

Kinematyka punktu materialnego

Wektor położenia (wektor wodzący)

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Przemieszczenie - różnica wektorów położenia w chwili t_2 oraz t_1

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Prędkość - pochodna wektora położenia względem czasu

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

czyli równoznacznie

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

Jeśli wartość prędkości

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

jest stała to jest to ruch jednostajny prostoliniowy, jeśli dodatkowo kierunek i zwrot prędkości się nie zmieniają.

Przyspieszenie - szybkość zmian wektora prędkości

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

czyli równoznacznie

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Poszczególne składowe ruchu nie wpływają na siebie wzajemnie, mogą być przez to opisywane niezależnie od siebie

Ruchy krzywoliniowe

\vec{r} - wektor styczny

Prędkość:

$$\vec{v} = v\vec{r}$$

W takim przypadku przyspieszenie to:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{r}) = v\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r}\frac{dv}{dt} = \vec{a}_n + \vec{a}_r$$

z tego przyspieszenie normalne (dośrodkowe) wynosi, gdzie \vec{n} to wektor normalnej a R to promień krzywizny toru, przyspieszenie to odpowiada za zmianę kierunku prędkości, przyspieszenie normalne

zawsze jest skierowane do środka krzywizny toru :

$$\vec{a}_n = v \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

gdzie pochodna \vec{r} po czasie wynosi:

$$|\vec{r}| \frac{d\varphi}{dt} \vec{n} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{n} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} \vec{n} = \frac{v}{R} \vec{n}$$

a przyspieszenie styczne(tangencjalne), odpowiada ono za zmianę wartości prędkości:

$$\vec{a}_r = \vec{r} \frac{dv}{dt}$$

Podsumowując przyspieszenie w ruchu krzywoliniowym można wyrazić jako:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{r} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

a samą wartość:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_r^2}$$