UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

TAREA 2 ALGEBRA III 525201-1

ATENCIÓN: favor escribir su desarrollo de manera cuidadosa y detallada. Cada problema tiene un puntaje máximo de **15 puntos**.

Problema 1. Sean S, T, U subespacios de un $\mathbb{K}$-espacio vectorial V, tales que

a) $S \cap T = S \cap U$,

b) $S + T = S + U$,

c) $T \subseteq U$.

Demostrar que $T = U$.

Problema 2. En los siguientes casos, indique si existe $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4)$ que verifique: $\mathrm{Im}(T) = A$ y $\mathrm{Ker}(T) = B$. Justifique su respuesta. En caso afirmativo, determine cómo viene definida T.

a) $A := \{x := (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \,:\, x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0\}\,,\; B := \langle\{(1, 2, 1)\}\rangle\,.$
b) $A := \{x := (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \,:\, x_1 + x_2 = 0\,,\, x_3 + x_4 = 0\}\,,\; B := \langle\{(1, -2, 1)\}\rangle\,.$

Problema 3. Sean V y W $\mathbb{K}$-espacios vectoriales de dimensión finita. Demuestre que $\forall\, T \in \mathcal{L}(V, W)$: $\exists\, U \subseteq V$ subespacio vectorial, tal que $U \cap \mathrm{Ker}(T) = \{\Theta_V\} \wedge \mathrm{Im}(T) = \{T(u) \,:\, u \in U\}$.

Problema 4. Sea la función $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ definida por $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \ni p \mapsto T(p)$, donde $\forall\, x \in \mathbb{R}$: $T(p)(x) := \dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^x p(t)\,dt$.

a) Pruebe que $T \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_2(\mathbb{R}))$.

b) Determine si T es un isomorfismo. En tal caso, defina explícitamente T^{-1}.

Fecha de entrega (por sistema CANVAS): 18.05.2021, 12:00 horas

---

RBP/rbp 11.05.2021