

OPTIMIZACIÓN III (525551)

Tarea 1

(Fecha de entrega: 14 de abril de 2021 antes de las 12:00 HRs.)

1. Pruebe las siguientes proposiciones.

- a) $2^{n+1} = \Theta(2^n)$ y $2^{2^{n+1}} \neq \Theta(2^{2^n})$.
- b) $n = O(n \log n)$ y $n^{\log n} = O(n!)$.
- c) $o(f(n)) \cap \omega(f(n)) = \emptyset$.
- d) $O(3^{n^2}) \neq 3^{O(n^2)}$.

2. Para cada uno de los siguientes problemas, muestre un algoritmo polinomial que lo resuelve. Justifique su respuesta.

- a) ACYCLIC GRAPH: Dado $G = (V, E)$ un grafo no dirigido ¿Es G un grafo sin ciclos?
- b) ODD CYCLE: Dado $G = (V, A)$ un grafo dirigido ¿Existe un ciclo de largo impar en G ?

3. Sea $G = (V, A)$ un digrafo. Se dice que G tiene un **ordenamiento topológico** de sus vértices si ellos pueden ser ordenados en una secuencia v_1, v_2, \dots, v_n , donde $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ y tal que si $(v_i, v_j) \in A$, entonces $i < j$.

- a) Pruebe que G tiene un ordenamiento topológico de sus vértices si y sólo si G es acíclico.
- b) Construya un algoritmo polinomial que reciba como entrada un digrafo G y retorne un orden topológico de sus vértices cuando exista.
- c) Programe en Matlab o Python el algoritmo definido en b) que recibe la matriz de adyacencia de un digrafo $G = (V, A)$ cualquiera con $V = \{1, \dots, n\}$ y retorne un orden topológico de los vértices cuando éste existe y retorne *no existe* en caso contrario.