Física I - 510140

Seminario Módulo 4: Movimiento en dos y tres dimensiones

1. Situaciones para análisis

Situación para análisis 1

La Fig. 1 muestra un camino circular seguido por una partícula. Si la velocidad instatánea de la partícula es $\vec{v} = (2\,\mathrm{m/s})\hat{\imath} - (2\,\mathrm{m/s})\hat{\jmath}$, a través de cuál cuadrante la partícula está viajando en ese instante (a) en la dirección horaria y (b) anti-horaria, alrededor del círculo? Para ambos casos, dibuje el vector $\vec{v}$ sobre la figura.

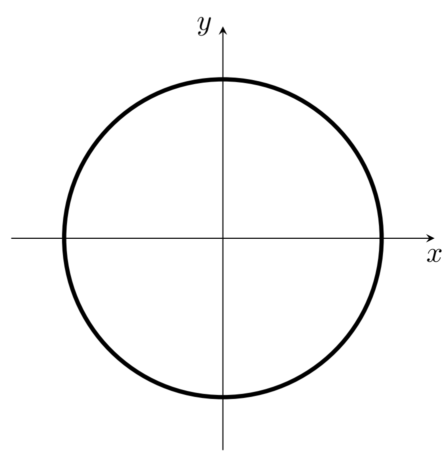


Figura 1: Camino circular seguido por una partícula.

R: (a) I cuadrante; (b) III cuadrante.

Situación para análisis 2

Se le presentan cuatro descripciones de la posición (medida en metros) en función del tiempo de una partícula a medida que se mueve en el plano xy:

(a) $x(t) = -3t^2 + 4t - 2$ e $y(t) = 6t^2 - 4t$

(b) $x(t) = -3t^2 - 4t$ e $y(t) = -5t^2 + 6$

(c) $\vec{r}(t) = 2t^2\hat{\imath} - (4t + 3)\hat{\jmath}$

(d) $\vec{r}(t) = (4t^3 - 2t)\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

I) ¿Son las componentes $x(t)$ e $y(t)$ de la aceleración de la partícula constantes?

II) ¿Es la aceleración $\vec{a}(t)$ de la partícula constante?

R: I) (a), (b) y (c); II) (a), (b) y (c)

Situación para análisis 3

En un cierto instante, una pelota de baseball en el aire tiene una velocidad $\vec{v}(t) = 25\hat{\imath} - 4.9\hat{\jmath}$ (el eje x es horizontal positivo hacia la derecha y el eje y es vertical positivo hacia arriba, y $\vec{v}$ está en metros por segundo). En ese instante ¿la pelota aún está subiendo o está bajando?

R: Bajando

Situación para análisis 4

Una pelota de baseball es bateada hacia fuera del campo. Durante su vuelo (ignore los efectos del aire), I) ¿qué le sucede a las componentes de su velocidad (a) horizontal y (b) vertical? II) ¿Cuáles son las componentes de su aceleración (a) horizontal y (d) vertical durante el ascenso, durante el descenso, y en el punto más alto de su vuelo?

R: I) Eje-x; constante $v_x = v_{0x} \cos \alpha_0$, y Eje-$y$; dependiente del tiempo $v_y(t) = v_{0y} \sin \theta - gt$. II) Eje-$x$; constante $a_x = 0$, y Eje-y; constante $a_y = -g$.

Situación para análisis 5

Un objeto se mueve con rapidez constante a lo largo de un camino circular de radio $R = 2\,\mathrm{m}$ en un plano horizontal x, y, con el centro en el origen. Cuando el objeto está en $x = -2\,\mathrm{m}$, su velocidad es $-(4\,\mathrm{m/s})\hat{\jmath}$. Dé a) la velocidad y (b) la aceleración del objeto en $y = 2\,\mathrm{m}$.

R: a) $v = -(4\,\mathrm{m/s})\hat{\imath}$; b) $a = -(8\,\mathrm{m/s^2})\hat{\jmath}$

Situación para análisis 6

Una partícula se mueve en una trayectoria circular de radio R con rapidez v. Pasado un cierto tiempo la partícula aumenta su rapidez a $2v$ mientras continua moviéndose sobre la misma trayectoria circular. La magnitud de la aceleración centrípeta de la partícula ha cambiado en un fator de:

a) 0.25 b) 0.5 c) 2 d) 4 e) Imposible de determinar.

R: d)

Situación para análisis 7

¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente al vector aceleración centrípeta para una partícula que se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante?

a) Constante, siempre perpendicular al vector velocidad de la partícula y dirigido hacia el centro de la trayectoria.

b) De magnitud constante, siempre perpendicular al vector velocidad de la partícula y dirigido hacia el centro de la trayectoria.

c) Constante y siempre paralelo al vector velocidad de la partícula.

d) De magnitud constante y simpre paralelo al vector velocidad de la partícula.

e) Ninguna de las anteriores.

R: b)

Situación para análisis 8

Verdadero o falso:

a) (....) El vector velocidad instantánea siempre apunta en la dirección del movimiento.

b) (....) Cuando un proyectil se dispara horizontalmente, demora el mismo tiempo en caer que un proyectil dejado caer desde el reposo desde la misma altura. Ignore los efectos de la resistencia del aire.

c) (....) Si la magnitud de la velocidad es constante, la aceleración debe ser cero.

d) (....) Si la aceleración es cero, la magnitud de la velocidad debe ser constante.

e) (....) Un objeto no se mueve en una trayectoria circular si no está acelerando.

R: a) V, b) V, c) F, d) V y e) V

---

2. Ejercicios

Ejercicio 1

Un barco tiene coordenadas $(x_1, y_1) = (110\,\text{m}, 218\,\text{m})$ en el instante t_1. Dos minutos (120 s) más tarde, en el instante t_2, sus coordenadas son $(x_2, y_2) = (130\,\text{m}, 205\,\text{m})$.

a) Calcule el vector velocidad media, $\vec{v}_{\text{med}}$, en ese intervalo de dos minutos.

b) Calcule la magnitud y la dirección de la velocidad media calculada en el ítem anterior.

c) Para $t \geq 20.0\,\text{s}$, las coordenadas de posición del barco, en función del tiempo, son: $x(t) = b_1 + b_2 t$ e $y(t) = c_1 + c_2/t$, donde $b_1 = 100\,\text{m}$, $b_2 = \frac{1}{6}\,\text{m/s}$, $c_1 = 200\,\text{m}$ y $c_2 = 1080\,\text{m}\,\text{s}$. Calcular la velocidad instantánea en el tiempo genérico $t \geq 20\,\text{s}$.

R: a) $\vec{v}_{\text{med}} = (0.17\,\text{m/s})\hat{\imath} - (0.11\,\text{m/s})\hat{\jmath}$, b) $\overline{v}_{\text{med}} = 0.20\,\text{m/s}$ y $\alpha = -33°$ y
c) $\vec{v}(t) = \left(\frac{1}{6}\,\text{m/s}\right)\hat{\imath} - \left(\frac{1080\,\text{m}\,\text{s}}{t^2}\right)\hat{\jmath}$.

Ejercicio 2

La posición de una pelota de baseball golpeada por el bateador viene dada por la expresión

$$\vec{r}(t) = (1.5\,\text{m})\hat{\imath} + [(12\,\text{m/s})\hat{\imath} + (16\,\text{m/s})\hat{\jmath}]t - [(4.9\,\text{m/s}^2)\hat{\jmath}]t^2$$

Derive expresiones para la velocidad y la aceleración de la pelota de baseball.

R: $\vec{v}(t) = (12\,\text{m/s})\hat{\imath} + (16\,\text{m/s})\hat{\jmath} - [(9.8\,\text{m/s}^2)\hat{\jmath}]t$ y $\vec{a}(t) = -(9.8\,\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$.

Ejercicio 3

Un coche se mueve hacia el Este a 60 km/h. Toma una curva y 5.0 s más tarde viaja hacia el Norte a 60 km/h. a) Determine la aceleración media del coche. b) Determinar la magnitud y la dirección del vector aceleración media del coche. Exprese sus resultados en km/h^2.

R: a) $\vec{a}_{\text{med}} = (4.3 \times 10^4\,\text{km/h}^2)\hat{\jmath} - (4.3 \times 10^4\,\text{km/h}^2)\hat{\imath}$, b) $|\vec{a}_{\text{med}}| = 6.0 \times 10^4\,\text{km/h}^2$ y $\beta = -45°$.

Ejercicio 4

Un conejo corre a través de un establecimiento sobre el cual, de manera suficientemente extraña, un sistema de coordenadas ha sido dibujado. Las coordenadas de posición (medidas en metros) del conejo en función del tiempo (medido en segundos) son dadas por

$$x(t) = -0.310t^2 + 7.20t + 28.0 \quad \text{y} \quad y(t) = 0.220t^2 - 9.10t + 30.0$$

a) En $t = 15.0\,\text{s}$, ¿cuál es el vector de posición, $\vec{r}$ del conejo? Describa $\vec{r}$ usando la notación de vectores unitarios y la notación de magnitud y ángulo.

b) Grafique el camino del conejo para el intervalo de tiempo desde $t = 0$ a $t = 25.0\,\text{s}$.

c) Encuentre la velocidad $\vec{v}$ del conejo en $t = 15.0\,\text{s}$. Describa $\vec{v}$ usando la notación de vectores unitarios y la notación de magnitud y ángulo.

d) Encuentre la aceleración $\vec{a}$ del conejo en $t = 15.0\,\text{s}$. Describa $\vec{a}$ usando la notación de vectores unitarios y la notación de magnitud y ángulo.

R: a) $\vec{r}(15.0) = (66\,\text{m})\hat{\imath} - (56\,\text{m})\hat{\jmath}$ y $\vec{r}(15.0) = (87\,\text{m},\ 320°)$.
c) $\vec{v}(15.0) = (-2.10\,\text{m/s})\hat{\imath} + (-2.50\,\text{m/s})\hat{\jmath}$ y $\vec{v}(15.0) = (3.27\,\text{m/s},\ 230°)$.
d) $\vec{a} = (-0.620\,\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0.440\,\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$ y $\vec{a} = (0.760\,\text{m/s}^2,\ 144.6°)$.

Ejercicio 5

Un estudiante de física lanza un libro al aire con una velocidad inicial de $24.5\,\text{m/s}$, formando un ángulo de $36.9°$ con la horizontal. Posteriormente, otro estudiante lo coge. Calcular a) el tiempo total que el libro está en el aire y b) la distancia horizontal total recorrida por el libro. Asumir que la altura a la cuál el libro fue agarrado es la misma desde la cual fue lanzado.

R: a) $t = 3.00\,\text{s}$, b) $x(t) = 58.8\,\text{m}$.

Ejercicio 6

Un helicóptero deja caer un un paquete con suministros a las víctimas de una inundación que se hallan en una balsa. Cuado el paquete se deja caer, el helicóptero se encuentra a $100\,\text{m}$ por encima de la balsa, volando a $25.0\,\text{m/s}$ y formando un ángulo de $36.9°$ sobre la horizontal. Use $g = 10.0\,\text{m/s}^2$. Calcule:

a) El tiempo el paquete estará en el aire.

b) La posición en la que caerá el paquete.

c) Si el helicóptero vuela a velocidad constante, calcule su posición en el instante en que el paquete llega al suelo.

d) El tiempo t_1 que tarda el paquete en alcanzar su máxima altura.

e) La altura máxima alcanzada por el paquete.

f) El tiempo t_2 trascurrido desde que el paquete alcanza su máxima altura hasta que llega a la balsa.

R: a) $t = 6.22\,\text{s}$, b) $x(t) = 124\,\text{m}$, c) $x(6.22) = 124\,\text{m}$ e $y(6.22) = 93.3\,\text{m}$
d) $t_1 = 1.50\,\text{s}$, e) $y(t_1) = 11.3\,\text{m}$ o $y(t_1) = 111\,\text{m}$, f) $t_2 = 4.72\,\text{s}$

Ejercicio 7

Un policía persigue a un ladrón de joyas a través de los tejados de la ciudad. Ambos están corriendo con una rapidez de $5.0\,\text{m/s}$ cuando llegan a un espacio vacío de $4.0\,\text{m}$ de ancho y un desnivel de $3.0\,\text{m}$ entre dos edificios. El ladrón que tiene algunos conocimientos de física, salta con una rapidez de $5.0\,\text{m/s}$ y una inlcinación de $45°$ y salva el espacio con facilidad. El policía olvidó sus clases de física y salta con la misma rapidez de $5.0\,\text{m/s}$ horizontalmente. a) ¿El policía consigue salvar el obstáculo? b) Calcule a qué distancia del borde del segundo edificio llegó el ladrón. Se muestra una figura de la situación. Use $g = 10.0\,\text{m/s}^2$.

R: a) $y(t) = -3.2\,\text{m}$, el policía está $0.2\,\text{m}$ por debajo del borde del edificio.
(b) $x(t) = 4.3\,\text{m}$, el ladrón está a $0.3\,\text{m}$ a la derecha del borde del edificio.

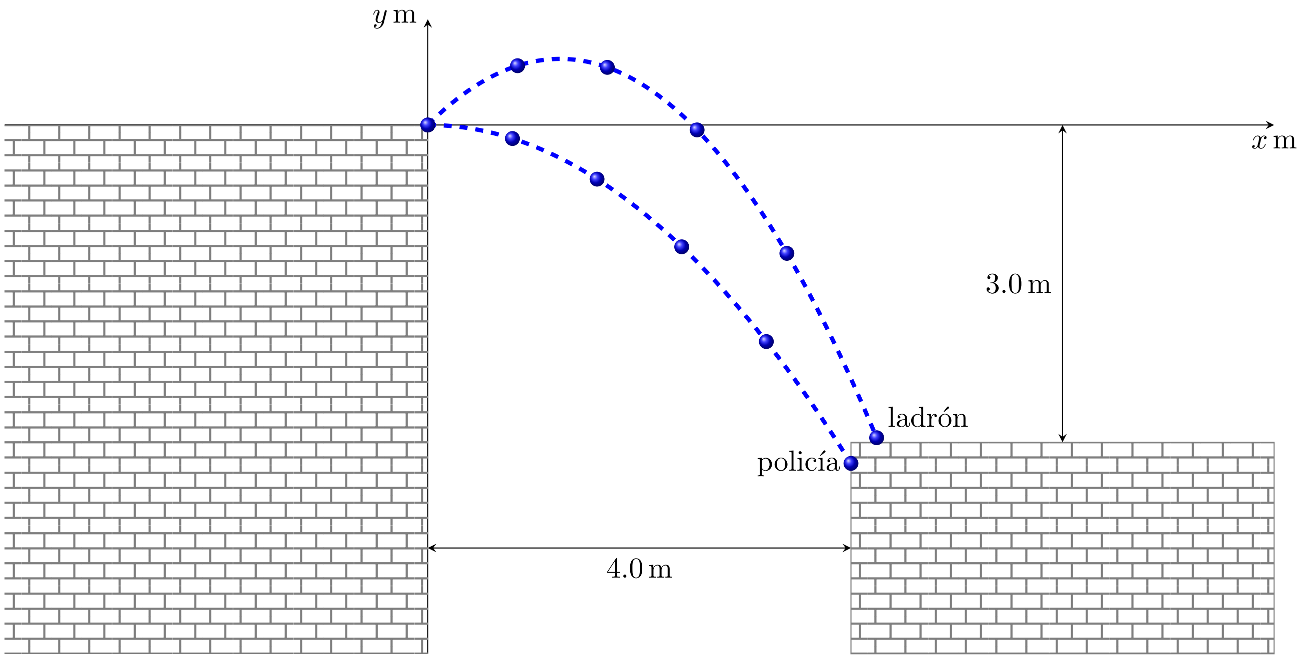


Figura 2: Esquema de la situación planteada.

Ejercicio 8

Un guardabosques con una cerbatana dispara un dardo tranquilizante a un mono que cuelga de una rrama. El guardabosques apunta directamente hacia el mono sin tener en cuenta que el dardo seguirá una trayectoria parabólica y pasará, por lo tanto, debajo del mono. Sin embargo, el mono, viendo salir el dardo de la cerbatana se suelta de la rama y cae del árbol, esperando evitar el dardo. Asumiendo que el nivel de lanzamiento del dardo y el de llegada del mono son iguales, demuestre que el mono será alcanzado, independientemente de cual sea la rapidez inicial del dardo v_{0d}, siempre que sea lo suficientemente grande para que el dardo recorra la distancia horizontal- la proyección de la posición de la rama en el suelo- antes de tocar el suelo. Suponga que el tiempo de reacción del mono es despreciable.

Ejercicio 9

Un satélite se mueve con rapidez constante en una órbita circular alrededor del centro de la Tiera. Si $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$, calcular a) la rapidez del satélite y b) el tiempo que emplea en una revolución completa. Suponga que el radio de la órbita del satélite es de 6370 km.

R: a) $v = 7.90 \times 10^3\,\mathrm{m/s}$, b) $T = 5.06 \times 10^3\,\mathrm{s}$

Ejercicio 10

Un coche se mueve a 48 km/h en una curva de 40 m de radio. Determine la magnitud de la aceleración centrípeta del coche.

R: $a_{\perp} = 4.2\,\mathrm{m/s^2}$

Ejercicio 11
Un niño hace girar una piedra, en la dirección anti-horaria, atada al extremo de una cuerda, en una trayectoria circular de radio $R = 0.50\,\mathrm{m}$ y con rapidez constante, demorando $4.0\,\mathrm{s}$ en dar una vuelta.

Si la piedra se encuentra inicialmente en la posición ⓐ para $t = 0\,\mathrm{s}$ y la cuerda se corta justamente en el instante $t = 2.5\,\mathrm{s}$:

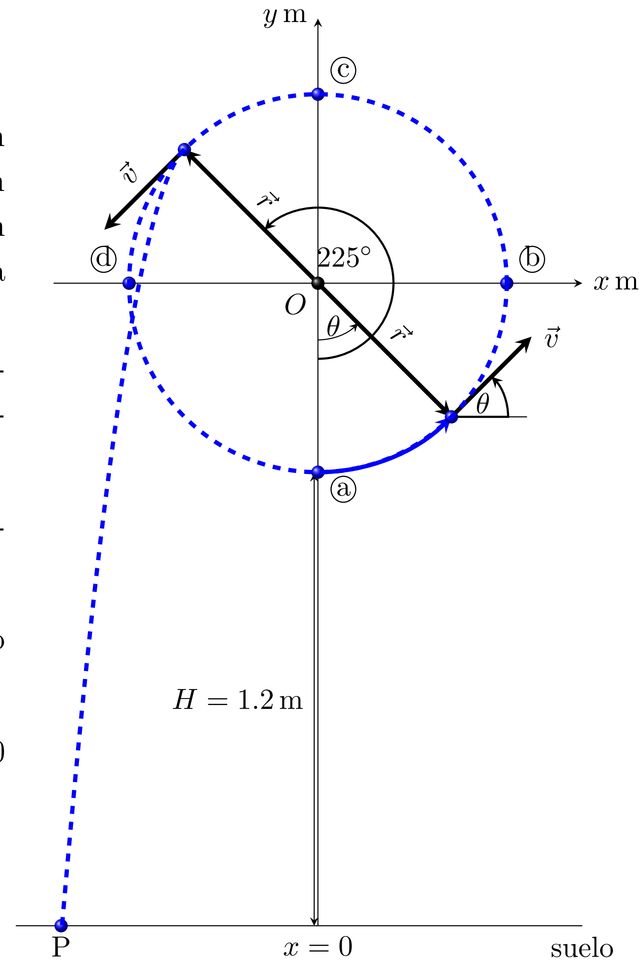
a) Calcule la velocidad $\vec{v}$ de la piedra en el instante en que se corta la cuerda.

b) Una vez cortada la cuerda, calcule el tiempo que demora la piedra en llegar al suelo.

c) Calcule a qué distancia desde la posición $x = 0$ llegará la piedra al suelo.

Use $\pi = 3.1$ y $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

R: a) $\vec{v} = (-0.55\,\mathrm{m/s})\hat{\imath} - (0.55\,\mathrm{m/s})\hat{\jmath}$
b) $t = 0.60\,\mathrm{s}$, c) $x = -0.68\,\mathrm{m}$



En $t = 0\,\mathrm{s}$ la piedra se encuentra en el punto a. Un instante t pesterior, el vector de posición ha barrido un ángulo θ.

Ejercicio 12
Cuando un piloto de avión caza hace un giro, su cuerpo sufre aceleración centrípeta con la cabeza hacia el centro de curvatura del giro. La presión sanguínea en el cerebro disminuye llevándolo a una pérdida de las funciones cerebrales.

Existen varias señales de alerta. Cuando la aceleración centrípeta es $2g$ o $3g$, el piloto se siente pesado. Cuando es de cerca de $4g$, la visión del piloto oscila entre negra y blanca y se estrecha a una "visión tunel". Si esa aceleración es mantenida o aumentada, la visión se apaga y, después de eso, el piloto queda inconciente- una condición conocida como $g-$LOC" para "pérdidad de la conciencia inducida por-g."

Calcular la magnitud de la aceleración, en unidades de g, de un piloto cuya nave entra en una vuelta circular horizontal con una velocidad inicial $\vec{v}_1 = (400\hat{\imath} + 500\hat{\jmath})\,\mathrm{m/s}$ y $24.0\,\mathrm{s}$ después deja la vuelta con una velocidad final $\vec{v}_2 = (-400\hat{\imath} - 500\hat{\jmath})\,\mathrm{m/s}$?

R: $a_\perp = 8.55\,g$
