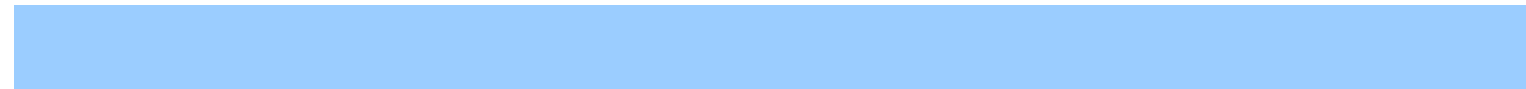




**SISTEM CERDAS - REASONING**

# **LOGIKA FUZZY**



# Sejarah Logika Fuzzy

**Logika Fuzzy** pertama kali dikenalkan oleh Prof. Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965, melalui tulisannya yang berjudul "*Fuzzy Set*", membahas mengenai teori himpunan samar / fuzzy.

1965 – 1975

Prof. Lotfi A. Zadeh

Mengembangkan teori himpunan fuzzy menjadi logika fuzzy. Himpunan fuzzy didefinisikan dengan fungsi keanggotaan yang memiliki derajat keanggotaan berada pada rentang nilai  $[0, 1]$ .

1974

Prof. Ebrahim Mamdani

Menciptakan prototipe sistem kendali berbasis fuzzy pada tangki pencampuran dan mesin uap.

Zimmerman

Memprakarsai pembuatan sistem pendukung pengambil keputusan dengan Fuzzy.

1983

Fuzzy digunakan dalam sistem pengolahan air oleh Fuji Electric.

1986

Berhasil diciptakan chip VLSI (*Very Large Scale Integration*) untuk memproses inferensi Fuzzy menggunakan komputer.

1992

Diselenggarakan IEEE *International Conference on Fuzzy System* yang pertama kali di San Diego.

## Definisi Logika Fuzzy

### LOGIKA FUZZY

merupakan salah satu jenis teknik penyelesaian masalah *reasoning*, yang merepresentasikan masalah kedalam basis pengetahuan menggunakan logika (*logic*).

### LOGIKA FUZZY

Dikembangkan berdasarkan cara penalaran manusia dengan menggunakan “pendekatan” untuk menyelesaikan masalah ketidakpastian (*uncertainty*), sebagai peningkatan dari logika Boolean.

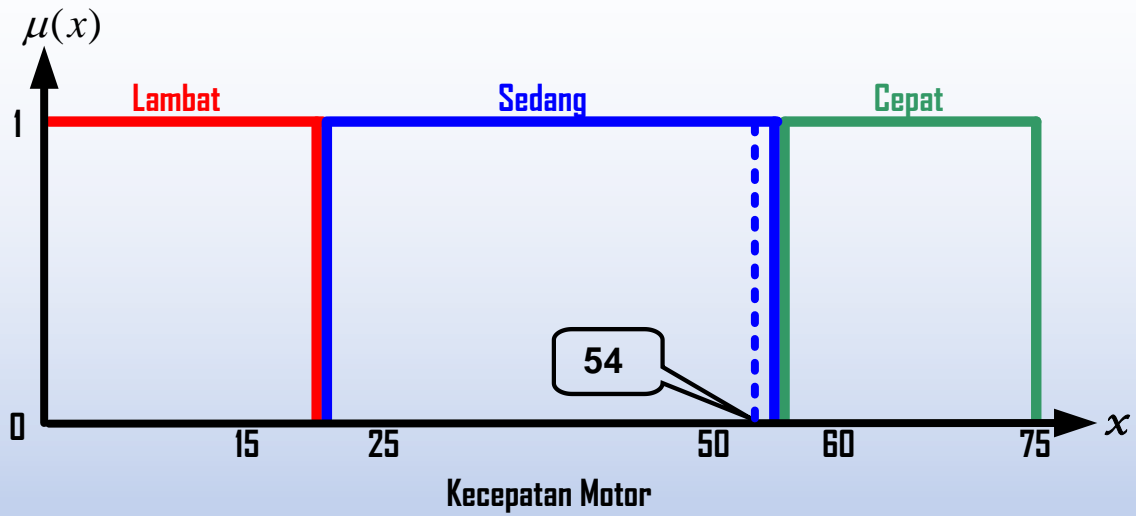


## Logika **BOOLEAN**

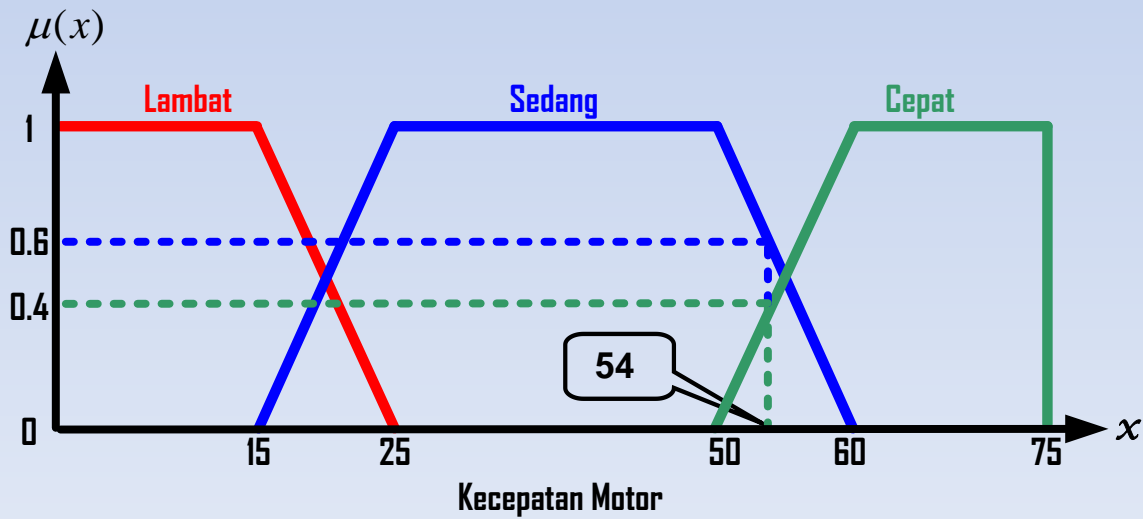
- Menyatakan nilai kebenaran dalam bentuk biner, **yaitu 0 dan 1.**
- Keanggotaan suatu masukan hanya memiliki 2 kemungkinan yaitu **Ya** dan **Tidak.**
- **Contoh:**  
Kecepatan motor [54]  
**Sedang**            **[1]**  
**Cepat**            **[0]**

## Logika **FUZZY**

- Menyatakan nilai kebenaran dalam derajat keanggotaan **dengan nilai real [0...1].**
- Keanggotaan suatu Masukan, dapat memiliki dua nilai kebenaran secara bersamaan dengan derajat keanggotaan yang berbeda.
- **Contoh:**  
Kecepatan motor [54]  
**Sedang**            **[0.6]**  
**Cepat**            **[0.4]**



**BOOLEAN**



**FUZZY**

Danang melakukan perjalanan dengan mengendarai motor dari desa menuju kota A. Di tengah perjalanan, Danang menyadari bahwa bensin sepeda motor yang dikendarainya tersisa setengah. Danang pun berhenti, membaca rambu dengan keterangan sebagai berikut:

❖ **Belok Kiri,**

jika anda melalui jalur ini, anda akan menemui lima tempat peristirahatan yang mana pada setiap tempat peristirahatan terdapat SPBU. Namun, hanya terdapat 1 SPBU yang menyediakan isi ulang bahan bakar bensin untuk anda dapat sampai pada kota A.

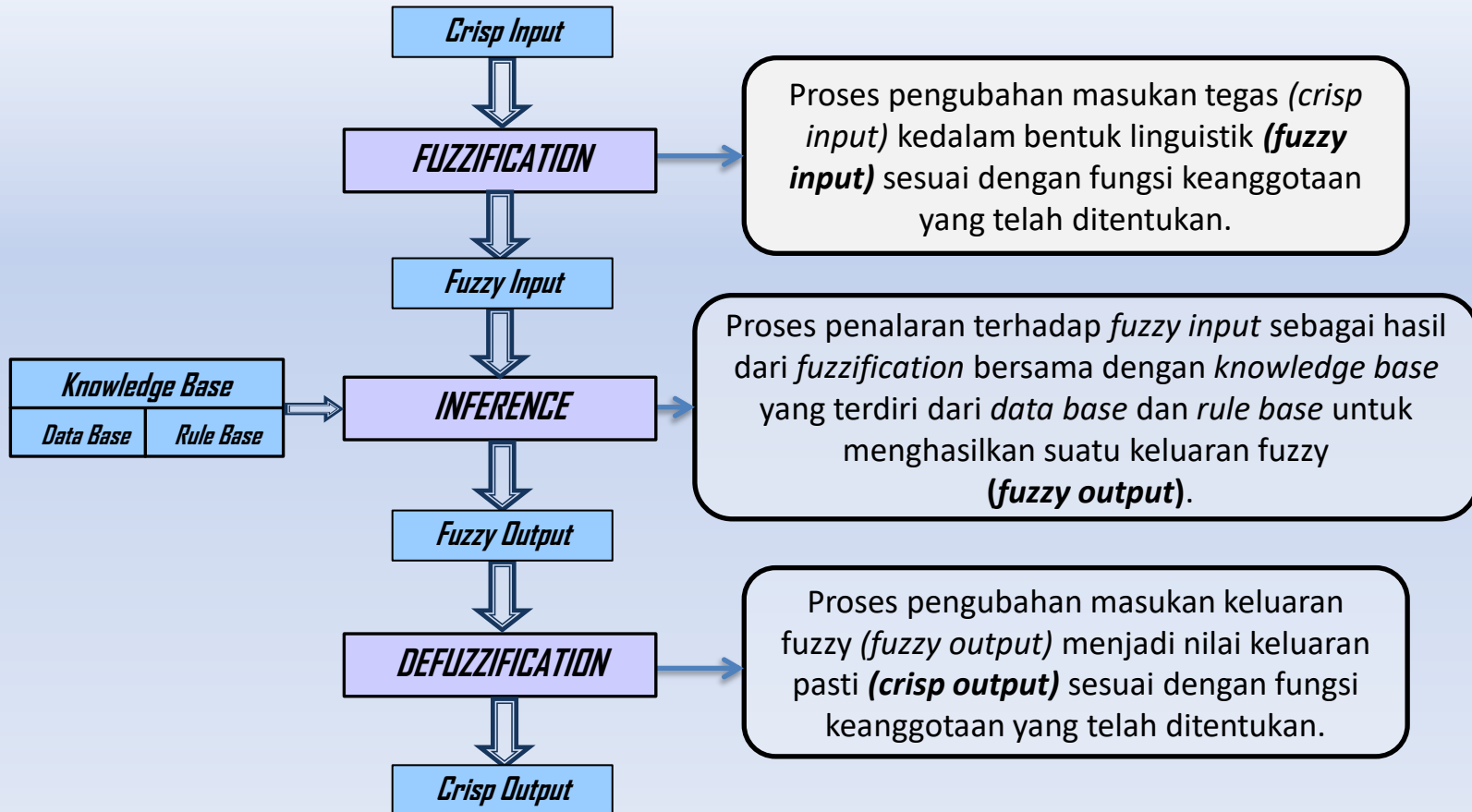
❖ **Belok Kanan,**

jika anda melalui jalur ini, anda akan menemui 5 tempat peristirahatan dengan masing-masing SPBU yang menyediakan bahan bakar bensin. Namun, tidak diketahui stok bensin yang masih tersisa pada setiap SPBU. Anda tidak perlu khawatir untuk kehabisan bensin karena anda akan sampai pada kota A.

Berdasarkan pilihan pada kedua jalur tersebut, manakah yang termasuk konsep logika fuzzy dan probabilitas?

# Sistem Kendali Berbasis Fuzzy

Suatu sistem kendali berbasis fuzzy, terdiri dari *Fuzzification*, *Inference*, dan *Defuzzification*.



# Dasar-Dasar Logika Fuzzy

## Variabel Fuzzy

→ Variabel yang akan dipetakan ke dalam nilai fuzzy (variabel *input* dan *output*).

Contoh : Variabel input kelembapan (%).

## Himpunan Semesta

→ Seluruh nilai yang diizinkan untuk dioperasikan dalam variabel fuzzy.

Contoh : Himpunan semesta dari variabel input kelembapan [0 50]

## Himpunan Fuzzy

→ Suatu kelompok yang mewakili keadaan tertentu dalam variabel fuzzy, terdiri dari **linguistik** dan **Numeris**.

Contoh : *Dry, Moist, Wet*

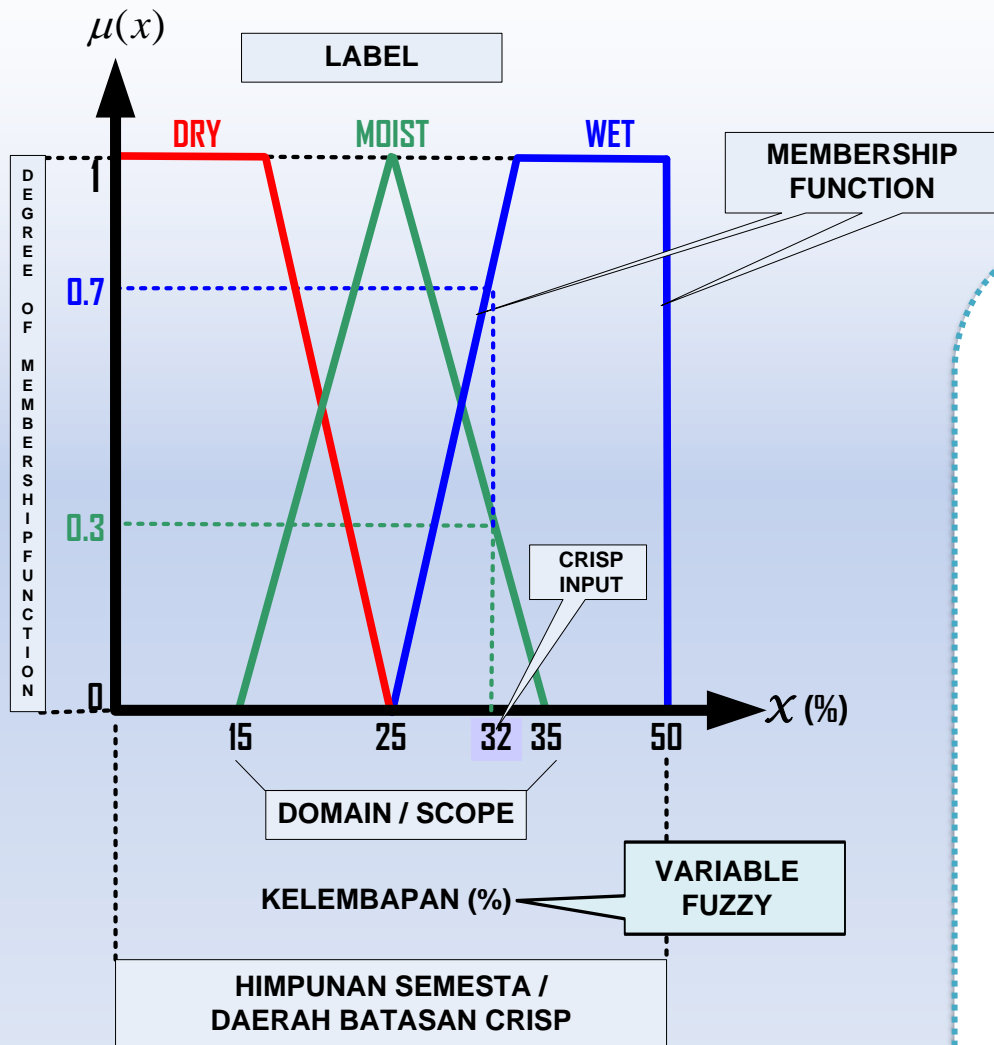
## Domain

→ Seluruh nilai yang diizinkan dalam himpunan semesta dan boleh dioperasikan dalam himpunan fuzzy.

Contoh :        Dry        [0 25]        Moist        [15 35]        Wet        [25 50]







## Fungsi Keanggotaan

→ Kurva yang mendefinisikan *fuzzy set* dengan memetakan *crisp input* kedalam derajat keanggotaan.

## Label

→ Nama deskriptif untuk mengidentifikasi sebuah fungsi keanggotaan.

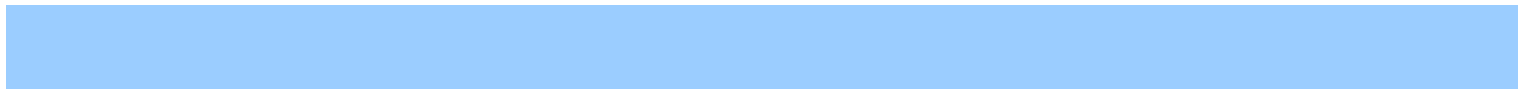
## Derajat Keanggotaan $\mu(x)$

→ Derajat dimana suatu *crisp input* telah dirubah ke dalam nilai linguistik sesuai fungsi keanggotaan yang digunakan.



# FUZZIFICATION

Proses merubah crisp input menjadi fuzzy input dengan membership function yang sesuai.



## Fungsi Keanggotaan Fuzzy

Terdapat beberapa jenis fungsi keanggotaan fuzzy, yaitu:

fungsi **PHI**

fungsi **LINIER**

fungsi **SIGMOID**

fungsi **SEGITIGA**

fungsi **GABUNGAN**

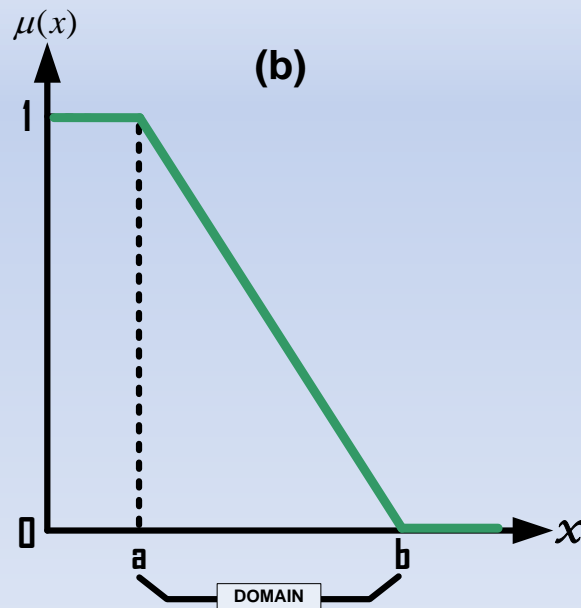
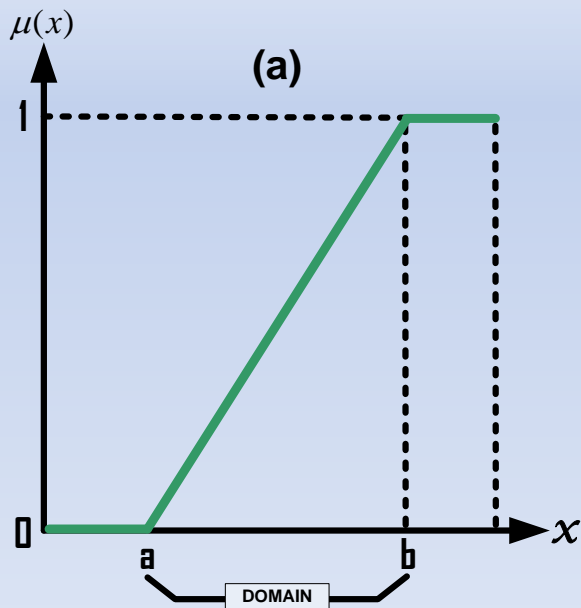
fungsi **TRAPESIUM**

fungsi **BENTUK BAHU**



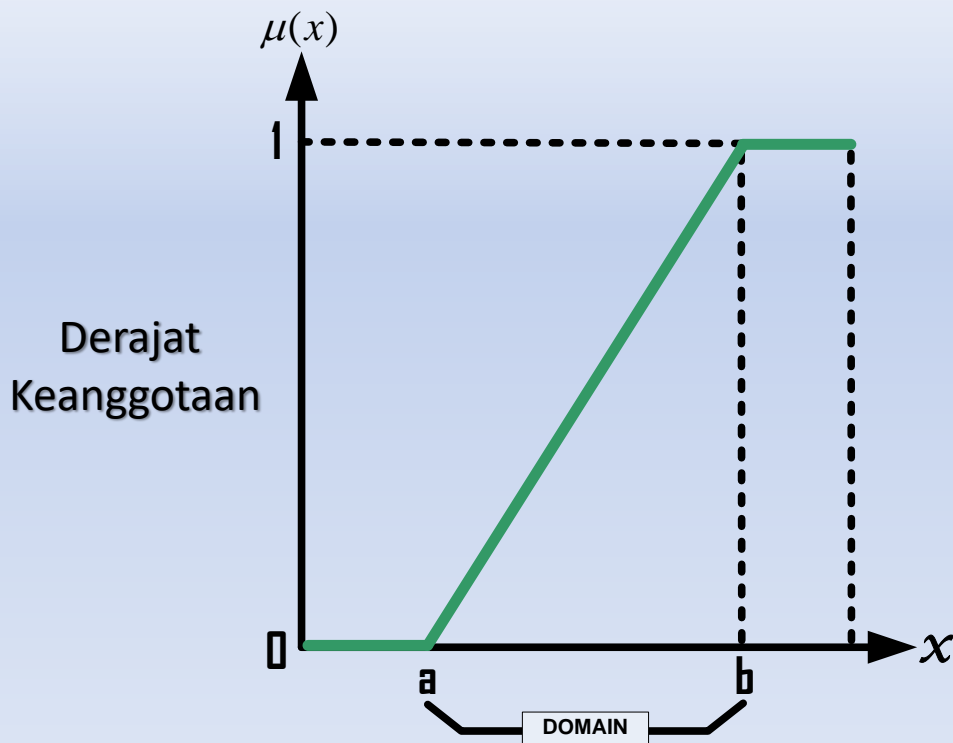
# Fungsi Linier

Pemetaan input ke dalam derajat keanggotaan digambarkan dengan suatu garis lurus.



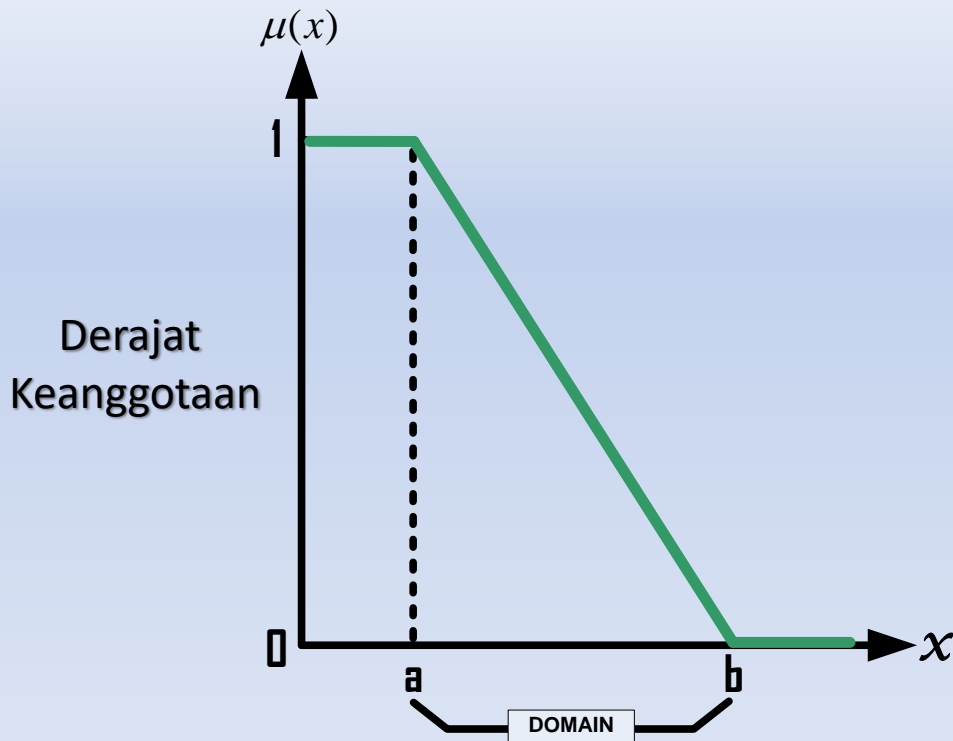
Fungsi Keanggotaan Linier: (a) Naik; (b) Turun

# Fungsi Linier Naik



$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ (x-a)/(b-a) & a < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

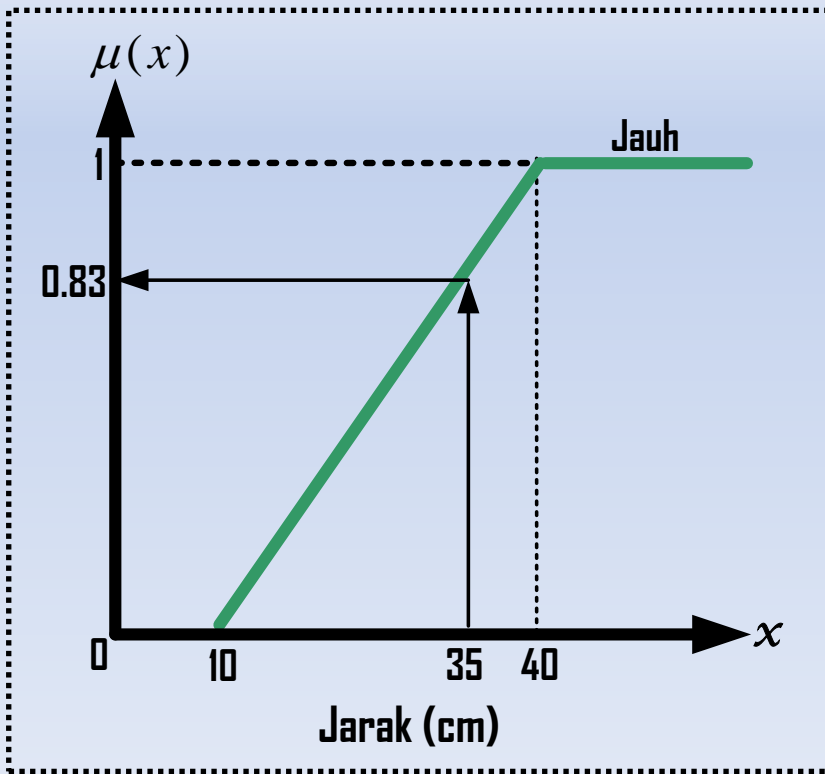
# Fungsi Linier Turun



$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \geq b \\ (b-x)/(b-a) & a < x < b \\ 1 & x \leq a \end{cases}$$

## Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *input* jarak jangkauan dari sensor ultrasonik dibuat dengan fungsi linier seperti berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* 35 pada himpunan fuzzy tersebut?



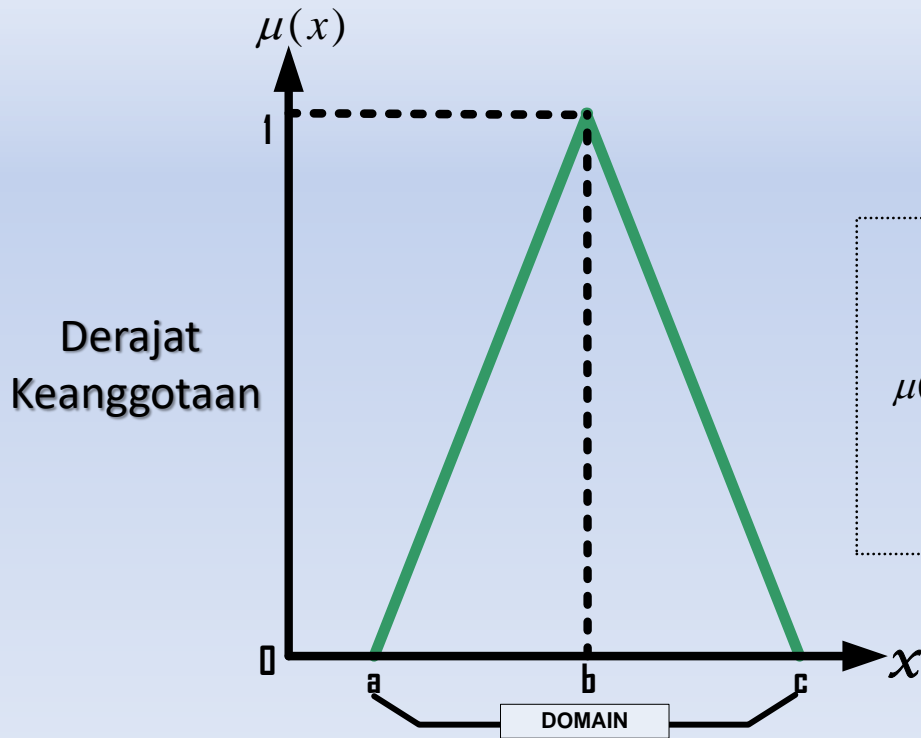
$$\mu_{jauh}(35) = (35 - 10) / (40 - 10)$$

$$\mu_{jauh}(35) = (25) / (30)$$

$$\mu_{jauh}(35) = 0.83$$

# Fungsi Segitiga

Pemetaan input ke dalam derajat keanggotaan digambarkan dengan bentuk segitiga sebagai gabungan dari 2 garis linier.



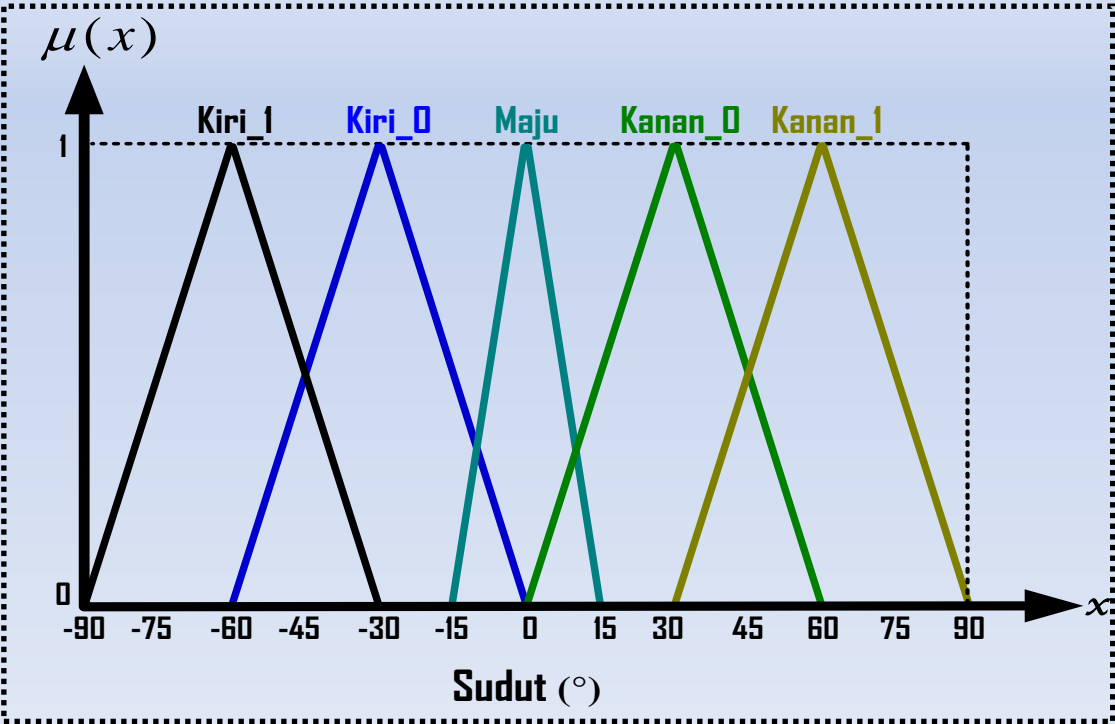
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ (x-a)/(b-a) & a < x < b \\ (c-x)/(c-b) & b < x < c \\ 1 & x = b \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan Segitiga

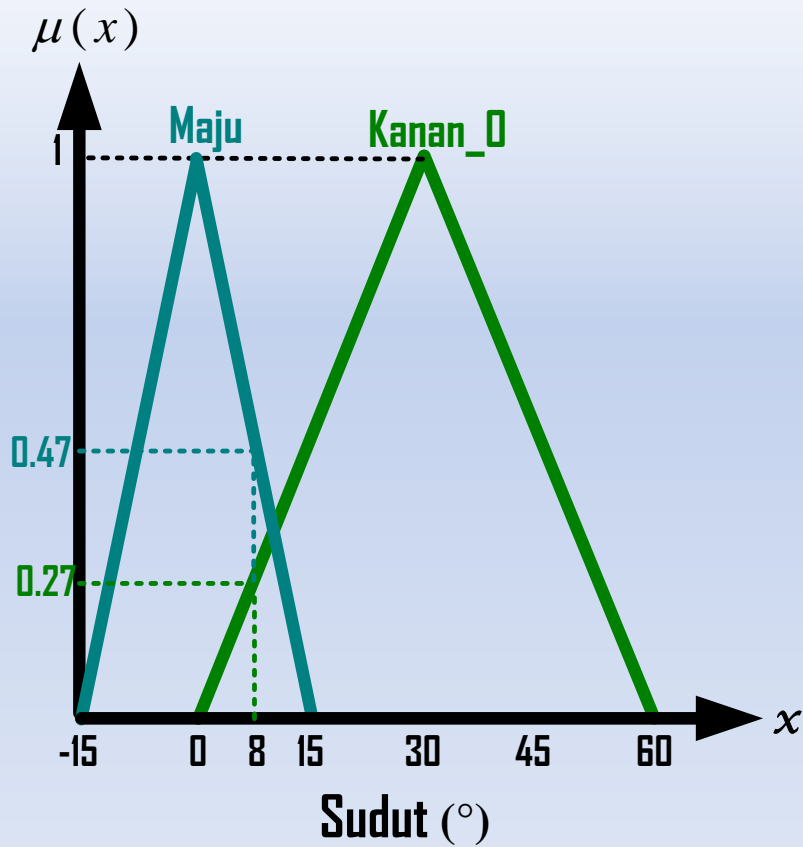


# Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *output* sudut pada robot pemadam api dibuat dengan fungsi keanggotaan segitiga berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* (8) pada himpunan fuzzy **Maju** dan **Kanan\_0**?



# Jawaban



$$\mu_{Maju}(8) = (15 - 8) / (15 - 0)$$

$$\mu_{Maju}(8) = (7) / (15)$$

$$\mu_{Maju}(8) = 0.47$$

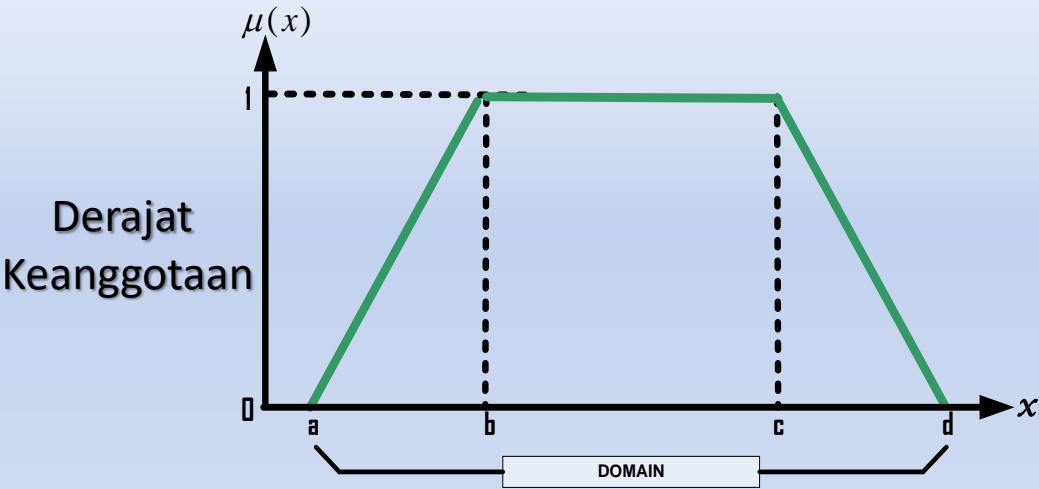
$$\mu_{Kanan\_0}(8) = (8 - 0) / (30 - 0)$$

$$\mu_{Kanan\_0}(8) = (8) / (30)$$

$$\mu_{Kanan\_0}(8) = 0.27$$

# Fungsi Trapesium

Pemetaan input ke dalam derajat keanggotaan digambarkan dengan bentuk trapesium sama kaki.

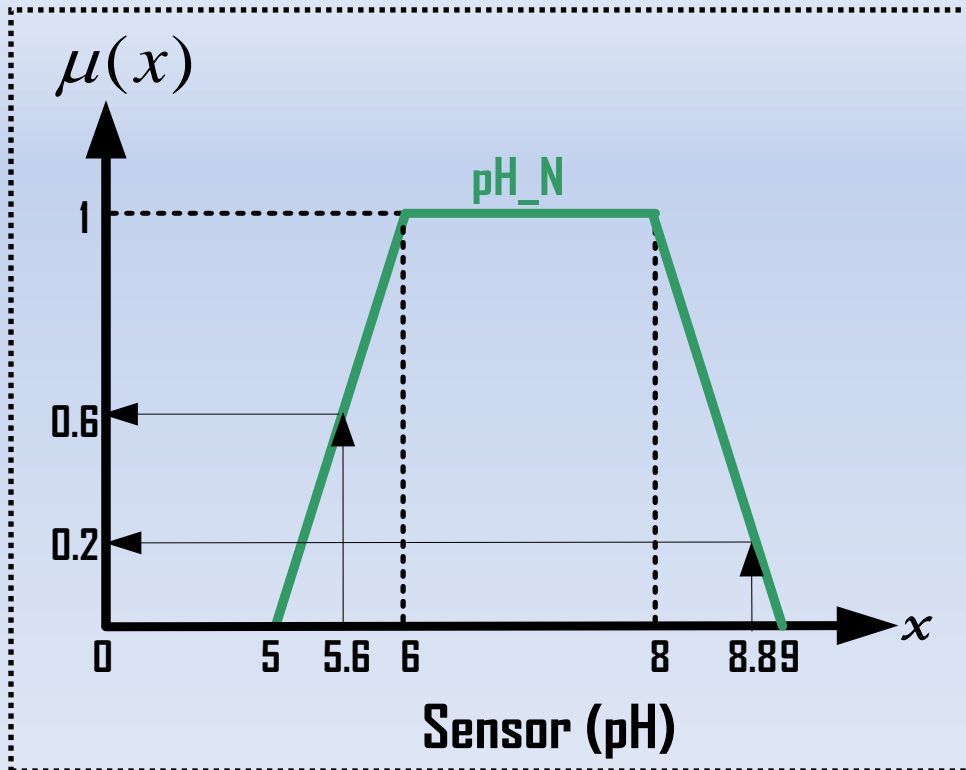


Fungsi Keanggotaan Trapesium

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ (x-a)/(b-a) & a < x < b \\ (d-x)/(d-c) & c < x < d \\ 1 & b \leq x \leq c \end{cases}$$

## Contoh

Fungsi keanggotaan untuk himpunan **pH\_N** pada variabel sensor pH ditunjukkan pada gambar berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* 5.6 dan 8.8 ?



$$\mu_{pH\_N}(5.6) = (5.6 - 5) / (6 - 5)$$

$$\mu_{pH\_N}(5.6) = (0.6) / (1)$$

$$\mu_{pH\_N}(5.6) = 0.6$$

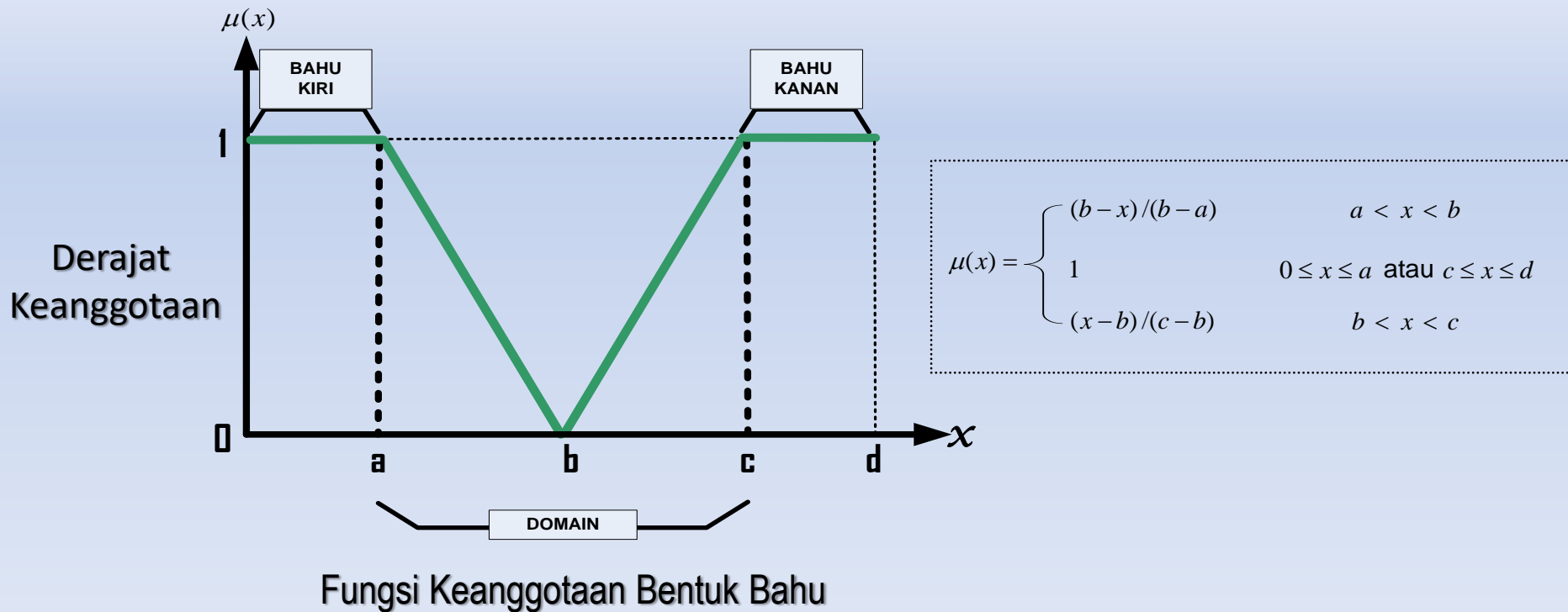
$$\mu_{pH\_N}(8.8) = (9 - 8.8) / (9 - 8)$$

$$\mu_{pH\_N}(8.8) = (0.2) / (1)$$

$$\mu_{pH\_N}(8.8) = 0.2$$

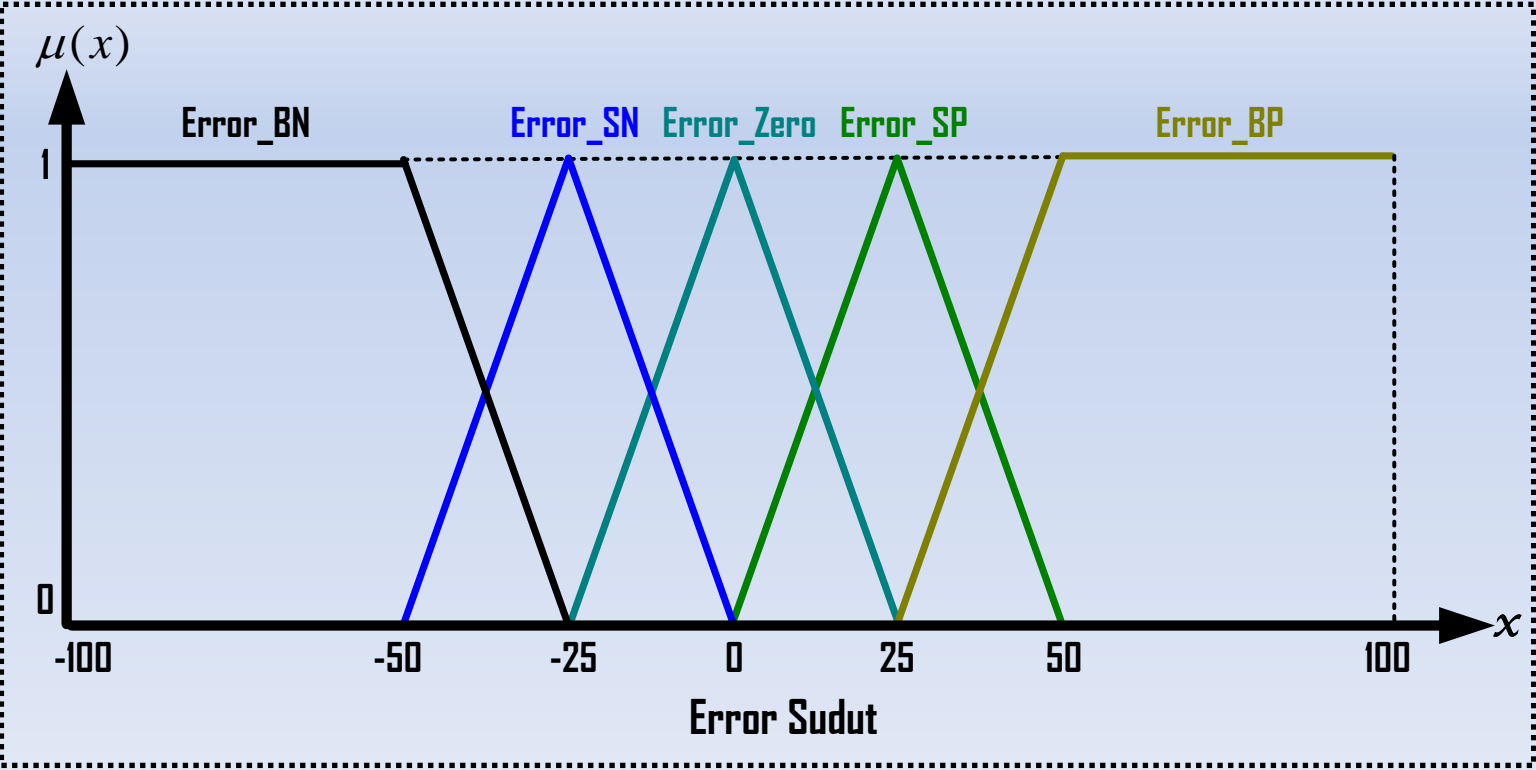
# Fungsi Bentuk Bahu

Fungsi keanggotaan bentuk bahu merupakan daerah yang terletak ditengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga.

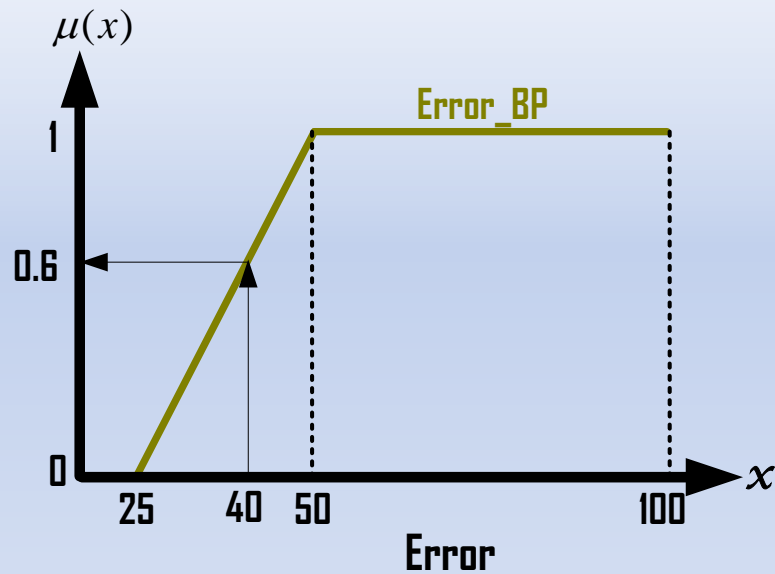


# Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *input error* sudut pada *mobile robot* untuk mencapai target ditunjukkan pada gambar berikut. Tentukan derajat keanggotaan untuk *input* (40) pada bahu kanan dan (-30) pada bahu kiri!



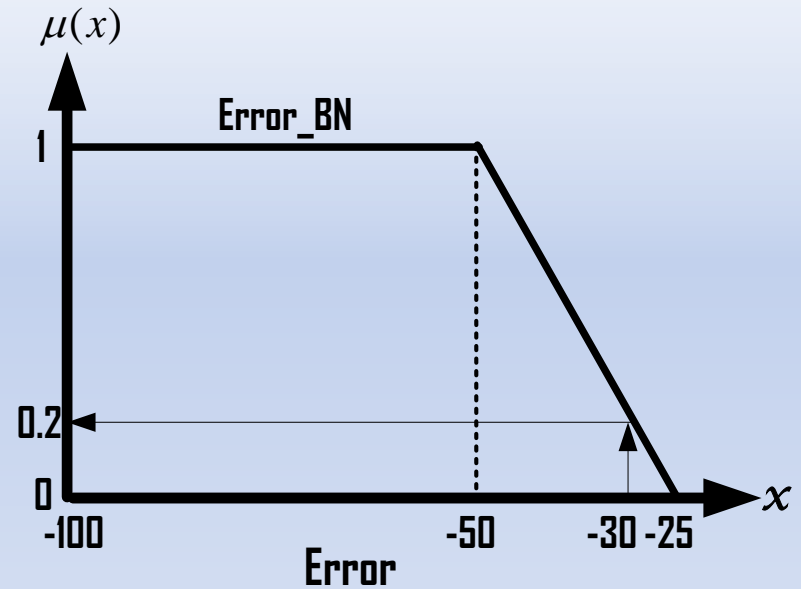
# Jawaban



$$\mu_{Error\_BP}(40) = (40 - 25) / (50 - 25)$$

$$\mu_{Error\_BP}(40) = (15) / (25)$$

$$\mu_{Error\_BP}(40) = 0.6$$



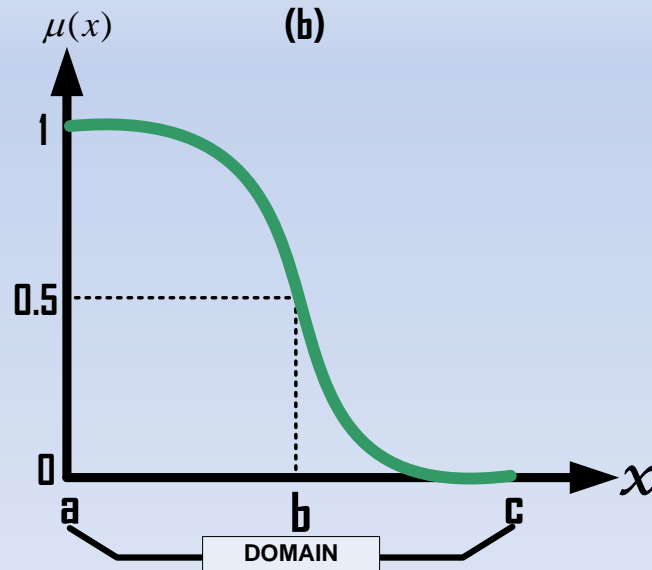
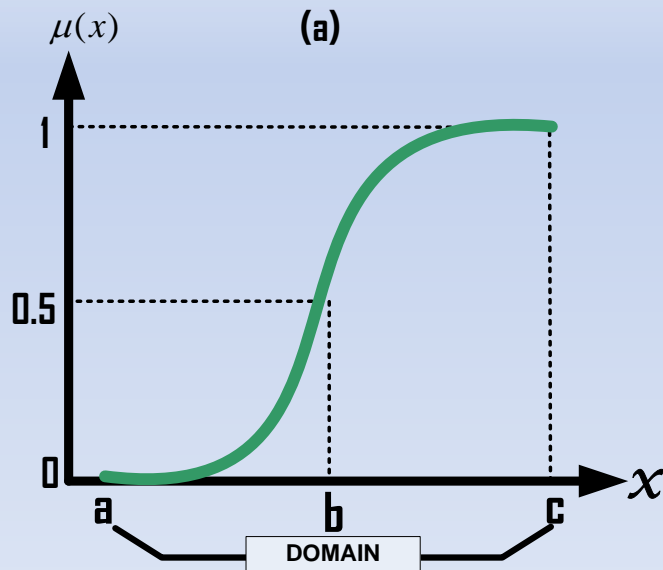
$$\mu_{Error\_BN}(-30) = (-25 + 30) / (-25 + 50)$$

$$\mu_{Error\_BN}(-30) = (5) / (25)$$

$$\mu_{Error\_BN}(-30) = 0.2$$

# Fungsi Sigmoid

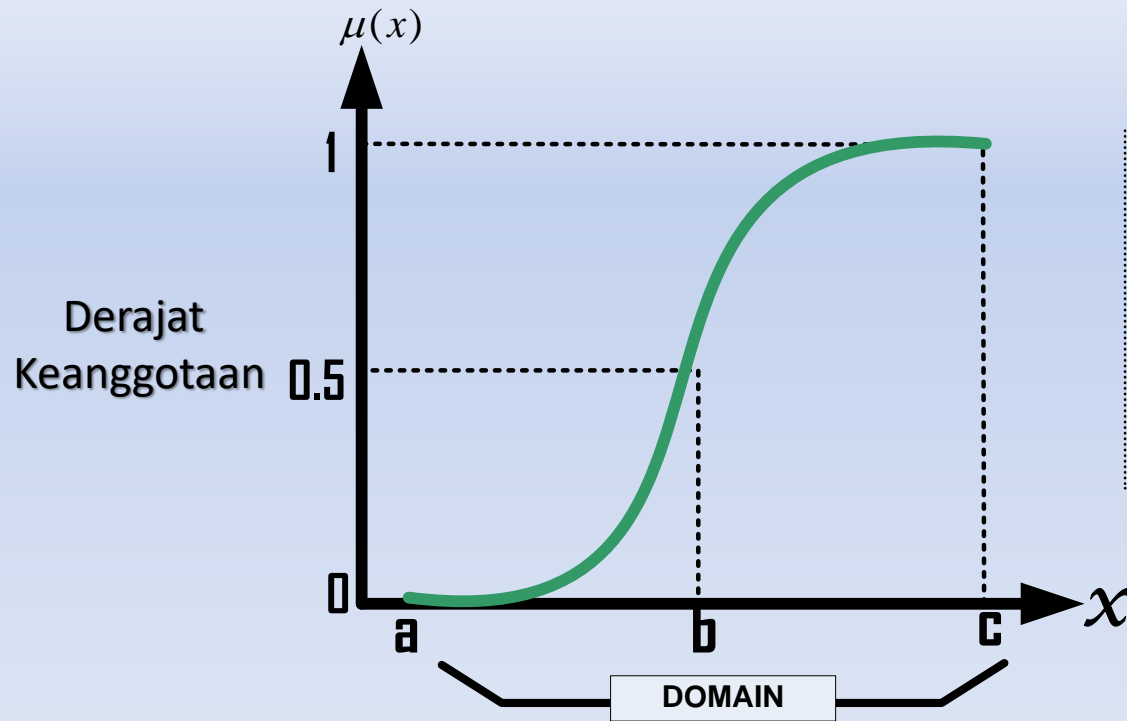
Pemetaan input ke dalam derajat keanggotaan digambarkan dengan dengan kurva berbentuk seperti huruf “S”. Terdapat 2 jenis fungsi sigmoid, yaitu sigmoid pertumbuhan dan sigmoid penyusutan.



Fungsi Keanggotaan Sigmoid: (a) Pertumbuhan; (b) Penyusutan

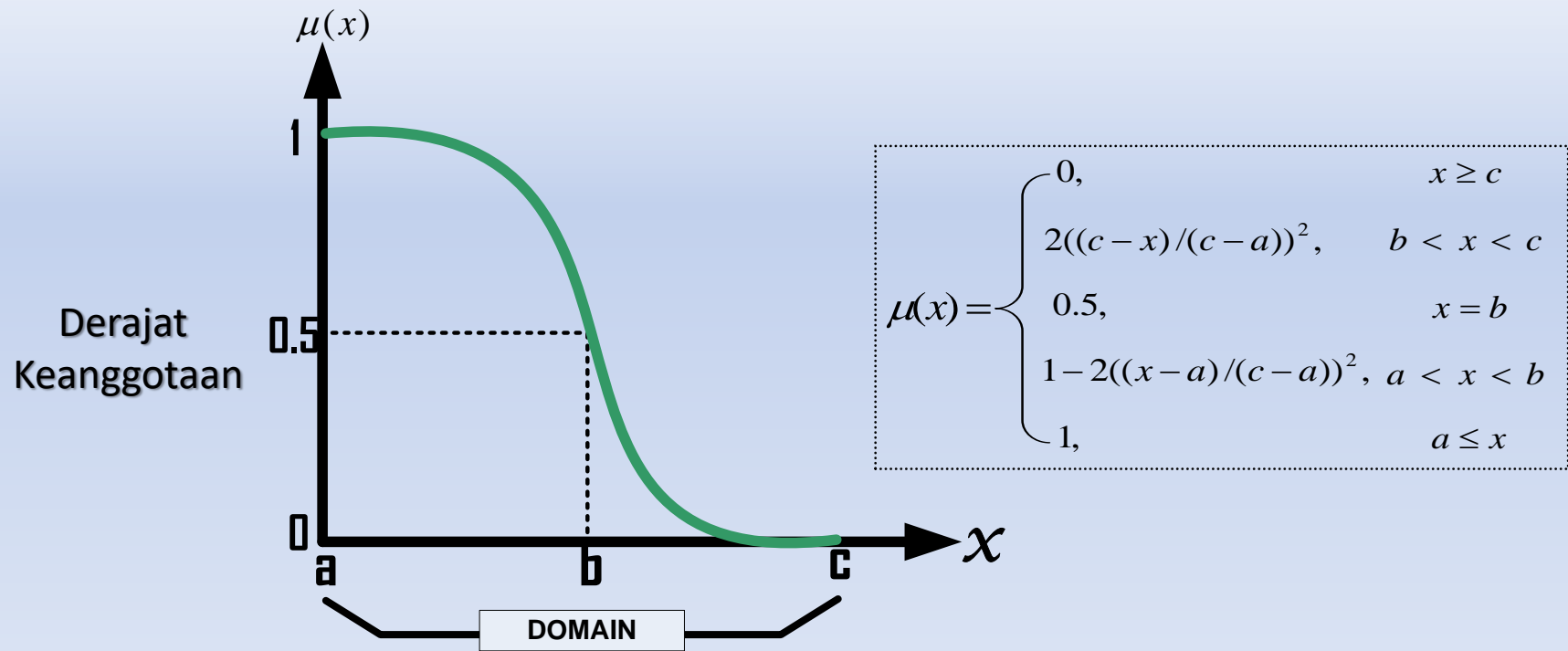


# Fungsi Sigmoid Pertumbuhan



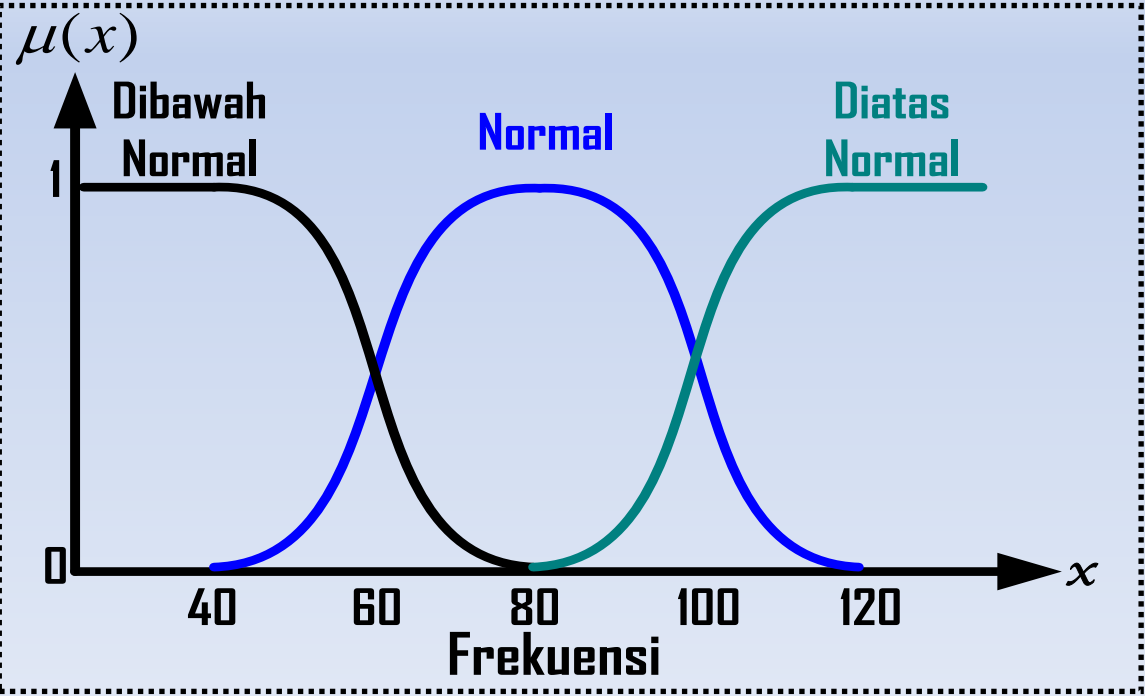
$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & a \leq x \\ 2((x-a)/(c-a))^2, & a < x < b \\ 0.5, & x = b \\ 1 - 2((c-x)/(c-a))^2, & b < x < c \\ 1, & x \geq c \end{cases}$$

# Fungsi Sigmoid Penyusutan

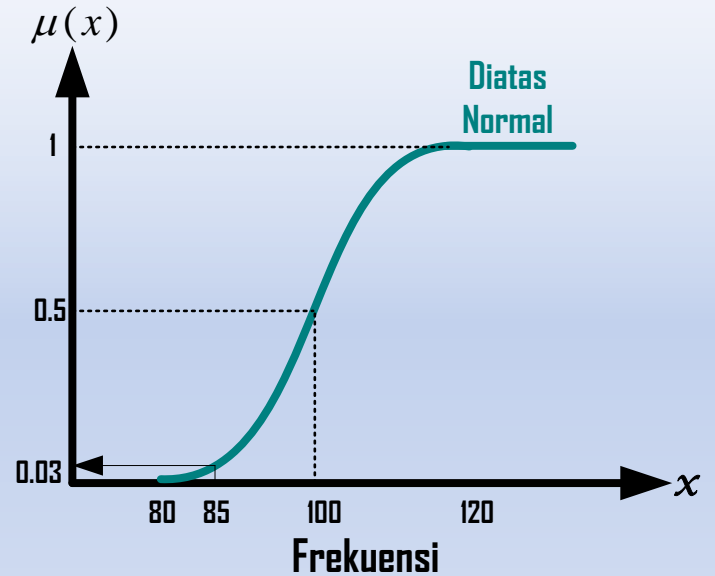
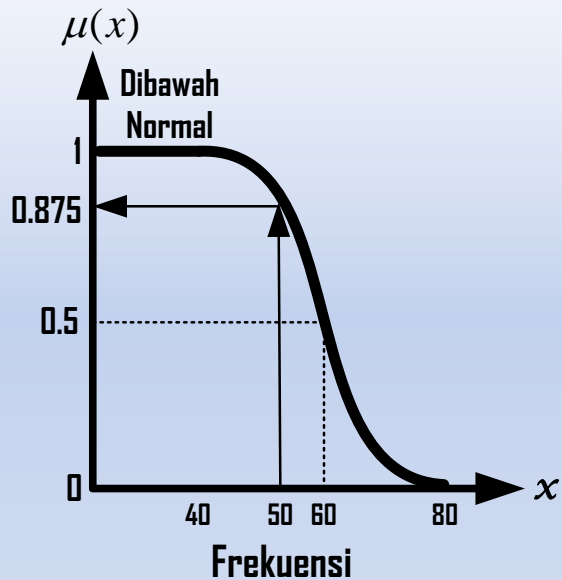


# Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *input* frekuensi dibuat dengan fungsi sigmoid seperti berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* frekuensi sebesar 50 pada himpunan fuzzy **Dibawah Normal** dan *input* frekuensi sebesar 85 pada himpunan fuzzy **Diatas Normal**?



# Jawaban

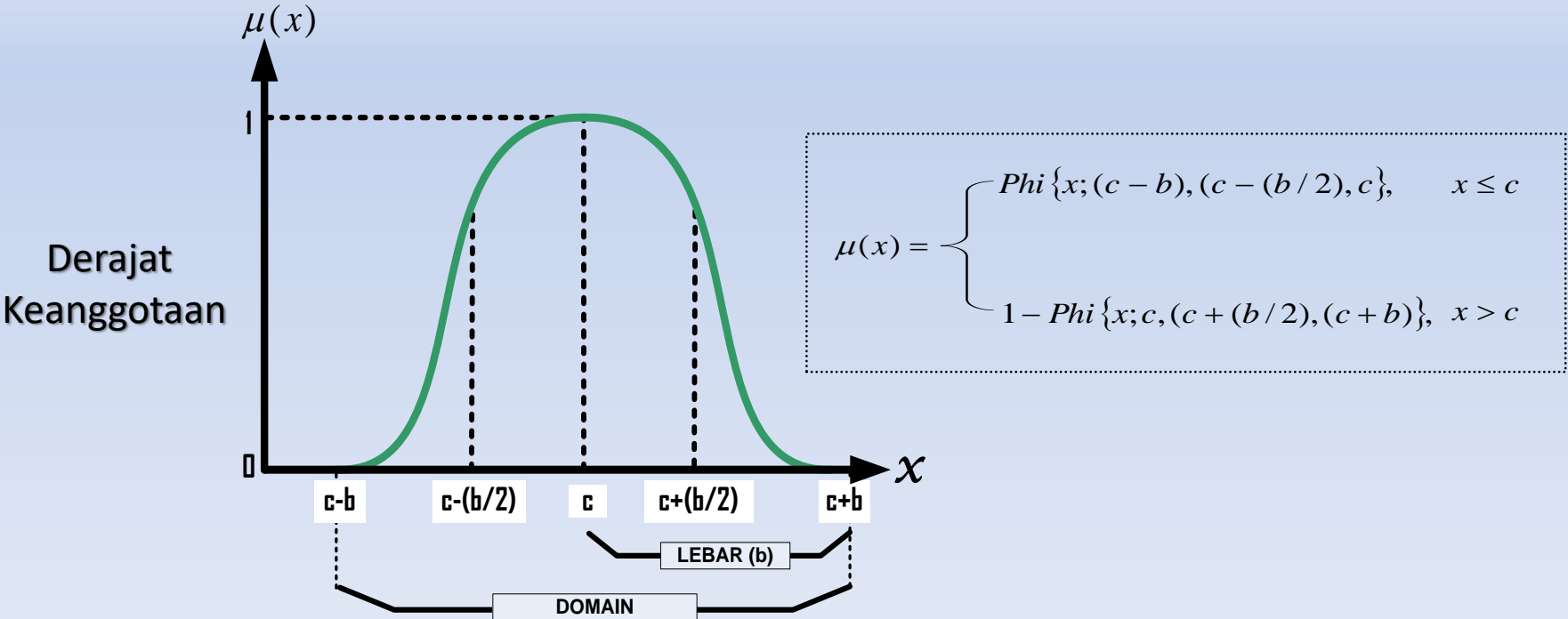


$$\begin{aligned} \mu_{DibawahNormal}(50) &= 1 - 2 \left( \frac{50 - 40}{80 - 40} \right)^2 \\ \mu_{DibawahNormal}(50) &= 1 - 2 \left( \frac{10}{40} \right)^2 \\ \mu_{DibawahNormal}(50) &= 1 - 2(0.0625) \\ \mu_{DibawahNormal}(50) &= 1 - (0.125) \\ \mu_{DibawahNormal}(50) &= 0.875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{DiatasNormal}(85) &= 2 \left( \frac{85 - 80}{120 - 80} \right)^2 \\ \mu_{DiatasNormal}(85) &= 2 \left( \frac{5}{40} \right)^2 \\ \mu_{DiatasNormal}(85) &= 2(0.015) \\ \mu_{DiatasNormal}(85) &= 0.03 \end{aligned}$$

# Fungsi Phi

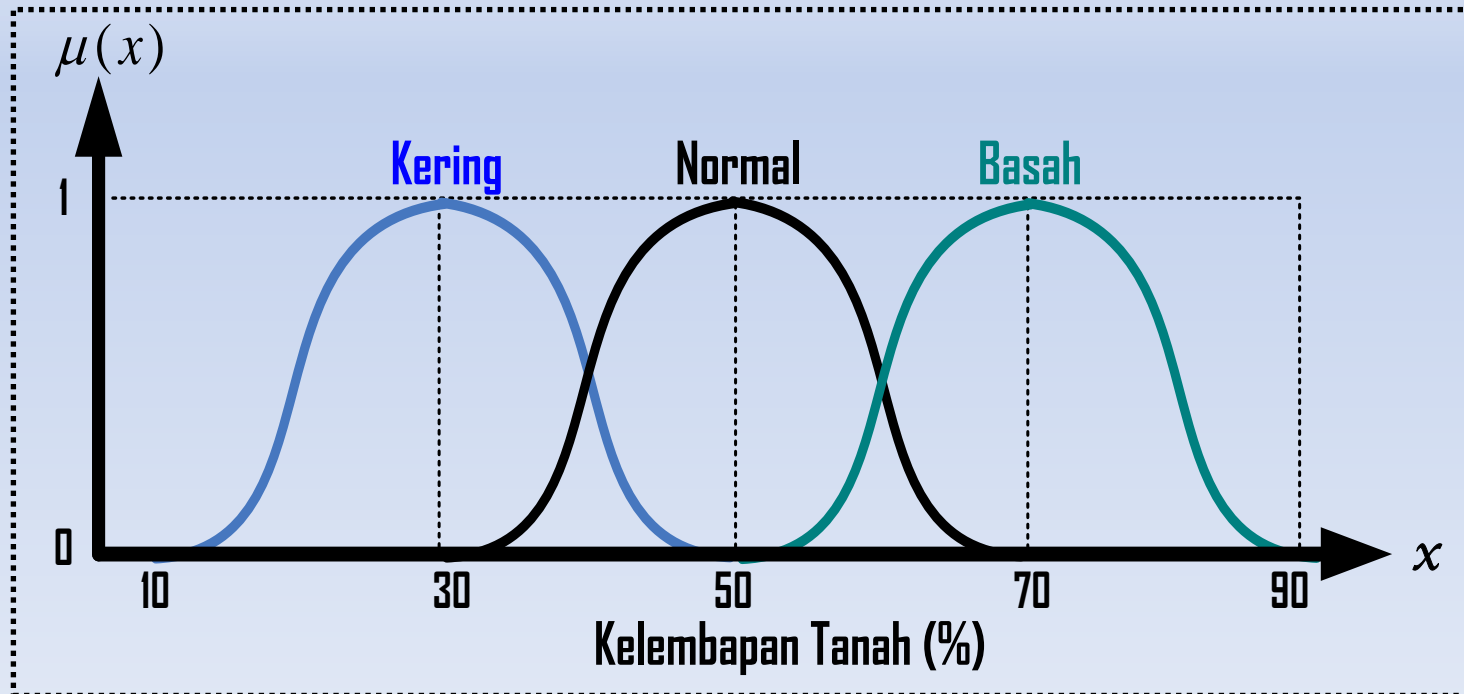
Pemetaan input ke dalam derajat keanggotaan digambarkan dengan bentuk seperti simbol Phi dan memiliki lebar kurva (b).



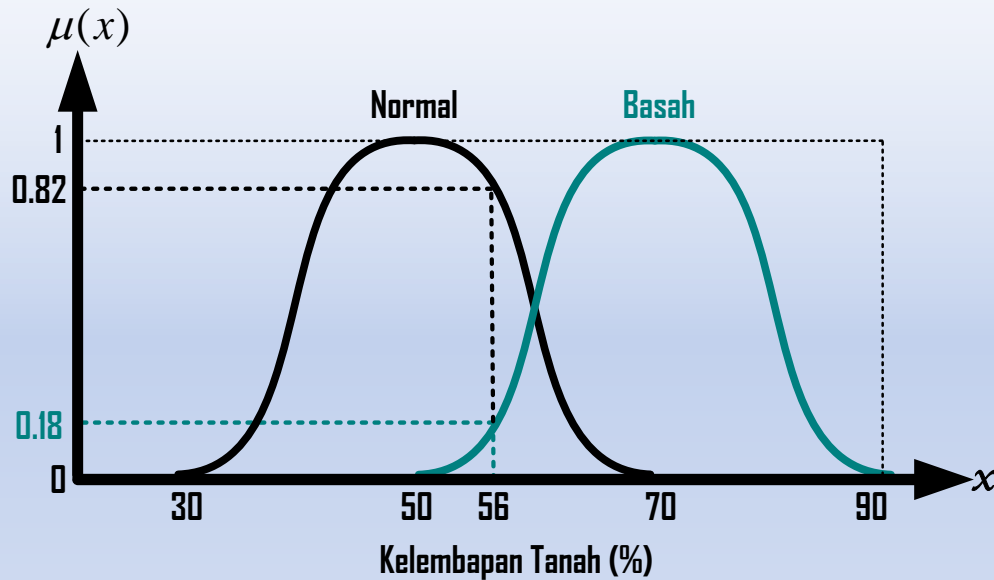
Fungsi Keanggotaan Phi

## Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *input* kelembapan tanah dibuat dengan fungsi Phi pada gambar berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* kelembapan tanah sebesar 56% ?



# Jawaban

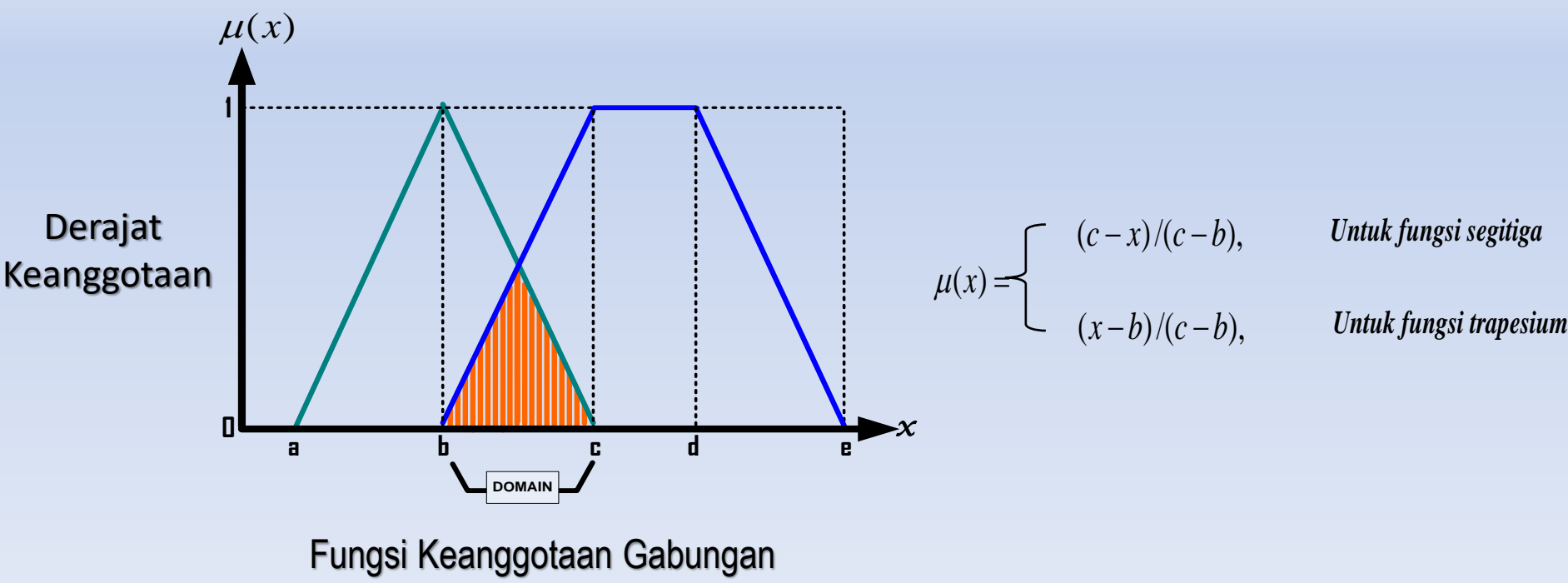


$$\begin{aligned}\mu_{Basah}(56) &= 2((56 - 50) / (70 - 50))^2 \\ \mu_{Basah}(56) &= 2(6 / 20)^2 \\ \mu_{Basah}(56) &= 2(0.09) \\ \mu_{Basah}(56) &= 0.18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{Normal}(56) &= 1 - 2((56 - 50) / (70 - 50))^2 \\ \mu_{Normal}(56) &= 1 - 2(6 / 20)^2 \\ \mu_{Normal}(56) &= 1 - 2(0.09) \\ \mu_{Normal}(56) &= 1 - 0.18 \\ \mu_{Normal}(56) &= 0.82\end{aligned}$$

# Fungsi Gabungan

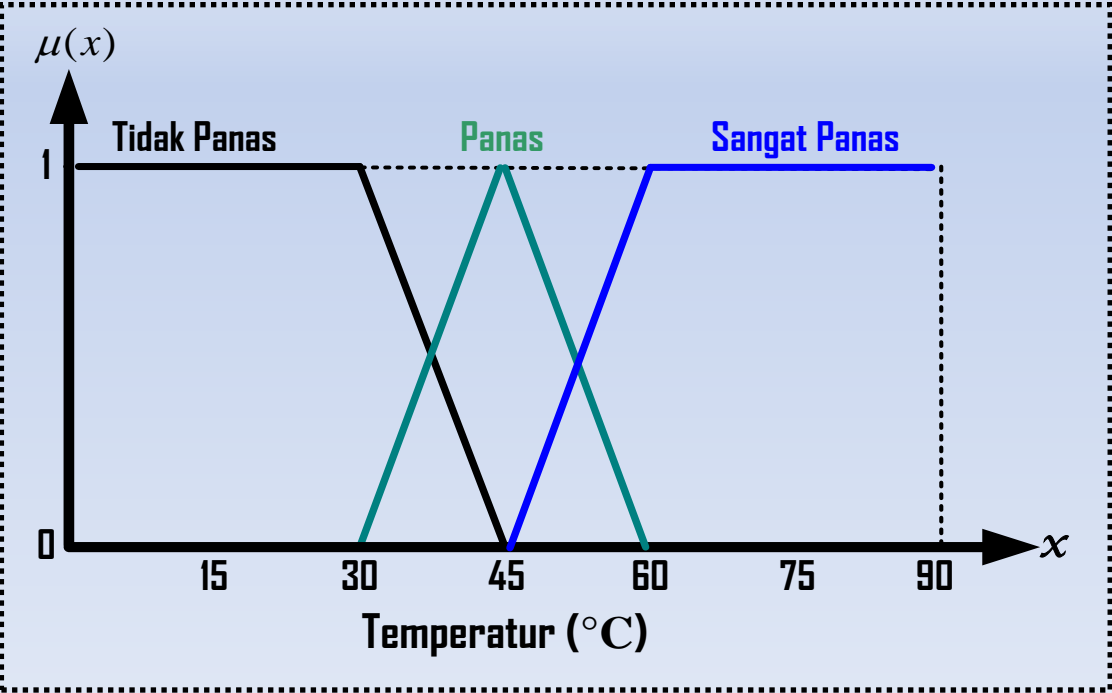
Dalam fungsi keanggotaan gabungan, pemetaan input kedalam derajat keanggotaan digambarkan dengan gabungan antara fungsi keanggotaan segitiga dan trapesium.



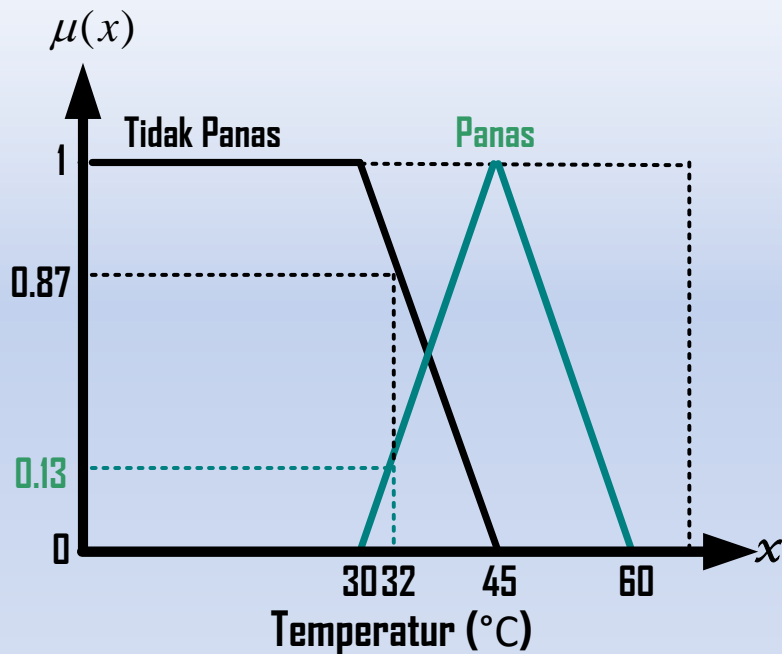


# Contoh

Fungsi keanggotaan untuk variabel *input* sensor temperatur yang digunakan sebagai sensor cerdas pengendali kebakaran, dibuat dengan fungsi keanggotaan gabungan berikut. Berapa derajat keanggotaan untuk *input* suhu 32 °C?



# Jawaban



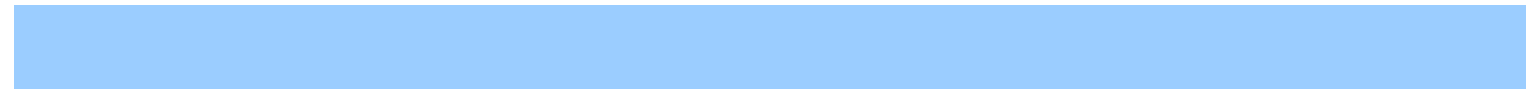
$$\mu_{TidakPanas}(32) = (45 - 32) / (45 - 30)$$
$$\mu_{TidakPanas}(32) = (13 / 15)$$
$$\mu_{TidakPanas}(32) = 0.87$$

$$\mu_{Panas}(32) = (32 - 30) / (45 - 30)$$
$$\mu_{Panas}(32) = (2 / 15)$$
$$\mu_{Panas}(32) = 0.13$$



# **INFERENCE**

Penalaran terhadap fuzzy input bersama basis pengetahuan yang terdiri dari data base dan rule base untuk mendapatkan fuzzy output.



# BASIS PENGETAHUAN

merupakan representasi pengetahuan yang digunakan sebagai pedoman dalam evaluasi kondisi suatu sistem untuk mendapatkan keluaran sesuai yang diinginkan.

## RULE

Dalam logika Fuzzy, rule terdiri dari satu kondisi (kombinasi masukan) dan satu tindakan (keluaran himpunan fuzzy). Rule dapat dinyatakan dalam bentuk tabel dan format aturan ***IF – THEN***.

***“IF antecedent THEN consequent”***



## Contoh

Sistem kontrol berbasis fuzzy diterapkan pada kontrol penyiram air secara otomatis untuk mengetahui durasi penyiraman sesuai dengan kondisi tanaman. Sistem kontrol ini menggunakan suhu dan kelembapan tanah sebagai variabel utama untuk menentukan durasi penyiraman.

Variabel input suhu dipetakan menjadi lima himpunan fuzzy yaitu ***cold***, ***cool***, ***normal***, ***warm***, dan ***hot***. Sedangkan variabel input kelembapan tanah dipetakan menjadi tiga himpunan fuzzy yaitu ***dry***, ***moist***, dan ***wet***.

Himpunan masukan fuzzy tersebut akan dikombinasikan untuk membentuk aturan fuzzy dengan keluaran durasi penyiraman yang dipetakan kedalam tiga himpunan fuzzy yaitu ***short***, ***medium***, dan ***long***.

**Bagaimanakah basis pengetahuan yang dapat dibuat untuk sistem tersebut dalam bentuk tabel dan pernyataan IF-THEN?**



# Jawaban

Berdasarkan kombinasi himpunan masukan variabel input suhu dan kelembapan tanah, dapat dibuat basis pengetahuan fuzzy yang terdiri dari 15 aturan fuzzy seperti yang disajikan pada Tabel berikut:

<div>Kelembapan</div> <div>Suhu</div>	<i>DRY</i>	<i>MOIST</i>	<i>WET</i>
<i>COLD</i>	<i>Medium</i> (1)	<i>Short</i> (6)	<i>Short</i> (11)
<i>COOL</i>	<i>Medium</i> (2)	<i>Medium</i> (7)	<i>Short</i> (12)
<i>NORMAL</i>	<i>Medium</i> (3)	<i>Medium</i> (8)	<i>Medium</i> (13)
<i>WARM</i>	<i>Long</i> (4)	<i>Medium</i> (9)	<i>Medium</i> (14)
<i>HOT</i>	<i>Long</i> (5)	<i>Long</i> (10)	<i>Medium</i> (15)



## Jawaban

Dengan menggunakan format aturan IF-THEN, maka akan didapatkan  $5 \times 3 = 15$  rules.

1. IF kelembapan is **Dry** AND suhu is **Cold**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
2. IF kelembapan is **Dry** AND suhu is **Cool**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
3. IF kelembapan is **Dry** AND suhu is **Normal**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
4. IF kelembapan is **Dry** AND suhu is **Warm**, THEN durasi penyiraman is **Long**.
5. IF kelembapan is **Dry** AND suhu is **Hot**, THEN durasi penyiraman is **Long**.
6. IF kelembapan is **Moist** AND suhu is **Cold**, THEN durasi penyiraman is **Short**.
7. IF kelembapan is **Moist** AND suhu is **Cool**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
8. IF kelembapan is **Moist** AND suhu is **Normal**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
9. IF kelembapan is **Moist** AND suhu is **Warm**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
10. IF kelembapan is **Moist** AND suhu is **Hot**, THEN durasi penyiraman is **Long**.
11. IF kelembapan is **Wet** AND suhu is **Cold**, THEN durasi penyiraman is **Short**.
12. IF kelembapan is **Wet** AND suhu is **Cool**, THEN durasi penyiraman is **Short**.
13. IF kelembapan is **Wet** AND suhu is **Normal**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
14. IF kelembapan is **Wet** AND suhu is **Warm**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.
15. IF kelembapan is **Wet** AND suhu is **Hot**, THEN durasi penyiraman is **Medium**.



## Operasi Himpunan Fuzzy

- Operasi himpunan fuzzy digunakan untuk mengkombinasi dan memodifikasi derajat keanggotaan dari dua himpunan fuzzy dalam proses inferensi atau penalaran.
- Hasil operasi dua himpunan fuzzy tersebut akan menghasilkan sebuah derajat keanggotaan yang disebut dengan fire strenght atau  $\alpha$ -predikat .

Operasi Himpunan		
AND	OR	NOT



## Operasi AND / irisan / *Intersection*

$\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi dua himpunan diambil dari derajat keanggotaan yang terkecil dari kedua himpunan yang dioperasikan.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \}. \text{ untuk setiap } x \in X$$

Diketahui nilai keanggotaan jarak halangan 80cm pada himpunan fuzzy **SEDANG** adalah 0.8. Sedangkan nilai keanggotaan posisi halangan 22° pada himpunan fuzzy **KANAN\_ROBOT** adalah 0.88. Berapakah nilai  $\alpha$ -predikat untuk jarak halangan **SEDANG AND** posisi halangan **KANAN\_ROBOT**?

$$\begin{aligned} \mu_{SEDANG \cap KANAN\_ROBOT} &= \min \{ \mu_{SEDANG}(80), \mu_{KANAN\_ROBOT}(22) \} \\ \mu_{SEDANG \cap KANAN\_ROBOT} &= \min \{ 0.8; 0.88 \} \\ \mu_{SEDANG \cap KANAN\_ROBOT} &= 0.8 \end{aligned}$$



## Operasi OR / Gabungan / Union

$\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi dua himpunan diambil dari derajat keanggotaan yang terbesar dari kedua himpunan yang dioperasikan.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max.\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ untuk setiap } x \in X$$

Diketahui nilai keanggotaan jarak halangan 80cm pada himpunan fuzzy **SEDANG** adalah 0.8. Sedangkan nilai keanggotaan posisi halangan 22° pada himpunan fuzzy **KANAN\_ROBOT** adalah 0.88. Berapakah nilai  $\alpha$ -predikat untuk jarak halangan **SEDANG** OR posisi halangan **KANAN\_ROBOT**?

$$\begin{aligned}\mu_{SEDANG \cup KANAN\_ROBOT} &= \max\{\mu_{SEDANG}(80), \mu_{KANAN\_ROBOT}(22)\} \\ \mu_{SEDANG \cup KANAN\_ROBOT} &= \max\{0.8; 0.88\} \\ \mu_{SEDANG \cup KANAN\_ROBOT} &= 0.88\end{aligned}$$



## Operasi NOT / Komplemen / *Complement*

$\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi komplemen didapat dengan mengurangi derajat keanggotaan himpunan yang dioperasikan dengan 1

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Diketahui nilai keanggotaan kelembapan tanah 61% pada himpunan fuzzy **BASAH** adalah 0.595. Berapa nilai  $\alpha$ -predikat untuk kelembapan tanah **TIDAK\_BASAH**?

$$\mu_{TIDAK\_BASAH}(61) = 1 - \mu_{BASAH}(61)$$

$$\mu_{TIDAK\_BASAH}(61) = 1 - 0.595$$

$$\mu_{TIDAK\_BASAH}(61) = 0.405$$



## Fungsi Implikasi Fuzzy

Setiap aturan (rule) dalam basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan relasi fuzzy, yang dinyatakan dalam :

***IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$***

$A$  dan  $B$  merupakan himpunan fuzzy, proposisi setelah IF ( $x$ ) disebut dengan *antecedent* sedangkan proposisi setelah THEN ( $y$ ) disebut dengan *consequent*. Dengan menggunakan operator AND dan OR, proposisi dari fungsi implikasi tersebut dapat diperluas sebagai berikut:

***IF  $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_N \text{ is } A_N)$  THEN  $y$  is  $B$***

• : Operator *AND* atau *OR*.

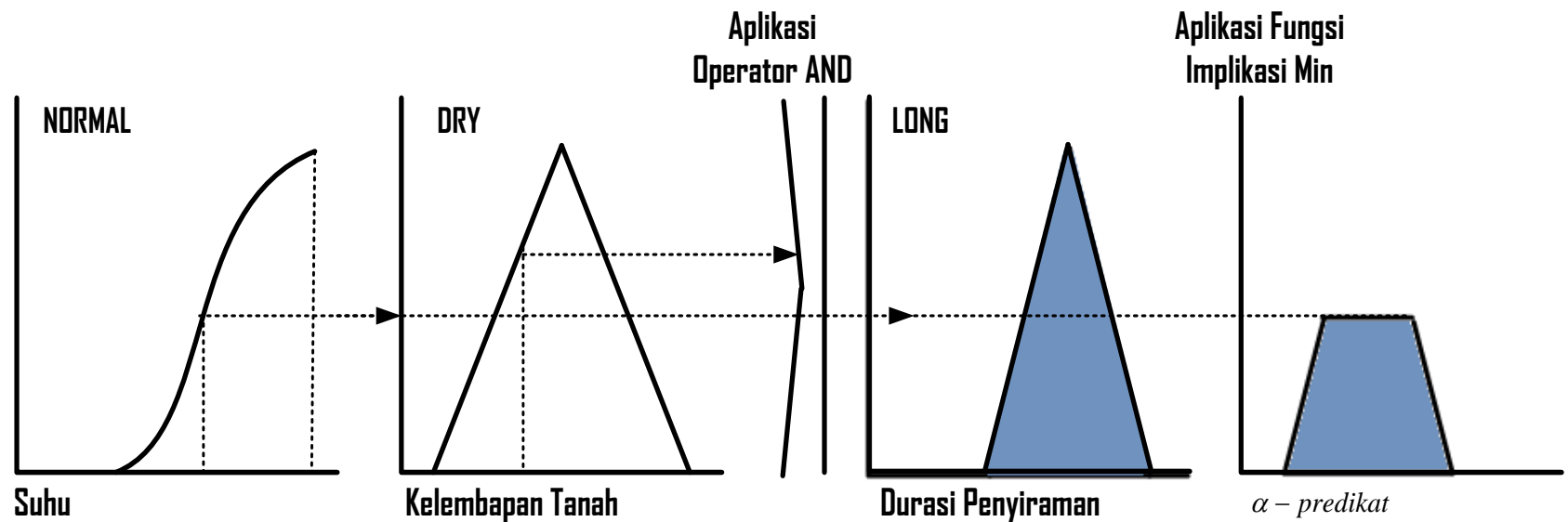
Fungsi Implikasi

MIN

DOT

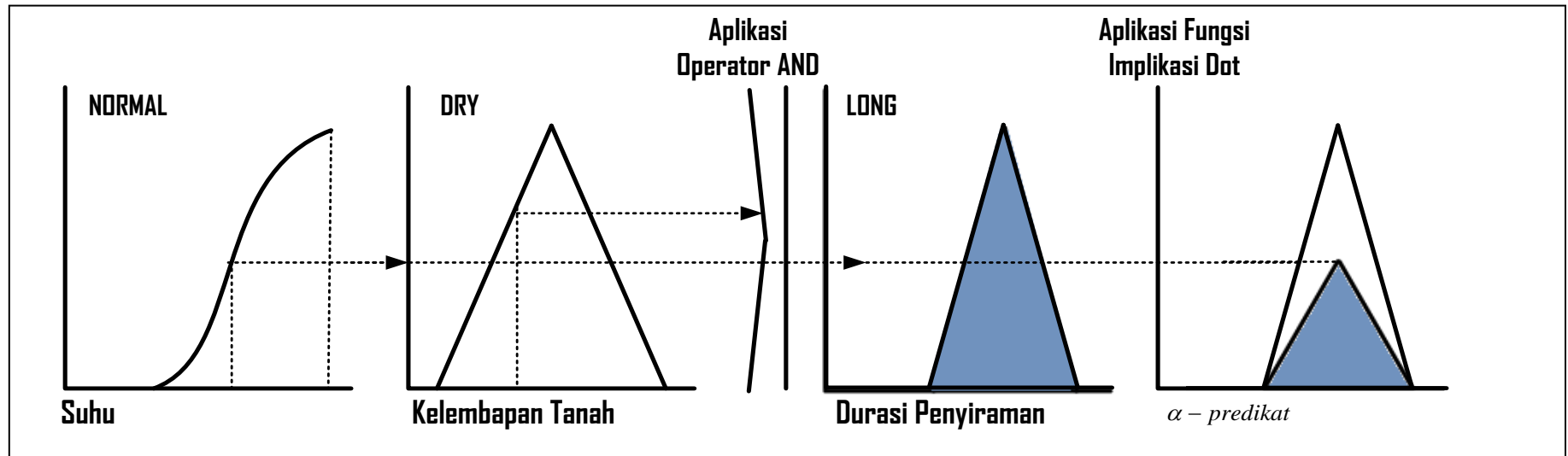
## Fungsi Implikasi Min (*minimum*)

Dalam fungsi implikasi min, nilai  $\alpha$ -predikat didapatkan dari hasil perpotongan output himpunan fuzzy dengan derajat keanggotaan yang paling kecil.



## Fungsi Implikasi Dot (*product*)

Dalam fungsi implikasi dot, nilai  $\alpha$ -predikat didapatkan dari hasil penskalaan output himpunan fuzzy dengan derajat keanggotaan yang paling kecil



## Inferensi Model Tsukamoto

- Proses inferensi fuzzy Model Tsukamoto, didasarkan pada konsep penalaran monoton yang diimplementasikan pada beberapa aturan (*rules*).
- Nilai *crisp output pada consequent* dapat diperoleh secara langsung berdasarkan nilai  $\alpha$ -predikat dari *antecedent*.
- Himpunan fuzzy pada *consequentnya* harus direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan monoton (baik monoton naik maupun monoton turun).
- Model aturan fuzzy Tsukamoto, dinyatakan dalam bentuk:

***IF (x is A) AND (y is B) THEN (z is C)***



## Inferensi Model Tsukamoto

Tahapan dalam proses inferensi menggunakan model Tsukamoto, yaitu:

1. Fuzzyfikasi (pembentukan himpunan fuzzy dan perhitungan derajat keanggotaan).
2. Aplikasi fungsi implikasi menggunakan fungsi **Min**.
3. Nilai  $\alpha$ -predikat yang didapatkan, digunakan untuk menghitung *output* hasil inferensi ( $z$ ) dalam bentuk *crisp* pada masing-masing aturan ( $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ ).



## Inferensi Model Mamdani

- Proses inferensi fuzzy Model Mamdani, lebih dikenal dengan metode **min-max**. Pada Model Mamdani, variabel *input* dan *output* dibagi menjadi satu atau beberapa himpunan fuzzy.
- Model aturan fuzzy Mamdani, dinyatakan dalam bentuk:  
***IF (x is A) AND (y is B) THEN (z is C)***
- Tahapan dalam proses inferensi menggunakan model Mamdani, yaitu:
  1. Fuzzifikasi.
  2. Aplikasi fungsi implikasi menggunakan fungsi **Min**.
  3. Komposisi antar aturan (*rules*) menggunakan fungsi **Max** untuk menghasilkan himpunan fuzzy baru.
  4. Defuzzifikasi dilakukan dengan menggunakan metode COA.



## Inferensi Model Sugeno

- Proses inferensi fuzzy Model Sugeno, hampir sama dengan penalaran pada Model Mamdani, namun *consequent* sistem bukan merupakan himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linier.
- Model aturan fuzzy Sugeno, dinyatakan dalam bentuk:

$$\text{IF } (x \text{ is } A) \text{ AND } (y \text{ is } B) \text{ THEN } z = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

dimana  $f(x)$  merupakan sembarang fungsi dari variabel *input* yang nilainya berada dalam interval variabel *output*.

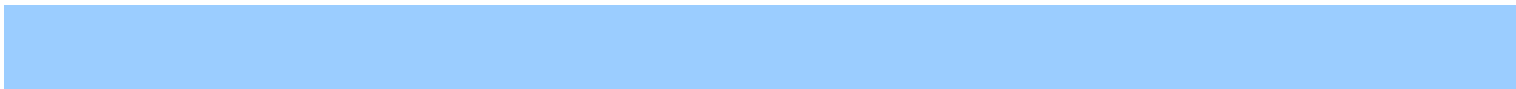
Keluaran sistem dalam model Sugeno berupa fungsi singleton, yaitu fungsi keanggotaan dengan derajat keanggotaan satu pada suatu nilai crisp tunggal dan nilai nol pada suatu crisp yang lain.





# DEFUZZIFICATION

Proses merubah fuzzy output menjadi crisp output dengan membership function yang sesuai.



## Metode Defuzzifikasi Fuzzy

Terdapat beberapa metode defuzzifikasi fuzzy, yaitu:

*Height Method*

*Centroid Method*

*Weighted Average*

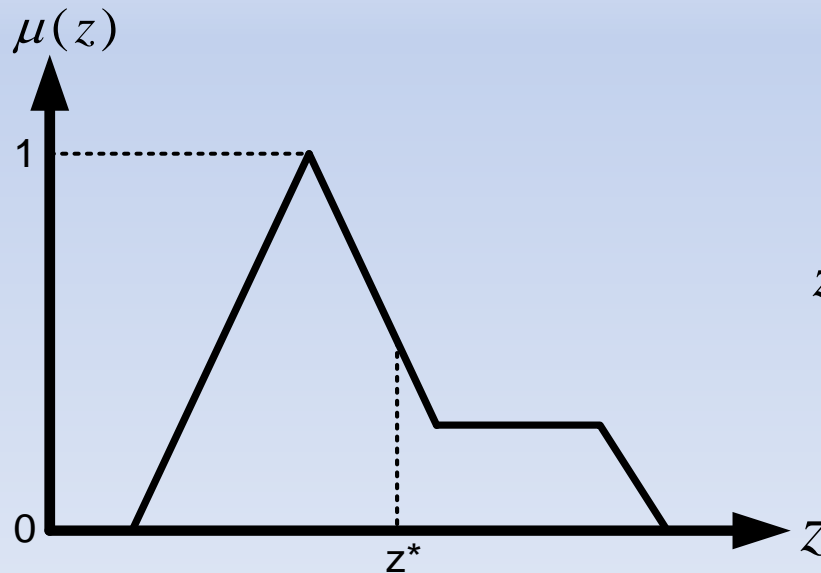
*Mean-max Method*

*First (or Last) of Maxima*



## Centroid Method (COA)

Nilai *crisp output* ( $z^*$ ) ditentukan dari pengambilan titik pusat dari daerah keluaran fuzzy. Titik-titik pada area keluaran fuzzy ditentukan secara acak untuk mendapatkan satu titik (*crisp output*) sebagai pusat area (*center of area* atau *center of gravity*).

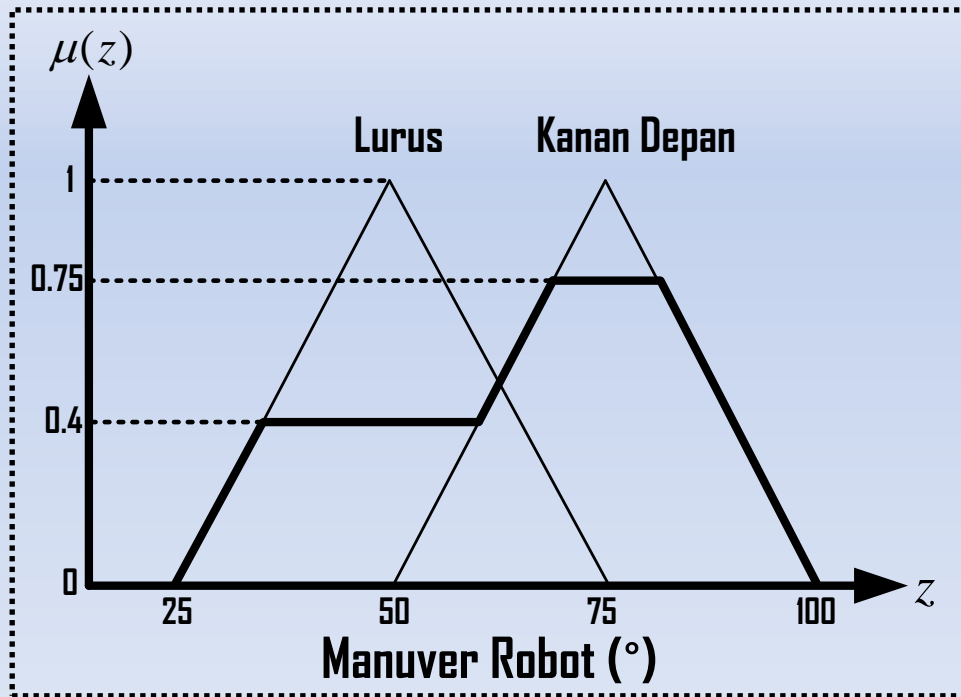


$$z^* = \frac{\sum z \cdot \mu(z)}{\sum \mu(z)}$$

Metode Defuzzifikasi COA

## Contoh

Tentukan nilai *crisp output* ( $z^*$ ) hasil defuzzifikasi dengan metode *centroid* terhadap variabel fuzzy Manuver Robot dibawah ini!



# Jawaban

**Misalkan:**

**Himpunan fuzzy Lurus :**

(25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61)

**Himpunan fuzzy Kanan Depan :**

(63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99)

$$z^* = \frac{\sum z \cdot \mu(z)}{\sum \mu(z)}$$

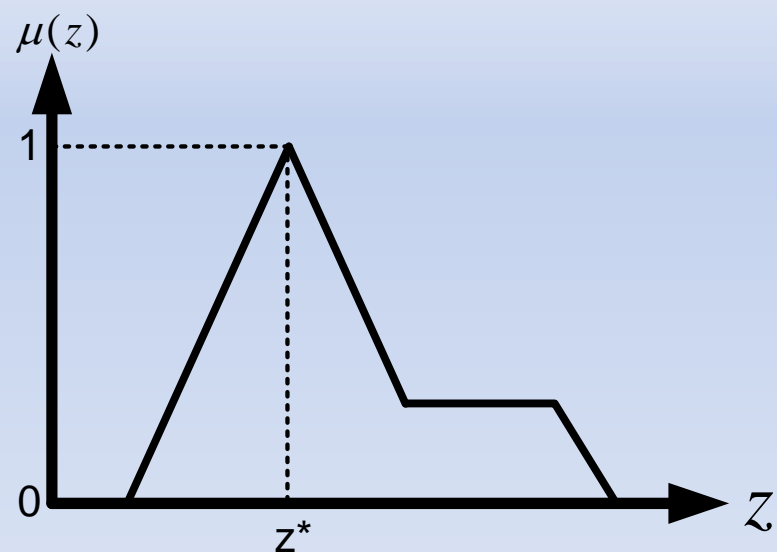
$$z^* = \frac{(25 + 27 + 29 + 31 + \dots + 61)(0.4) + (63 + 65 + 67 + 69 + \dots + 99)(0.75)}{19(0.4) + 19(0.75)}$$

$$z^* = \frac{326.8 + 1154.25}{7.6 + 14.25} = \frac{1481.05}{21.85} = 67.78$$



# Height Method

Nilai *crisp output* ( $z^*$ ) dipilih dari nilai crisp yang mempunyai derajat keanggotaan maksimum pada daerah keluaran fuzzy.



$$\mu(z^*) \geq \mu(z)$$

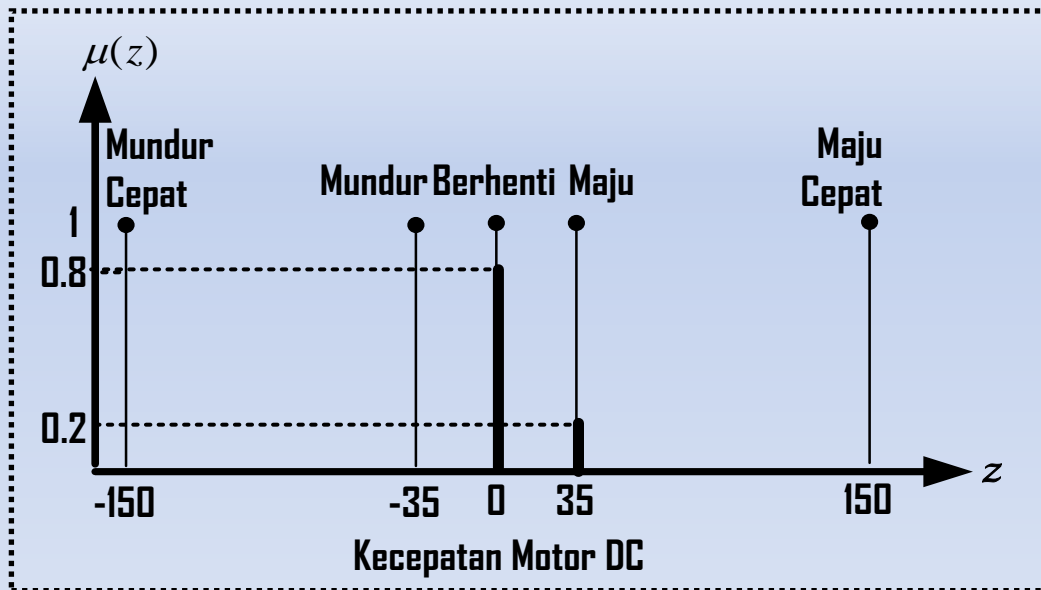
Metode Defuzzifikasi *Height Method*





## Contoh

Tentukan nilai *crisp output* ( $z^*$ ) hasil defuzzifikasi dengan metode *height method* terhadap variabel Kecepatan Motor DC dibawah ini!



$$\mu(z^*) \geq \mu(z)$$

$$\mu_{Berhenti}(0) > \mu_{Maju}(35)$$

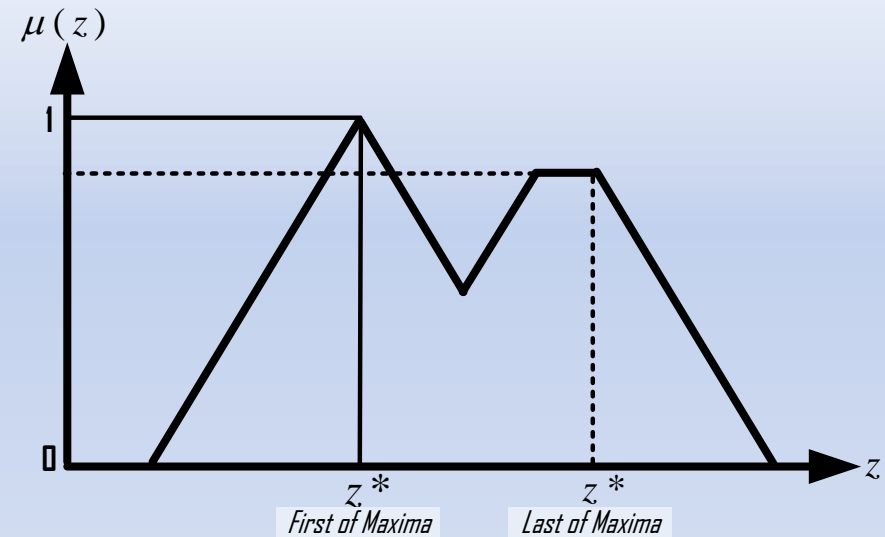
$$0.8 > 0.2$$

## First (or Last) of Maxima

Nilai *crisp output* ( $z^*$ ) dipilih berdasarkan aplikasi yang akan dibangun.

Jika nilai *crisp* diperoleh dari pengambilan nilai paling kecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan tertinggi/maksimum, maka disebut dengan metode defuzzifikasi first of maxima.

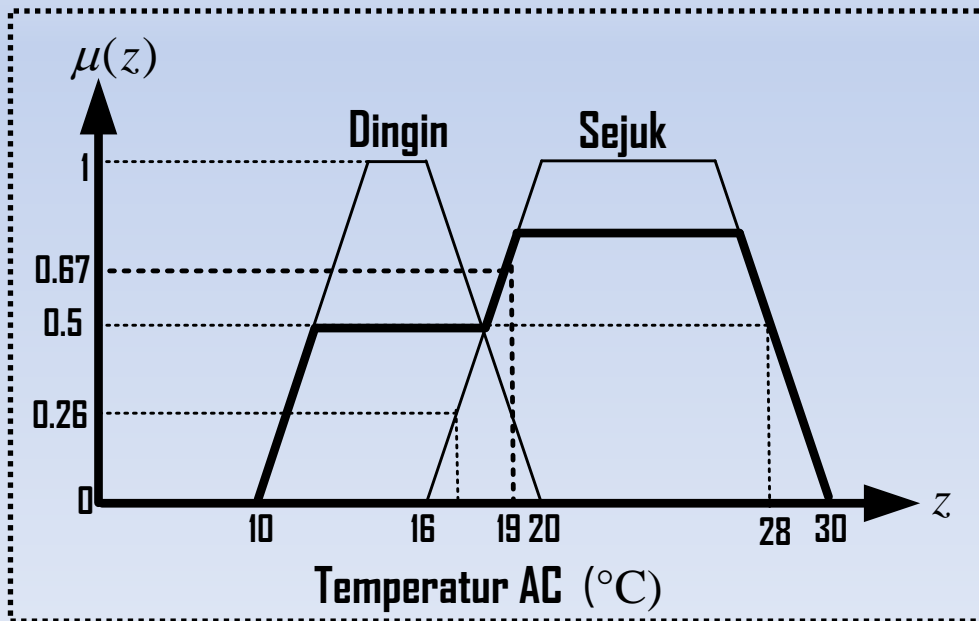
Sedangkan nilai *crisp* yang diperoleh dari pengambilan nilai paling besar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan tertinggi/maksimum, disebut dengan metode defuzzifikasi last of maxima.



Metode Defuzzifikasi *First (or Last) of Maxima*

## Contoh

Tentukan nilai *crisp output* ( $z^*$ ) hasil defuzzifikasi menggunakan metode *first of maxima* dan *last of maxima* terhadap variabel fuzzy Temperatur AC dibawah ini!

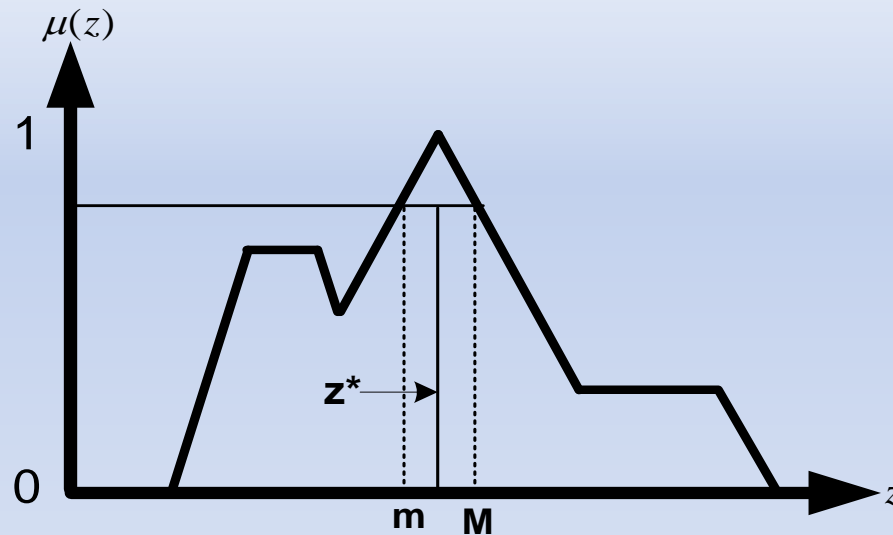


Berdasarkan fungsi keanggotaan tersebut, *crisp* dengan derajat keanggotaan maksimum pertama juga merupakan nilai *crisp* dengan derajat keanggotaan maksimum terakhir. Oleh karena itu, nilai *crisp output* hasil defuzzifikasi menggunakan metode *first of maxima* dan *last of maxima* adalah 19.

## Mean-max Method

Nilai *crisp output* ( $z^*$ ) ditentukan dari rata-rata atau nilai tengah *crisp* yang memiliki derajat keanggotaan maksimum.

$$z^* = \frac{m + M}{2}$$



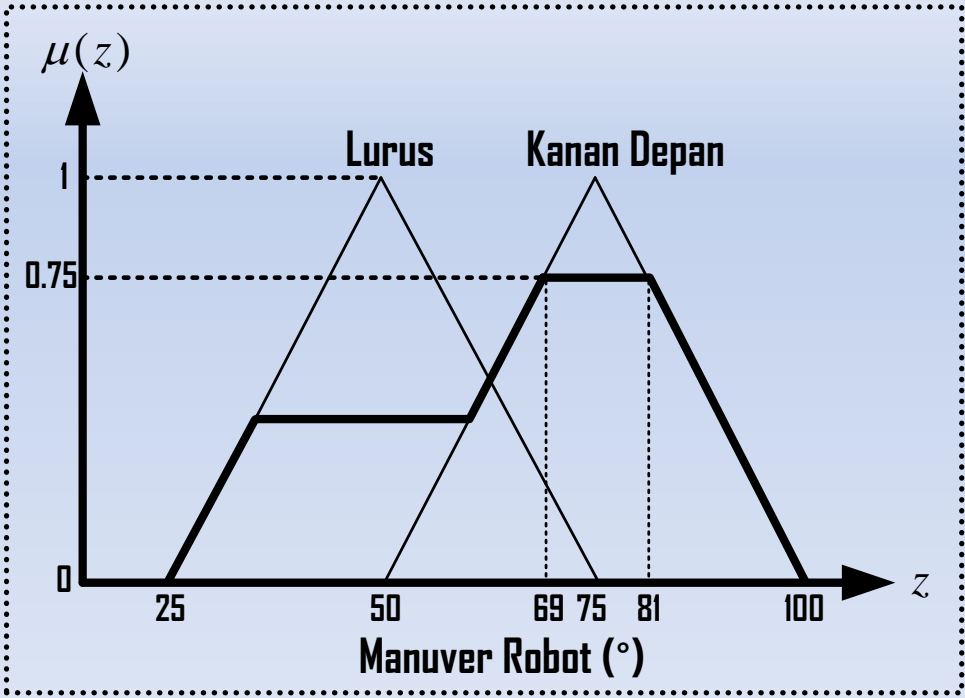
Metode Defuzzifikasi *Mean-max Method*

$m$  : nilai *crisp* paling kecil, dengan derajat keanggotaan maksimum

$M$  : nilai *crisp* paling besar, dengan derajat keanggotaan maksimum

# Contoh

Tentukan nilai *crisp output* ( $z^*$ ) hasil defuzzifikasi menggunakan *mean-max method* terhadap variabel Manuver Robot dibawah ini!



## Jawaban

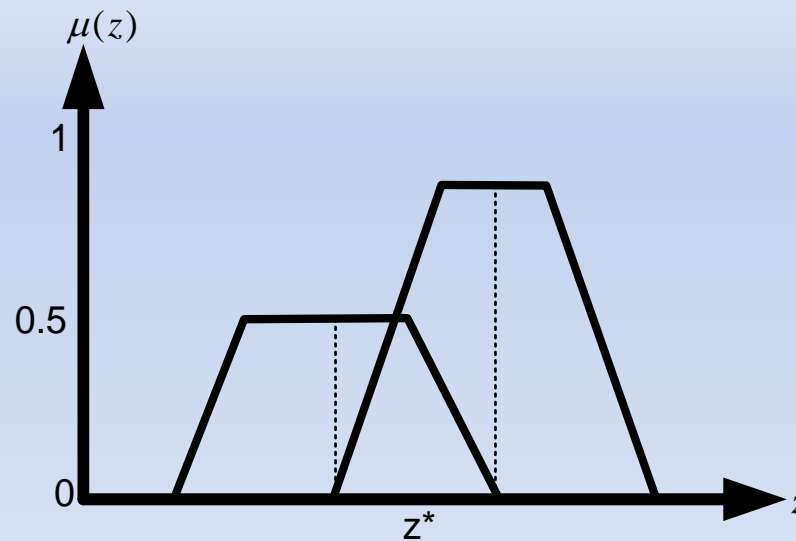
Sesuai dengan fungsi keanggotaan yang digunakan, terdapat dua *crisp output* yang memiliki derajat keanggotaan tertinggi yaitu 69 sebagai *crisp output* terkecil dan 81 sebagai *crisp output* terbesar yang memiliki derajat keanggotaan tertinggi. Sehingga didapatkan hasil defuzzifikasi sebagai berikut:

$$z^* = \frac{m + M}{2}$$

$$z^* = \frac{69 + 81}{2} = 75$$

## Weighted Average

Nilai *crisp output* ( $z^*$ ) ditentukan dari nilai rata-rata dengan menggunakan pembobotan derajat keanggotaan.

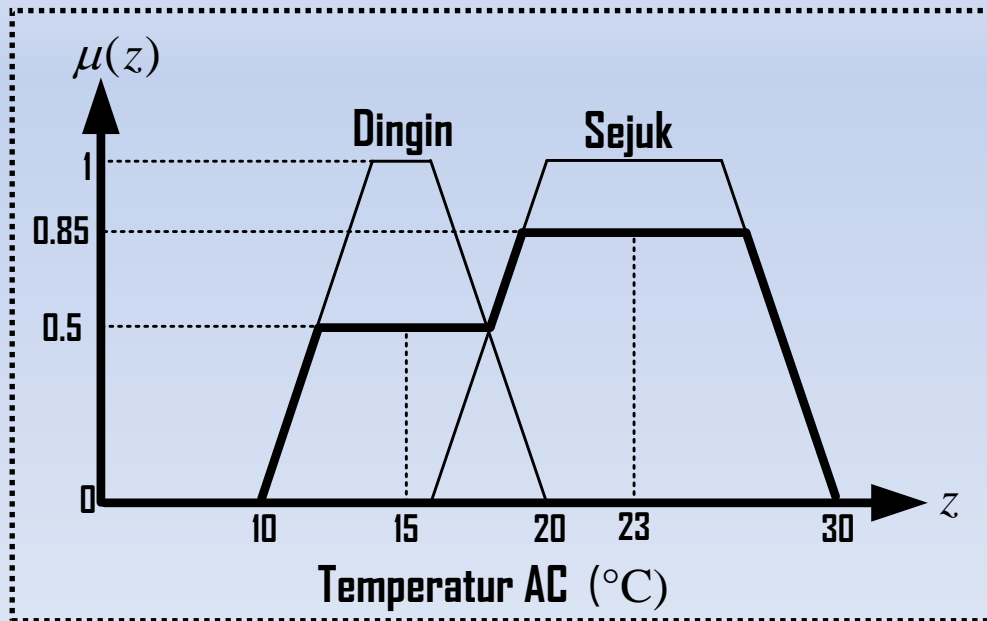


$$z^* = \sum \frac{\mu(z) \cdot z}{\mu(z)}$$

Metode Defuzzifikasi *Weighted Average*

## Contoh

Tentukan nilai *crisp output* ( $z^*$ ) hasil defuzzifikasi dengan metode *weighted average* terhadap variabel Temperatur AC dibawah ini!



$$z^* = \sum \frac{\mu(z).z}{\mu(z)}$$

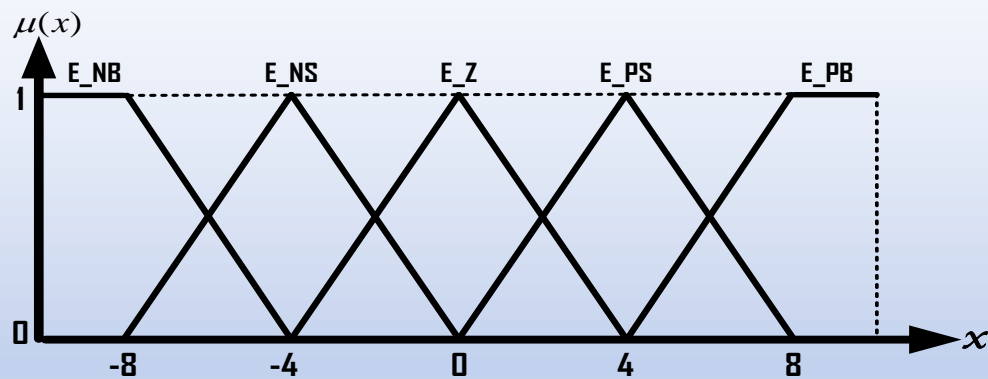
$$z^* = \frac{(15 \times 0.5) + (23 \times 0.85)}{(0.5 + 0.85)}$$

$$z^* = \frac{(7.5) + (19.55)}{(1.35)}$$

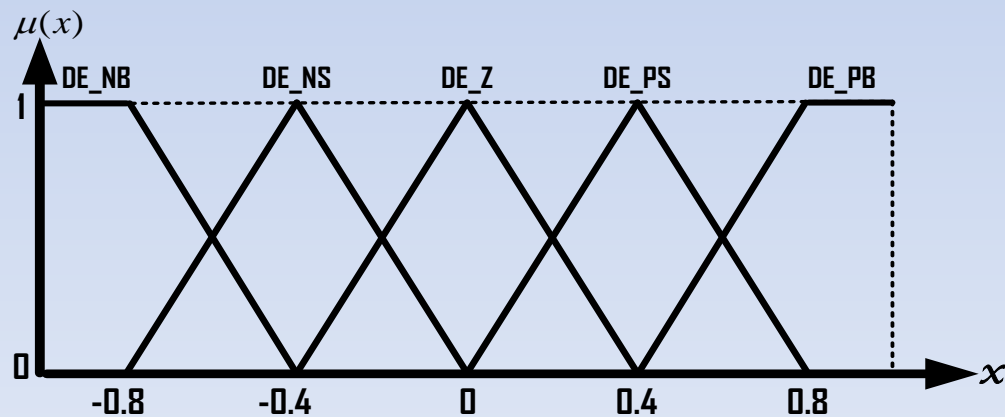
$$z^* = \frac{(27.05)}{(1.35)} = 20$$



## CONTOH APLIKASI LOGIKA FUZZY



Gambar 1. Fungsi Keanggotaan Variabel *Error*



Gambar 2. Fungsi Keanggotaan Variabel *Delta Error*

Sistem kontrol pengaturan kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dibuat menggunakan konsep logika fuzzy. Pada sistem tersebut, digunakan dua masukan berupa nilai *error* dan *delta error*. Terdapat 25 aturan yang diterapkan dalam sistem ini (Tabel 1.). Himpunan masukan untuk variabel *error* dan *delta error* dipetakan menjadi lima himpunan fuzzy yang ditunjukkan pada Gambar 1. dan Gambar 2.

# CONTOH APLIKASI LOGIKA FUZZY

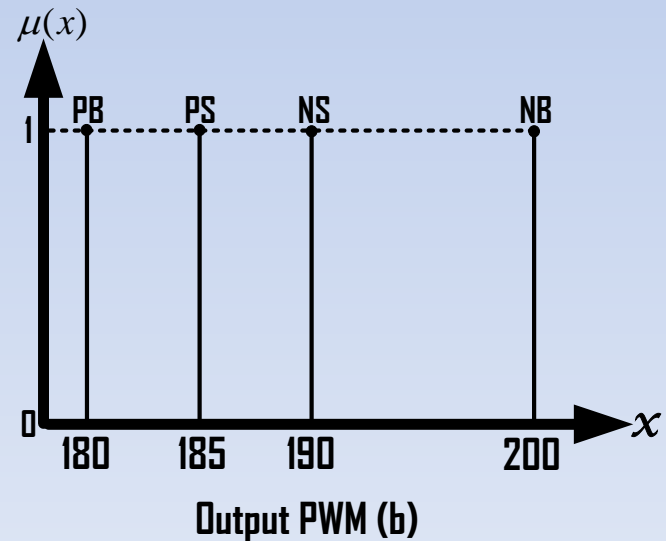
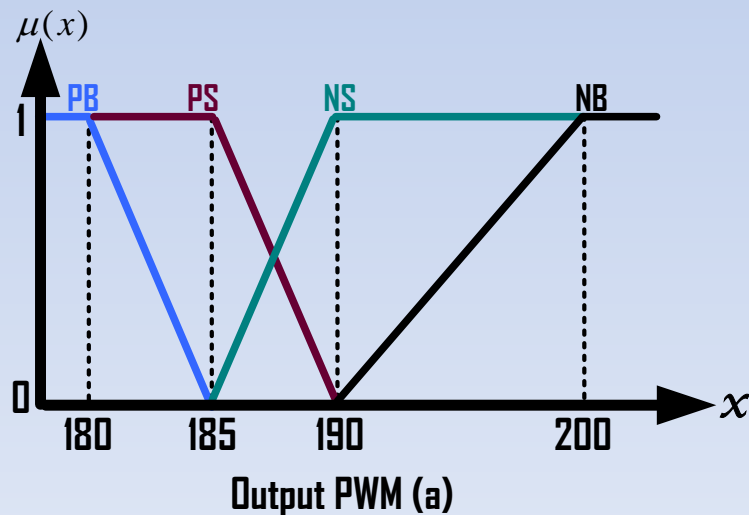
Tabel 1. Basis Pengetahuan Sistem Kontrol Motor DC

$\Delta error$ <i>error</i>	E_NB	E_NS	E_Z	E_PS	E_PB
DE_NB	PB	PB	PB	PS	PS
DE_NS	PB	PB	PS	NS	NS
DE_Z	PB	PS	NS	NS	NB
DE_PS	PS	PS	NS	NB	NB
DE_PB	PB	NS	NB	NB	NB

## CONTOH APLIKASI LOGIKA FUZZY

Himpunan keluaran dari sistem merupakan representasi hasil dalam bentuk nilai PWM yang ditunjukkan pada Gambar 3. Berapa keluaran PWM jika diketahui nilai  $error = 1$  dan  $delta\ error = 0.5$ . Selesaikan dengan menggunakan model inferensi berikut:

- Tsukamoto untuk *output* 3a.
- Mamdani untuk *output* 3a
- Sugeno untuk *output* 3b.



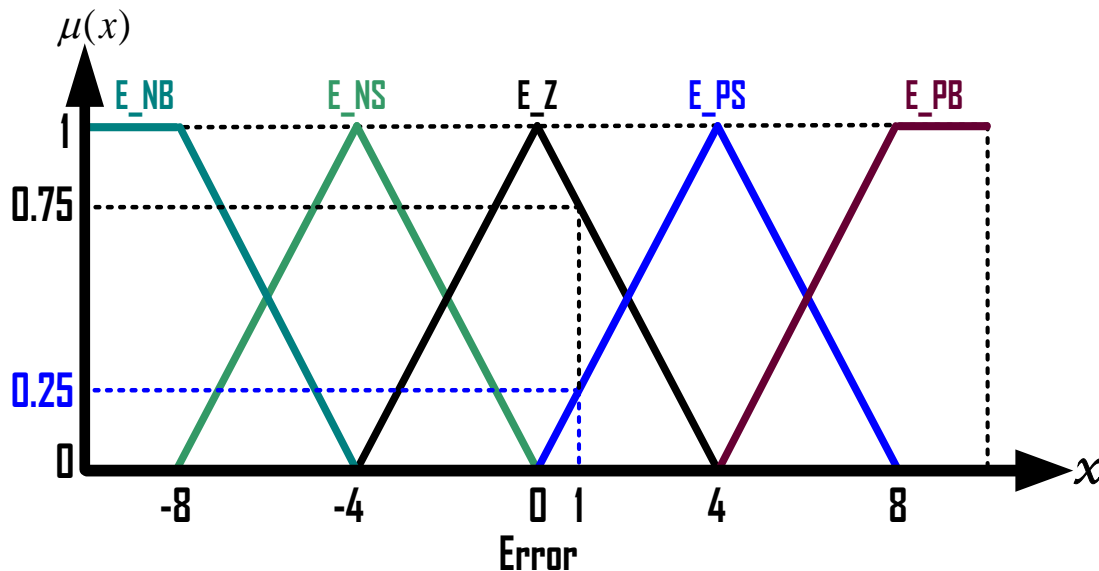
Gambar 3. Fungsi Keanggotaan Variabel *Output PWM*

# METODE TSUKAMOTO

Perhitungan keluaran PWM pada sistem kendali kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dengan nilai *error* (1) dan *delta error* (0.5) adalah sebagai berikut:

## Fuzzifikasi

*Input Error* (1) berada pada irisan himpunan fuzzy **E\_Z** dan **E\_PS**.



$$\mu_{E\_Z}(x) = (4 - x) / (4 - 0)$$

$$\mu_{E\_Z}(1) = (4 - 1) / (4)$$

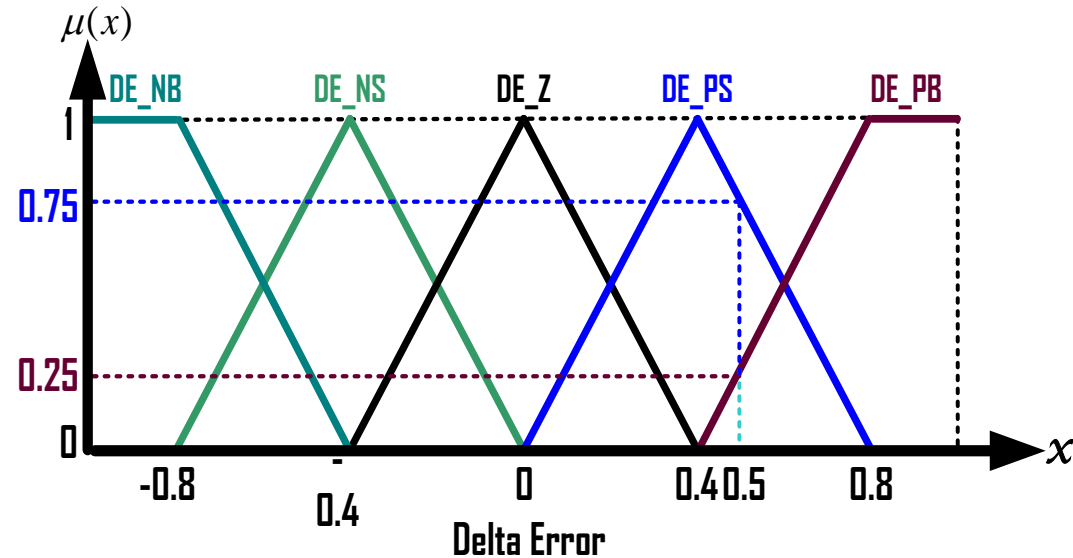
$$\mu_{E\_Z}(1) = 0.75$$

$$\mu_{E\_PS}(x) = (x - 0) / (4 - 0)$$

$$\mu_{E\_PS}(1) = (1) / (4)$$

$$\mu_{E\_PS}(1) = 0.25$$

Input Delta Error (0.5) berada pada irisan himpunan fuzzy **DE\_PS** dan **DE\_PB**.



$$\mu_{DE\_PS}(x) = (0.8 - x) / (0.8 - 0.4)$$

$$\mu_{DE\_PS}(0.5) = (0.8 - 0.5) / (0.4)$$

$$\mu_{DE\_PS}(0.5) = 0.75$$

$$\mu_{DE\_PB}(x) = (x - 0.4) / (0.8 - 0.4)$$

$$\mu_{DE\_PB}(0.5) = (0.5 - 0.4) / (0.4)$$

$$\mu_{DE\_PB}(0.5) = 0.25$$

*Derajat keanggotaan untuk himpunan keluaran sistem yaitu:*

$$\mu(z) = 1$$

$$\mu_{PB}(z) = (185 - z) / 5$$

$$\mu_{PS}(z) = (190 - z) / 5$$

$$\mu_{NS}(z) = (z - 185) / 5$$

$$\mu_{NB}(z) = (z - 190) / 10$$

$$0 < z < 180 \text{ atau } z > 200$$

$$180 < z < 185$$

$$185 < z < 190$$

$$185 < z < 190$$

$$190 < z < 200$$

# Inferensi

Berdasarkan 4 data fuzzy input tersebut,  $E\_Z$  (0.75),  $E\_PS$  (0.25),  $DE\_PS$  (0.75), dan  $DE\_PB$  (0.25), maka perhitungan keluaran ( $z$ ) pada setiap rule adalah sebagai berikut:

**[R14] IF Error is  $E\_Z$  AND Delta Error is  $DE\_PS$  THEN Output PWM is  $NS$**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat1} &= \mu_{E\_Z} \cap \mu_{DE\_PS} \\ &= \min(\mu_{E\_Z}[1], \mu_{DE\_PS}[0.5]) \\ &= \min(0,75; 0,75) \\ &= 0,75\end{aligned}$$

Nilai  $z_1$  untuk himpunan fuzzy **NS** = 188.75

$$(z - 185) / 5 = 0.75$$

$$z_1 = 188.75$$

**[R15] IF Error is  $E\_Z$  AND Delta Error is  $DE\_PB$  THEN Output PWM is  $NB$**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat2} &= \mu_{E\_Z} \cap \mu_{DE\_PB} \\ &= \min(\mu_{E\_Z}[1], \mu_{DE\_PB}[0.5]) \\ &= \min(0,75; 0,25) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

Nilai  $z_2$  untuk himpunan fuzzy **NB** = 192.5

$$(z - 190) / 10 = 0.25$$

$$z_2 = 192.5$$



**[R 19] IF Error is E\_PS AND Delta Error is DE\_PS THEN Output PWM is NB**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat 3} &= \mu_{E\_PS} \cap \mu_{DE\_PS} \\ &= \min(\mu_{E\_PS}[1], \mu_{DE\_PS}[0.5]) \\ &= \min(0,25; 0,75) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

Nilai z3 untuk himpunan fuzzy **NB** = 192.5

$$\begin{aligned}(z - 190) / 10 &= 0.25 \\ z_3 &= 192.5\end{aligned}$$

**[R 20] IF Error is E\_PS AND Delta Error is DE\_PB THEN Output PWM is NB**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat 4} &= \mu_{E\_PS} \cap \mu_{DE\_PB} \\ &= \min(\mu_{E\_PS}[1], \mu_{DE\_PB}[0.5]) \\ &= \min(0,25; 0,25) \\ &= 0,25\end{aligned}$$

Nilai z4 untuk himpunan fuzzy **NB** = 192.5

$$\begin{aligned}(z - 190) / 10 &= 0.25 \\ z_2 &= 192.5\end{aligned}$$



# Defuzzifikasi

Karena menggunakan proses inferensi model Tsukamoto, maka metode defuzzifikasi yang digunakan adalah *weighted average* sebagai berikut:

$$z^* = \sum \frac{\mu(z).z}{\mu(z)}$$

$$z^* = \frac{(\alpha pred_1 * z_1) + (\alpha pred_2 * z_2) + (\alpha pred_3 * z_3) + (\alpha pred_4 * z_4)}{(\alpha pred_1) + (\alpha pred_2) + (\alpha pred_3) + (\alpha pred_4)}$$

$$z^* = \frac{(188.75 \times 0.75) + (192.5 \times 0.25) + (192.5 \times 0.25) + (192.5 \times 0.25)}{(0.75 + 0.25 + 0.25 + 0.25)}$$

$$z^* = \frac{141.5625 + 48.125 + 48.125 + 48.125}{1.5}$$

$$z^* = \frac{285.9375}{1.5}$$

$$z^* = 190.625$$

**Jadi, nilai keluaran sistem kendali kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dengan nilai *error* (1) dan *delta error* (0.5) adalah 190.625.**



# METODE MAMDANI

Perhitungan keluaran PWM pada sistem kendali kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dengan nilai *error* (1) dan *delta error* (0.5) adalah sebagai berikut:

## Fuzzifikasi

Sudah dikerjakan (seperti pada Metode Tsukamoto).

## Inferensi

Berdasarkan 4 data fuzzy input tersebut,  $E_Z$  (0.75),  $E_{PS}$  (0.25),  $DE_{PS}$  (0.75), dan  $DE_{PB}$  (0.25), maka perhitungan keluaran ( $z$ ) pada setiap rule adalah sebagai berikut:

**[R14] IF Error is  $E_Z$  AND Delta Error is  $DE_{PS}$  THEN Output PWM is NS**

**[R15] IF Error is  $E_Z$  AND Delta Error is  $DE_{PB}$  THEN Output PWM is NB**

**[R 19] IF Error is  $E_{PS}$  AND Delta Error is  $DE_{PS}$  THEN Output PWM is NB**

**[R 20] IF Error is  $E_{PS}$  AND Delta Error is  $DE_{PB}$  THEN Output PWM is NB**



# Pengaplikasian Fungsi Implikasi MIN

**[R14] IF Error is  $E\_Z$  AND Delta Error is  $DE\_PS$  THEN Output PWM is NS**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat1} &= \mu_{E\_Z} \cap \mu_{DE\_PS} \\ &= \min(\mu_{E\_Z}[1], \mu_{DE\_PS}[0.5]) \\ &= \min(0,75; 0,75) = 0.75\end{aligned}$$

**[R15] IF Error is  $E\_Z$  AND Delta Error is  $DE\_PB$  THEN Output PWM is NB**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat2} &= \mu_{E\_Z} \cap \mu_{DE\_PB} \\ &= \min(\mu_{E\_Z}[1], \mu_{DE\_PB}[0.5]) \\ &= \min(0,75; 0,25) = 0,25\end{aligned}$$

**[R 19] IF Error is  $E\_PS$  AND Delta Error is  $DE\_PS$  THEN Output PWM is NB**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat 3} &= \mu_{E\_PS} \cap \mu_{DE\_PS} \\ &= \min(\mu_{E\_PS}[1], \mu_{DE\_PS}[0.5]) \\ &= \min(0,25; 0,75) = 0,25\end{aligned}$$

**[R 20] IF Error is  $E\_PS$  AND Delta Error is  $DE\_PB$  THEN Output PWM is NB**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat 4} &= \mu_{E\_PS} \cap \mu_{DE\_PB} \\ &= \min(\mu_{E\_PS}[1], \mu_{DE\_PB}[0.5]) \\ &= \min(0,25; 0,25) = 0,25\end{aligned}$$



## Komposisi Aturan menggunakan Fungsi MAX

$$\mu_{NS} = \alpha - \text{predikat}_1 = 0.75$$

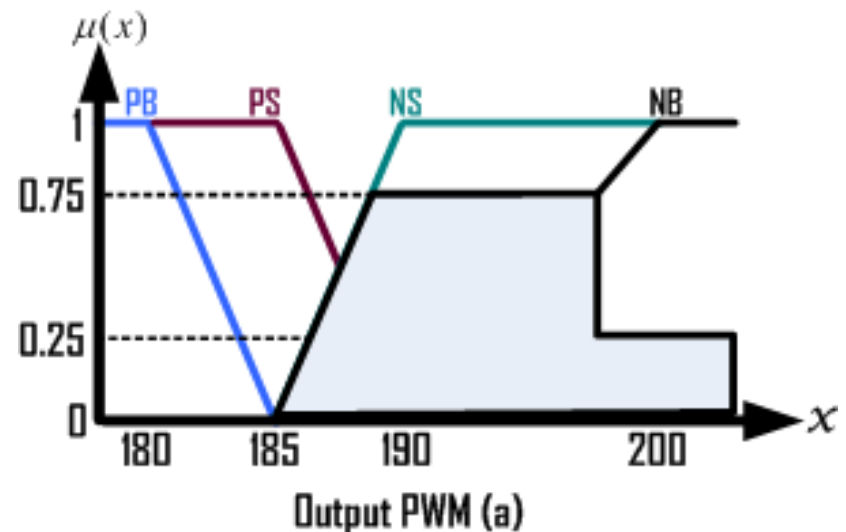
$$\mu_{NB} = \alpha - \text{predikat}_2 \cup \alpha - \text{predikat}_3 \cup \alpha - \text{predikat}_4$$

$$\mu_{NB} = \max(0.25; 0.25; 0.25)$$

$$\mu_{NB} = 0.25$$

dari hasil inferensi tersebut, didapatkan dua himpunan fuzzy baru berikut:

- (1) *Output PWM is NS* (0.75)
- (2) *Output PWM is NB* (0.25)



# Defuzzifikasi

Pada proses inferensi model Mamdani, metode defuzzifikasi yang digunakan adalah metode COA sebagai berikut:

$$z^* = \frac{\sum z \cdot \mu(z)}{\sum \mu(z)}$$

$$z^* = \frac{((185 + 186 + 187 + \dots + 194) \times (0.75)) + ((195 + 196 + 197 + \dots + 204) \times (0.25))}{(10 \times 0.75) + (10 \times 0.25)}$$

$$z^* = \frac{1421.25 + 498.75}{7.5 + 2.5}$$

$$z^* = \frac{1920}{10}$$

$$z^* = 192$$

**Jadi, nilai keluaran sistem kendali kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dengan nilai *error* (1) dan *delta error* (0.5) adalah 192**



# METODE SUGENO

Perhitungan keluaran PWM pada sistem kendali kecepatan motor DC pada alat ekstraksi madu dengan nilai *error* (1) dan *delta error* (0.5) adalah sebagai berikut:

## Fuzzifikasi

Sudah dikerjakan (seperti pada Metode Tsukamoto & Mamdani).

## Inferensi

Sudah dikerjakan (seperti pada Metode Mamdani).

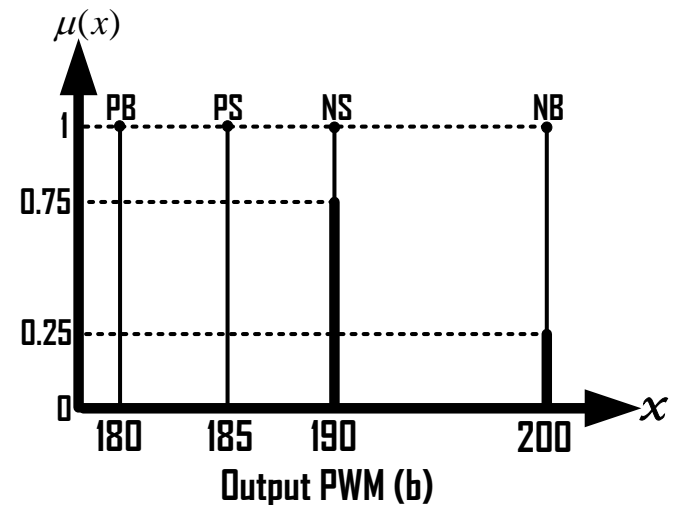
## Defuzzifikasi

Pada proses inferensi model Sugeno, metode defuzzifikasi yang digunakan adalah metode *Weighted Average*.

$$z^* = \sum \frac{\mu(z) \cdot z}{\mu(z)}$$

$$z^* = \frac{(190 \times 0.75) + (200 \times 0.25)}{(0.75 + 0.25)}$$

$$z^* = 192.5$$





**TERIMA KASIH**

