



NASKAH SOAL  
**PEMNAS**  
Pekan Matematika Nasional 2025



Babak Semifinal  
**Jenjang SMA/MA/SEDERAJAT**

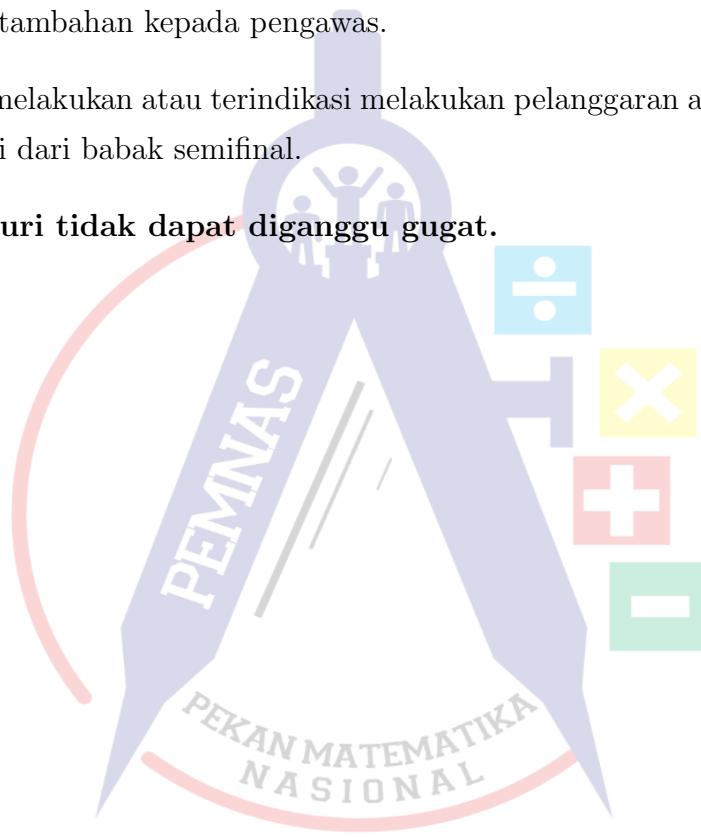


HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN ILMU AKTUARIA (HIMATIKA)  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

## Peraturan Babak Semifinal Jenjang SMA/MA/Sederajat

1. Peserta babak semifinal merupakan peserta yang dinyatakan lolos dari babak penyisihan.
2. Terdiri dari 4 soal uraian yang dikerjakan dalam waktu 90 menit tanpa istirahat.
3. Tuliskan identitas pada setiap lembar jawaban seperti nama lengkap, asal sekolah, nomor peserta, nomor soal, dan jenjang. Lembar jawaban yang identitasnya tidak tertera dianggap tidak sah dan tidak dinilai.
4. Setiap soal dijawab dengan menuliskan **langkah-langkah hingga hasil akhir** pada lembar jawaban. Setiap soal memiliki bobot 7 poin dan tidak ada pengurangan untuk soal yang dijawab salah atau tidak dijawab.
5. Peserta yang berhak lolos ke tahap final adalah 5 peserta.
6. Ketentuan pemeringkatan:
  - (a) Diurutkan berdasarkan poin tertinggi peserta.
  - (b) Jika terdapat dua peserta atau lebih yang memiliki poin sama setelah poin (a) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan banyaknya soal yang dijawab sempurna.
  - (c) Jika terdapat dua peserta atau lebih yang masih memiliki poin sama setelah poin (b) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan jenjang kelas dengan mengutamakan kelas yang lebih muda.
  - (d) Jika terdapat dua peserta atau lebih yang masih memiliki poin sama setelah poin (c) dipertimbangkan, maka diurutkan berdasarkan umur dengan mengutamakan umur yang lebih muda.
7. Peserta dilarang membuka catatan atau menggunakan alat bantu hitung lainnya seperti kalkulator, tabel matematika, busur derajat, atau penggaris siku. Penggaris lurus dan jangka boleh digunakan.
8. Peserta tidak diperbolehkan mengganggu atau berdiskusi dengan peserta lain saat pengerjaan soal berlangsung.

9. Peserta wajib menulis jawaban menggunakan bolpoin hitam. Pensil hanya diperkenankan untuk keperluan menggambar ilustrasi.
10. Peserta dilarang menggunakan penghapus cair atau *correction tape* untuk menghapus jawaban. Jawaban yang salah cukup dicoret dengan satu coretan saja.
11. Apabila lembar jawaban tidak cukup, peserta diperbolehkan menuliskan jawaban di halaman baliknya atau meminta kepada pengawas. Peserta diperbolehkan meminta kertas buram tambahan kepada pengawas.
12. Peserta yang melakukan atau terindikasi melakukan pelanggaran atau kecurangan akan didiskualifikasi dari babak semifinal.
13. Keputusan juri tidak dapat diganggu gugat.



**LEMBAR SOAL BABAK SEMIFINAL PEMNAS TAHUN 2025**  
**JENJANG SMA/MA/SEDERAJAT**

90 menit

**Soal 1.** Diberikan bilangan asli  $n > 2$ . Misalkan  $x_1, x_2, \dots, x_m$  merupakan semua bilangan asli berbeda yang tidak lebih dari  $n$  dan relatif prima dengan  $n$ . Buktikan bahwa

$$\tan\left(\frac{x_1\pi}{n}\right) + \tan\left(\frac{x_2\pi}{n}\right) + \dots + \tan\left(\frac{x_m\pi}{n}\right) = 0.$$

**Catatan.** Dua bilangan asli  $a$  dan  $b$  dikatakan *relatif prima* jika faktor persekutuan terbesar dari  $a$  dan  $b$  adalah 1.

**Soal 2.** Diberikan tabel  $n \times n$  di mana  $n$  bilangan asli, yaitu tabel yang terdiri dari  $n$  baris dan  $n$  kolom. Tabel tersebut akan diisi menggunakan bilangan asli dari 1 hingga  $n$  dengan ketentuan berikut:

- Setiap petak  $1 \times 1$  hanya berisi tepat satu bilangan.
  - Tidak ada dua bilangan yang sama terletak sebaris.
  - Terdapat setidaknya dua bilangan yang sama dari masing-masing diagonal tabel.
  - Untuk  $a \neq b$ , bilangan pada kolom ke- $a$  dan baris ke- $b$  sama dengan bilangan pada kolom ke- $b$  dan baris ke- $a$ .
- (a) Apakah prosedur ini mungkin dilakukan untuk  $n = 2026$ ?  
(b) Apakah prosedur ini mungkin dilakukan untuk  $n = 2025$ ?

**Soal 3.** Diberikan segitiga  $ABC$  dan  $M$  titik tengah ruas garis  $AB$ . Titik  $D$  terletak di busur  $AB$  dari lingkaran luar  $ABC$  yang tidak mengandung  $C$  sedemikian sehingga  $DB$  menyentuh lingkaran luar segitiga  $BCM$ . Titik  $E$  pada garis  $AD$  sedemikian sehingga  $BE$  sejajar  $AC$ . Titik  $F$  pada ruas garis  $CE$  memenuhi  $\angle EFA = \angle EAC$ . Buktikan bahwa  $AC$ ,  $MF$ , dan  $BD$  berpotongan di satu titik.

**Soal 4.** Misalkan  $p$  bilangan prima ganjil. Jika  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan asli yang memenuhi  $a + b + c = p$ , tentukan nilai terbesar yang mungkin dari

$$\text{FPB}(a^2, b^2) + \text{FPB}(b^2, c^2) + \text{FPB}(c^2, a^2).$$