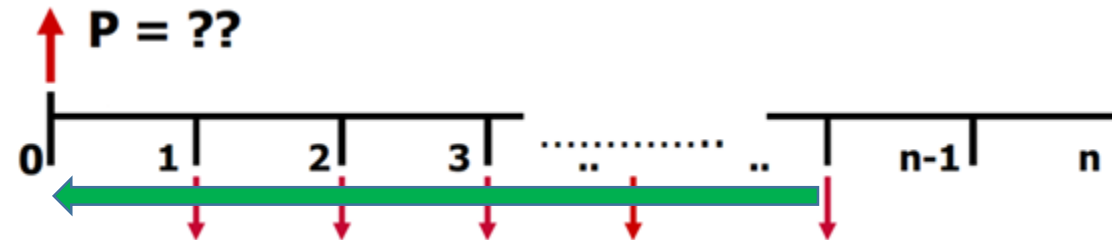
Combinación de factores

# Series uniformes desplazadas

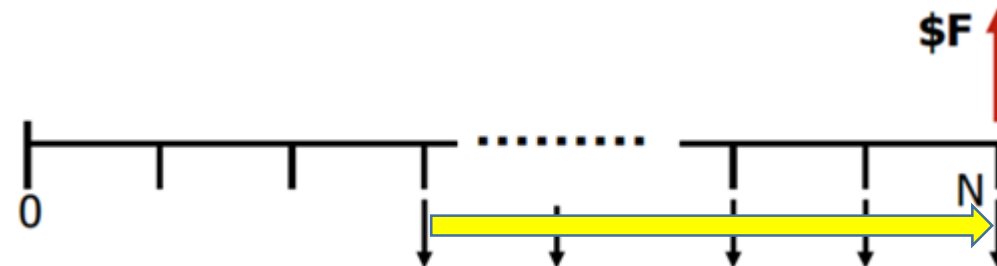
- Una serie desplazada es aquella en la cual el punto de valor presente no es  $t = 0$ .
- El desplazamiento puede estar a la izquierda o derecha de  $t = 0$ .

# Series uniformes desplazadas

- Al tratar con series uniformes:
  - El punto de valor presente está siempre un periodo a la izquierda del primer flujo.

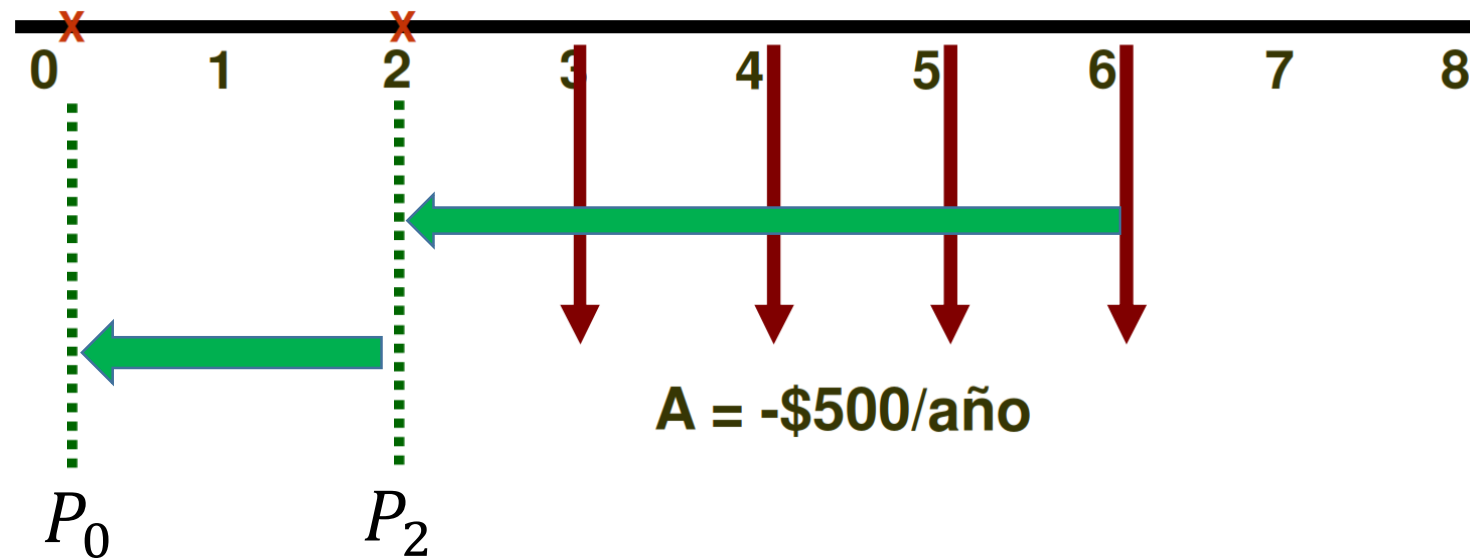


- El punto de valor futuro está siempre en el mismo periodo que la última cantidad de la serie uniforme.



# Ejemplo 1: Series uniformes desplazadas

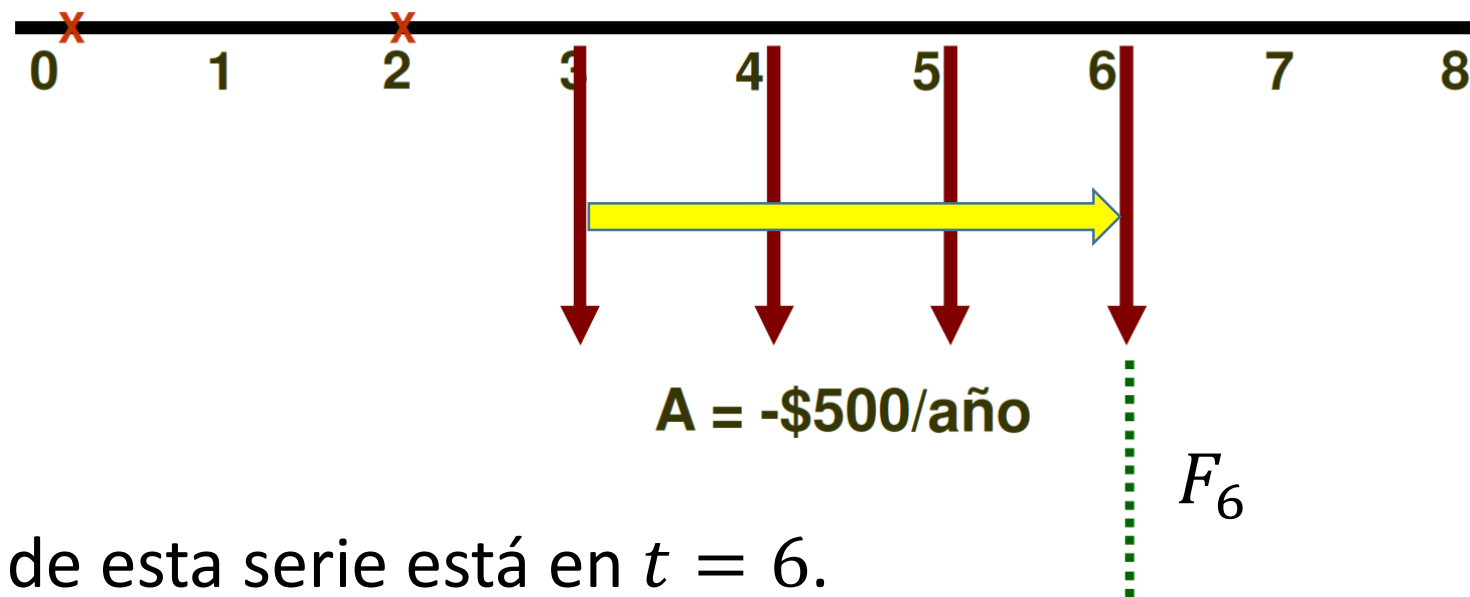
- En este caso tenemos una serie uniforme con flujos entre los periodos 3 y 6.



- Luego, el P de esta serie está en  $t = 2$ .
- Así,  $P_2 = 500(P/A, i\%, 4)$ , por lo tanto,  $P_0 = P_2(P/F, i\%, 2)$

## Ejemplo 2: Series uniformes desplazadas

- En este caso tenemos la misma serie uniforme del ejemplo anterior. Pero ahora, queremos determinar el valor futuro en el año 6



- Luego, el F de esta serie está en  $t = 6$ .
- Así,  $F_6 = 500(F/A, i\%, 4)$

# Ecuaciones importantes

$$(F/P, i\%, n) = (1 + i)^n$$

$$(P/A, i\%, n) = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n} \right]$$

$$(F/A, i\%, n) = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$



# Lectura obligatoria

- Capítulos 1, 2 y 3: Blank, L. & Tarquin A. (2006). *Ingeniería Económica* (6° ed.), México D.F.: Editorial McGraw-Hill Interamericana. ISBN: 970-10-5608-6.