uppgift 5 Dugga 7

$$\begin{cases} x_{n+2} - x_{n+1} - 2x_n = 3^n \\ x_0 = 0,\ x_1 = 1 \end{cases}$$

Först: ekvationen är inhomogen, Linjär, konstanta koefficienter.

Löser ut homogena lösningen.

Ansats: $x_n = r^n$

Insättning ger: $r^2 - r - 2 = 0$

För att få rötterna kör vi pq på den karakteristiska:

$$r = -\left(\frac{-1}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 2}$$

$$r = \frac{1}{2} \pm 1.5$$

Rötterna blir: $r_1 = -1$ $r_2 = 2$ $\therefore x_n^h = A(-1)^n + B \cdot 2^n$

Nu till det partikulära steget:

Ansats: $x_n^p = c\,3^n$

In i ekvationen ger:

$$c(3^{n+2}) - c(3^{n+1}) - 2(c3^n) = 3^n$$

Ident steg ger:

$$\begin{aligned} n^1 &: c \cdot 27 - c \cdot 9 - 2(c \cdot 3) = 3 \\ n^0 &: c \cdot 9 - c \cdot 3 - 2(c \cdot 1) = 1 \end{aligned} \iff \begin{cases} 12c = 3 \\ 4c = 1 \end{cases}$$

ekvationssystemet ger: $c = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot 3^n$

Så Homogena + Partikulära ger Allmänalösningen:

$$x_n = A(-1)^n + B \cdot 2^n + \frac{1}{4} \cdot 3^n$$

Dags å Beräkna A och B.

Så $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ ger:

$$\begin{cases} 1 = A \cdot (-1)^1 + B \cdot 2^1 + \frac{1}{4} \cdot 3^1 \\ 0 = A \cdot 1 + B \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 1 \end{cases}$$

$$\overset{1.}{\Rightarrow} \begin{cases} 1 = -A + 2B + \frac{3}{4} \\ 0 = A + B + \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\overset{2.}{\Rightarrow} \begin{cases} A = 2B - \frac{1}{4} \\ 0 = (2B - \frac{1}{4}) + B + \frac{1}{4} \end{cases} \quad \overset{3}{\Rightarrow} \begin{cases} A = 2B - \frac{1}{4} \\ 3B = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\overset{4.}{\Rightarrow} \begin{cases} A = 2 \cdot 0 - \frac{1}{4} \\ 2B = 0 \end{cases} \quad \overset{5.}{\Rightarrow} \begin{cases} A = -\frac{1}{4} \\ B = 0 \end{cases}$$

Med detta Blir lösningen på ekvationen:

$$x_n = \left(\frac{-1}{4}\right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{4} \cdot 3^n$$

Diskreta duggor

Namn: Emil Wiklund

Personnummer (tio siffror): 000915-8635

Beräkna min kod

Min kod: 30242950

Dugga nr.: 7

Min uppgift är: 5

Mina svar:

a) -1/4*(-1)^n+1/4*3^n

b)

c)

Kontrollera