



### Listado 3: Splines cúbicos

#### 1. Problemas con papel y lápiz

1. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

(a) La función  $p : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  con

$$p(x) = \begin{cases} x^3, & \text{si } x \in [0, 1[, \\ x^3, & \text{si } x \in [1, 2] \end{cases}$$

es un spline cúbico natural.

(b) La función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x, & \text{si } -1 \leq x < 0, \\ x^3 - x, & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

es un spline cúbico.

2. Sea  $s$  el spline cúbico natural que interpola cierta función  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  en  $0, 1, 2, 3$  ( $f(0) = 0$ ,  $f(1) = f(2) = 1$ ,  $f(3) = 0$ ). Determine, si es posible, un spline cúbico  $s$  interpolante de  $f$  con la propiedad  $s|_{[1,2]} \equiv 1$ .

3. Considere la función  $s$  dada por

$$s(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \in [1, 2[, \\ -x^3 + 9x^2 - 22x + 17, & \text{si } x \in [2, 3]. \end{cases}$$

¿Es  $s$  un spline cúbico? En caso de ser afirmativa la respuesta, ¿corresponde a un spline cúbico natural, completo o no-nodo?.

4. Considere los coeficientes  $a_1, a_0, b_1, b_0 \in \mathbb{R}$  y la función  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} a_1 x + a_0, & \text{si } x \in [-1, 0[, \\ b_1 x + b_0, & \text{si } x \in [0, 1]. \end{cases}$$

Determine, si es posible, valores  $a_1, a_0, b_1, b_0 \in \mathbb{R}$  de modo que  $f$  sea un spline cúbico interpolante de los pares  $(-1, 1), (0, 3), (1, 5)$ . ¿Es  $f$  un spline cúbico natural? ¿Es  $f$  un spline cúbico no-nodo?.

5. Determine cuál de las siguientes funciones es el spline cúbico natural que interpola los pares ordenados  $(-1, -1), (0, 0), (1, 1)$ ,

- $s(x) = x$ ,
- $s(x) = x^3$ ,
- $s(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{si } x \in [-1, 0[, \\ x^2, & \text{si } x \in [0, 1]. \end{cases}$