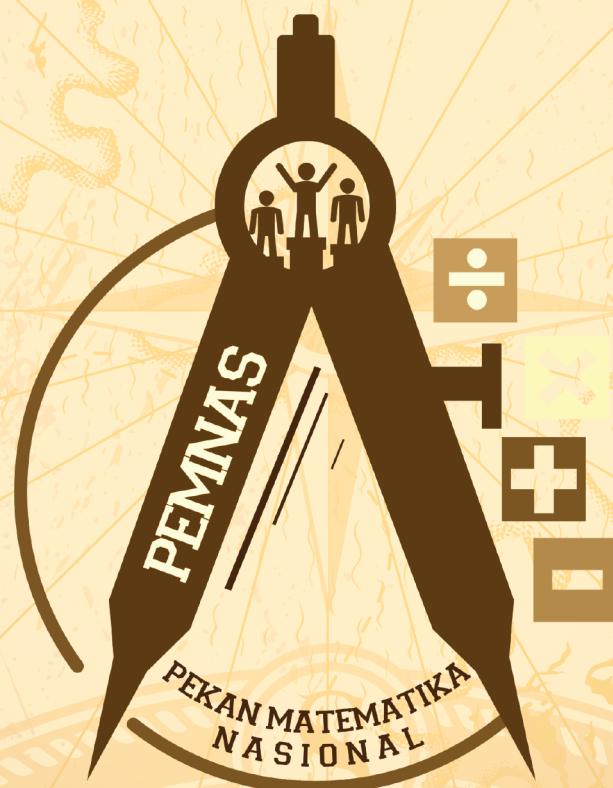




# Raskah Soal PEMNAS

Pekan Matematika Rasional 2023



Babak Penyisihan  
Jenjang SMP/MTs/Sederajat

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN ILMU AKTUARIA (HIMATIKA)  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

## Peraturan Babak Penyisihan Jenjang SMP/MTs/Sederajat

1. Babak penyisihan akan dilaksanakan pada Sabtu, 4 November 2023.
2. Babak penyisihan PEMNAS 2023 terdiri dari 25 soal isian singkat dengan rincian 10 soal kategori mudah, 10 soal kategori sedang, dan 5 soal kategori sulit dengan waktu pengerjaan selama 75 menit.
3. Pengerjaan soal dilakukan melalui website oleh setiap peserta di [ujian.pemnas.com](http://ujian.pemnas.com). Pengerjaan dilaksanakan menggunakan PC (komputer atau laptop) dengan daya baterai yang cukup dan koneksi internet yang stabil.
4. Banyak peserta yang berhak lolos ke tahap semifinal adalah 50 peserta, di mana sebanyak 25 peserta dalam peringkat nasional dan 25 peserta lainnya merupakan perwakilan masing-masing rayon.
5. Peserta hanya menjawab dengan mengetikkan jawaban akhir berupa angka, tanpa menggunakan satuan, tanda titik (.), tanda koma (,), dan lain-lain. Jawaban dipastikan bilangan bulat tak negatif, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, dan seterusnya,
6. Bobot penilaian pada babak penyisihan:
  - (a). Setiap soal yang dijawab benar bernilai 2 poin untuk soal mudah, 3 poin untuk soal sedang, dan 4 poin untuk soal sulit.
  - (b). Setiap soal yang dijawab salah bernilai -1 poin.
  - (c). Setiap soal yang tidak dijawab (kosong) bernilai 0 poin.
7. Hal-hal yang diperbolehkan:
  - (a). Bertanya teknis hanya kepada CS.
  - (b). Menyediakan kertas kosong sebagai alat bantu menghitung.
  - (c). Menggunakan penggaris lurus dan jangka.
  - (d). Minum saat lomba berlangsung.
8. Hal-hal yang dilarang:
  - (a). Berbuat curang dengan cara apapun.
  - (b). Membuka handphone termasuk membuka sosial media.
  - (c). Membuka catatan, buku rumus, *cheat sheet*, dan sebagainya.
  - (d). Tidak bekerja mandiri seperti menggunakan bantuan orang di sekitar dan joki.

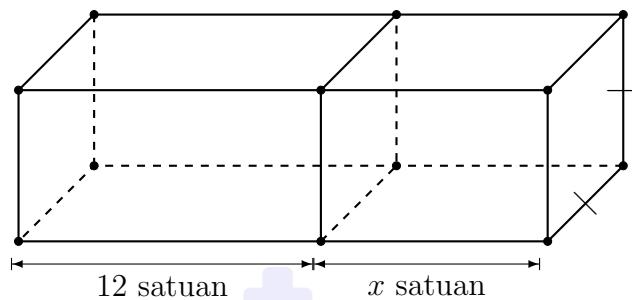
- (e). Menggunakan alat bantu hitung apapun, seperti kalkulator, handphone, tabel matematika, dan sebagainya
  - (f). Dilarang menggunakan busur derajat atau segitiga siku-siku. Namun, penggaris lurus atau jangka diperbolehkan.
  - (g). Makan dan minum kecuali meminum air putih.
9. Kesalahan peserta dalam mengoperasikan aplikasi saat kompetisi bukan tanggung jawab panitia.
10. Periksalah kembali jawaban sebelum dikumpulkan dan pastikan sudah klik "Save".
11. Peserta tidak dapat mengerjakan kembali jika telah menyelesaikan ujian.
12. Apabila ditemukan pelanggaran, maka peserta akan diberikan sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.
13. Keputusan Panitia PEMNAS 2023 tidak dapat diganggu gugat.

## LEMBAR SOAL BABAK PENYISIHAN PEMNAS TAHUN 2023

### JENJANG SMP/MTs/SEDERAJAT

1. Diberikan persegi panjang  $ABCD$  di mana panjang  $AB = 8$  dan  $BC = 4$ . Titik  $E$  terletak pada sisi  $AB$  sehingga panjang  $DE = 5$ . Luas dari segitiga  $CEB$  adalah . . . .
2. Dua buah dadu dilempar sekali secara bersamaan. Peluang bahwa setiap dadu memunculkan mata dadu yang merupakan faktor dari 24 dapat dinyatakan sebagai  $\frac{a}{b}$  di mana  $a$  dan  $b$  adalah dua bilangan asli yang memenuhi  $\text{FPB}(a, b) = 1$ . Nilai dari  $a + b$  adalah . . . .
3. Pak Brody adalah orang yang murah hati. Ia membuka toko buah dan menjual buah Mangga dengan harga normal Rp14.000,00 per kilo. Jika ada pembeli yang kurang mampu maka ia menjual Mangga Rp8.000,00 per kilo, tapi untuk pembeli yang mampu dia menjualnya dengan harga normal. Pekan ini dia telah menjual 80 kg dengan hasil penjualan Rp820.000,00 serta setiap orang hanya membeli satu kilo. Selisih dari banyaknya pembeli yang kurang mampu dan yang mampu dalam pekan tersebut adalah . . . .
4. Jika  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$  adalah bilangan asli sedemikian sehingga
 
$$2^a \times 3^b \times 5^{2023} \times 7^c = 294 \times 15^d,$$
 maka nilai dari  $(c+d)^2 - (a+b)^2$  adalah . . . .
5. Diberikan barisan geometri  $U_1, U_2, U_3, \dots$  yang memenuhi  $U_1 \neq U_2$  dan semua sukunya bernilai positif. Jika
 
$$\frac{U_{2023} - U_{2020}}{U_{2025} - U_{2022}} = \frac{1}{4},$$
 maka nilai dari
 
$$\frac{U_{20} + U_{23}}{U_{19} - U_{17}}$$
 adalah . . . .
6. Diberikan segitiga  $ABC$  dan  $D$  adalah titik tengah dari  $AC$ . Jika segitiga  $ABD$  merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi  $4\sqrt{3}$  satuan, maka panjang dari  $BC$  adalah . . . satuan.
7. Diberikan bilangan tujuh digit  $13a15bc$  yang habis dibagi 3, 4, dan 5. Jika  $m$  dan  $M$  berturut-turut nilai terkecil dan nilai terbesar dari  $a + b + c$ , nilai dari  $M - m$  adalah . . . .
8. Banyak bilangan asli tidak lebih dari 2023 yang habis dibagi 22 atau 23 adalah . . . .

9. Diberikan sebuah balok di mana lebar dan tinggi balok tersebut sama panjang. Luas permukaan balok ini adalah 370 satuan luas. Balok tersebut dibagi menjadi dua balok yang lebih kecil, di mana panjangnya adalah 12 satuan dan  $x$  satuan. Setelah kedua balok dipisahkan, ternyata jumlah luas permukaan dari kedua balok kecil adalah 420 satuan luas. Nilai dari  $20x$  adalah . . .



10. Diketahui rata-rata  $P, E, M$  adalah 36 dan rata-rata dari  $P^2, E^2, M^2$  adalah 4. Rata-rata dari  $PE, EM, PM$  adalah . . .

11. Sebanyak enam kertas yang bertuliskan angka 3, 4, 6, 8, 21, dan  $x$  dimasukkan ke dalam sebuah kotak di mana  $x$  bilangan asli. Dua kertas akan diambil secara satu per satu secara acak tanpa pengembalian. Diketahui peluang terambilnya dua buah bilangan yang faktor persekutuan terbesarnya 1 adalah  $\frac{100}{3}\%$ . Bilangan asli terkecil  $x$  yang memenuhi di mana  $x > 22$  adalah . . .

12. Banyak bilangan asli  $a$  yang lebih besar dari 1 sedemikian sehingga

$$\frac{a+1}{a-1} + 2 \times \frac{a-1}{a+1}$$

merupakan bilangan bulat adalah . . .

13. Pada papan dituliskan

$$1 * 1 * 1 * 1 * 1 * 1.$$

Tanda  $*$  diganti dengan operasi penjumlahan ( $+$ ) atau operasi pengurangan ( $-$ ). Setelah semua tanda  $*$  diganti dengan dua operasi tersebut, hasilnya kemudian dihitung. Peluang bahwa hasil yang diperoleh habis dibagi 3 dapat dinyatakan sebagai  $\frac{a}{b}$  di mana  $a$  dan  $b$  adalah dua bilangan asli yang memenuhi  $\text{FPB}(a, b) = 1$ . Nilai dari  $a + b$  adalah . . .

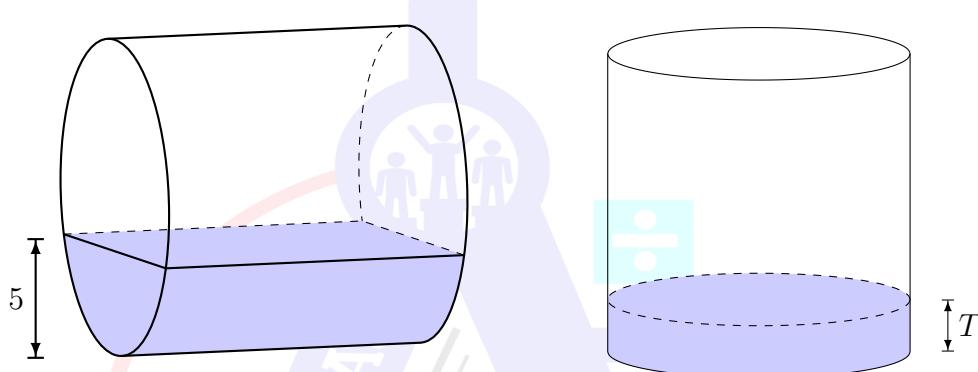
14. Diberikan 100 nomor undian yang diberi nomor dari 1 hingga 100 di mana nomor undian tersebut akan dikonversi menjadi kode yang terdiri dua angka. Angka pertama adalah sisa jika nomor dibagi 3 dan angka kedua adalah sisa jika nomor dibagi 7. Misalnya, nomor undian 8 berkode 21 dan nomor undian 2 berkode 22. Jumlah semua nomor undian yang berkode 12 adalah . . .

15. Diberikan suatu fungsi  $f$  yang memenuhi

$$f(f(x)) = \frac{x^5 + 5x + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 1}{3x^2 + 3x + x^3 + 1}.$$

Jika  $f(1) = 3$ , maka nilai dari  $f(25)$  adalah . . . .

16. Diberikan tabung di mana jari-jari alas dan tutup tabung adalah 10 satuan dan tinggi  $15\pi$  satuan. Mulanya, tabung tersebut diletakkan secara mendatar dan diisi dengan air hingga setinggi 5 satuan. Apabila tabung tersebut diletakkan dalam posisi tegak, tinggi air dalam tabung sekarang adalah  $T$  satuan seperti pada gambar. Jika nilai dari  $20T$  dapat dinyatakan sebagai  $a\pi - b\sqrt{c}$  di mana  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan asli serta  $b$  tidak habis dibagi bilangan kuadrat apapun selain 1, nilai dari  $a + b + c$  adalah . . . .



17. Pepem ingin meneliti dua bakteri, yaitu bakteri X dan bakteri Y. Kedua bakteri tersebut Pepem letakkan di tempat yang sama pada jam 12.00. Untuk setiap harinya, diketahui:

- (a). pada jam 08.00, setiap bakteri X dan bakteri Y masing-masing membelah menjadi 4 bakteri.
- (b). pada jam 17.00, sebuah bakteri X memakan sebuah bakteri Y.

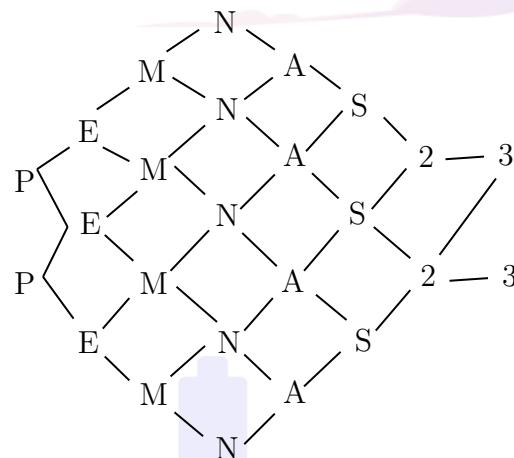
Pepem mengamati kembali bakteri-bakteri tersebut pada hari ke-31 pada jam 12.00. Ternyata, banyak bakteri X dan bakteri Y sama banyaknya. Perbandingan banyaknya bakteri X terhadap bakteri Y pada hari pertama saat jam 12.00 adalah  $x : y$ , di mana  $x$  dan  $y$  adalah dua bilangan asli yang memenuhi  $\text{FPB}(x, y) = 1$ . Nilai dari  $x + 2y$  adalah . . . .

18. Banyak pasangan bilangan asli  $(a, b)$  di mana  $a, b \leq 2023$  yang memenuhi

$$(\text{FPB}(a, b))^3 + 3ab \times \text{KPK}(a, b) = (\text{KPK}(a, b))^3 + 3ab \times \text{FPB}(a, b)$$

adalah . . . .

19. Gambar di bawah ini merupakan jalur untuk membentuk rangkaian huruf dan angka yang membentuk "PEMNAS23". Banyak jalur berbeda untuk membentuk rangkaian huruf dan angka berikut dengan mengikuti arah yang ada adalah . . . .



20. Diberikan segitiga siku-siku  $ABC$  di mana  $\angle BAC = 90^\circ$ . Titik  $M$  dan  $N$  berturut-turut terletak pada sisi  $AB$  dan sisi  $BC$  sedemikian sehingga panjang  $AM = MB = 10$  satuan. Diketahui  $AN$  tegak lurus garis bagi  $\angle ABC$  dan  $MN$  memotong garis bagi  $\angle ABC$  di titik  $P$ . Jika panjang  $BP = \frac{32}{3}$  satuan, maka panjang  $AC$  dapat dinyatakan sebagai  $\frac{x}{y}$  satuan di mana  $x$  dan  $y$  adalah dua bilangan asli yang memenuhi  $\text{FPB}(x, y) = 1$ . Nilai dari  $x + 2y$  adalah . . .

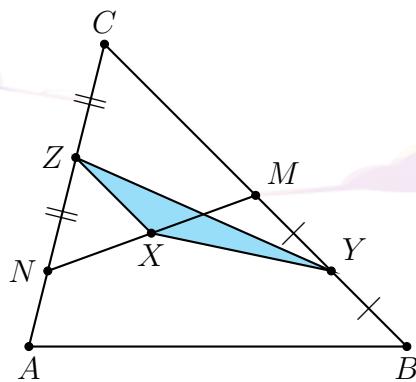
21. Jika  $x$  bilangan real positif dan nilai minimum dari

$$\frac{x^5 + 3x^4 + x^2 + 3x}{x^4 + 3x^3} + \left( \frac{x}{1 + \sqrt{3}} + \frac{x}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \cdots + \frac{x}{\sqrt{3023} + \sqrt{3025}} \right)$$

adalah  $S$ , nilai dari  $\left\lfloor \frac{S}{3} \right\rfloor$  adalah . . . .

**Catatan.** Untuk setiap bilangan real  $x$ , didefinisikan  $\lfloor x \rfloor$  yang menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari atau sama dengan  $x$ . Sebagai contoh,  $\lfloor 2 \rfloor = 2$ ,  $\lfloor 4,23 \rfloor = 4$ , dan  $\lfloor \pi \rfloor = 3$ .

22. Definisikan  $\tau(x)$  sebagai banyak faktor positif dari  $x$  untuk  $x$  bilangan asli. Bilangan asli terkecil  $n$  sedemikian sehingga  $5 \times \tau(6n) = 12 \times \tau(16n)$  adalah . . . .
23. Perhatikan gambar berikut. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan luas  $120 \text{ cm}^2$ . Titik  $M$  dan  $N$  berturut-turut pada sisi  $BC$  dan  $CA$  sehingga berlaku perbandingan panjang  $BM : MC = 1 : 1$  dan  $CN : NA = 2 : 1$ . Titik  $X$ ,  $Y$ , dan  $Z$  berturut-turut merupakan titik tengah dari  $MN$ ,  $MB$ , dan  $CN$ . Luas dari segitiga  $XYZ$  adalah . . .  $\text{cm}^2$ .



24. Suatu bilangan asli 8 digit dikatakan *glory* memenuhi dua ketentuan berikut:

- Angka-angka penyusunnya adalah 0 dan 1, di mana digit pertama harus sama dengan 1.
- Tidak memuat tiga angka 1 berurutan.

Sebagai contoh, 10000000 dan 10110001 merupakan bilangan asli 8 digit yang *glory*, sedangkan 10011100 dan 11110011 bukan. Banyak bilangan asli 8 digit yang *glory* adalah . . . .

25. Banyak bilangan bulat  $(w, k)$  yang memenuhi persamaan

$$(w^2 + 2w + 3)^2 + 3(w^2 + 2w + 5) + 4 = k^2$$

adalah . . . .