UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ANALISIS REAL I (525.301)

Evaluación 1. 5–Junio–2020; 19:00.

Nombre y apellidos	
Matrícula	

Elije y resuelve 4 de los siguientes ejercicios; cada uno vale 1.5 puntos.

Ejercicio	1	2	3	4	5	Nota
Puntaje						

En los ejercicios que siguen X es un espacio métrico y d la métrica correspondiente.

1. Sean A y B dos conjuntos acotados y no vacíos de números reales. Demuestra que $\inf(A \cup B) = \min\{\inf A, \inf B\}$.

2. Sean A y B subconjuntos de X.

   (a) Demuestra que si A es abierto y A y B son disjuntos, entonces A y $\overline{B}$ también son disjuntos.

   (b) Da un ejemplo que muestre que si A no es abierto, no necesariamente vale la proposición anterior.

   Sugerencia: (a) Por el absurdo: supón que A y $\overline{B}$ no son disjuntos.

3. Sean E y F subconjuntos compactos de X. Demuestra que $E \cup F$ es compacto.

   Sugerencia: Usa la definición de compacto.

4. Supongamos que X es disconexo y que $X = A \cup B$ es una separación del mismo. Sea E un subconjunto conexo de X. Demuestra que o bien $E \subset A$ o bien $E \subset B$.

   Sugerencia: Por el absurdo: supón que $E \not\subset A$ y $E \not\subset B$ y demuestra que, entonces, $E = (E \cap A) \cup (E \cap B)$ es una separación de E.

5. Dados $A, B \subset \mathbb{R}$, se define $A + B := \{z = x + y : \; x \in A, \; y \in B\}$. Demuestra que si A y B son compactos, entonces $A + B$ es cerrado.

   Sugerencia: Usa la caracterización de la clausura de C en base a sucesiones:

$$z \in \overline{C} \quad \iff \quad \exists \{z_n\} \subset C : \; z_n \to z.$$