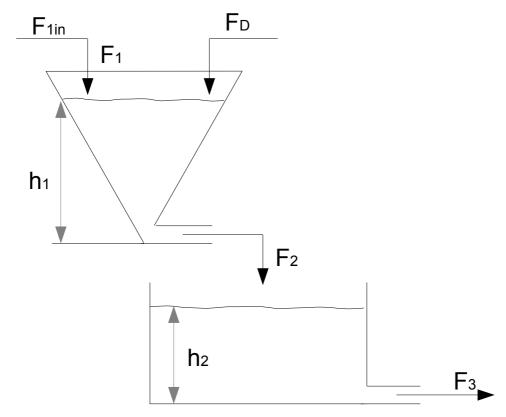
PROJEKT

Sztuczna Inteligencja w Automatyce "Układ zbiorników" Mateusz Baczewski Piotr Piekarski

1. Wstęp

Celem zadania jest przygotowanie modelu dwóch połączonych zbiorników (Rysunek 1), oraz opracowanie i dobranie najlepszych regulatorów. Całość projektu wykonana jest w środowisku Matlab.



Rysunek 1: Schemat układu dwóch zbiorników

2. Zakres pracy projektowej

P1. Model układu

Zadanie projektowe zostało podzielone na trzy podpunkty (zakres prac przedstawiony został w tabeli 1). W pierwszej części opracowany matematycznie został model układu. Stworzono również modele, liniowy i nieliniowy obiektu regulacji oraz algorytm regulacji predykcyjnej. Drugi rozdział poświęcony jest modelom rozmytym Takagi-Sugeno, wraz z odpowiednimi modelami lokalnymi. Powstałe eksperymentalnie rozwiązania porównane są zarówno ze sobą jak i z rozwiązaniami z poprzedniego etapu. Opracowano również rozmyty algorytm regulacji predykcyjnej.

Z1: Model obiektu
Z1.1: Matematyczne opracowanie punktów pracy
Z1.2: Linearyzacja modelu
Z1.3: Opracowanie modelu nieliniowego
Z2.1: Wybór regulatora
Z2.2: Opracowanie regulatora predykcyjnego (DMC)
Z3: Porównanie otrzymanych wyników
P2: Model rozmyty Takagi- Sugeno
Z1: Fuzyfikacja
Z1: Fuzyfikacja Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia)
Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia)
Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia) Z1.2: Stworzenie modeli rozmytych z 2,3,4,5 modelami lokalnymi
Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia) Z1.2: Stworzenie modeli rozmytych z 2,3,4,5 modelami lokalnymi Z1.3: Porównanie otrzymanych wyników
Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia) Z1.2: Stworzenie modeli rozmytych z 2,3,4,5 modelami lokalnymi Z1.3: Porównanie otrzymanych wyników Z2.1: Opracowanie rozmytego algorytmu regulacji predykcyjnej
Z1.1: Opracowanie modeli lokalnych (wybór zmiennej wyjścia) Z1.2: Stworzenie modeli rozmytych z 2,3,4,5 modelami lokalnymi Z1.3: Porównanie otrzymanych wyników Z2.1: Opracowanie rozmytego algorytmu regulacji predykcyjnej Z3: Analiza pracy układu regulacji

Tabela 1: Zakres wykonanej pracy w ramach projektu

3. Model układu

Pierwszy zadaniem projektowym było opracowanie modelu dwóch zbiorników. Zbiorniki są połączone szeregowo ze sobą (Rysunek 1). Zbiornik górny posiada regulowany dopływ wody F_1 jednak sterowanie zaworem następuje z opóźnieniem τ równe 100 sekund. W tym zbiorniku występuje zakłócenie F_D , które również wpływa na poziom wody h_1 . Odpływ F_2 jest jednocześnie wpływem kolejnego zbiornika (dolnego). Poszukiwana wielkość h_2 , czyli wysokość wody w zbiorniku dolnym jest parametrem wobec, którego będzie wykonywane sterowanie, tak aby utrzymać żądany poziom. Oprócz tego zbiornik dolny posiada odpływ F_3 .

Układ zbiorników opisywany jest przez równania zmiany objętości:

$$\frac{dV_1}{dt} = F_1 + F_D - F_2(h_1) \quad \{1\}$$

$$\frac{dV_2}{dt} = F_2(h_1) - F_3(h_2) \quad \{2\}$$

Jak również równania przepływów wody:

$$F_1(t) = F_{1in}(t-\tau)$$
 {3} $F_2(h_1) = \alpha_1 * \sqrt{h_1}$ {4} $F_3(h_2) = \alpha_2 * \sqrt{h_2}$ {5}

I wzory na objętość cieczy w zbiornikach:

$$V_1(h_1) = C_1 * h_1^3 \{6\} V_2(h_2) = A_2 * h_2 \{7\}$$

Gdzie:

A2 = 300 cm2;

C1 = 0.75:

 $\alpha 1 = 15,9;$

 $\alpha 2 = 20$;

Parametry punktu pracy:

$$F_1 = 51 \frac{cm^3}{s}$$
; $F_D = 7 \frac{cm^3}{s}$; $\tau = 100 \text{ s}$; $h2 = 15,21 \text{ cm}$

Jednak pomimo podania punktu pracy h₂ wartość wyznaczona została inną formą. W punkcie pracy nie występują zmiany objętości cieczy w zbiornikach, więc zasadne przyrównanie jest wzorów {1} i {2} do zera. Odpowiednio przekształcając wzory {1} i {2} oraz podstawiając pod F2 i F3 równania {4} i {5} otrzymujemy:

$$h_1 = \left(\frac{F_1 + F_D}{\alpha_1}\right)^2$$
 $h_2 = \left(\frac{F_1 + F_D}{\alpha_2}\right)^2$

Co odpowiednio wynosi 13.3064 cm dla h_1 i 8.41 cm dla h_2 w przypadku przepływów F_1 i F_D w punkcie pracy.

Posiadając parametry można przystąpić do obliczeń modelu liniowego regulacji.

W tym celu pod wzory {1} i {2} podstawiamy {6} i{7} otrzymując:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_1 + F_D - F_2(h_1)}{3C_1 * h_1^2}$$
 {8}

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{F_2(h_1) - F_3(h_2)}{A_2} \quad \{9\}$$

Podstawiając pod przepływ wzory {4} i {5} dostajemy:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_1 + F_D - \alpha_1 * \sqrt{h_1}}{3C_1 * h_1^2} \quad \{10\}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\alpha_1 * \sqrt{h_1} - \alpha_2 * \sqrt{h_2}}{A_2} \quad \{11\}$$

Korzystając z twierdzenia Taylora przekształcamy funkcje {10} i {11} na wielomiany:

$$\frac{F_{1}^{'}+F_{D}^{'}-\alpha_{1}\sqrt{h_{1}^{'}}}{3C_{1}h_{1}^{'2}}+(\frac{F_{1}^{'}+F_{D}^{'}}{3C_{1}}*(-2\frac{1}{h_{1}^{'3}})-\frac{\alpha_{1}}{3C_{1}}*(\frac{-3}{2})*h_{1}^{'-\frac{5}{2}})(h_{1}-h_{1}^{'})+\frac{1}{3C_{1}h_{1}^{'2}}(F_{1}-F_{1}^{'})+\frac{1}{3C_{1}h_{1}^{'2}}(F_{D}-F_{D}^{'})$$

$$\frac{\alpha_{1}}{A_{2}}\sqrt{h_{1}^{'}}-\frac{\alpha_{2}}{A_{2}}\sqrt{h_{2}^{'}}+\frac{\alpha_{1}}{A_{2}2\sqrt{h_{1}^{'}}}(h_{1}-h_{1}^{'})-\frac{\alpha_{2}}{A_{2}2\sqrt{h_{1}^{'}}}(h_{2}-h_{2}^{'})$$

Po dalszych przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{dh_{1}}{dt} = \frac{4(F_{1}^{'} + F_{D}^{'}) - 5\alpha_{1} * \sqrt{h_{1}^{'}}}{6C_{1}h_{1}^{'2}} + \frac{3\alpha_{1} * \sqrt{h_{1}^{'}} - 4(F_{1}^{'} + F_{D}^{'})}{6C_{1}h_{1}^{'3}}h_{1} + \frac{F_{1} + F_{D}}{3C_{1}h_{1}^{'2}}$$
 {12}

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\alpha_1}{2A_2} \sqrt{h_1'} - \frac{\alpha_2}{2A_2} \sqrt{h_2'} + \frac{\alpha_1}{2A_2 \sqrt{h_1'}} h_1 - \frac{\alpha_2}{2A_2 \sqrt{h_1'}} h_2 \quad \{13\}$$

W obliczeniach wykorzystujemy zmodyfikowaną metodę Eulera:

$$f(x) = \frac{dx}{dt}$$

$$x_{k+1} = x_k + T * f(x_k + 0.5 * T * f(x_k))'$$
 {14}

Gdzie:

T (krok obliczeń) = 20 s.

Korzystając z równania {14} jesteśmy w stanie obliczyć Δh1 i Δh2 dla modelu liniowego {15} i nieliniowego {16}:

$$\Delta h_{1\text{lin}} = T * \left(\frac{4(F_1' + F_D') - 5\alpha_1 * \sqrt{h_1'}}{6C_1 h_1'^2} \right) + \frac{3\alpha_1 * \sqrt{h_1'} - 4(F_1' + F_D')}{6C_1 h_1'^3} * (h_1 + 0.5 * T * a) + \frac{F_1 + F_D}{3C_1 h_1'^2}$$
 {15a}
$$\Delta h_{2\text{lin}} = T\left(\frac{\alpha_1 \sqrt{h_1'} - \alpha_2 \sqrt{h_2'}}{2A_2} + \frac{\alpha_1}{2A_2 \sqrt{h_1'}} (h_1 + 0.5 * T * a) - \frac{\alpha_2}{2A_2 \sqrt{h_1'}} (h_2 + 0.5 * T * b) \right)$$
 {15b}

Gdzie:

$$a - wz$$
ór $\{12\}$

$$b - wzór (13)$$

$$\Delta h_{1} = T\left(\frac{F_{1}' + F_{D} - \alpha_{1}\sqrt{(h_{1} + 0.5*T*c)}}{3C_{1}(h_{1} + 0.5*T*c)^{2}}\right) \quad \{16a\}$$

$$\Delta h_{2} = T\left(\frac{\alpha_{1}}{A_{2}}\sqrt{h_{1} + 0.5*T*c} - \frac{\alpha_{2}}{A_{2}}\sqrt{h_{2} + 0.5*T*d}\right) \quad \{16b\}$$
Gdzie:
$$c = \frac{F_{1} + F_{D} - \alpha_{1}\sqrt{h_{1}}}{3C_{1}h_{1}^{2}}$$

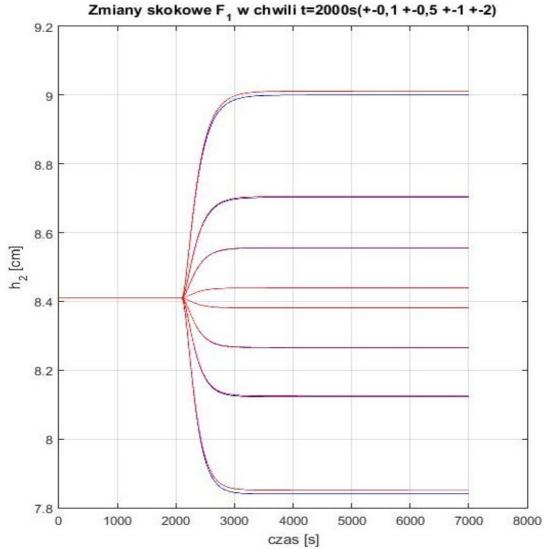
$$d = \frac{\alpha_{1}}{A_{2}}\sqrt{h_{1}} - \frac{\alpha_{2}}{A_{2}}\sqrt{h_{2}}$$

Przyszłe wartości h1i h2 są obliczane według:

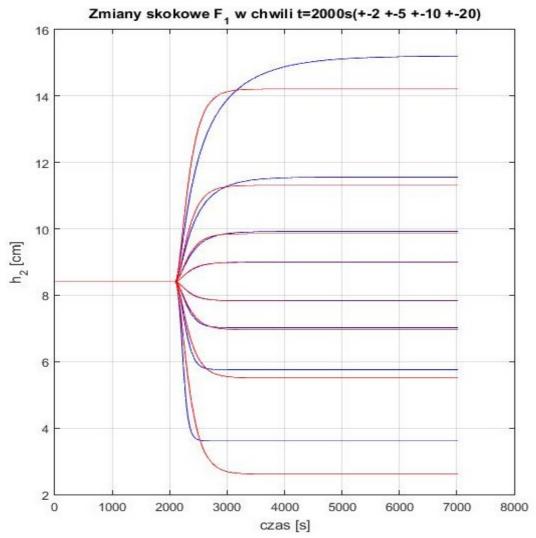
$$h_1(t+T) = h_1(t) + \Delta h_1$$
 {17a}
 $h_2(t+T) = h_2(t) + \Delta h_2$ {17b}

Dla modelu liniowego wykorzystywana jest Δh_{1lin} i Δh_{2lin} a dla nieliniowego, delty obliczone w równaniach $\{16a\}$ i $\{16b\}$

Otrzymany model liniowy (kolor czerwony) porównany został z modelem nieliniowym (kolor niebieski) co przedstawiają wykresy :



Rysunek 2: Odpowiedź układu na skokową zmianę F1



Rysunek 3: Odpowiedź układu na skokową zmianę F1

Co widać na powyższych wykresach przybliżenie liniowe zachowuje dobrą jakość dla małych zmian wielkości sygnałów wejściowych. Wraz ze wzrostem skoku błąd generowany przez linearyzacje rośnie wykładniczo. Cechą nieliniowego modelu jest wolniejsza charakterystyka narastania przy dodatnich zmianach sygnałów sterujących. W przypadku zmian ujemnych model liniowy wolniej zbiega do asymptoty. Należy również zauważyć znaczące nierówności poziomu asymptot dla modelu liniowego i nieliniowego w przypadku zwiększających się wartości skoku sygnału wejściowego.

Jako regulator analityczny został wybrany algorytm regulacji predykcyjnej. Zadecydowało o tym duże opóźnienie zmiennej F₁ z którym regulator PID nie radziłby sobie wystarczająco dobrze. Parametry jakie dobraliśmy dla regulatora:

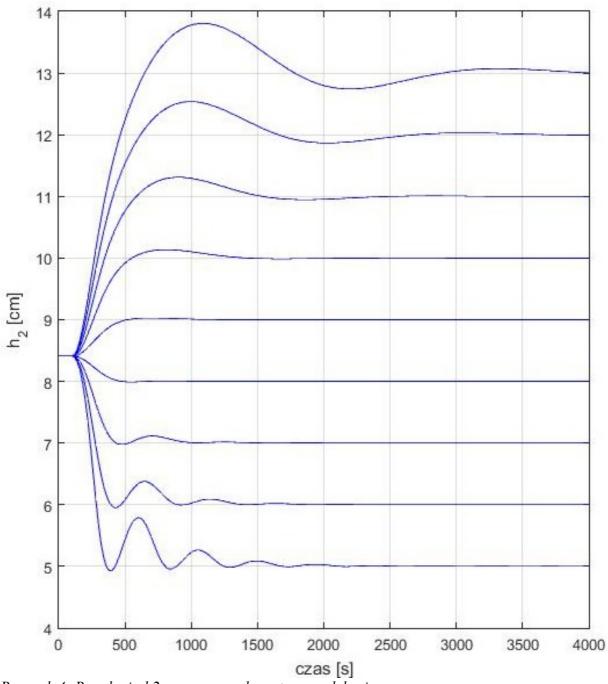
lambda = 0,4

N = 20

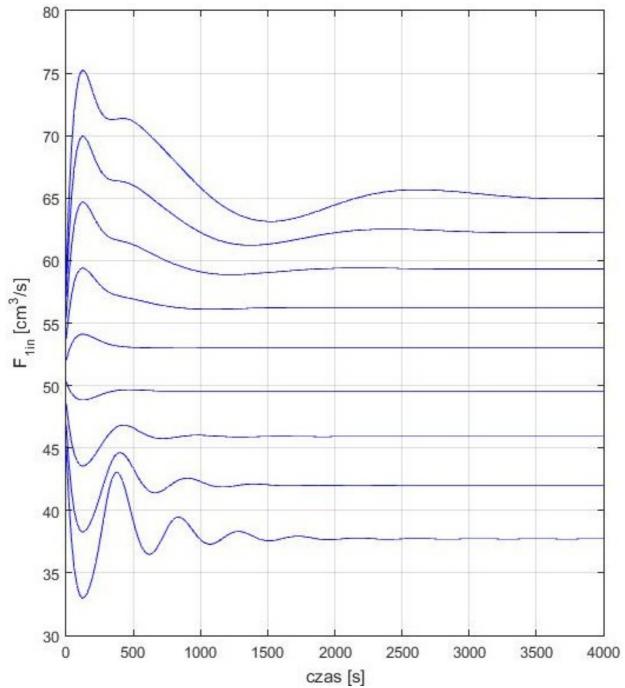
Nu = 3

D = 70

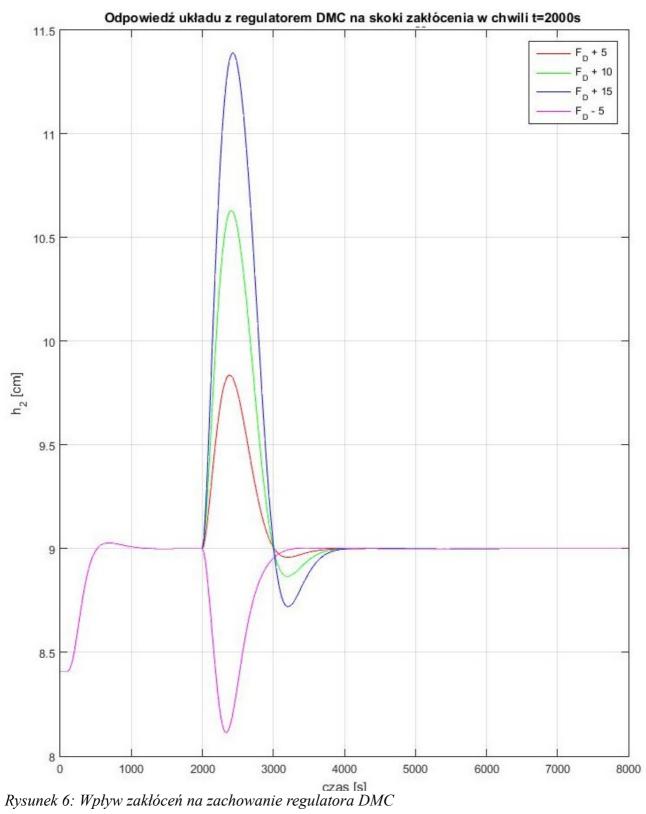
Po opracowaniu regulatora predykcyjnego przeprowadzono serię eksperymentów badając zachowanie układu. Na poniższych wykresach przedstawiono charakterystykę regulatora przy zadanych wartościach h₂.

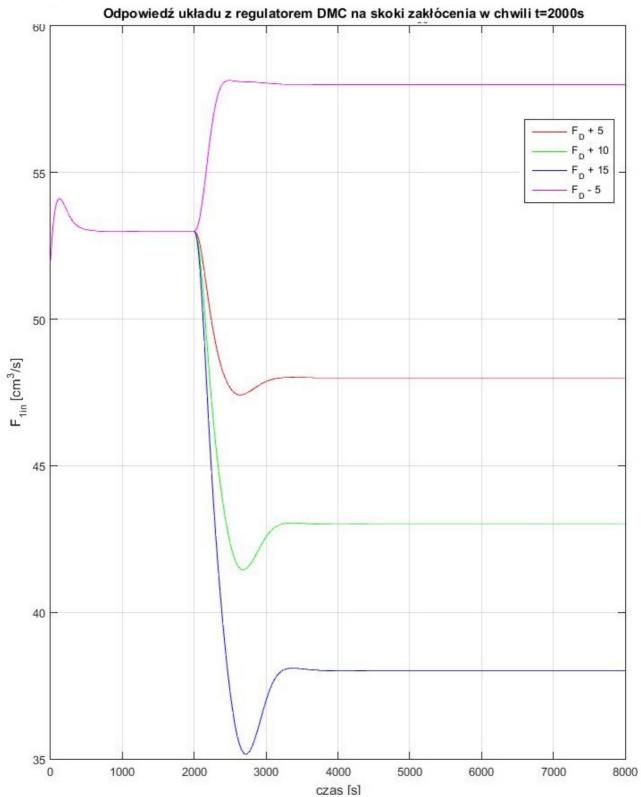


Rysunek 4: Regulacja h2 za pomocą algorytmu predykcyjnego



Rysunek 5: Sterowanie F1in za pomocą algorytmu predykcyjnego

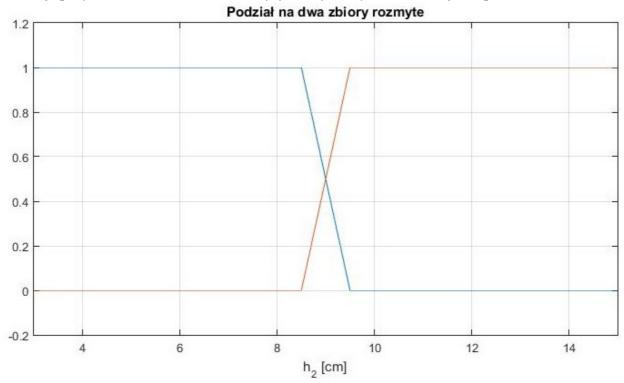




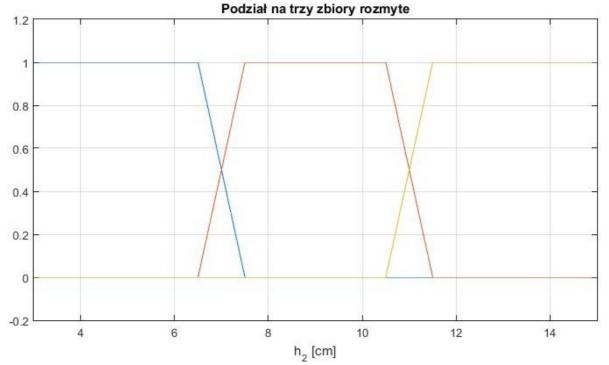
czas [s] Rysunek 7: Wpływ zakłóceń na zachowanie regulatora DMC

4. Model rozmyty Takagi-Sugeno

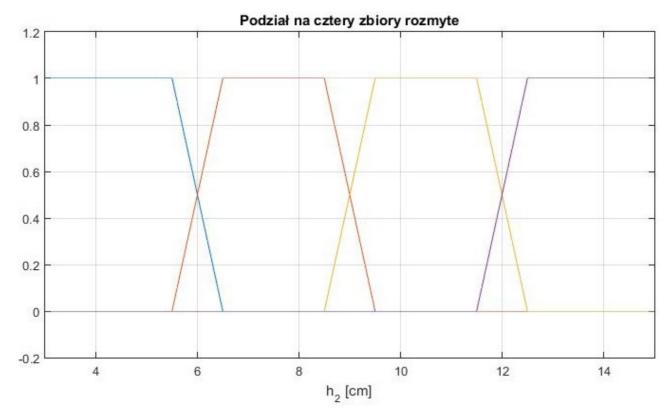
Kolejnym etapem prac projektowych było wykonanie modelu rozmytego Takagi-Sugeno-Kanga. Zgodnie z celem wykonano cztery układy różniące się liczbą modeli lokalnych. Jako zmienną funkcji przynależności wybrano wyjście h₂. W porównaniu do zmiennej sterowania wyjście h₂ nie posiada opóźnienia (τ). Upraszcza to projektowanie modelu. Jako funkcji przynależności zbiorów rozmytych wykorzystano funkcje trapezową.



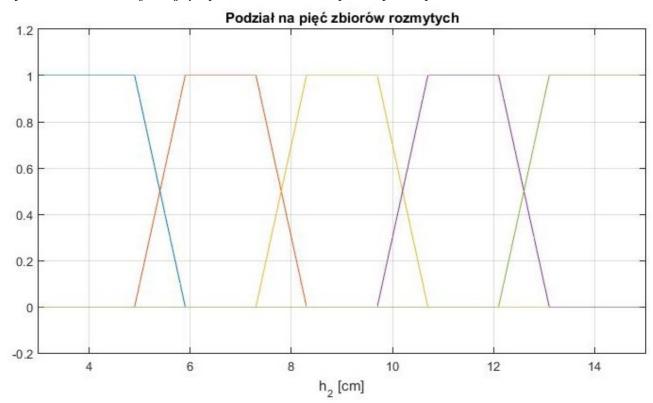
Rysunek 8: Podział funkcji przynależności na dwa zbiory rozmyte



Rysunek 9: Podział funkcji przynależności na trzy zbiory rozmyte

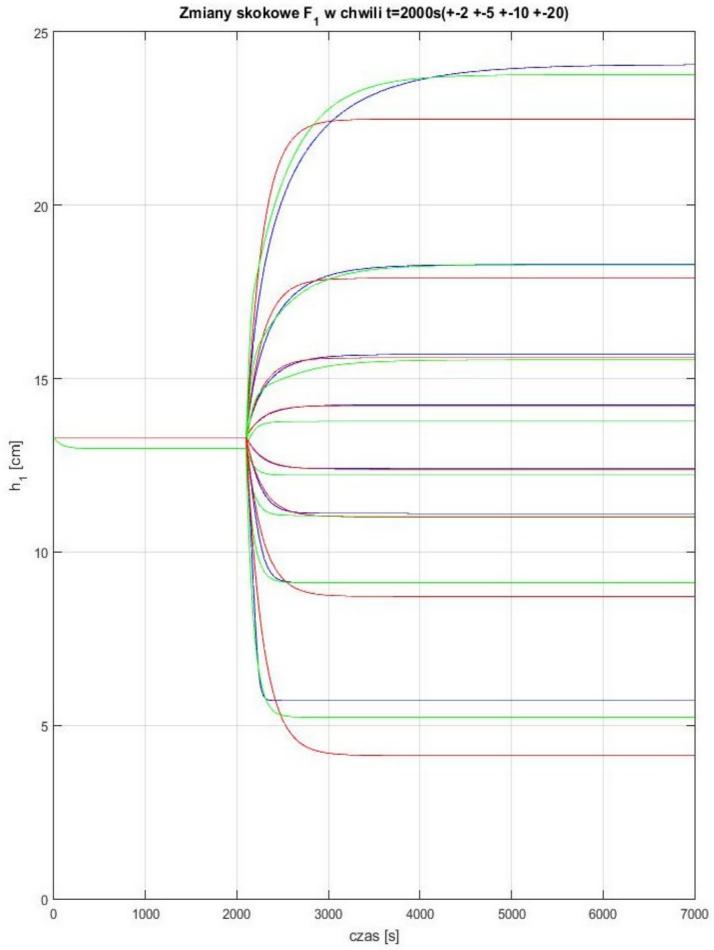


Rysunek 10: Podział funkcji przynależności na cztery zbiory rozmyte

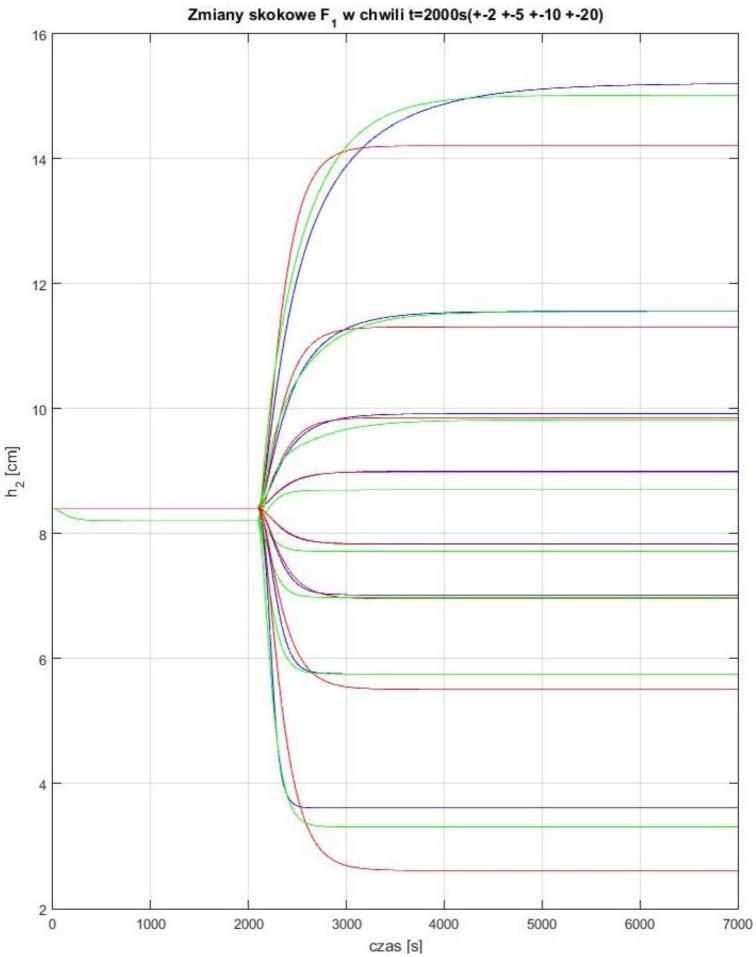


Rysunek 11: Podział funkcji przynależności na pięć zbiorów rozmytych Zakres h₂ został równomiernie podzielony na funkcje przynależności w przedziale od 3 do 15 cm.

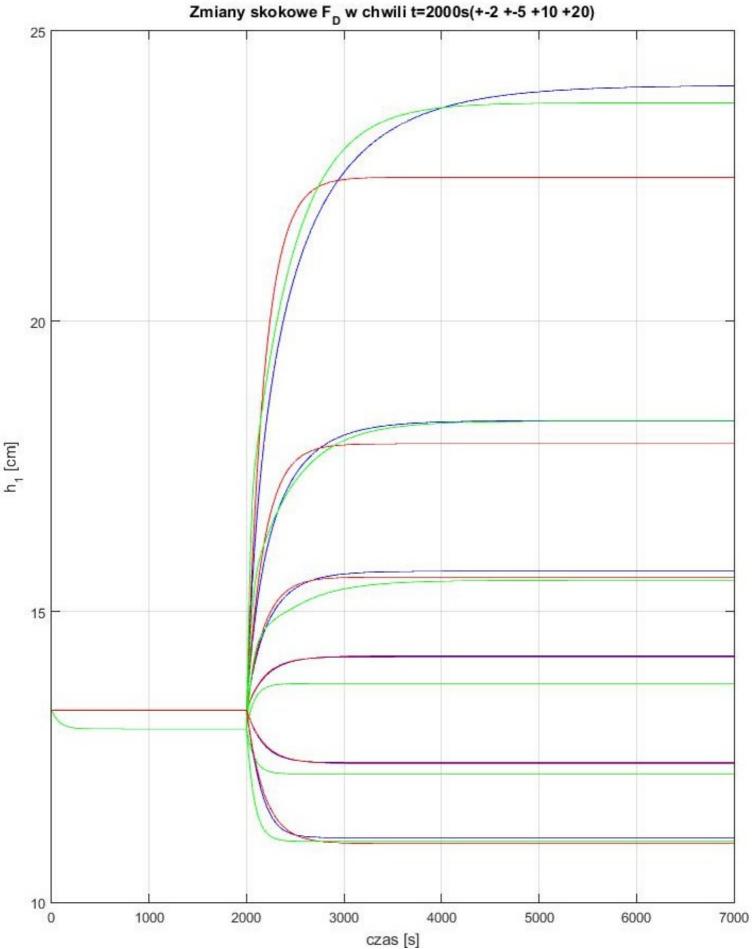
Po opracowaniu modeli zostały wykonywane testy porównujące modele rozmyte z modelami liniowymi i nieliniowymi.



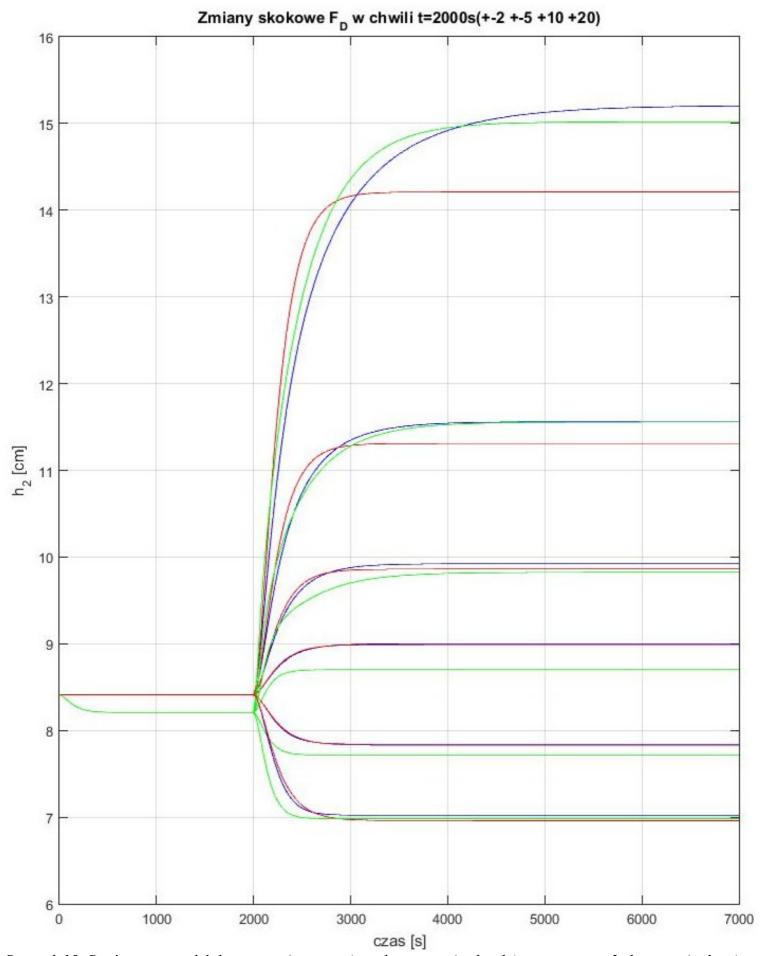
Rysunek 12: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 2 zbiorami (zielony)



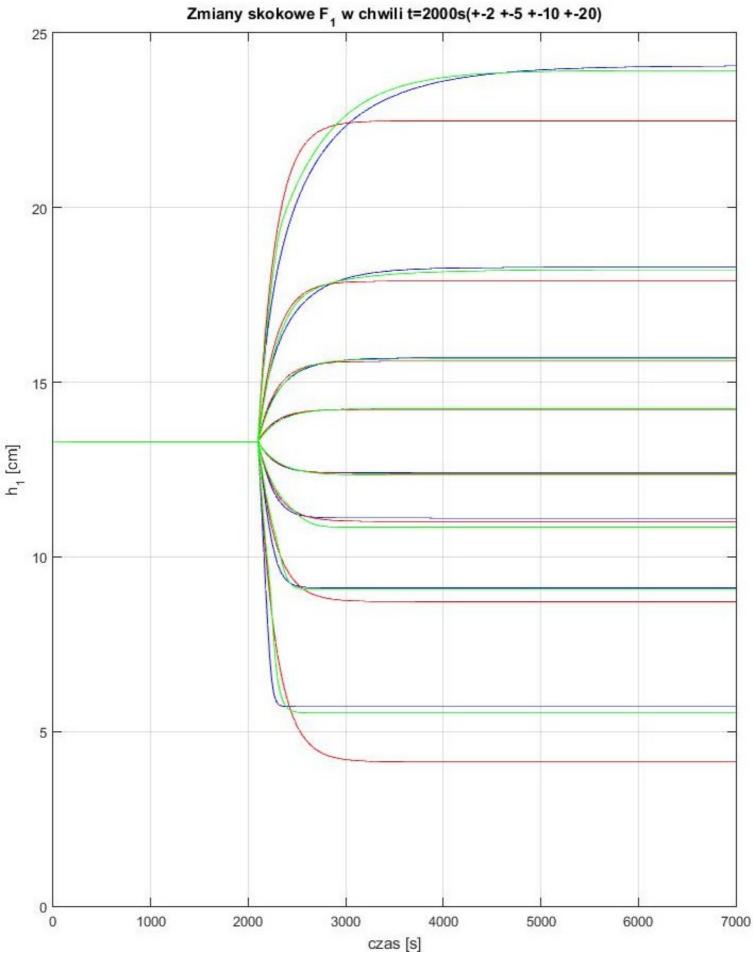
Rysunek 13: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 2 zbiorami (zielony)



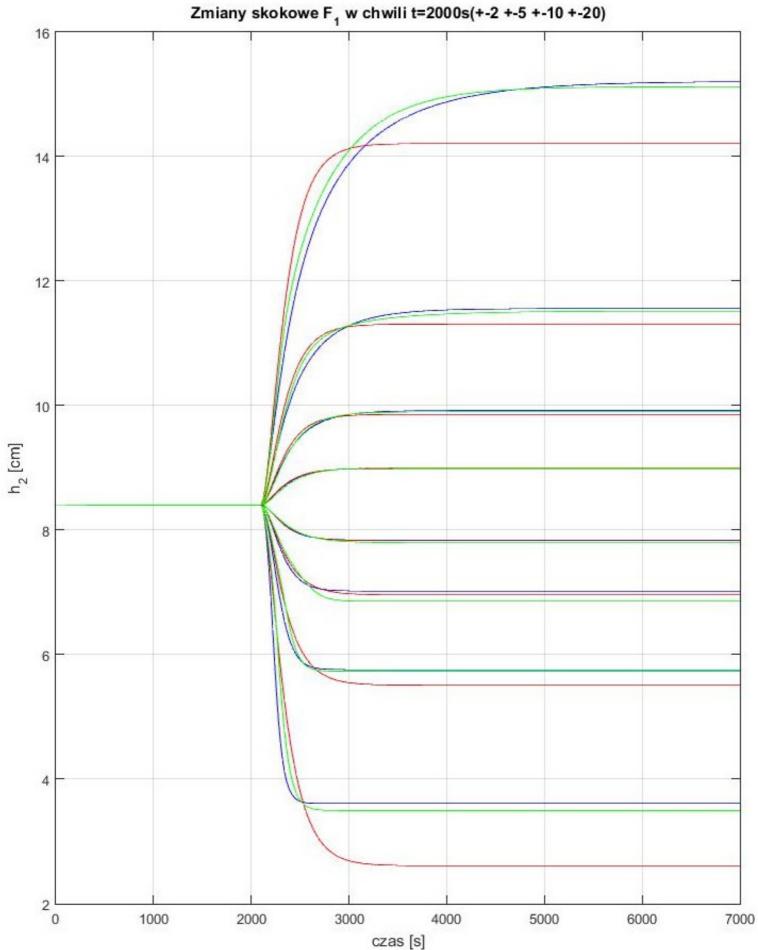
Rysunek 14: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 2 zbiorami (zielony)



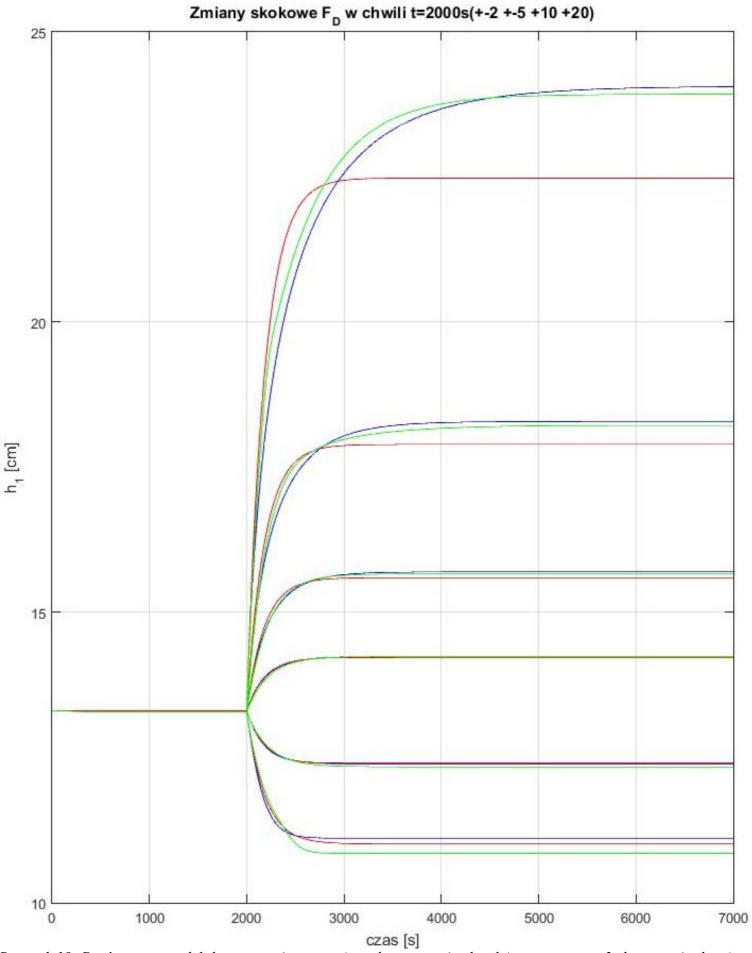
Rysunek 15: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 2 zbiorami (zielony)



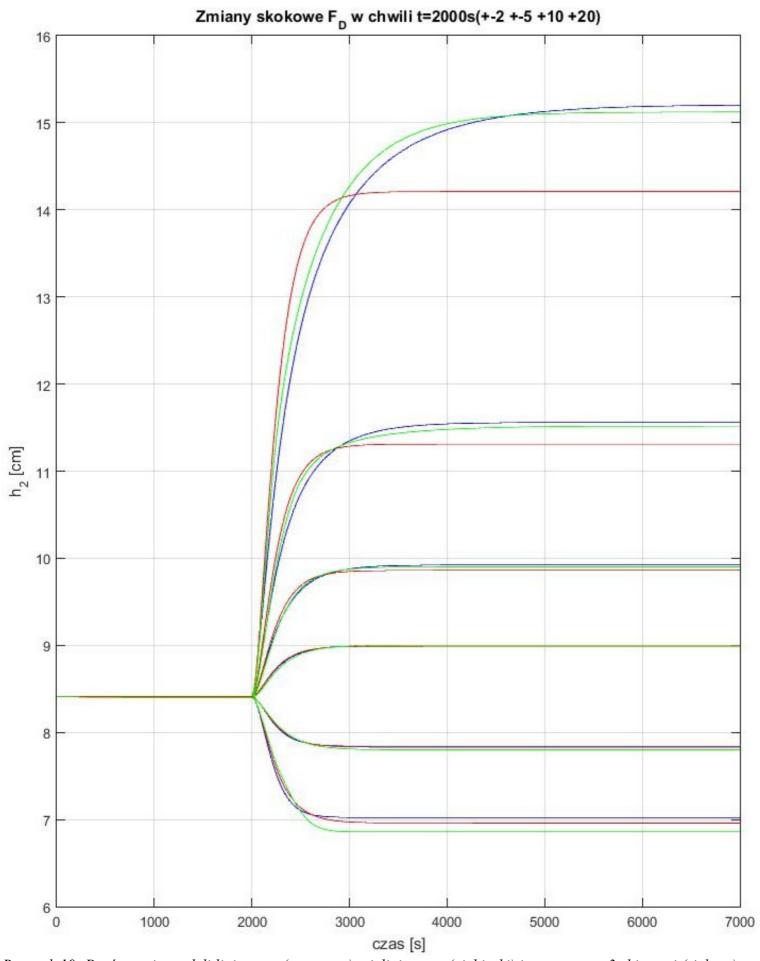
Rysunek 16: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 3 zbiorami (zielony)



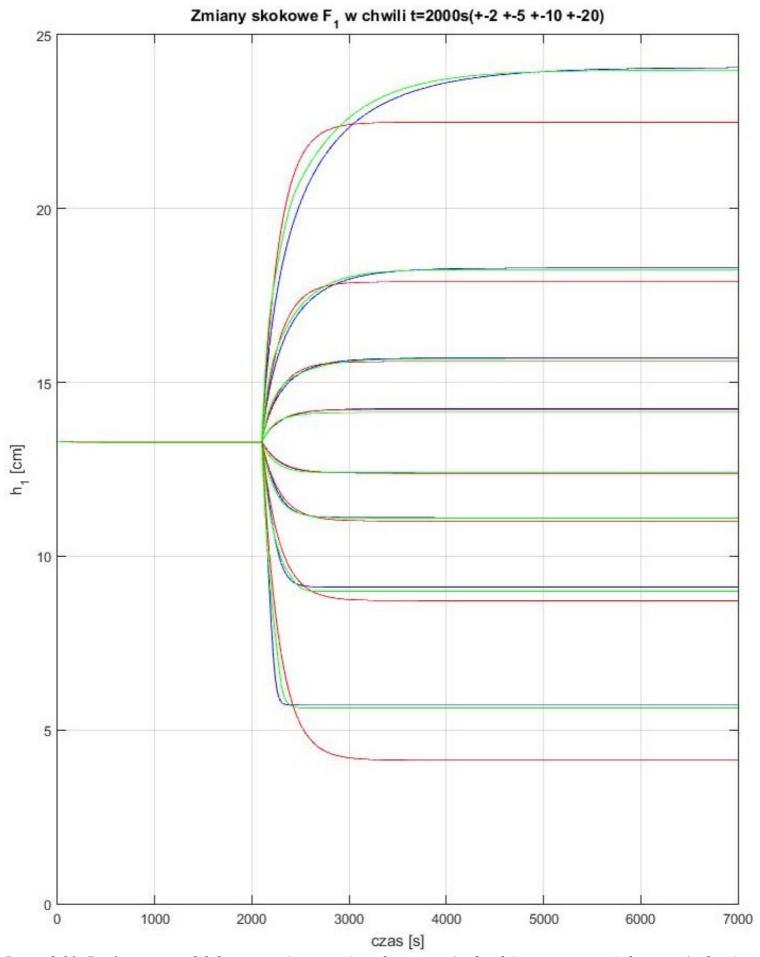
Rysunek 17: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 3 zbiorami (zielony)



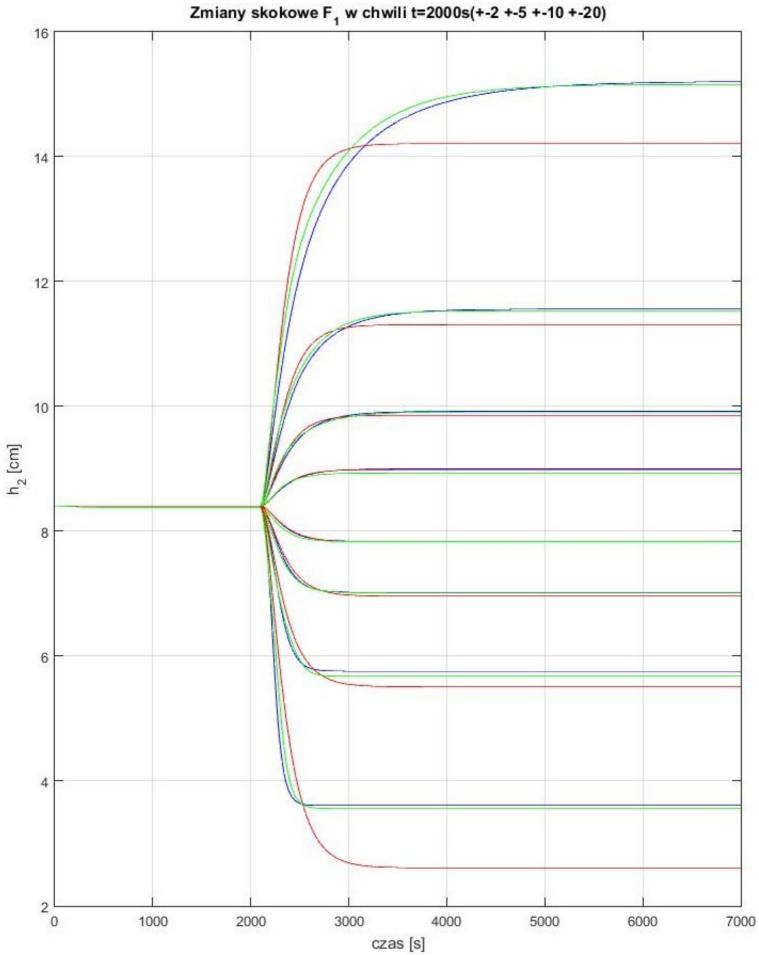
Rysunek 18: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 3 zbiorami (zielony)



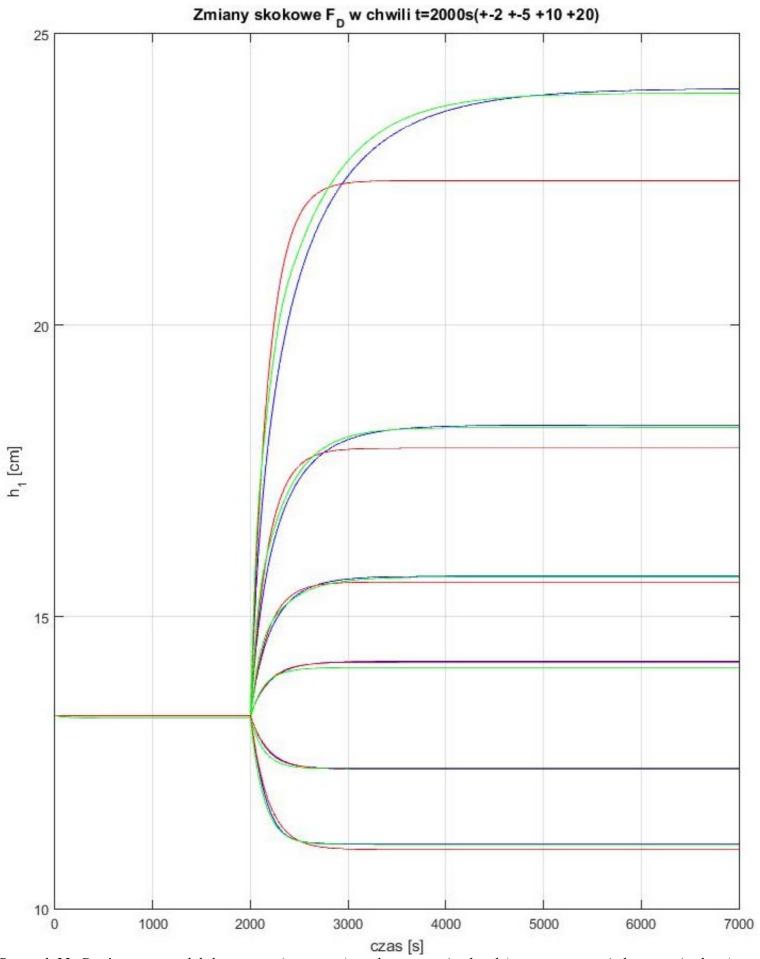
Rysunek 19: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 3 zbiorami (zielony)



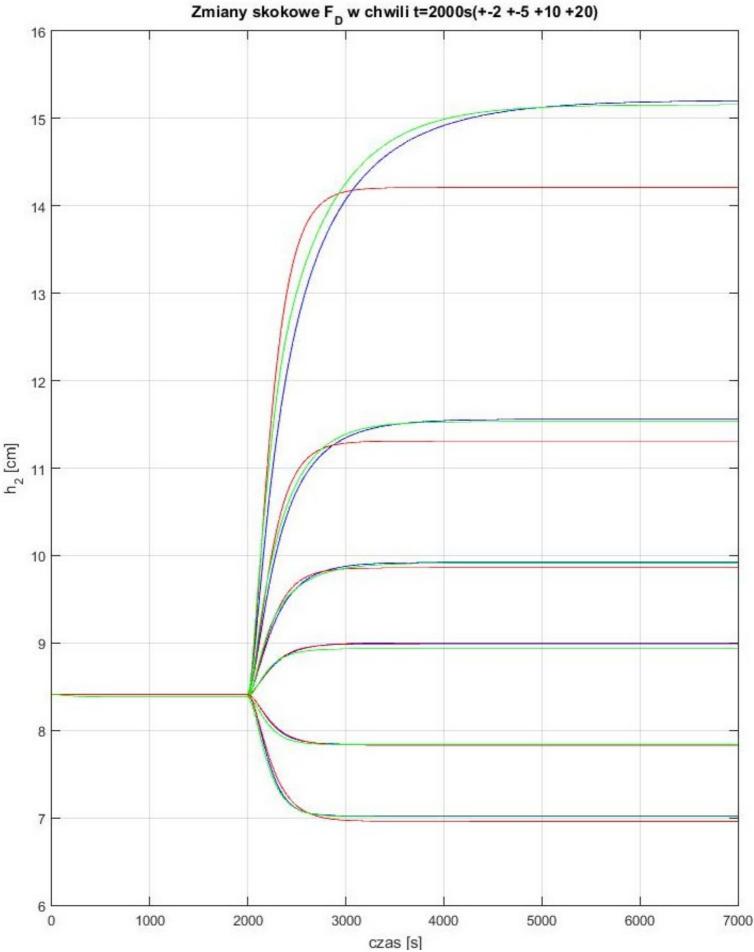
Rysunek 20: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 4 zbiorami (zielony)



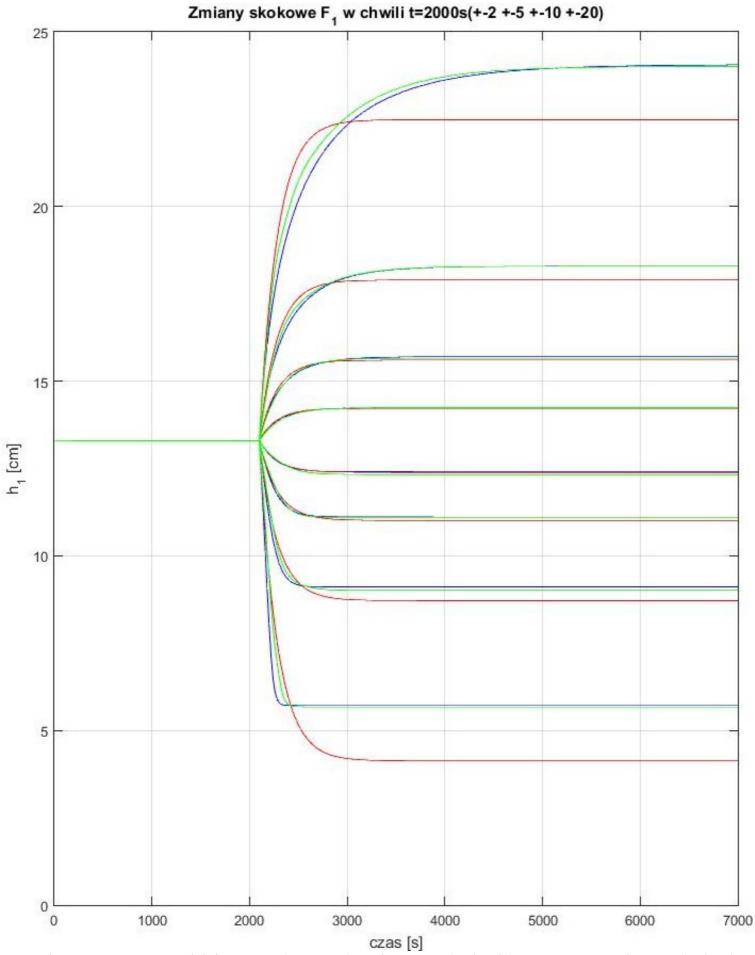
Rysunek 21: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 4 zbiorami (zielony)



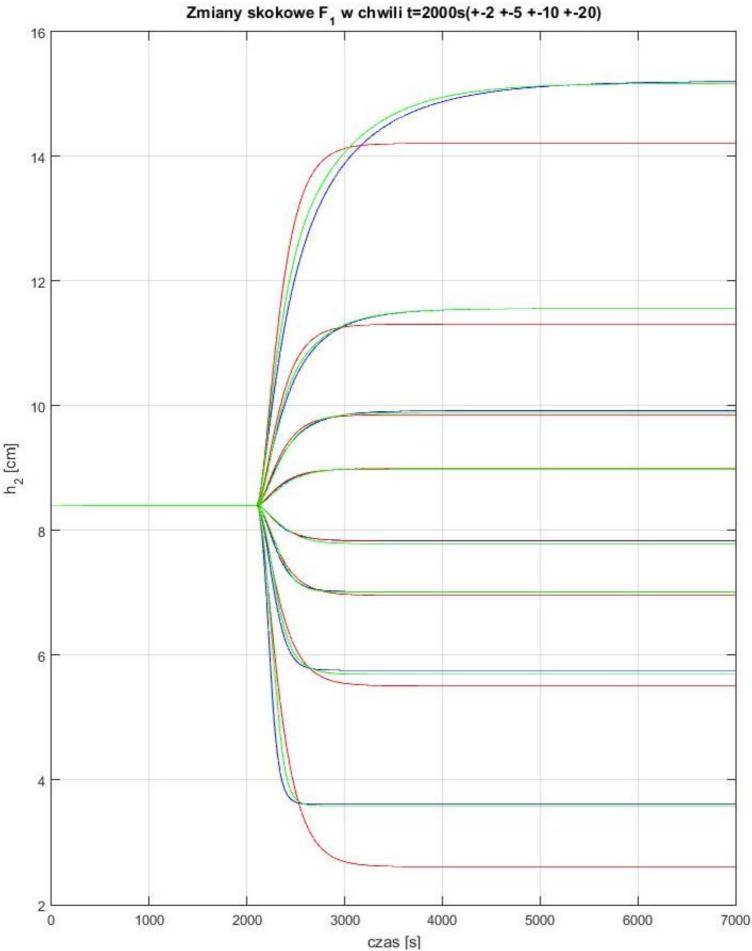
Rysunek 22: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 4 zbiorami (zielony)



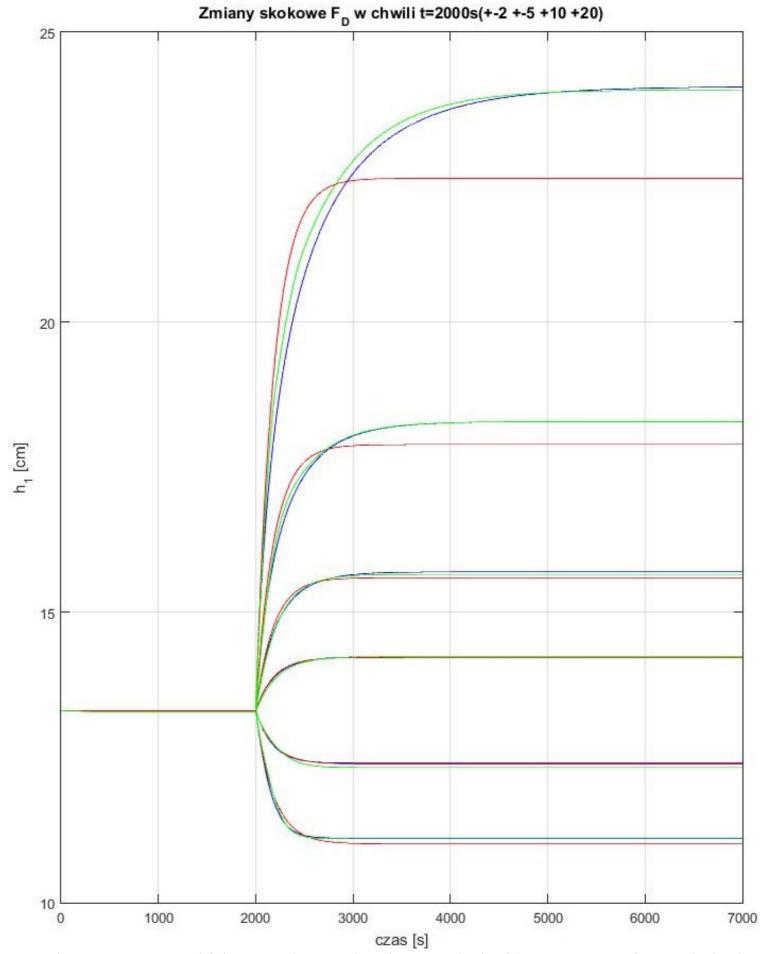
Rysunek 23: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 4 zbiorami (zielony)



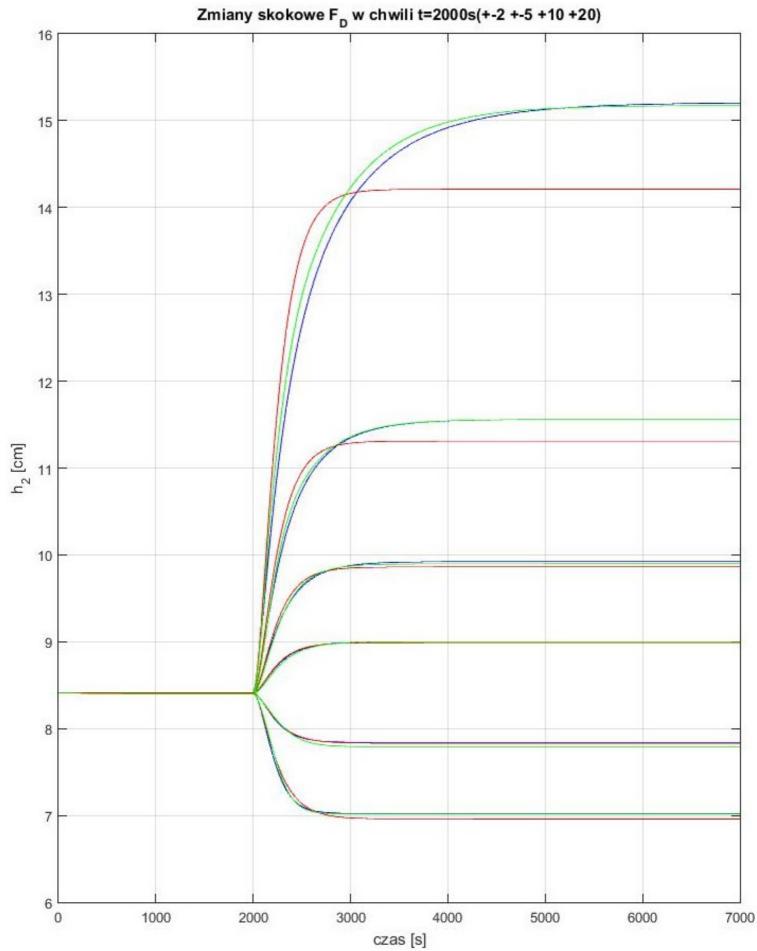
Rysunek 24: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 5 zbiorami (zielony)



Rysunek 25: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 5 zbiorami (zielony)



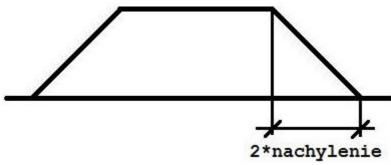
Rysunek 26: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 5 zbiorami (zielony)



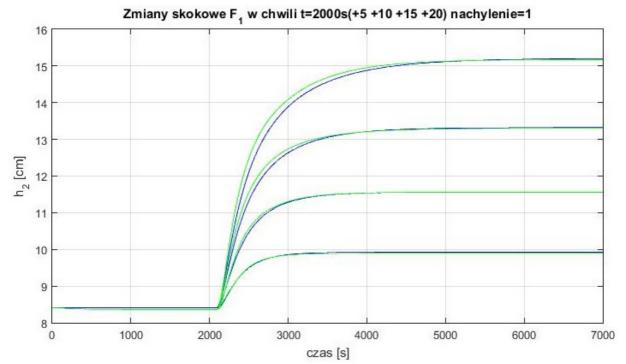
Rysunek 27: Porównanie modeli liniowego (czerwony), nieliniowego (niebieski) i rozmytego z 5 zbiorami (zielony)

Otrzymane cztery modele rozmyte wykazują duże podobieństwo względem modelu nieliniowego. Charakterystyka odpowiedzi znacząco upodabnia się do modelu nieliniowego wraz ze wzrostem liczby używanych modeli lokalnych. Również asymptoty są bardzo bliskie osiąganym przez model nieliniowy. Największe zbieżność występuje dla modelu rozmytego z pięcioma modelami lokalnymi dlatego w dalszej części projektu to właśnie on będzie wykorzystywany. Co widać bezpośrednio na wykresach nawet najprostszy model rozmyty z dwoma zbiorami ma większa jakość niż model liniowy.

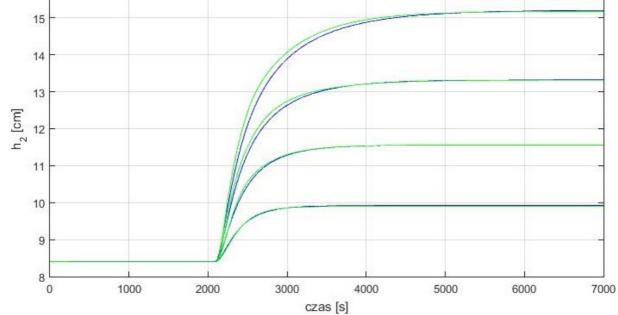
Dalsza poprawa modelu rozmytego wykonana została poprzez modyfikacje funkcji przynależności. Parametrem zmienianym było nachylenie funkcji trapezowej.



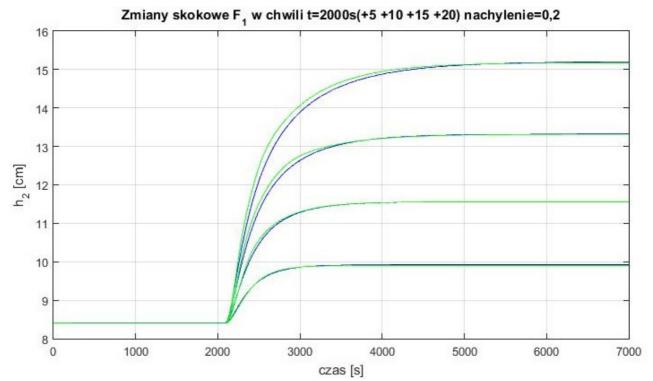
Rysunek 28: Współczynnik nachylenia



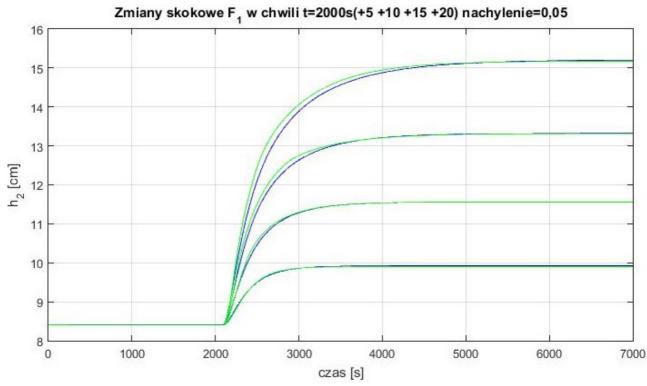
Rysunek 29: Odpowiedzi modelu rozmytego (zielony) i nieliniowego (niebieski) na zmianę F1



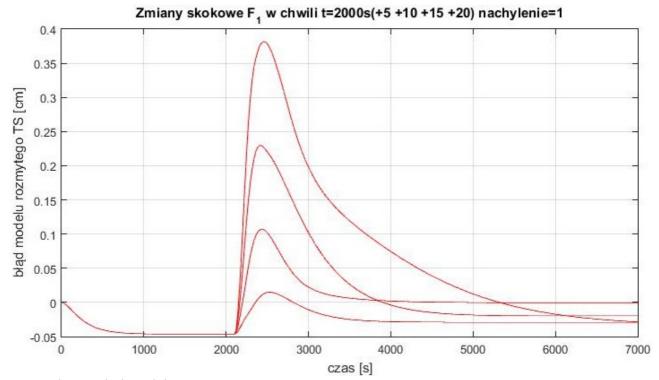
Rysunek 30: Odpowiedzi modelu rozmytego (zielony) i nieliniowego (niebieski) na zmianę F1



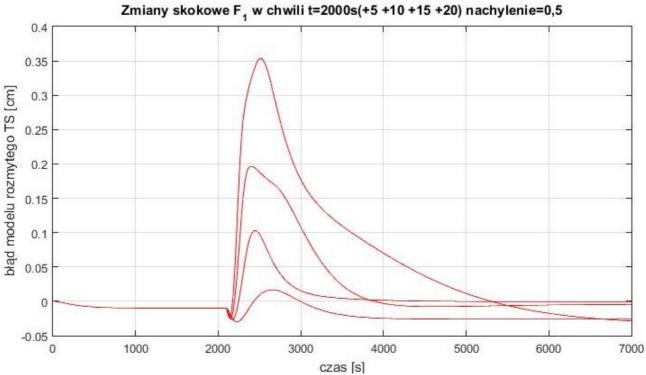
Rysunek 31: Odpowiedzi modelu rozmytego (zielony) i nieliniowego (niebieski) na zmianę F1



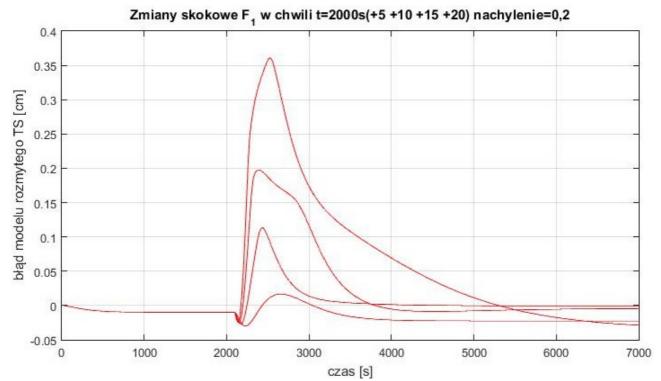
Rysunek 32: Odpowiedzi modelu rozmytego (zielony) i nieliniowego (niebieski) na zmianę F1 Ze względu na nieduże różnice pomiędzy modelami rozmytymi porównano błędy generowane czyli różnice pomiędzy modelami rozmytym i nieliniowym.



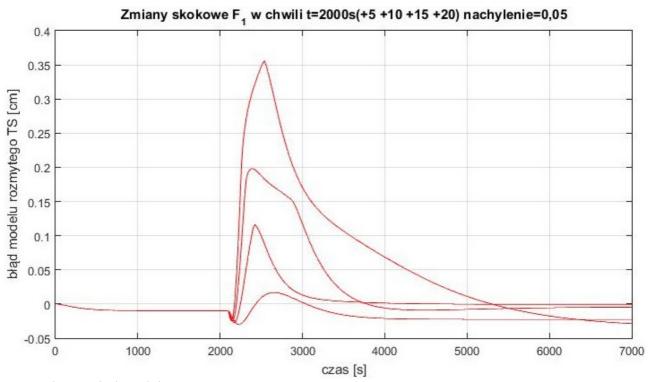
Rysunek 33: Błąd modelu rozmytego



Rysunek 34: Błąd modelu rozmytego



Rysunek 35: Błąd modelu rozmytego



Rysunek 36: Błąd modelu rozmytego

Jak widać na wykresie najmniejsze błędy występują dla współczynnika nachylenia równego 0,5.

Kolejnym etapem projektowym było wykonanie rozmytego algorytmu regulacji predykcyjnej. W metodzie fuzyfikacji przyjęto funkcje przynależności taką samą jak w wybranym modelu Takagi-Sugeno z pięcioma zbiorami rozmytymi. Ponieważ obliczanie rozmytego regulatora predykcyjnego w swojej zasadzie tworzy tyle regulatorów ile jest modeli dla każdego oddzielnie muszą być dobrane parametry:

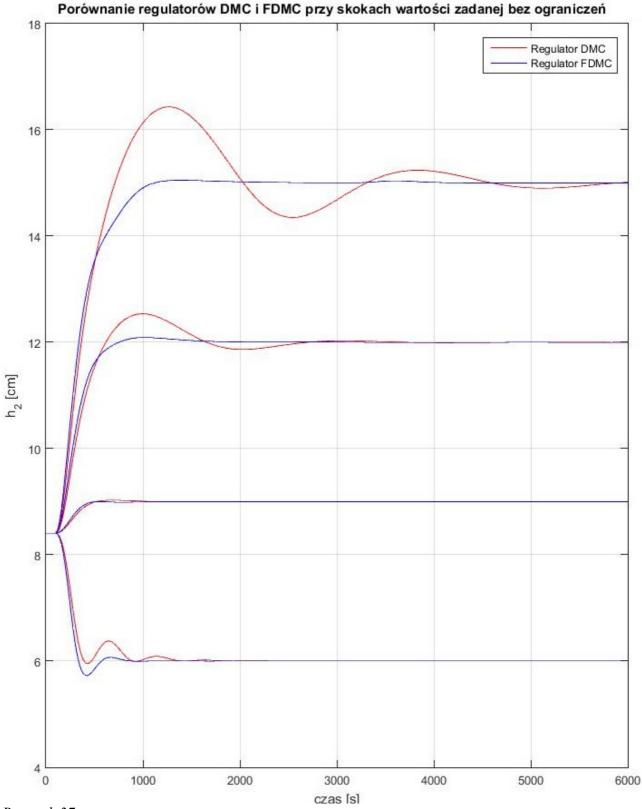
```
- lambda = [0,3 \quad 0,25 \quad 0,2 \quad 0,15 \quad 0,1]
```

 $-N = [20 \quad 20 \quad 20 \quad 20]$

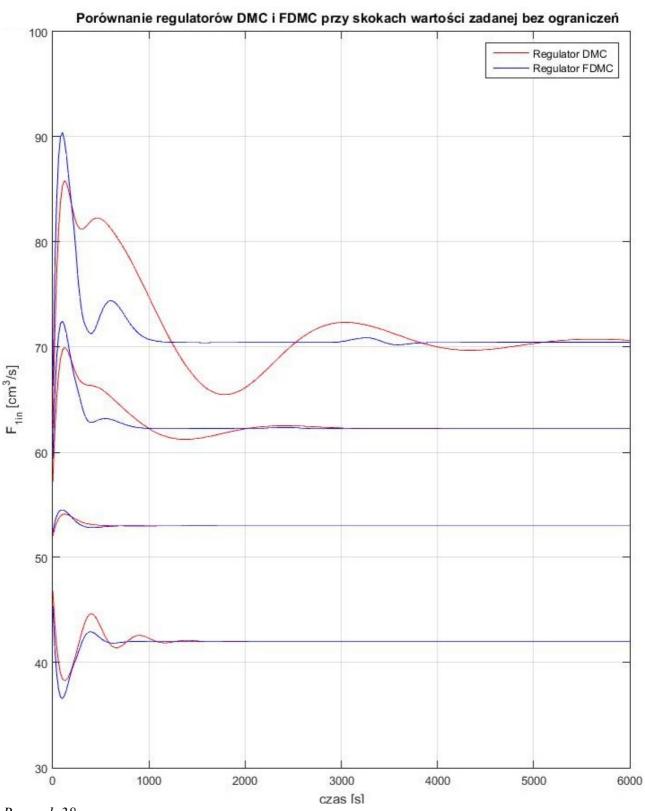
 $-Nu = [3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3]$

 $-D = \begin{bmatrix} 27 & 45 & 81 & 123 & 164 \end{bmatrix}$

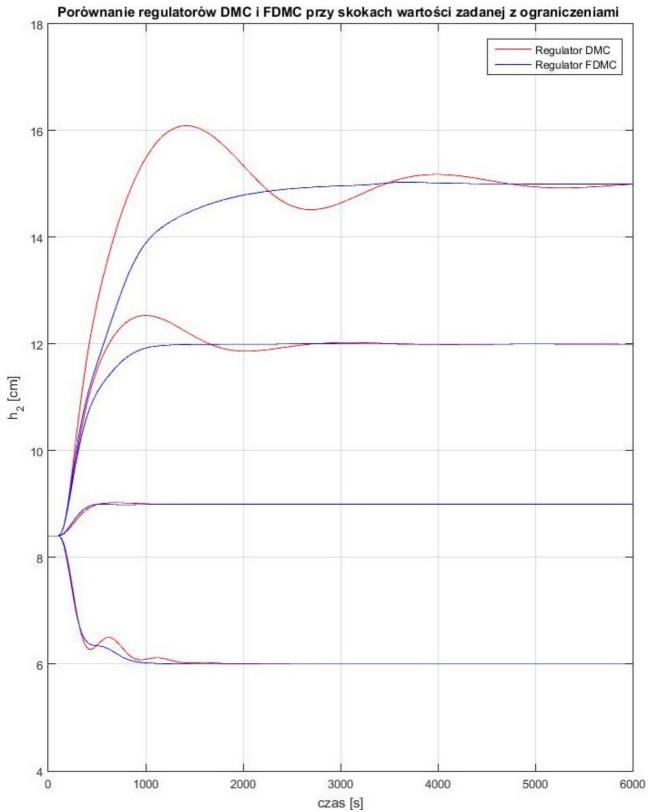
Porównanie właściwości regulatora predykcyjnego i rozmytego przestawione są na poniższych wykresach:



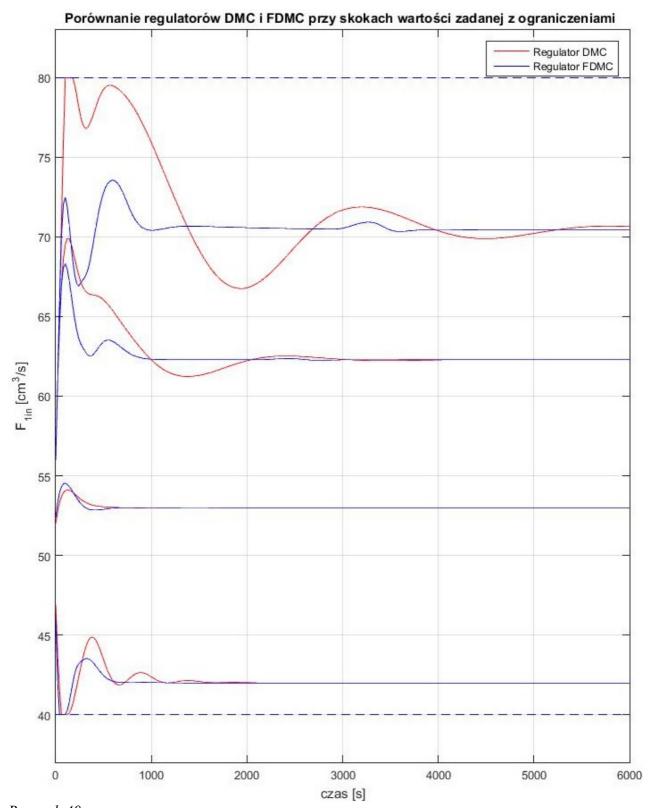
Rysunek 37:



Rysunek 38: Co łatwo można zauważyć regulator rozmyty bez narzuconych ograniczeń działa znacznie lepiej od swojego konwencjonalnego odpowiednika. Posiada znacznie mniejsze oscylacje oraz szybciej zbiega do ustalonej wartości. Do wad można zaliczyć większe zmiany wejścia sterującego F₁.

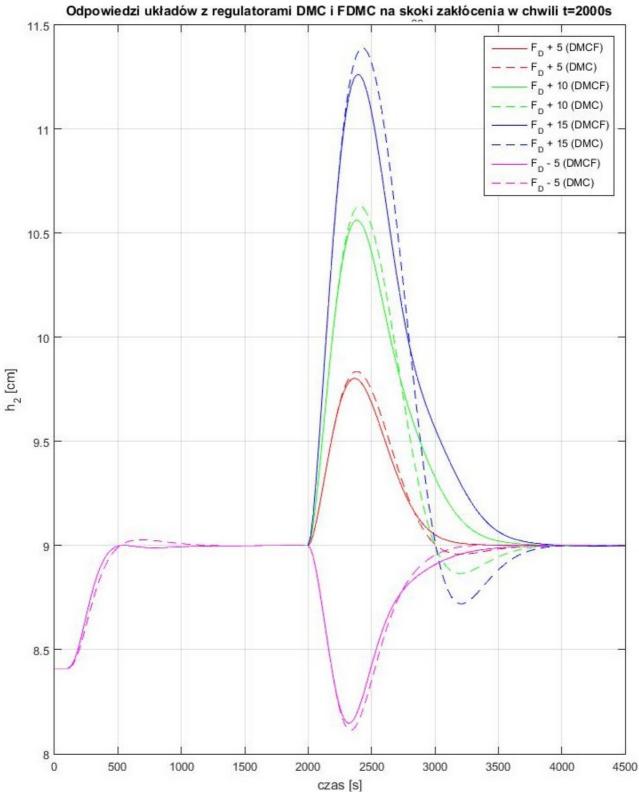


Rysunek 39:

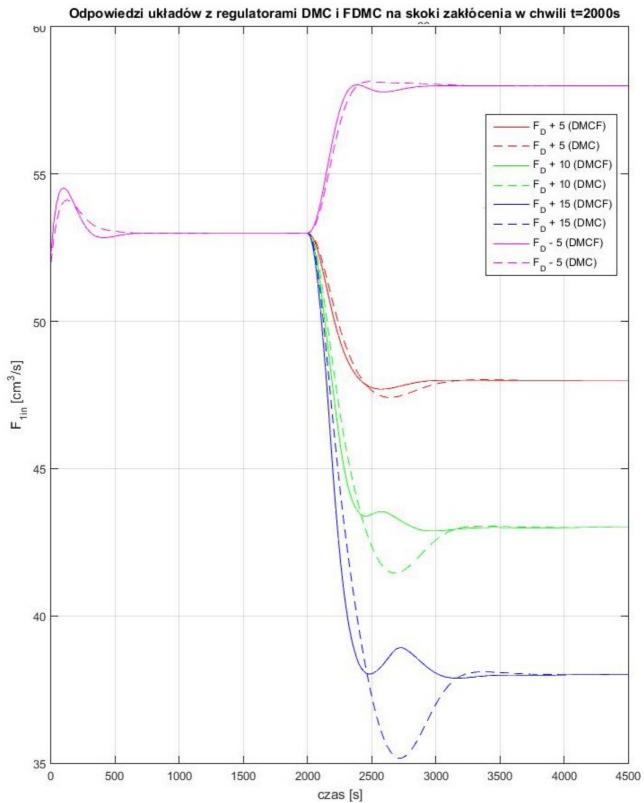


Rysunek 40:

Przy założonych ograniczeniach dla algorytmów predykcyjnych rozmyty odpowiednik znacząco wykracza jakością. Szczególnie zauważalna różnica występuje przy dużych skokach wartości zadanej. Oscylacje bardzo szybko się zanikają. Układ płynnie zmienia wartość zadaną, bardzo szybko stabilizując ją na żądanym poziomie.

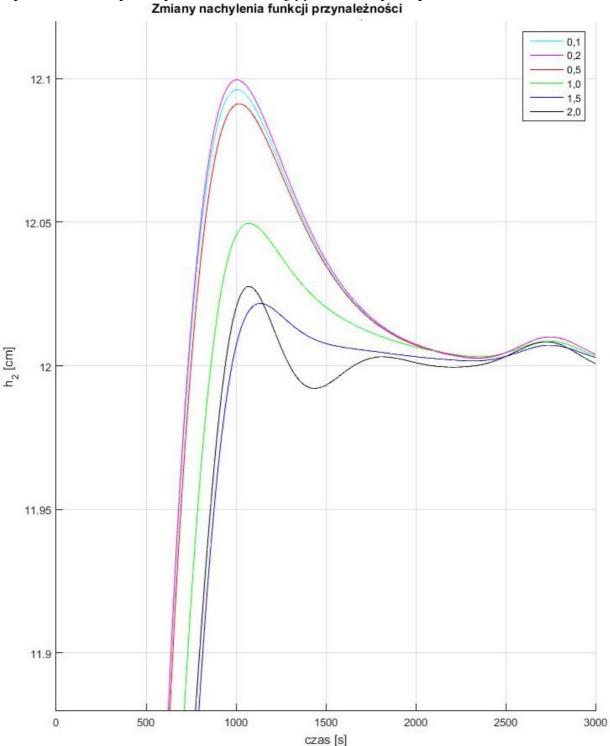


Rysunek 41: Porównanie wpływu zakłóceń na regulator predykcyjny rozmyty i konwencjonalny

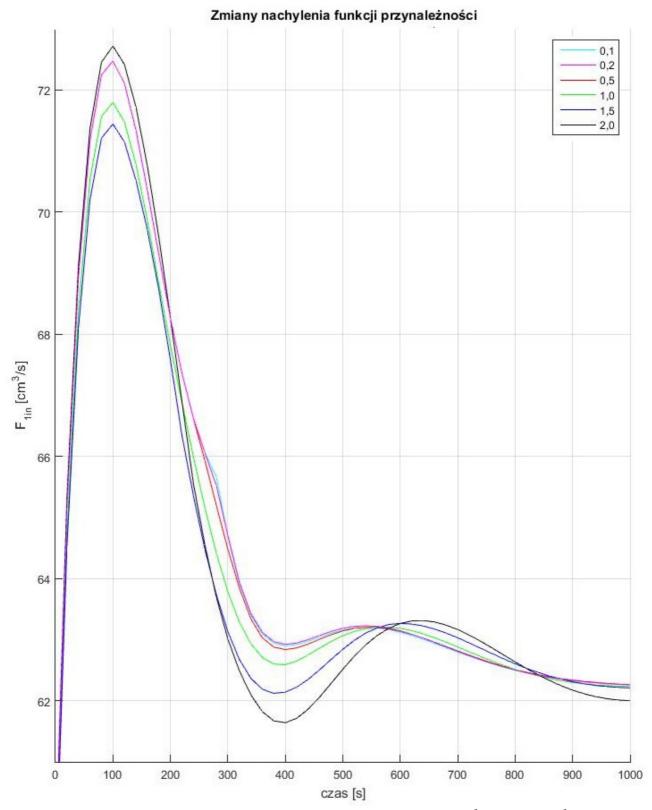


Rysunek 42: Porównanie wpływu zakłóceń na regulator predykcyjny rozmyty i konwencjonalny

Dalszym etapem rozwijanie algorytmu było dobranie odpowiedniego współczynnika przynależności. Podobnej metodzie testowej podano model Takagi-Sugeno. Zmiana wartości współczynnika wpływa na kształt funkcji trapezowej zawartej w funkcji przynależności. Wyniki tych badań obrazują poniższe wykresy:



Rysunek 43: Wpływ zmiany współczynnika przynależności na rozmyty algorytm regulacji predykcyjnej



Rysunek 44: Wpływ zmiany współczynnika przynależności na rozmyty algorytm regulacji predykcyjnej

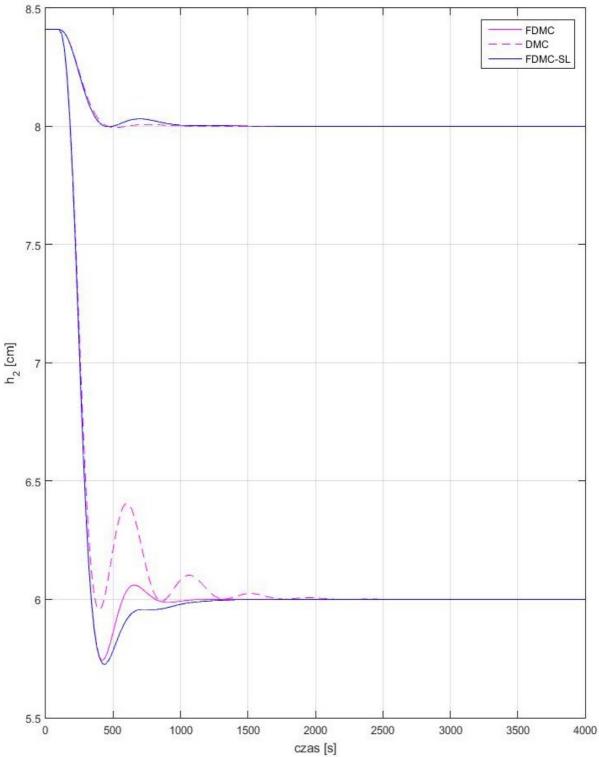
Najlepszą wartością współczynnika nachylenia jest 1,5. Dla tej liczby algorytm szybko stabilizuje zadane h₂ przy niewielkich oscylacjach. Jednocześnie najmniej ze wszystkich próbek przesteruję zmienną F₁

Kolejnym etapem projektu było opracowanie numerycznego algorytmu regulacji predykcyjnej typu SL wraz z uwzględnieniem ograniczeń sterowania. Dla regulatora SL przyjęto wartości maksymalnego i minimalnego sterowania na wartości 80 i 40 oraz maksymalną zmianę sterowania na 5 . Dla regulatora SL przyjęto również nastawy : lambda = 0,2

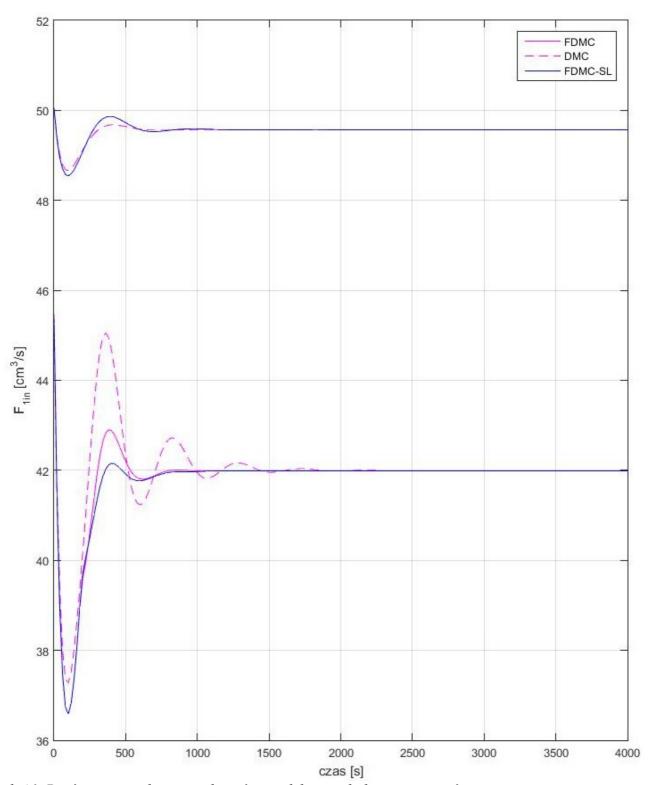
N = 20

Nu = 3

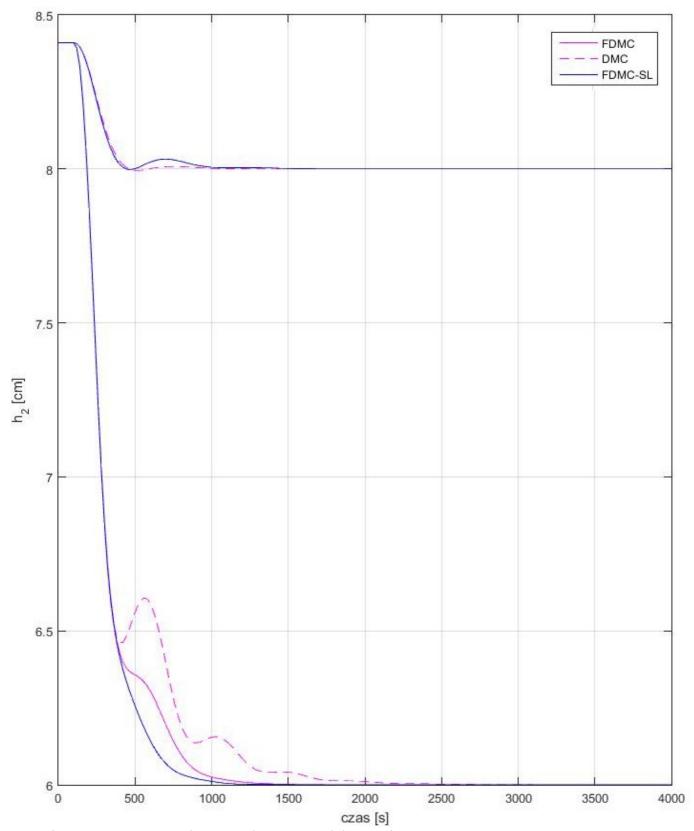
Otrzymane wyniki są prezentowane na poniższych wykresach:



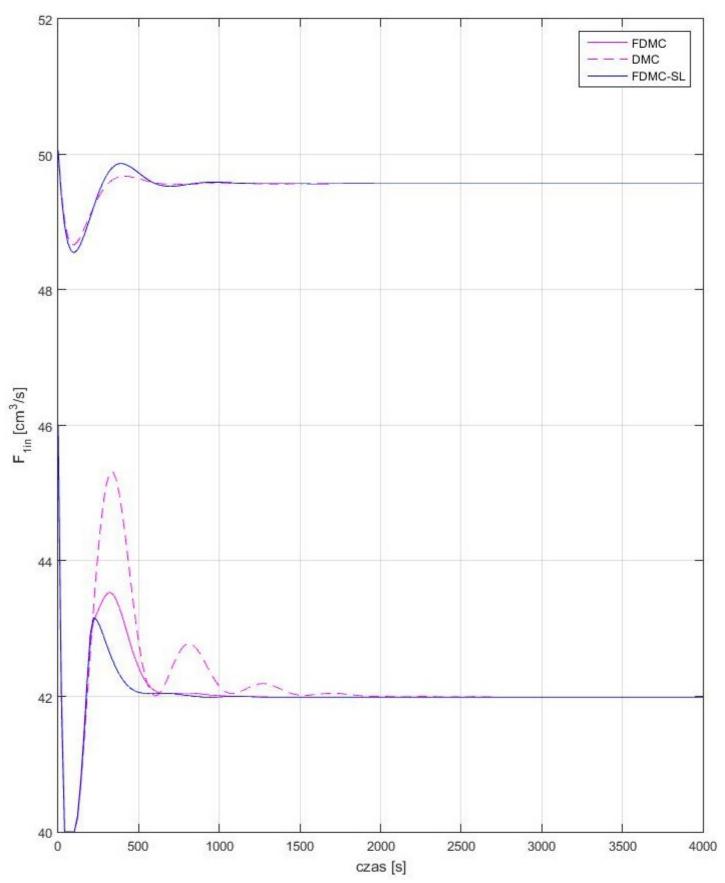
Rysunek 45: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych bez ograniczeń



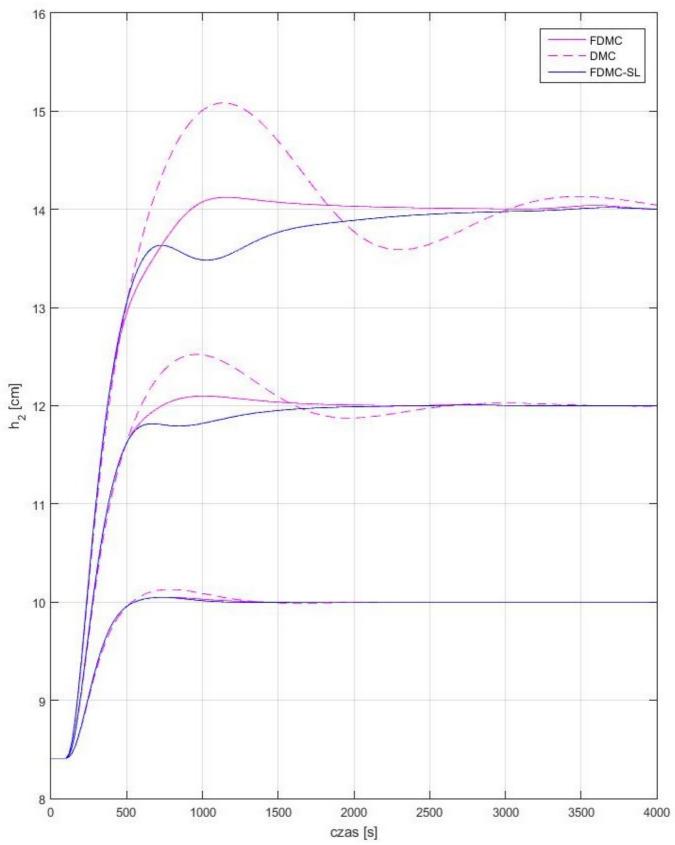
Rysunek 46: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych bez ograniczeń



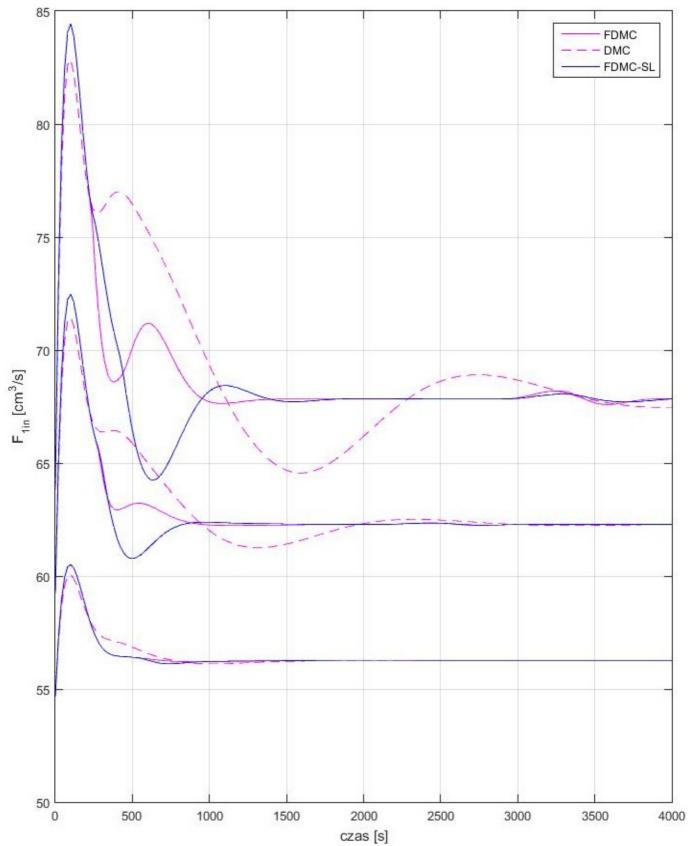
Rysunek 47: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych z ograniczeniami



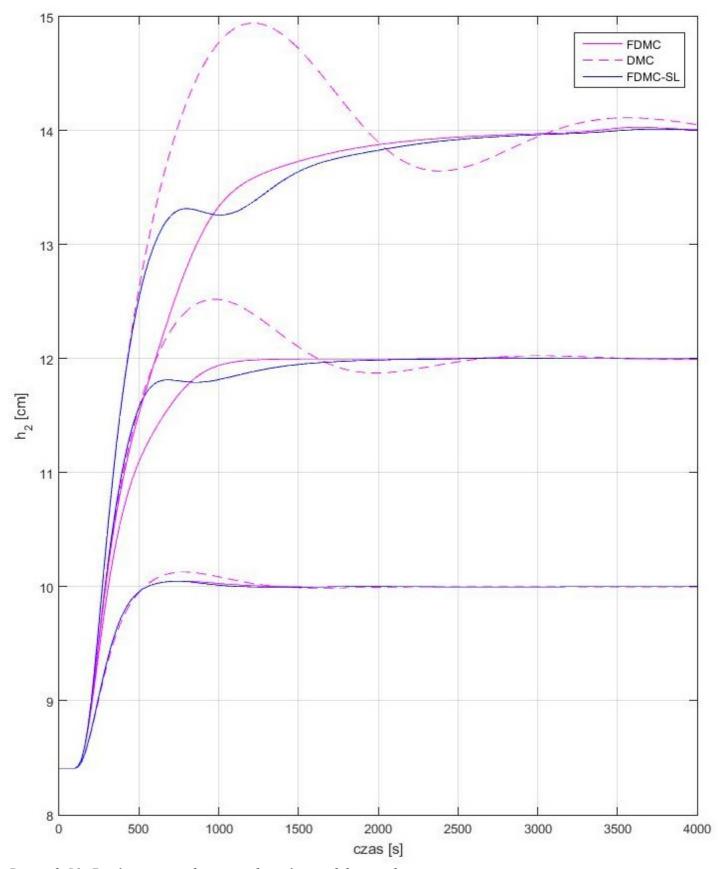
Rysunek 48: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych z ograniczeniami



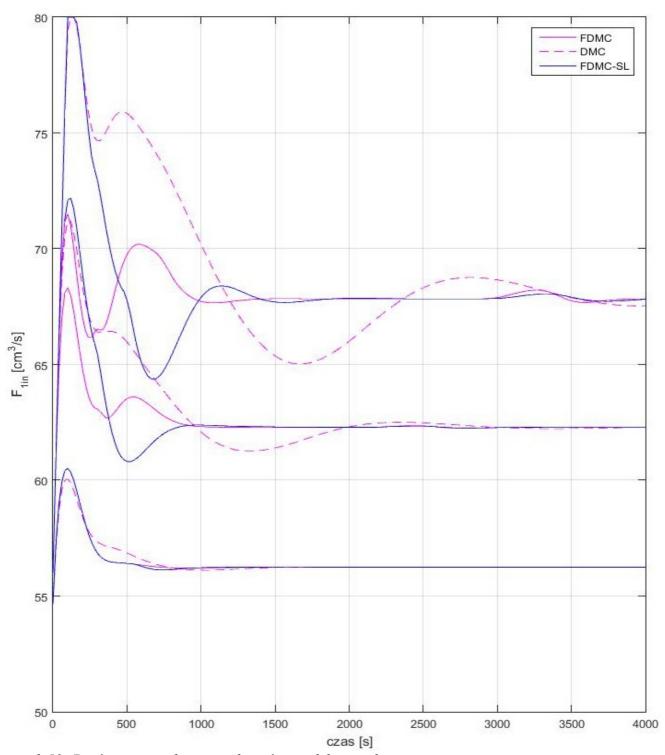
Rysunek 49: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych bez ograniczeń



Rysunek 50: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych bez ograniczeń



Rysunek 51: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych z ograniczeniami



Rysunek 52: Porównanie wpływu regulatorów predykcyjnych z ograniczeniami

Co widać na wykresach regulator FDMC-SL sprawuje się nieznacznie lepiej niż rozmyty algorytm regulacji predykcyjnej. Przy dużych skokach FDMC-SL daję większe skoki wartości sterowanej. Szybko nasyca się przez ograniczenia. W ogólnym rozrachunku wypada gorzej niż FDMC a w szczególności gdy uwzględni się potrzebę kosztu dodatkowych obliczeń.

5. Podsumowanie

Co było udowodnione empirycznie w tym zadaniu projektowym, większości przypadków modele rozmyte zachowują o wiele lepsze zdolności regulacyjne. Znacznie szybciej zbiegają do żądanej wielkości nie powodując za dużych przesterowań i oscylacji.