

525043 - Taller de Razonamiento Matemático II

Listado 11

Ejercicio 1. Juegas el siguiente juego. Inicialmente tienes n piedras en un montón. En una jugada, eliges un montón, quitas una piedra, y luego separas el montón en dos montones no vacíos. Ganas el juego si terminas solo con montones que tienen 3 piedras cada uno.

Muestre, usando inducción, que se puede ganar el juego si y solo si $n = 4k + 3$, con $k \geq 0$ entero.

Ejercicio 2. Se escriben los números $1, 2, \dots, 98$ en un pizarrón. Luego escoges dos números a y b cualquiera con $a > b$, se borran, y se escribe el número $a - b$. Repetimos estos pasos hasta que queda solamente un número en el pizarrón. Muestre que el último número que queda es impar.

Ejercicio 3. Tienes 2001 semáforos en una circunferencia. Una jugada consiste en tomar tres semáforos consecutivos y hacerlos avanzar en una posición (de rojo a verde, de verde a amarillo, de amarillo a rojo). Inicialmente hay 1000 semáforos en verde y 1001 en rojo. ¿Se pueden poner todos los semáforos en amarillo?

Ejercicio 4. Dadas 3 pilas con n piedras cada una. Un paso consiste en escoger dos de las pilas, quitarle una piedra a cada una, y agregarle una piedra a la pila restante. ¿Se puede terminar con dos pilas vacías y una con una sola piedra?

Canción de la semana: Steven Wilson - Nowhere Now (2017)