UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA III (525201)

Evaluación 2

Tiempo: 100 Mins.

1. Sea V un e.v. sobre $\mathbb{K}$ con base $B = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ y $T : V \to V$ una transformación lineal, tal que su matriz representante con respecto a B es:

$$[T]_{BB} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

   a) Determine los valores y vectores propios de T ¿Es T diagonalizable?

   b) Determine una base de $Ker(T - I)^j$, $\forall j = 1, \ldots, n$.

2. Sea $A \in M_n(\mathbb{R})$ una matriz simétrica con λ su único valor propio.

   a) Pruebe que $Ker(A - \lambda I)^2 = Ker(A - \lambda I)$.

   b) Muestre que $A = \lambda I$ y encuentre A si $tr(A) = 2n$.

3. Sea $A \in M_n(\mathbb{R})$ tal que $(A - \lambda I)^n v = \theta$ y $(A - \lambda I)^{n-1} v \neq \theta$, donde $v \in \mathbb{R}^n$, $v \neq \theta$ y $\lambda \in \mathbb{R}$.

   a) Pruebe que $B = \{(A - \lambda I)^{n-1} v, (A - \lambda I)^{n-2} v, \ldots, (A - \lambda I) v, v\}$ es una base de $\mathbb{R}^n$.

   b) Muestre que λ es valor propio de A y $dim(S_\lambda) = 1$.

JAL, 01-junio-2009.