

## TAREA 1 - 525301

*Análisis Real I*

La siguiente tarea se entrega en parejas (no se aceptarán tareas individuales) y consiste de 3 preguntas de 20 puntos cada una. La fecha de entrega es el **02 de Mayo del 2021 a las 23:59 hrs**, se recomienda mandar antes para evitar atrasos (No se aceptarán). Se debe entregar via e-mail a eshenriquez2016@udec.cl

**Problema 1.**

- Sea  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión decreciente de intervalos cerrados no vacíos en  $\mathbb{R}$ . Muestre que  $\bigcap_{n \geq 1} A_n$  es un intervalo cerrado no vacío. ¿Cuándo la intersección es un solo punto?.
- Sea  $\{A_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$  una familia de intervalos cerrados no vacíos en  $\mathbb{R}$ , tal que  $A_\alpha \cap A_\beta \neq \emptyset \quad \forall \alpha, \beta \in \Gamma$ . Muestre que  $\bigcap_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$  es un intervalo cerrado no vacío.

**Problema 2.** Resuelva:

- Muestre que si  $A$  es abierto y  $B$  es cerrado, entonces  $A \setminus B$  es abierto y  $B \setminus A$  es cerrado.
- Seas  $A, B \subset \mathbb{R}$  con  $A$  abierto. Muestre que si  $B = \{0\}$ , entonces  $AB$  no es abierto. Muestre también que si  $0 \notin B$ , entonces  $AB$  es abierto. Considere  $AB := \{xy \in \mathbb{R} : x \in A \text{ y } y \in B\}$

**Problema 3.** En el espacio métrico de los racionales con la métrica euclidea, considere

$$E = \{x \in \mathbb{Q} : 5 < x^2 < 6\}.$$

Muestre que  $E$  es cerrado y acotado, pero no es compacto. Decida si  $E$  es abierto en  $\mathbb{Q}$ .