EP1: Primera Evaluación Parcial

Física 1: 510140

Viernes 05 de abril de 2024

Apellido Paterno	Apellido Materno	Primer Nombre

Carrera	Nro. de Matrícula	Secc.

	Puntaje	Nota

Instrucciones Generales

1. Para el desarrollo de la presente evaluación usted dispone de una hora y cuarenta y cinco minutos continuados: Desde las 13:15 hrs. hasta las 15:00 hrs.
2. Desarrolle cada uno de los problemas ordenada y cuidadosamente en las mismas hojas del certamen. Si le falta espacio continue al reverso de la hoja.
3. Para el desarrollo de todos los problemas numéricos recuerde las reglas de manipulación de cifras significativas y redondeo de números aprendidas en clases.
4. Use las constantes y ecuaciones que aparecen indicadas en el enunciado de cada uno de los problemas, cuando corresponda.
5. En esta evaluación se usa el punto decimal (.) y no la coma (,) decimal.
6. La evaluación ha sido escrita de modo a evitar ambigüedad en lo que se le pide que responda en cada una de las preguntas, por lo tanto no hay consultas.
7. El certamen tiene 8 preguntas de alternativas y 4 Problemas de desarrollo.

Preguntas con alternativas. 0.3 Pts./Pregunta

Para cada uno de los enunciados que se le presentan, encierre en un círculo la alternativa que considere correcta. En el siguiente recuadro transcriba las alternativas seleccionadas por usted para cada pregunta.

CASILLERO DE RESPUESTAS DE LAS ALTERNATIVAS

Pregunta	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
Alternativa	**a**	**c**	**a**	**b**	**b**	**a**	**c**	**a**

---

1. Suponga que dos magnitudes físicas X e Y tienen dimensiones diferentes ($[X] \neq [Y]$). ¿Cuál de las siguientes operaciones matemáticas *nunca* podría tener significado físico?

   a) $\dfrac{X}{2} - 3Y$ b) $\dfrac{X^2}{\sqrt{Y^3}}$ c) $\sqrt{X} - 3Y^2$

---

2. En cada una de las tres expresiones que se le presentan en las siguientes alternativas x es una distancia, t es un tiempo y v es una rapidez.

   a) $x = A_1 t - \frac{1}{2} A_2 t^2$ b) $v^2 = A_1^2 + 2A_2 x$ c) $x = A_1 \cos(\pi - A_2 t^3)$

   ¿En cuál de esas alternativas las dimensiones de las constantes A_1 y A_2 son, respectivamente, $[A_1] = \mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0$ y $[A_2] = \mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-3}$? **Nota**: El argumento de una función trigonométrica, el ángulo, es adimensional.

---

3. El número de *Reynolds* (Re) es una cantidad adimensional que relaciona la densidad ρ, la viscosidad μ y la rapidez v de un fluido, con el diámetro D de la tubería por la que circula. Se calcula a través de la siguiente expresión

   $$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu}.$$

   Si las dimensiones de la densidad son $[\rho] = \mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^1\mathrm{T}^0$, en el Sistema Internacional (SI) de unidades, las unidades de la viscosidad μ son:

   a) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,s}}{\mathrm{m}}$

---

4. Sea

   $$Q = (14.2)(6.489 \times 10^3) + 7.86$$

   El valos de Q es:

   a) $Q = 9.21 \times 10^4$ b) $Q = 9.2108 \times 10^4$ c) $Q = 9.211 \times 10^4$

---

5. Un galón de pintura ($1\,\text{galón} = 3.78 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$) se usa para pintar una pared uniformemente. El espesor de la camada de pintura sobre la pared es $\ell = 1.51 \times 10^{-1}\,\text{mm}$. Asuma que se usó toda la pintura. El orden de magnitud del área de la pared A es:

   a) $A \sim 10^0\,\text{m}^2$ b) $A \sim 10^1\,\text{m}^2$ c) $A \sim 10^2\,\text{m}^2$

---

6. ¿Cuál de los siguientes enuncidos es falso?

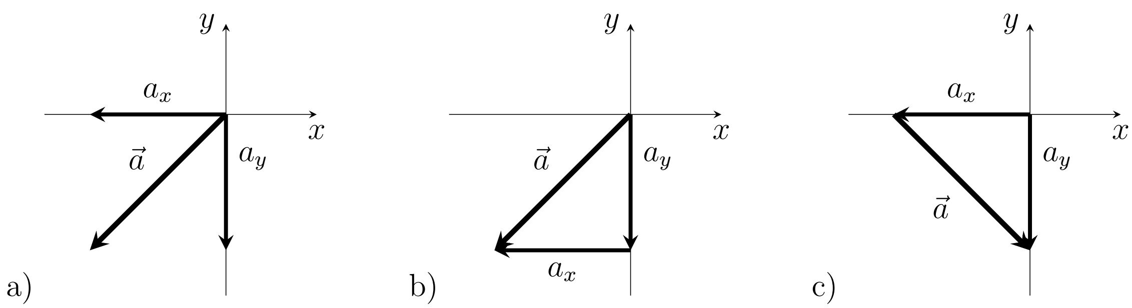
   a) La magnitud de un vector tiene unidades físicas y puede ser positivo o negativo dependiendo de la dirección del vector.

   b) La suma de más de dos vectores es asociativa, por lo tanto no depende de la manera en la que los vectores hayan sido agrupados para sumarlos.

   c) Si un vector $\vec{A}$ es multiplicado por una cantidad escalar negativa $m = -|m|$, el producto $m\vec{A}$ tiene la dirección opuesta a la de $\vec{A}$ y su magnitud es $|m\vec{A}|$.

---

7. En los siguientes diagramas se presentan diferentes alternativas para la combinación de los vectores componentes a lo largo de los ejes x e y de un vector $\vec{a}$. ¿Cuál de ellas *no* describe apropiadamente al vector $\vec{a}$?



---

8. Dados los vectores $\vec{a} = (5.00\,\hat{\imath} + 3.00\,\hat{\jmath})\,\text{m}$ y $\vec{b} = (-3.00\,\hat{\imath} + 8.00\,\hat{\jmath})\,\text{m}$, el resultado de la operación vectorial $\vec{R} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ es:

   a) $\vec{R} = (19.0\,\hat{\imath} - 18.0\,\hat{\jmath})\,\text{m}$

   b) $\vec{R} = (4.0\,\hat{\imath} + 30.0\,\hat{\jmath})\,\text{m}$

   c) $\vec{R} = (19.0\,\hat{\imath} + 18.0\,\hat{\jmath})\,\text{m}$

Problemas

Desarrolle cada uno de los problemas que se le presentan a seguir **ordenada, detallada y legiblemente** en las mismas hojas del certamen. Una vez que tenga el resultado para lo que se le pide reescríbalo en el cuadrado correspondiente. **Nota:** Lo que escribe en el cuadrado debe ser reflejo del desarrollo. Se asignará solo **un** punto a resultados sin desarrollo.

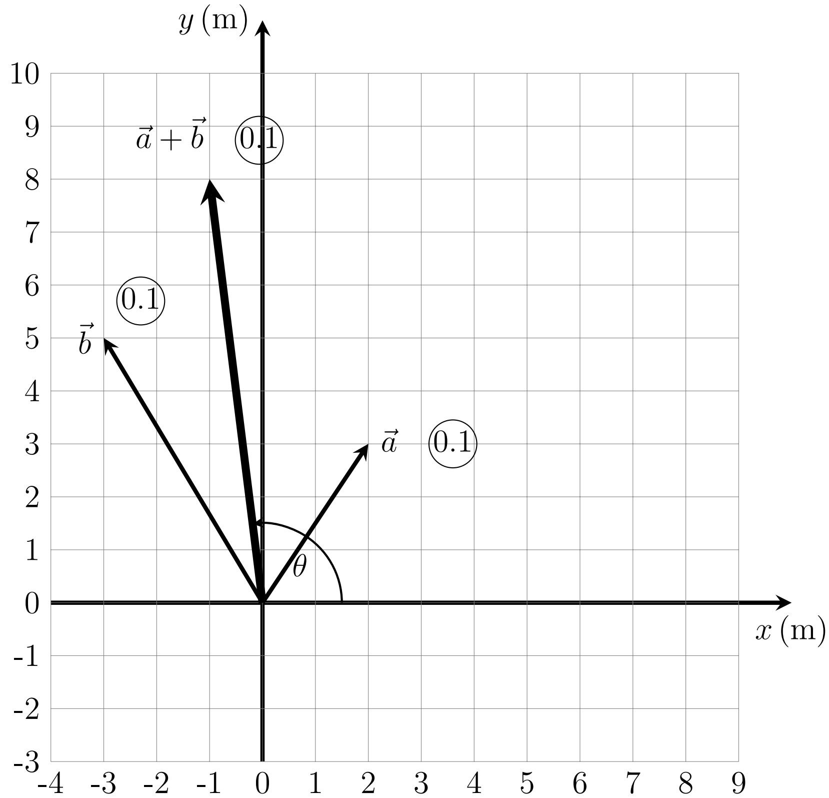
Problema 1 (0.9 Pts.)
Considere los siguientes vectores: $\vec{a} = (2.0\,\hat{\imath} + 3.0\,\hat{\jmath})\,\text{m}$ y $\vec{b} = (-3.0\,\hat{\imath} + 5.0\,\hat{\jmath})\,\text{m}$.

a) (0.2 Pts.) Calcule $|\,\vec{a}\,|$ y $|\,\vec{b}\,|$: $\boxed{|\,\vec{a}\,| = 3.60\,\text{m} \quad 0.1}$; $\boxed{|\,\vec{b}\,| = 5.8\,\text{m} \quad 0.1}$

b) (0.2 Pts.) Calcule $|\vec{a} + \vec{b}|$: $\boxed{|\,\vec{a} + \vec{b}\,| = 8.1\,\text{m} \quad 0.2}$

c) (0.2 Pts.) Calcule el ángulo polar para el vector $\vec{a} + \vec{b}$: $\boxed{\theta = 97^\circ \quad 0.2}$

d) (0.3 Pts.) En el sistema de coordendas que se le presenta dibuje los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{a} + \vec{b}$ e identifíquelos claramente.



Desarrollo 1

a) Las magnitudes pedidas:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2}\,\mathrm{m} = \sqrt{4.0 + 9.0}\,\mathrm{m} = \sqrt{13.0}\,\mathrm{m} = 3.60\,\mathrm{m}$$
$$|\vec{b}| = \sqrt{(-3.0)^2 + (5.0)^2}\,\mathrm{m} = \sqrt{9.0 + 25}\,\mathrm{m} = \sqrt{34}\,\mathrm{m} = 5.8\,\mathrm{m}$$

b) La magnitud pedida

$$\vec{a} + \vec{b} = [(2.0\,\hat{\imath} + 3.0\,\hat{\jmath}) + (-3.0\,\hat{\imath} + 5.0\,\hat{\jmath})]\,\mathrm{m} = (-1.0\,\hat{\imath} + 8.0\,\hat{\jmath})\,\mathrm{m}$$
$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(-1.0)^2 + (8.0)^2)}\,\mathrm{m} = \sqrt{65}\,\mathrm{m} = 8.1\,\mathrm{m}$$

c) El ángulo polar pedido

$$\tan\theta' = \left(\frac{8.0}{-1.0}\right) = -8.0 \quad \to \quad \theta' = \tan^{-1}(-8.0) = -83$$

por lo tanto $\theta = 180^\circ + (-83^\circ) = 97^\circ$.

Problema 2 (1.0 Pts.)
Considere un objeto que se desplaza desde la posición $\vec{r}_1 = (12.0\,\text{m},\, 48.0°)$ hasta la posición $\vec{r}_2 = (10.0\,\text{m},\, 53.0°)$.

a) (0.4 Pts.) Escriba los vectores $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ en notación de vectores unitarios.

$$\boxed{\vec{r}_1 = (8.03\,\hat{\imath} + 8.92\,\hat{\jmath})\,\text{m} \quad 0.2} \quad ; \quad \boxed{\vec{r}_2 = (6.02\,\hat{\imath} + 7.99\,\hat{\jmath})\,\text{m} \quad 0.2}$$

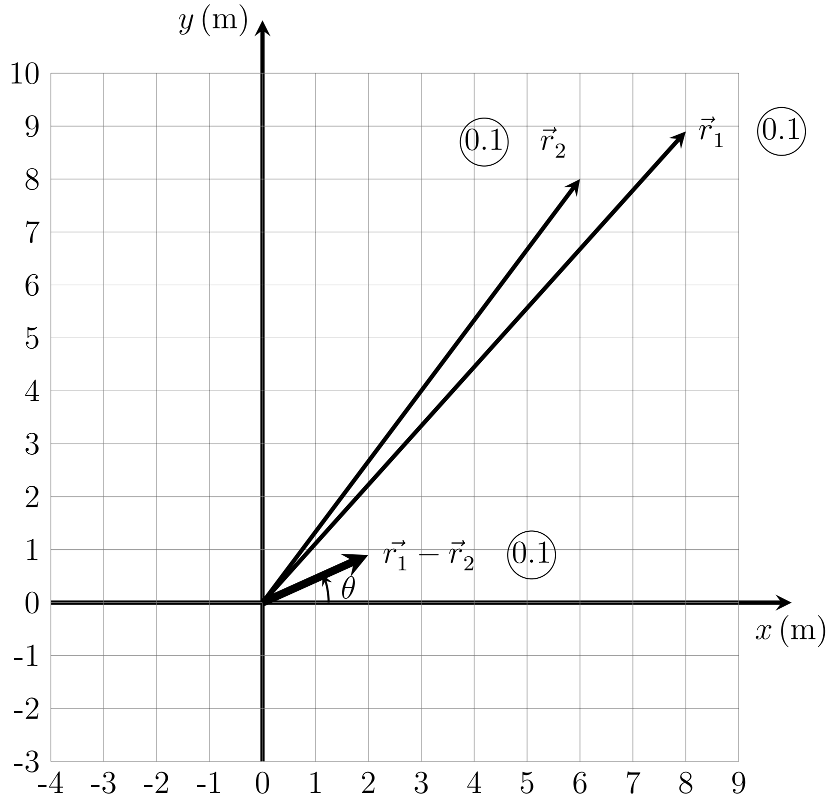
b) (0.1 Pts.) Calcule el vector $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ en notación de vectores unitarios.

$$\boxed{\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (2.01\,\hat{\imath} + 0.93\,\hat{\jmath})\,\text{m} \quad 0.1}$$

c) (0.2 Pts.) Calcule el vector $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ en notación de coordenadas polares planas.

$$\boxed{\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (2.21\,\text{m},\, 25°) \quad 0.2}$$

d) (0.3 Pts.) En el sistema de coordenadas que se le presenta dibuje los vectores $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ y $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ e identifíquelos claramente.



Desarrollo 2

a) Para el vector $\vec{r}_1$ se tiene:

$$\begin{aligned}
x_1 &= (12.0\,\mathrm{m})\cos(48.0^\circ) = (12\,\mathrm{m})(0.669) = 8.03\,\mathrm{m}\\
y_1 &= (12.0\,\mathrm{m})\sin(48.0^\circ) = (12\,\mathrm{m})(0.743) = 8.92\,\mathrm{m}\\
\vec{r}_1 &= (8.03\,\hat{\imath} + 8.92\,\hat{\jmath})\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

Para el vector $\vec{r}_2$ se tiene:

$$\begin{aligned}
x_1 &= (10.0\,\mathrm{m})\cos(53.0^\circ) = (10.0\,\mathrm{m})(0.602) = 6.02\,\mathrm{m}\\
y_1 &= (10.0\,\mathrm{m})\sin(53.0^\circ) = (10.0\,\mathrm{m})(0.80) = 7.99\,\mathrm{m}\\
\vec{r}_2 &= (6.02\,\hat{\imath} + 7.99\,\hat{\jmath})\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

b) El vector pedido es:

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + (-\vec{r}_2) = [(8.03\,\hat{\imath} + 8.92\,\hat{\jmath} + (-6.02\,\hat{\imath} - 7.99\,\hat{\jmath})]\,\mathrm{m} = (2.01\,\hat{\imath} + 0.93\,\hat{\jmath})$$

c) En coordenadas polares el vector pedido es:

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{(2.01)^2 + (0.93)^2}\,\mathrm{m} = \sqrt{4.04 + 0.86}\,\mathrm{m} = \sqrt{4.90}\,\mathrm{m} = 2.21\,\mathrm{m}$$

y, el ángulo polar

$$\tan\theta = \frac{0.93}{2.01} = 0.46 \quad \rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(0.46) = 25^\circ$$

de modo que, en coordenadas polares planas el vector pedido es

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (2.21\,\mathrm{m},\ 25^\circ)$$

Problema 3 (0.7 Pts.)
Suponga que la magnitud de la aceleración a de una partícula que se mueve con rapidez constante v en un círculo de radio R es proporcional a alguna potencia de R- digamos R^{α}- y a alguna potencia de v- digamos v^{β}. Usando análisis dimensional calcule los valores de α y β y escriba una ecuación que permita calcular la magnitud de la aceleración de dicha partícula en función de v y de R. *Nota:* Asuma que la constante de proporcionalidad es adimensional.

$$\boxed{\alpha = -1 \quad 0.2} \quad ; \quad \boxed{\beta = 2 \quad 0.2} \quad ; \quad \boxed{a = kR^{-1}v^2 = k\frac{v^2}{R} \quad 0.3}$$

Desarrollo 3
Para la magnitud de la aceleración podemos escribir $a = kR^{\alpha}v^{\beta}$ con k una constante adimensional. Entonces, dimensionalmente, se debe cumplir que

$$[a] = \left[R^{\alpha}v^{\beta}\right] = [R]^{\alpha}[v]^{\beta} = \left(\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0\right)^{\alpha}\left(\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-1}\right)^{\beta} = \mathrm{L}^{\alpha+\beta}\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-\beta}$$

Recordando que las dimensiones de a son $[a] = \mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-2}$ tenemos las siguientes igualdades y ecuaciones

$$\begin{aligned} \mathrm{L}^1 = \mathrm{L}^{\alpha+\beta} \quad &\rightarrow \quad \alpha+\beta = 1 \\ \mathrm{M}^0 = \mathrm{M}^0 \quad &\rightarrow \quad 0 = 0 \\ \mathrm{T}^{-2} = \mathrm{T}^{-\beta} \quad &\rightarrow \quad \beta = 2 \end{aligned}$$

y $\alpha + 2 = 1$ nos lleva a $\alpha = -1$ de modo que la expresión para la aceleración podría ser

$$a = kR^{-1}v^2 = k\frac{v^2}{R}$$

Problema 4 (1.0 Pts.)
La magnitud del vector momentum lineal $|\vec{p}| = p$ de una partícula de masa m que se mueve con una rapidez $|\vec{v}| = v$ es calculada usando la siguiente expresión

$$p = mv$$

a) (0.2 Pts.) Las dimensiones del momentum lineal son: $\boxed{[\,p\,] = \mathrm{L}^1\mathrm{M}^1\mathrm{T}^{-1} \quad 0.2}$.

b) (0.2 Pts.) Las unidades SI del momentum lineal son: $\boxed{p \equiv \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}} \quad 0.2}$.

c) (0.6 Pts.) Si una medida de la masa es $m = (1.4 \pm 0.2)\,\mathrm{kg}$ y una medida de la rapidez es $v = (4.0 \pm 0.2)\,\mathrm{m/s}$, calcule la magnitud del momentum lineal y su respectivo error absoluto:

$$\boxed{p = (6\ \pm\ 1\,)\,\mathrm{kg\,m/s} \quad 0.6}.$$

Desarrollo 4

a) Las dimensiones de p son:

$$[p] = [m][v] = \left(\mathrm{L}^0\mathrm{M}^1\mathrm{T}^0\right)\left(\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-1}\right) = \mathrm{L}^1\mathrm{M}^1\mathrm{T}^{-1}$$

b) Las unidades SI de la magnitud del momentum lineal son:

$$p \equiv (\mathrm{kg})(\mathrm{ms}^{-1}) = \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

c) Primero calculamos p, la magnitud del momentum lineal,

$$p = mv = (1.4\,\mathrm{kg})(4.0\,\mathrm{m/s}) = 5.6\,\mathrm{kg\,m/s} \quad 0.1$$

Ahora calculamos el error fraccional en p

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta m}{|m|} + \frac{\Delta v}{|v|} = \frac{0.2}{1.2} + \frac{0.2}{4.0} = 0.2 + 0.05 \approx 0.2 \quad 0.2$$

de modo que el error absoluto en p es

$$\Delta p = (0.2)p = (0.2)(5.6\,\mathrm{m/s}) = 1.12\,\mathrm{m/s} \approx 1\,\mathrm{kg\,m/s} \quad 0.2$$

y el valor de p con su error absoluto es

$$p = (6 \pm 1)\,\mathrm{kg\,m/s} \quad 0.1$$

Desarrollo

Preguntas con alternativas

1. **Alternativa a)**: Dado que $[X] \neq [Y]$ esa es la única expresión que nunca podría tener significado físico, porque 2 y 3 son adimensionales y $[X/2] = [X]$ y $[3Y] = [Y]$, y como $[X] \neq [Y]$ no se pueden restar dos cantidades con dimensiones distintas.

---

2. **Alternativa c)**: Dado que el argumento de la función coseno es adimensional, entonces para el argumento de la función coseno se tiene que:

$$[A_2 t^3] = [A_2][t]^3 = \mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0$$
$$[A_2] = \frac{\mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0}{[t]^3} = \frac{\mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0}{\mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^3} = \mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-3}.$$

y debido a que el coseno de un ángulo es adimensional,

$$[x] = [A_1][\cos(\pi - A_2 t)] \quad \rightarrow [A_1] = \frac{[x]}{[\cos(\pi - A_2 t)]} = \frac{\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0}{\mathrm{L}^0\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0} = \mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0$$

---

3. **Alternativa a)**: Para que Re sea adimensional se debe cumplir que:

$$[\mu] = [\rho][v][D] = (\mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^1\mathrm{T}^0)(\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^{-1})(\mathrm{L}^1\mathrm{M}^0\mathrm{T}^0) = \mathrm{L}^{-1}\mathrm{M}^1\mathrm{T}^{-1}$$

po lo tanto las unidades SI de μ son $\mathrm{m}^{-1}\,\mathrm{kg}^1\,\mathrm{s}^{-1} \equiv \mathrm{kg}/(\mathrm{m\,s})$.

---

4. **Alternativa b)**: El resultado de la multiplicación es un número con tres cifras significativa y sin lugares decimales. La suma de ese resultado con el número 7.86 debe dar un resultado sin lugares decimales y con cinco cifras significativas. Primero multiplicamos y luego sumamos:

$$Q_1 = (14.2)(6.489 \times 10^3) = 9.21438 \times 10^4 \approx 9.21 \times 10^4$$
$$Q = Q_1 + 7.86 = 9.21 \times 10^4 + 7.86 = 9.210786 \times 10^4 \approx 9.2108 \times 10^4$$

---

5. **Alternativa b)**: Determinamos el valor del área de la pared

$$V = A\ell \quad \rightarrow \quad A = \frac{V}{\ell} = \frac{3.78 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{1.51 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}} = 25.0\,\mathrm{m}^2 = 2.50 \times 10^1\,\mathrm{m}^2 \sim 10^1\,\mathrm{m}^2,$$

donde aplicamos el criterio de orden de magnitud $2.50 < \sqrt{10}$.

---

6. **Alternativa a)**: La magnitud de un vector es una cantidad siempre positiva.

---

7. **Alternativa c)**: Esa alternativa muestra $\vec{a}_x + \vec{a} = \vec{a}_y$.

---

8. **Alternativa a)**: Reste las componentes cartesianas independientemente

$$\vec{R} = (2a_x - 3b_x,\, 2a_y - 3b_y)\,\mathrm{m} = (10.0 + 9.00,\, 6.00 - 24.0)\,\mathrm{m} = (19.0,\, -18.0)\,\mathrm{m}$$
