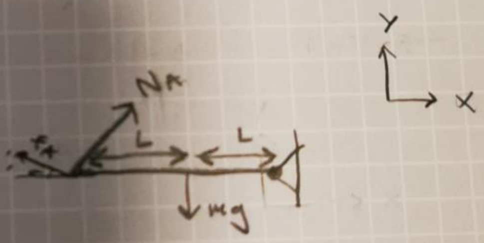
1. En lätt kil har pressats in under en horisontell balk. Balken väger $m = 20\,kg$, Friktionskoefficienten är $\mu = 0{,}20$ vid kilens båda kontakt ytor.

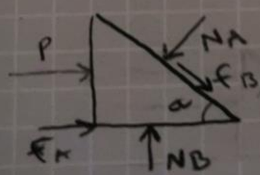
a) Bestäm den kraft P som krävs för att hålla kilen på sin plats om vinkeln $\alpha = 24°$. Ange utrycket för P endast i kända variabler. (dvs, m, α, μ och g). Ersätt sen med numeriska värde och ange numeriska svaret.

Givet: $m_B = 20\,kg$
$\mu = 0{,}20$
$\alpha = 24°$

Sökes: $P = ?$

Lösning: Friläggning:





Kräver: Att om kilen inte ska röra sig måste summan av krafterna i x led bli 0.

$$\sum F_{x,\text{kilen}} = P + f_A + f_B \cdot \cos\alpha - N_A \cdot \sin\alpha$$

$$\sum \tau = f_A \cdot \sin\alpha \cdot 2L + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2L - mgL = 0$$

$$\sum F_{y,\text{kilen}} = -N_A' \cdot \cos\alpha + N_B - f_A \cdot \sin\alpha$$

För att räkna ut N_A Används summationen $\Sigma\tau$

$\Sigma\tau$ ger: $f_A \cdot \sin\alpha \cdot 2L + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2L - mgL = 0$

Då följer uträkningen:

$$\mu N_A \cdot \sin\alpha \cdot 2L + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2L - mgL = 0$$

$$\cancel{L}(\mu N_A \cdot \sin\alpha \cdot 2 + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2 - mg) = \frac{0}{\cancel{L}}$$

$$\mu N_A \cdot \sin\alpha \cdot 2 + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2 - mg = 0$$

$$N_A(\mu \cdot \sin\alpha \cdot 2 + \cos\alpha \cdot 2) - mg = 0$$

$$N_A = \frac{mg}{2(\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha)} =$$

För att Lösa ut N_B används N_A i summationen $\Sigma F_y = 0$.

Då följer uträkningen:

$$-N_A \cdot \cos\alpha + N_B - f_1 \cdot \sin\alpha = 0$$

$$N_B = f_1 \cdot \sin\alpha + N_A \cdot \cos\alpha$$

$$N_B = \mu \cdot N_A \cdot \sin\alpha + N_A \cdot \cos\alpha$$

$$N_B = \frac{\mu mg \sin\alpha}{2(\mu \sin\alpha + \cos\alpha)} + \frac{mg \sin\alpha}{2(\mu \sin\alpha + \cos\alpha)}$$

Då sätts NA & NB in i ekvationen för P.

$$P = -\mu N_B - \mu N_A \sin\alpha - N_A \cos\alpha$$

$$P = -\mu \cdot \left(\frac{\mu m g \sin\alpha}{2(\mu \sin\alpha + \cos\alpha)} + \frac{mg}{2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)} \right) - \frac{mg\mu\cos\alpha}{2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)} - \frac{mg\cos\alpha}{2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

$$P = \frac{-\mu^2 mg\sin\alpha + mg - \mu 1 - mg\mu\cos\alpha}{2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

$$P = \frac{mg\,(1-\mu^2)\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha}{2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

Nu sätter vi in vårt indata och löser ut P.

$$P = \frac{20 \cdot 9{,}806\,(1-(0{,}2)^2 \cdot \sin 24^\circ - 2\cdot 0{,}2\cos 24^\circ}{2(0{,}2\sin 24^\circ + \cos 24^\circ)}$$

$$P = \frac{196{,}12\,(0{,}025)}{1{,}98978557}$$

$$P = 2{,}47\,N$$

Svar: P kraften 2,47N krävs för att hålla kilen på plats.

b) Bestäm vinkeln α så att kilen är i jämvikt även för $P=0$.

Så: $$0 = \frac{mg(1-\mu^2)\sin\alpha - 2\mu\cdot\cos\alpha}{2(\mu\sin\alpha+\cos\alpha)}$$

Förenklar: $$\frac{(1-\mu^2)\sin\alpha}{\cancel{2(\mu\sin\alpha+\cos\alpha)}} = \frac{2\mu\cos\alpha}{\cancel{2(\mu\sin\alpha+\cos\alpha)}}$$

$$\frac{(1-\mu^2)\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2\mu\cancel{\cos\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\mu}{(1-\mu^2)}$$

$$\tan\alpha = 0{,}416$$

$$\tan^{-1} 0{,}416 = 22{,}587310^\circ$$

Svar: $\alpha = 22{,}6^\circ$