

## Dugga 1

6. a) Vad är koefficienten för  $a^2b^3$  i utvecklingen av  $(3a-b)^5$ ?

Lösning:  $(3a-b)^5 = \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} \cdot (3a)^k \cdot (-b)^{5-k} +$   
 $\binom{5}{1} \cdot (3a)^4 \cdot (-b)^1 +$   
 $\binom{5}{2} \cdot (3a)^3 \cdot (-b)^2 +$

$k=3 \longrightarrow \binom{5}{3} \cdot (3a)^2 \cdot (-b)^3$

Alltså väljer  
vi att stanna  
här på grund  
utan vi har  
kommit till  $a^2b^3$ .  
Nu skall enkla  
koefficienterna räknas.

För att räkna koefficienten för  $a^2b^3$   
gör vi på följande och skriver om talet:

$\binom{5}{3} \cdot (3a)^2 \cdot (-b)^3 \longrightarrow \binom{5}{3} \cdot 3^2 \cdot (-1)^3 \cdot a^2b^3$   
Skrivs om  
till

koefficienten blir alltså  $\binom{5}{3} \cdot 3^2 \cdot (-1)^3$

Vilket kommer att bli:

$10 \cdot 9 \cdot (-1) = -90$

Svar: koefficienten för  $a^2b^3$  är: -90

## Dugga 1

6. b) Vad är summan av alla koefficienter i utvecklingen  $(3a-b)^5$ .

Lösning: Om man använder binomialsatsen kan vi få ut summan.

$$(3a-b)^5 = \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} \cdot (3a)^{5-k} \cdot (-b)^k$$

Koefficienterna är  $\binom{5}{k} \cdot 3^{5-k} \cdot (-1)^k$

För att få ut summan räknar vi ut enskild summa på följande sätt:

$$\binom{5}{0} \cdot 3^5 \cdot (-1)^0 = 1 \cdot 243 \cdot 1 = 243$$

$$\binom{5}{1} \cdot 3^4 \cdot (-1)^1 = 5 \cdot 81 \cdot (-1) = -405$$

$$\binom{5}{2} \cdot 3^3 \cdot (-1)^2 = 10 \cdot 27 \cdot 1 = 270$$

$$\binom{5}{3} \cdot 3^2 \cdot (-1)^3 = 10 \cdot 9 \cdot (-1) = -90$$

$$\binom{5}{4} \cdot 3^1 \cdot (-1)^4 = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$$

$$\binom{5}{5} \cdot 3^0 \cdot (-1)^5 = 1 \cdot 1 \cdot (-1) = -1$$

Om vi nu lägger ihop summan av samtliga koefficienter så får vi som följande:

$$243 - 405 + 270 - 90 + 15 - 1 = 32$$

Därför får vi 32 vilket är summan av samtliga koefficienter.

Svar: Summan av samtliga koefficienter är 32.

## Dugga 1

- c) Hur många ord kan bildas av STEREOAPPARAT (Alla bokstäver precis en gång)? Svara med multinomialkoefficient.

Lösning:

S: 1st T: 2st E: 2st R: 2st O: 1st A: 3st  
P: 2st

$$\binom{n}{1, 2, 2, 2, 1, 3, 2}$$

$n$  = Längden på ordet

$$n = 13$$

$$\binom{13}{1, 2, 2, 2, 1, 3, 2} = \frac{13!}{1! 2! 2! 2! 1! 3! 2!}$$


$$\frac{13!}{1! 2! 2! 2! 1! 3! 2!} \xrightarrow{\substack{\text{skriver} \\ \text{om} \\ \text{rekursiv} \\ 3! 2! 2! \\ \text{Samma} \\ \text{som } 4!}} \frac{13!}{1! 1! 4! 2! 1!} = \frac{13!}{1 \cdot 1 \cdot 24 \cdot 2} = \frac{13!}{48}$$

$$\frac{13!}{48} = 129\,729\,600$$

Svar: 129 729 600 eller i annan form:

$$\frac{13!}{1! 1! 2! 2! 2! 2! 3!}$$

## Diskreta duggor

Namn Personnummer  
(tio siffror) Dugga nr.  Min uppgift är Min kod 

## Mina svar:

a) b) c) 