Biortogonalne relacje logiczne — zadania

Wiktor Kuchta

Zadanie 1. Dla ustalonego języka (który ma termy t, kotermy E i pojęcie złączania ich w pełną konfigurację E[t]) i zbioru jego konfiguracji Obs, dopełnienia ortogonalne definiujemy następująco:

Jeśli S to zbiór termów, to $S^{\perp} = \{E \mid \forall t \in S. E[t] \in \text{Obs}\}.$

Jeśli S to zbiór kotermów, to $S^{\perp} = \{t \mid \forall E \in S. E[t] \in \text{Obs}\}.$

Załóżmy, że S to zbiór termów albo kotermów. Pokaż, że $S\subseteq S^{\perp\perp}$ i $S^{\perp\perp\perp}\subseteq S^{\perp}$.

Zadanie 2. Rozważamy rachunek lambda call-by-value z typami prostymi rozszerzony o kontynuacje niedelimitowane.

$$\begin{array}{c} v ::= x \mid \lambda x.\,t \mid \mathsf{cont}\;E \\ & t ::= v \mid t\;t \mid \mathsf{letcc}\;x.\,t \mid \mathsf{throw}\;t\;t \\ & E ::= \square \mid E\;t \mid v\;E \mid \mathsf{throw}\;E\;t \mid \mathsf{throw}\;v\;E \end{array}$$

$$E[(\lambda x.\,t)\;v] \to E[t\{v/x\}] \qquad \qquad E[\mathsf{letcc}\;x.\,t] \to E[t\{\mathsf{cont}\;E/x\}]$$

$$E[\mathsf{throw}\;(\mathsf{cont}\;E')\;v] \to E'[v]$$

Intencja jest oczywiście taka, że kontekst ewaluacyjny zapakowany w wartość postaci cont E jest "zamrożony" tzn. występujące w nim dziury \square nie podlegają podstawieniom i nie są miejscami redukcji.

Interesuje nas terminacja ewaluacji.

Zdefiniuj odpowiednie relacje logiczne i udowodnij lematy kompatybilności dla reguł wprowadzających letcc i throw:

$$T ::= B \mid T \to T \mid \mathsf{Cont} \ T$$

$$\frac{\Gamma, x : \mathsf{Cont} \ T \vdash t : T}{\Gamma \vdash \mathsf{letcc} \ x . \ t : T}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t_1 : \mathsf{Cont} \ T}{\Gamma \vdash \mathsf{throw} \ t_1 \ t_2 : T'}$$