

Guía N°5: Mínimos Cuadrados
 Cálculo Numérico 521230

Los problemas a resolver con ayuda del computador han sido marcados con (C).

1. (C) Considere los pares ordenados $(-1, 1), (0, 0), (1, 2)$ y $(3, 0)$. Ajuste estos puntos por:
 - a) Un polinomio de grado 0.
 - b) Un polinomio de grado 1.
 - c) Un polinomio de grado 2.
 - d) Un polinomio de grado 3. ¿Qué pasa en este caso?
 En cada caso grafique el polinomio y los puntos.
2. (C) Se mide la temperatura en Concepción cada 6 horas durante 2 días, como indica la siguiente tabla en la que la hora 0 corresponde a las 0:00hrs del primer día.

Hora	0	6	12	18	24	30	36	42	48
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	2	5	13	10	3	6	14	9	3

Ajuste las siguientes curvas a estos datos. En cada caso grafique los puntos y la curva obtenida.

- a) $f(x) = a_0 + a_1x$.
- b) $f(x) = ae^{\beta x + \gamma x^2}$.
- c) $f(x) = c_1 + c_2 \cos\left(\frac{2\pi}{24}x\right) + c_3 \sin\left(\frac{2\pi}{24}x\right)$.

¿Qué función ajusta mejor a los datos? ¿Por qué? Utilice esta función para predecir la temperatura en Concepción a las 6:00 hrs del tercer día.

3. Considere los siguientes matriz y vector provenientes de un ajuste por mínimos cuadrados:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sin resolver el sistema de ecuaciones normales determine, justificadamente, cuál de las siguientes soluciones corresponde a la de mínimos cuadrados.

$$\text{a) } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

Indicación: Calcule $\|\mathbf{b} - A\mathbf{x}\|_2$.

4. (C) La concentración de iones (n) de un producto t segundos después de haber sido sometido a radiación ionizante es tal que

$$n(t) = \frac{n_0}{1 + n_0 \alpha t},$$

donde n_0 es la concentración inicial de iones y α es el coeficiente de recombinación.

Determine los valores de n_0 y α de la curva que mejor ajusta los siguientes datos:

tiempo (en segundos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
concentración ($\times 10^{-4}$)	5.03	4.71	4.4	3.97	3.88	3.62	3.3	3.15	3.08	2.92	2.7

Grafique los pares ordenados dados y la curva obtenida.