

Soal dan Solusi UTS Geometri Analitik 2023

Wildan Bagus Wicaksono

MATEMATIKA 2022

Question 1

Cari panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik tengah dari AB dan CD di mana $A = (1, 3)$, $B = (2, 6)$, $C = (4, 7)$, dan $D = (3, 4)$.

Penyelesaian.

Koordinat titik tengah dari AB adalah $(\frac{1+2}{2}, \frac{3+6}{2}) = (\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ dan koordinat titik tengah dari CD adalah $(\frac{4+3}{2}, \frac{7+4}{2}) = (\frac{7}{2}, \frac{11}{2})$. Sehingga jarak kedua titik tengah tersebut adalah

$$\sqrt{\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2} - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

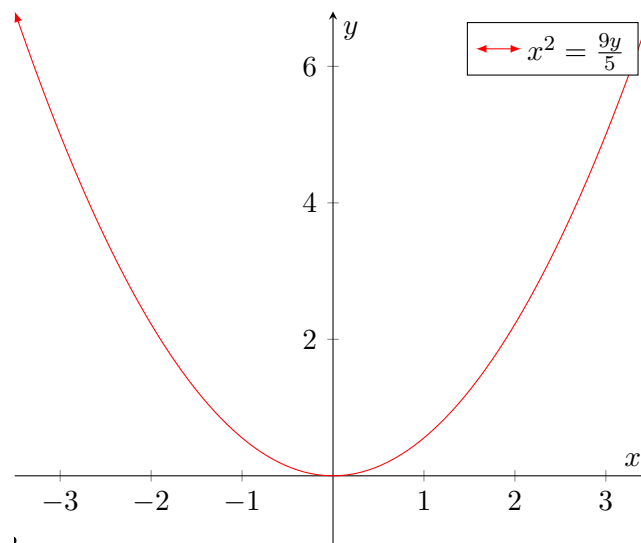


Question 2

Cari persamaan dari parabola yang vertexnya berada di titik asal dan sumbunya adalah sumbu- y jika parabola tersebut melalui titik $(-3, 5)$. Buat sketsa gambarnya!

Penyelesaian.

Karena sumbu parabola berupa sumbu- y , maka parabola yang mungkin terbentuk berupa terbuka ke atas atau terbuka ke bawah. Sehingga parabola tersebut memiliki persamaan $x^2 = 4py$ atau $x^2 = -4py$ di mana $(0, p)$ dan $(0, -p)$ berturut-turut merupakan titik fokus kedua parabola tersebut. Karena melalui $(-3, 5)$, dapat dipastikan persamaan parabola yang mungkin adalah parabola berupa terbuka ke atas, yaitu $x^2 = 4py$. Karena melalui $(-3, 5)$, maka $(-3)^2 = 4p(5) \iff p = \frac{9}{20}$. Jadi, persamaan parabolanya adalah $x^2 = 4 \cdot \frac{9}{20}y = \frac{9}{5}y \implies x^2 = \frac{9y}{5}$.



Question 3

Diketahui fungsi parameter

$$x = 2\sqrt{t-2}, \quad y = 3\sqrt{4-t}, \quad 2 \leq t \leq 4.$$

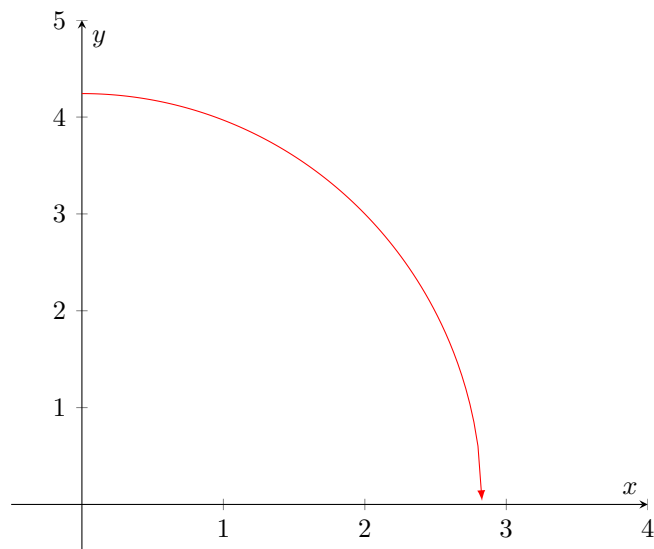
- (a). Gambarkan kurva dan arahnya.
- (b). Tentukan jenis kurva tersebut (sederhana, tertutup, atau tidak). Berikan alasannya.
- (c). Tentukan persamaan cartesiusnya!

Penyelesaian.

(c). Perhatikan bahwa $x^2 = 4(t-2) = 4t - 8$ dan $y^2 = 9(4-t) = 36 - 9t$. Diperoleh

$$9x^2 + 4y^2 = 36t - 72 + 144 - 36t = 72 \implies 9x^2 + 4y^2 = 72 \iff \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{18} = 1.$$

(a). Dari (c), bentuk kurva berupa elips. Untuk $t = 2$ diperoleh $(x, y) = (0, 3\sqrt{2})$. Untuk $t = 3$ diperoleh $(x, y) = (2, 3)$. Untuk $t = 4$ diperoleh $(x, y) = (2\sqrt{2}, 0)$. Diperoleh sketsa dan arah kurva sebagaimana berikut, yaitu dengan arah searah jarum jam.



(b). Kurva termasuk kurva terbuka karena titik awal dan akhirnya berbeda. Selain itu, kurva termasuk kurva sederhana karena kurva tersebut tidak berpotongan dengan dirinya sendiri (kurva tersebut).



Question 4

Cari komponen dari suatu vektor pada bidang yang memiliki besar 4 dan membentuk sudut $-\frac{\pi}{4}$ terhadap sumbu- x .

Penyelesaian.

Komponen x dari vektor tersebut adalah

$$\mathbf{v}_x = 4 \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

Komponen y dari vektor tersebut adalah

$$\mathbf{v}_y = 4 \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) = 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -2\sqrt{2}.$$

