

Skidbacken

Emil Wiklund*

Luleå tekniska universitet
971 87 Luleå, Sverige

19 september 2020

Sammanfattning

1 Introduktion

1.1 Derivata och lutning

Dokumentet nämner termen *derivata* och ordet *lutning* och då är det viktigt att den som läser detta kan förstå innebörden av dessa. Dessa är kopplade till varandra och när termen *derivata* nämns menar man på *lutningen*. *Derivatan* eller *lutningen* tyder på förändringshastigheten i en viss tidpunkt. Den kända formeln för *derivatan*, även kallad *derivatans definition*:

$$f'(x) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Formeln menar på att *lutningen* för en funktion, bestäms genom att låta

*email: emiwick-9@student.ltu.se

14 2 En backes lutning

15 Uppgiftens lösande sker på följande sätt:

16 Bestäm backens lutning för $x = 0.8$.

17 *Lösning:* Derivera $y = 0.5e^{-x^2}$ för att få ut funktionen för lutningen, funktionen för
18 derivatan ser ut: $y' = xe^{-x^2}$ Därefter sätter vi in värdet $x = 0.8$ i funktionen för lutningen

$$y'(0.8) = 0.8e^{-0.8^2}$$

19 Insättningen av 0.8 ger lutningen värdet $\approx (-0.42)$. Vilket är svaret på deluppgiften.

20 3 Backens brantaste punkt

21 Uppgiftens lösande sker på följande sätt:

22 Ställ upp en ekvation för bestämning av x -värdet i den punkt där backar med
23 en sådan banprofil är brantast.

24 *Lösning:* Det uppgiften frågar efter är x -värdet i den punkten där backen är som brantast.

$$y = 0.5 \cdot e^{-ax^2}$$
$$y' = -a \cdot e^{-ax^2}$$

25 Vi vet att backens *lutning* är som störst där y' är störst. Det vill säga där y'' är lika
26 med 0. Vi ställer upp ekvationen och deriverar igen, för att därefter använda oss utav
27 kedjeregeln.

$$y' = -a \cdot e^{-ax^2}$$
$$f(x) = -ax$$
$$g(x) = e^{-ax^2}$$
$$y'' = -a \cdot e^{-ax^2} + 2a^2x^2 \cdot e^{-ax^2} = a \cdot e^{-ax^2} \cdot (2ax^2 - 1)$$
$$a \cdot e^{-ax^2} > 0 | 2ax^2 - 1 = 0$$
$$x = \sqrt{\frac{1}{2a}}$$
$$f' = -a$$
$$g' = -2ax \cdot e^{-ax^2}$$

28 4 Och ännu nästa problem...

$$a = \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

29 *Svar:* $a = 0.5$

30 5 Diskussion [och slutsatser]

31 Sammanfatta vad som avhandlats i dokumentet och sätt det i sitt sammanhang.

32 Referenser

- 33 [1] Michel Goossens, Frank Mittelbach, and Alexander Samarin. *The L^AT_EX Companion*.
34 Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1993.
- 35 [2] Albert Einstein. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. (German) [*On the electrody-*
36 *namics of moving bodies*]. *Annalen der Physik*, 322(10):891–921, 1905.