UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Álgebra III, 525201
Duración: 100 minutos
4 de octubre de 2011
Prof.: Anahí Gajardo

Evaluación 2

1. Un operador $L : \mathcal{P}_4(\mathbb{R}) \to \mathcal{P}_4(\mathbb{R})$ tiene la siguente forma de Jordan.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Determine el polinomio característico de L y también su polinomio minimal.

   b) Calcule el espectro de L y la multiplicidad geométrica y algebraica de cada valor propio.

   c) Si la base de Jordan es: $\{1 + x, x^2 - 1, x^2 + 1, x^3 - x, x^4 + x^3\}$, determine entonces los espacios propios asociados a cada valor propio de L. Igualmente, determine los núcleos iterados de orden 2 asociados a cada valor propio.

2. Considere la función $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, definida como sigue.

$$F((x, y, z)) = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2yz + 2xy$$

   a) Demuestre que se trata de una forma cuadrática y determine una forma bilineal asociada.

   b) Para la forma bilineal encontrada en la parte a), determine si es simétrica, degenerada, definida positiva, o ninguna de las tres.

   c) Calcule el anulador de $\{(1, -1, -1)\}$ para la forma bilineal encontrada en la parte a).

3. Dado un e.v. V con p.i. $\langle\ ;\ \rangle$, demuestre que si $T : V \to V$ es un operador lineal inyectivo, entonces T^* es sobreyectivo. Indicación: demuestre que $Ker(T)^\perp = Im(T^*)$.