UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Laboratorio 3: Ecuaciones no lineales.

Cálculo Numérico 521230/525240

Descargue las funciones `biseccion.m`, `newton_raphson.m` y `secante.m` del módulo *Laboratorios* de Canvas. Estas funciones implementan los métodos indicados en sus nombres. Ponga especial atención a las variables de entrada y de salida de cada una de ellas, pues esto será clave para usarla correctamente.

Ejercicio 1 (ejercicio guiado por el/la ayudante): Considere las siguientes ecuaciones no lineales:

$$x^3 + 2x = -8, \qquad 2x^3 - \sin(x^2+1) = x, \qquad e^{\cos(x+1)} = 1.$$

1. Para cada una de ellas, defina una función f adecuada de modo que la ecuación pueda ser reescrita como $f(x) = 0$.
2. Utilice los métodos de Bisección y de Newton–Raphson para encontrar una solución de cada una de ellas, considerando $x \in [-3, 3]$.
   Indicación: para definir variables de entrada adecuadas, puede ser útil graficar la función obtenida en el ítem anterior.
3. Compare los resultados obtenidos por ambos métodos. En particular, observe que, en general, para un mismo valor de tolerancia, Newton–Raphson tarda menos iteraciones que Bisección.
4. Resuelva ahora con el método de la Secante, definiendo variables de entrada adecuados según las gráficas observadas antes.
5. Vuelva a comparar los resultados obtenidos, observando ahora que, en general, Newton–Raphson es el más rápido de los tres, mientas que Bisección es el más lento.
6. Conozca la funcionalidad de la función `fzero` de MATLAB a través del comando `doc fzero`, y úsela para resolver las ecuaciones no lineales anteriores.

Ejercicio 2 (ejercicio guiado por el ayudante): Considere la función $f(x) = (x-4)\sqrt{x}$, de la cual se sabe que tiene un mínimo local en un punto $\bar{x}$ que está cerca de $x_0 = 1$. Escriba el rutero `minimo_local.m` en el que:

1. Aproxime el valor de $\bar{x}$ usando el método de Newton–Raphson, partiendo desde x_0, con un error menor que $\text{tol} = 10^{-6}$.
2. Compruebe el valor obtenido en el ítem anterior, graficando en una misma figura la función f evaluada en 200 puntos equiespaciados entre 0 y 2, y el punto $(\bar{x}, f(\bar{x}))$ obtenido.
3. ¿Cuál es el valor de f en $\bar{x}$?

Ejercicio 3 (ejercicio para trabajo autónomo): Considere el problema de hallar el valor de $c \in [0, 8]$ tal que

$$\int_0^c x\cos(x)\,\mathrm{d}x = 4.$$

Para ello, recordemos que

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a) \quad \text{donde se cumple que} \quad F'(x) = f(x).$$

En nuestro ejercicio, si definimos $F(x) = x\sin(x) + \cos(x)$, entonces se tiene que

$$F'(x) = x\cos(x).$$

Por lo tanto, nuestro problema puede ser planteado como: hallar $c \in [0, 8]$ tal que

$$4 = \int_0^c x\cos(x)\,\mathrm{d}x = F(c) - F(0) = (c\sin(c) + \cos(c)) - (0 \cdot \sin(0) + \cos(0)).$$

Recordando que $\sin(0) = 0$ y $\cos(0) = 1$, esto se reduce a: hallar $c \in [0, 8]$ tal que

$$G(c) = 0,$$

donde $G(x) = x\sin(x) + \cos(x) - 5$. Escriba un rutero en el que:

1. Defina la función G y su derivada.
2. Aproxime el valor de c usando el Método de Newton–Raphson, tomando como valor inicial $c_0 = 6$, con un error menor que 10^{-6}, e indique también el número de iteraciones necesario para calcularlo.
3. Calcule el valor de $G(c)$.

Descargue ahora la función `newton2D.m` del módulo *Laboratorios* de Canvas, la cual implementa el método de Newton para resolver un sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas. Ponga especial atención a sus variables de entrada y salida, pues esto será clave para usarla correctamente.

Ejercicio 4 (ejercicio guiado por el/la ayudante): considere los sistemas de ecuaciones no lineales

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x^2 + y^2 &=& 1 \\ 3x + y^2 &=& 2 \end{array}\right| \qquad\qquad \left.\begin{array}{rcl} \cos(xy)x &=& 1 \\ \sin(xy)y &=& 0 \end{array}\right|$$

1. Utilice el método de Newton para aproximar al menos una solución de cada uno de ellos.
2. Conozca la funcionalidad de la función `fsolve` de MATLAB a través del comando `doc fsolve`, y úsela para resolver los sistemas de ecuaciones no lineales anteriores.

Ejercicio 5 (ejercicio para trabajo autónomo): Utilice el método de Newton para encontrar un punto crítico (x_0, y_0) de la función

$$f(x, y) = 2x^2y^2 + x^2y - 2x - y^2,$$

y calcule el valor de $f(x_0, y_0)$.