Skidbacken

Emil Wiklund[*]

Luleå tekniska universitet
971 87 Luleå, Sverige

20 september 2020

Sammanfattning

Hej jag är den plats det ska finnas en sammanfattning.

1 Introduktion

Denna rapport går ut på att visa lösningar ur uppgiften *skidbacken*. I uppgiften finns det tre stycken del-uppgifter vilket rapporten går igenom. Dessa handlar om begreppen *derivata* och *lutning*. Det uppgiften går ut på är hur man räknar ut *derivatan* vid ett vist tillfälle, del-uppgift ett går igenom backens *lutning* i en viss punkt. Del-uppgift två går igenom lösandet av backens brantaste punkt den tredje och sista del-uppgiften går igenom.....

1.1 Derivata och lutning

Dokumentet nämner begreppet *derivata* och *lutning* och då är det viktigt att den som läser detta kan förstå innebörden av dessa. Dessa är kopplade till varandra och när *derivata* nämns menar man på *lutningen*. *Derivatan* eller *lutningen* tyder på förändringshastighet i en viss tidpunkt.

Om vi exempelvis har två olika punkter. Punkten $(x, f(x))$ och punkten $(x+h, f(x+h))$ kan man dra en linje mellan dessa, en *sekant* mellan punkterna. Med *sekant* menar man på medellutningen till två punkter. I det här fallet punkterna $(x, f(x))$ och $(x+h, f(x+h))$. Skulle man låta h gå mot 0 så kommer sekantens *lutning* att tillslut övergå till en tangent. Då kan vi teckna ett utryck för sekantens *lutning*:

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

[*]email: `emiwik-9@student.ltu.se`

Om vi låter h gå mot 0

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

får vi tangentens *lutning* genom att räkna ut gränsvärdet i punkten $(x, f(x))$.

2 Backens lutning

Uppgiftens lösande sker på följande sätt:

> Bestäm backens lutning för $x = 0.8$.

Lösning: Derivera $y = 0.5e^{-x^2}$ för att få ut funktionen för lutningen, funktionen för derivatan ser ut: $y' = xe^{-x^2}$ Därefter sätter vi in värdet $x = 0.8$ i funktionen för lutningen

$$y'(0.8) = 0.8e^{-0.8^2}$$

Insättningen av 0.8 ger lutningen värdet $\approx (-0.42)$.Vilket är svaret på deluppgiften.

3 Backens brantaste punkt

Uppgiftens lösande sker på följande sätt:

> Ställ upp en ekvation för bestämning av x-värdet i den punkt där backar med en sådan banprofil är brantast.

Lösning: Det uppgiften frågar efter är x-värdet i den punkten där backen är som brantast.

Vi vet att backens *lutning* är som störst där y' är störst. Det vill säga där y'' är lika med 0. Vi utgår från funktionen $f = 0.5e^{-x}$ och deriverar två gånger för att få ut funktionen för y''

$$y = 0.5 \cdot e^{-ax^2}$$
$$y' = -a \cdot e^{-ax^2}$$

Här väjer vi att dela upp funktionen i dess två faktorer i syfte att skapa ordning medans vi deriverar.

$$f(x) = -ax$$
$$g(x) = e^{-ax^2}$$

Därefter deriverar vi

$$f'(x) = -a$$
$$g'(x) = -2ax \cdot e^{-ax^2}$$

Tillsammans bildar de två funktionerna *andraderivatan*. Vi fortsätter med att skriva ihop dessa igen och därefter faktorisera dessa

4 Och ännu nästa problem...

$$a = \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Svar: $a = 0.5$

5 Diskussion [och slutsatser]

Sammanfatta vad som avhandlats i dokumentet och sätt det i sitt sammanhang.

Referenser

[1] Michel Goossens, Frank Mittelbach, and Alexander Samarin. *The LaTeX Companion*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1993.

[2] Albert Einstein. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. (German) [*On the electrodynamics of moving bodies*]. Annalen der Physik, 322(10):891–921, 1905.