



**UJIAN AKHIR RESPONSI SEMESTER GANJIL 2024/2025**

---

Mata Kuliah	: Struktur Aljabar II	Batas Waktu	: Senin, 18 November 2024
Program Studi	: S1 Matematika		
Kelas	: C		
Asisten Responsi	: Nayaka Reswara Nararya H. Nazra Arta Mevia Agustian Wildan Bagus Wicaksono		

---

**SOAL**

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan singkat, padat, dan jelas. Anda diperbolehkan membuka catatan, namun tidak diperkenankan untuk bekerja sama satu sama lain dan menggunakan solver seperti menggunakan AI. Pihak yang terindikasi bekerja sama atau menggunakan AI mendapatkan nilai 0. Setiap soal memiliki bobot 25 poin.

- Diberikan ring  $\mathbb{Z}[x]$  dan  $\mathbb{C}$ . Didefinisikan  $\varphi : \mathbb{Z}[x] \rightarrow \mathbb{C}$  sebagai  $\varphi(P(x)) = P(i)$  untuk setiap  $P(x) \in \mathbb{Z}[x]$ .
  - Misalkan  $a, b \in \mathbb{R}$  dan  $P(x) \in \mathbb{Z}[x]$ . Buktikan bahwa  $P(a + bi) = 0$  jika dan hanya jika  $P(a - ib) = 0$ .
  - Buktikan  $\varphi$  merupakan homomorfisma ring.
  - Tentukan  $\ker \varphi$ .
- Misalkan ring  $R$  merupakan himpunan semua fungsi kontinu di interval  $[0, 2024]$  dan  $I := \{f(x) \in R : f(1) = 0\}$ . Buktikan bahwa  $R/I \cong \mathbb{R}$ .
  - Periksa apakah  $\mathbb{Z}$  dan  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  isomorfik sebagai ring atau tidak.
- Tunjukkan bahwa ideal  $\langle x^2 + 1 \rangle$  merupakan ideal prima di  $\mathbb{Z}[x]$  tapi tidak maksimal di  $\mathbb{Z}[x]$ .

SELAMAT MENGERJAKAN