电力系统分析

南京航空航天大学　王世山

WSS.XJTU@163.COM

13770755953

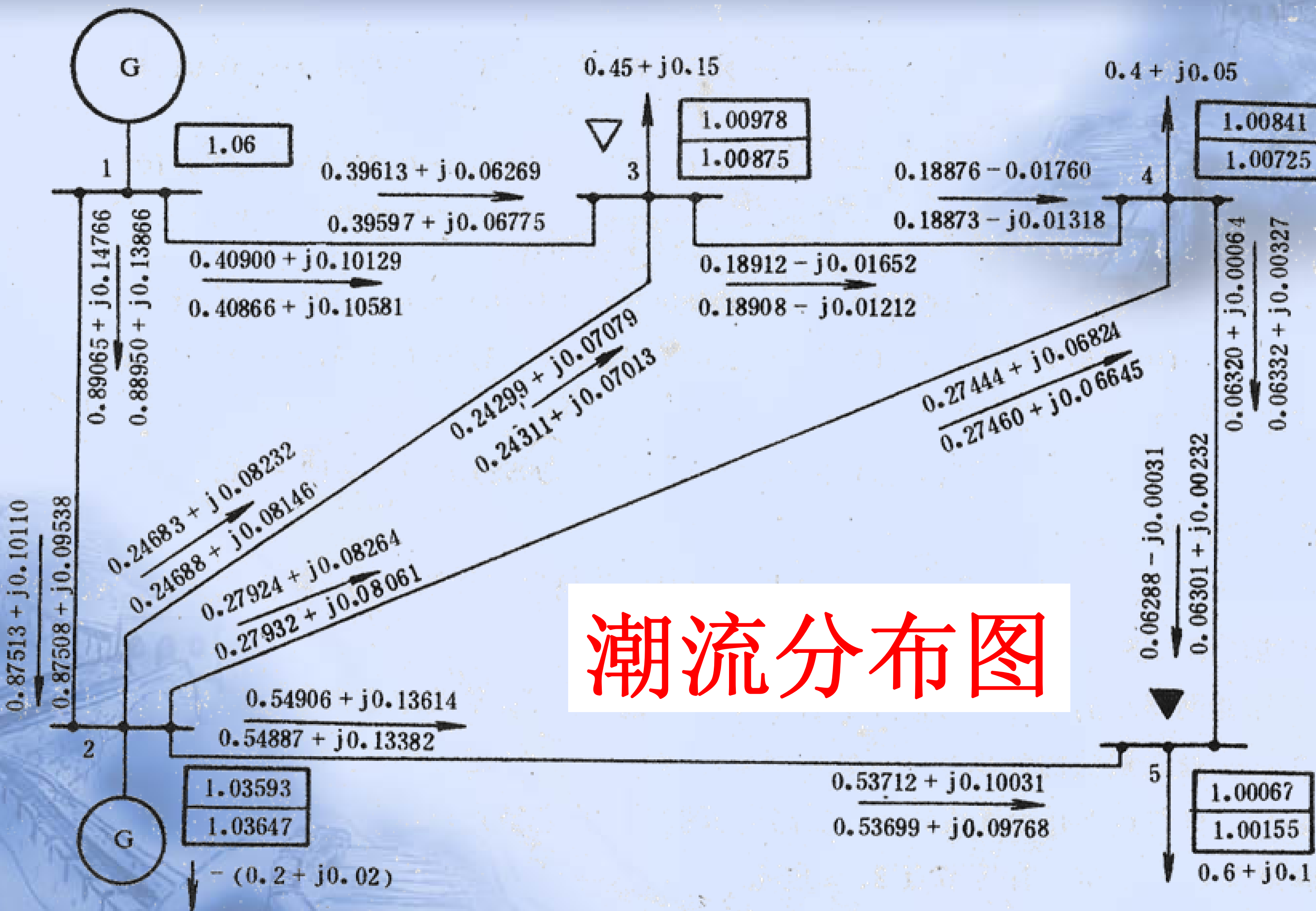
基本概念

- **潮流（Power Flow）**

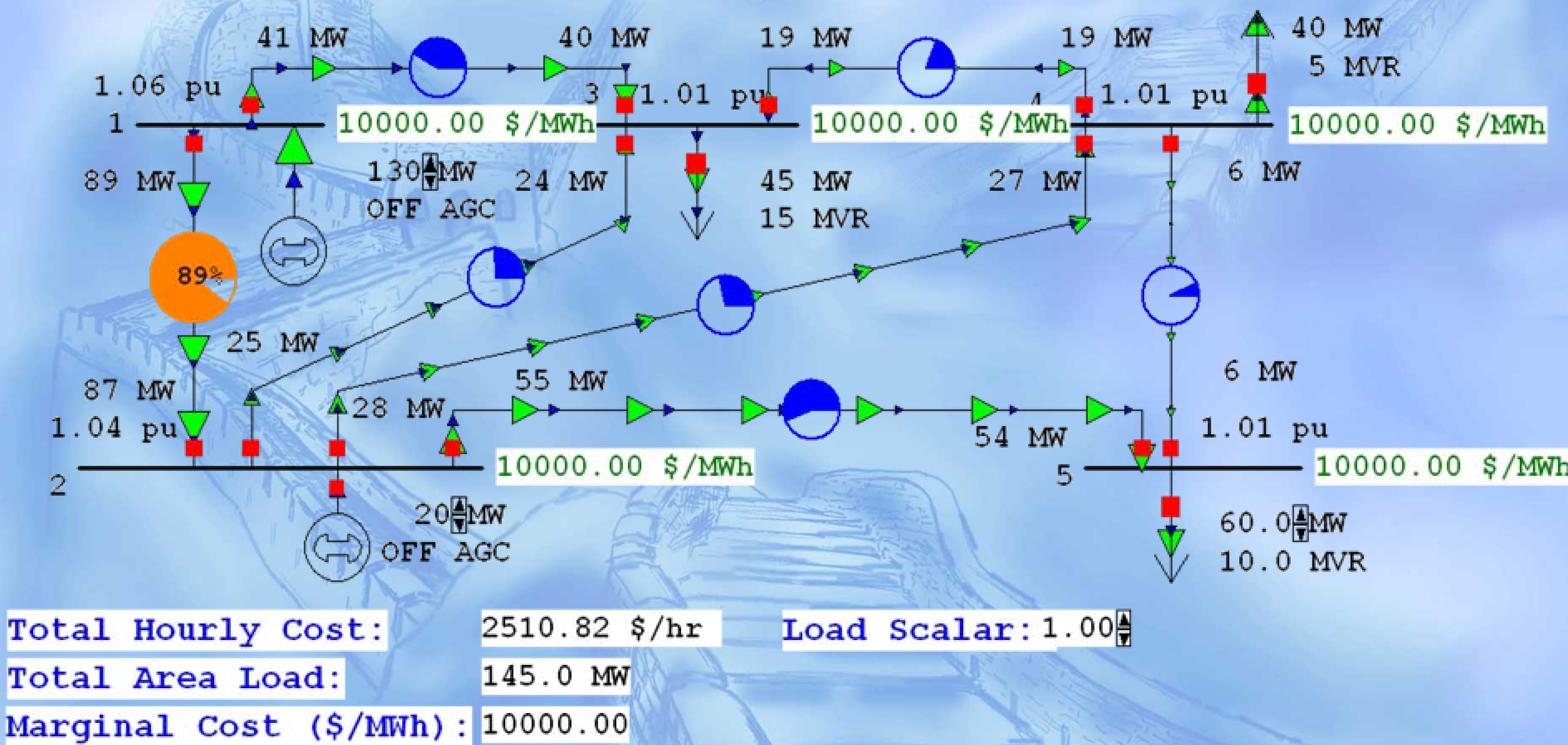
  电力系统中电压、有功功率、无功功率稳态分布。

- **目的**
  - 服务于电力系统的运行与规划设计。
  - 分析和评价电网运行的安全经济和可靠性。

- **计算方法**
  - 人工手算——适用于简单系统。
  - 计算机——适用于所有简单和复杂系统。


G
1.06
1
0.39613 + j0.06269
0.39597 + j0.06775
0.40900 + j0.10129
0.40866 + j0.10581
0.89065 + j0.14766
0.88950 + j0.13866
0.45 + j0.15
3
1.00978
1.00875
0.18876 − 0.01760
0.18873 − j0.01318
0.18912 − j0.01652
0.18908 − j0.01212
0.4 + j0.05
4
1.00841
1.00725
0.24299 + j0.07079
0.24311 + j0.07013
0.27444 + j0.06824
0.27460 + j0.06645
0.06320 + j0.00064
0.06332 + j0.00327
0.24683 + j0.08232
0.24688 + j0.08146
0.27924 + j0.08264
0.27932 + j0.08061
0.87513 + j0.10110
0.87508 + j0.09538
0.06288 − j0.00031
0.06301 + j0.00232
2
0.54906 + j0.13614
0.54887 + j0.13382
0.53712 + j0.10031
0.53699 + j0.09768
5
1.03593
1.03647
G
− (0.2 + j0.02)
1.00067
1.00155
0.6 + j0.1

潮流分布图



Power Simulator计算

3 电力系统稳态运行分析

3.1 简单电力系统正常运行分析

3.2 复杂电力系统潮流计算

3.3 Gauss-Seidel潮流计算

3.4 Newton-Raphson潮流计算

3.5 P-Q分解法

3.6 直流法潮流计算

3.7 电力系统有功功率与频率

3.8 电力系统无功功率与电压

3.1 简单电力系统正常运行分析

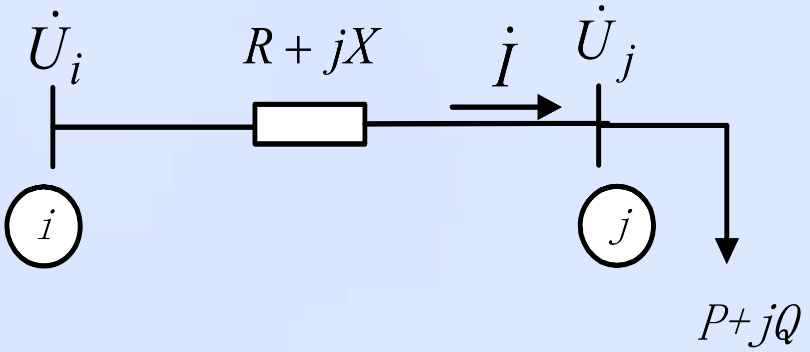
3.1.1 电力线路的电压和功率损耗

3.1.2 变压器中功率与电压损耗

3.1.3 辐射形网络的分析计算

3.1.4 电力网的电能损耗

3.1.1 电力线路的电压和功率损耗



已知：末端*P*、*Q*、*U* U_j

$$\dot{U}_j = U_j \angle 0^\circ$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_i &= \dot{U}_j + \dot{I}(R+jX) \\ \tilde{S}_j &= \dot{U}_j \overset{*}{I} = P + jQ\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

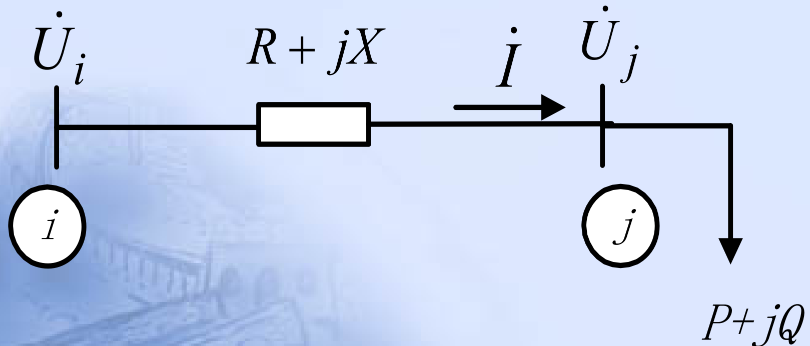
$$\Delta\dot{U}_d = \dot{U}_i - \dot{U}_j = \frac{P-jQ}{U_j}(R+jX) = \frac{PR+QX}{U_j} + j\frac{PX-QR}{U_j}$$

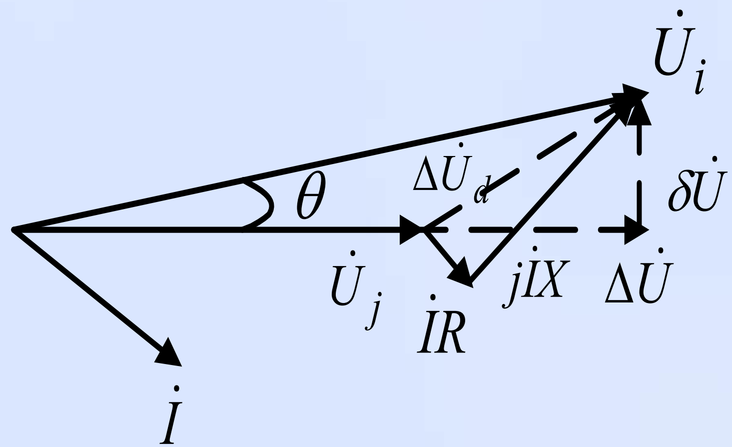
——电力线路的电压降落,首末两端的相量差

$$\Delta\dot{U}_d=\dot{U}_i-\dot{U}_j=\frac{P-jQ}{U_j}(R+jX)=\frac{PR+QX}{U_j}+j\frac{PX-QR}{U_j}$$

ΔU，电压降落的纵分量

δU，电压降落的横分量





$$U_i=\sqrt{(U_j+\frac{PR+QX}{U_j})^2+(\frac{PX-QR}{U_j})^2}，\quad \theta=tg^{-1}\frac{\delta U}{U_j+\Delta U}$$

“电压降落”分析与讨论

(1) 线路较短时两端电压相角差一般不大，近似认为：

有效值之差

$$U_i - U_j \approx \frac{PR+QX}{U_j} = \Delta U$$

电压损耗

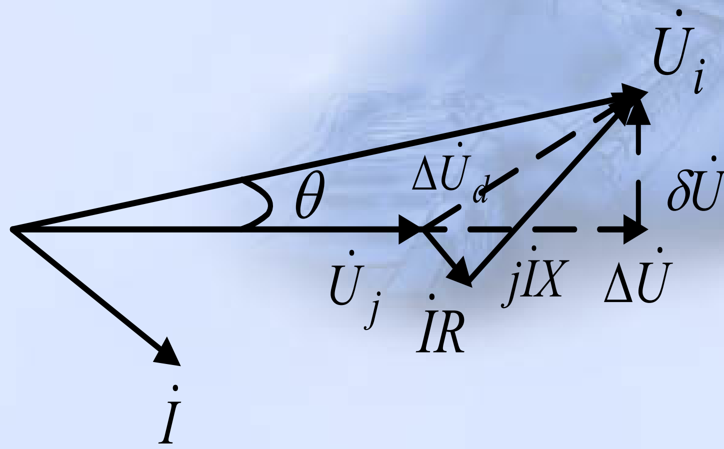
(2) 对于高压输电网，$X>>R$

$$\Delta U = \frac{PR+QX}{U_j} \approx \frac{QX}{U_j}, \delta U = \frac{PX-QR}{U_j} \approx \frac{PX}{U_j}$$

结论：电压降落的纵分量ΔU是由传输无功功率产生；

电压降落的横分量δU是由传输有功功率产生。

$$\left.\begin{aligned}\delta U &\approx \frac{PX}{U_j}\\ \sin\theta &= \frac{\delta U}{U_i}\end{aligned}\right\}\quad \boxed{P=\frac{U_iU_j}{X}\sin\theta}$$



结论

- 高压电力网首、末端电压间存在相位差 θ 是传输***P***的条件。或者，相位差由***P***决定，与***Q***无关。
- ***P***是从电压“超前端”向电压“滞后端”输送。

$$U_i - U_j = \Delta U \approx \frac{QX}{U_j}$$

$$\boxed{Q = \frac{U_j(U_i - U_j)}{X}}$$

结论：

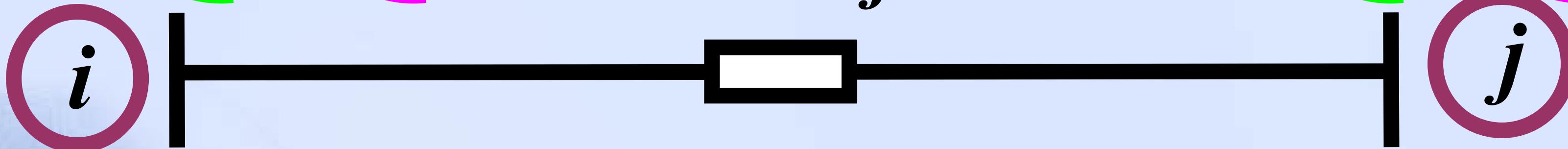
- 高压电力网首、末端间 电压存在数值差是传输***Q***的条件；
  或，电压数值差主要由电力网***Q***决定，与***P***无关。
- 感性***Q***从“高电压”向“低电压”端输送。
- 容性***Q***从“低电压”向“高电压”端输送。

功率传递示例

$\dot{U}_i = 0.98\angle 10^\circ$

$Z = 0.1 + j0.8$

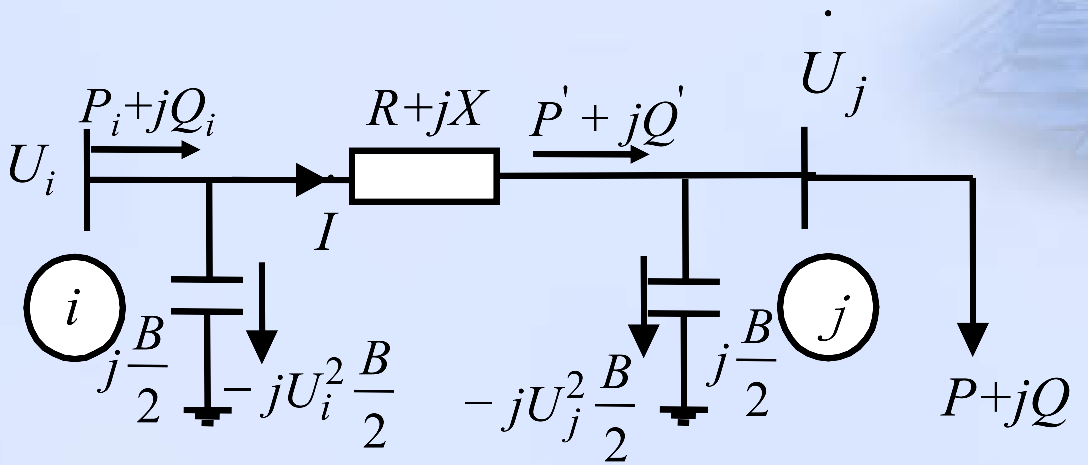
$\dot{U}_j = 1.05\angle -8^\circ$



有功功率

无功功率

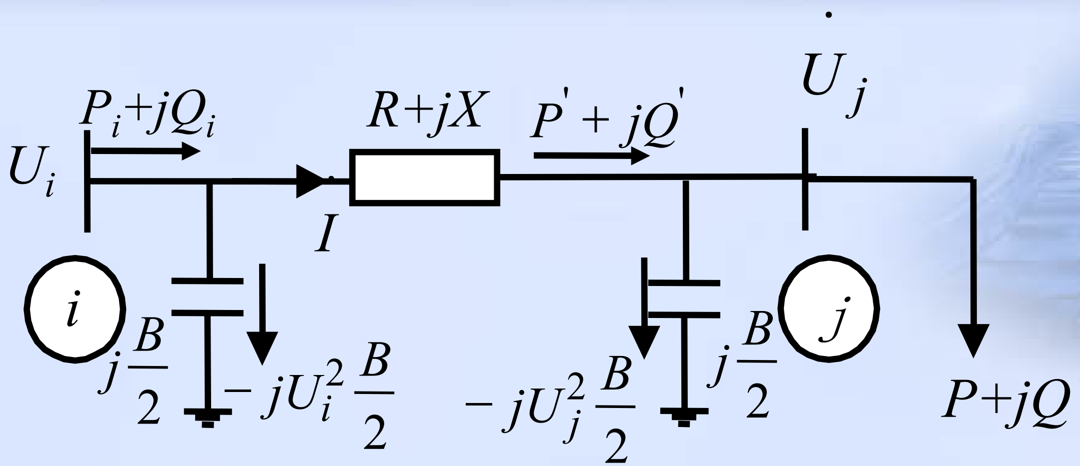
电力线路π型等值电路



$$P' + jQ' = P + jQ - j\frac{B}{2}U_j^2$$

始端电压 $$\dot{U}_i = U_j + \frac{P'R + Q'X}{U_j} + j\frac{P'X - Q'R}{U_j}$$

线路电压损失



线路功率损耗

$$\Delta\tilde{S}=\Delta P+j\Delta Q=\frac{P'^2+Q'^2}{U_j^2}(R+jX)-jU_i^2\frac{B}{2}-jU_j^2\frac{B}{2}$$

送端功率

$$P_i+jQ_i=(P+\Delta P)+j(Q+\Delta Q)$$

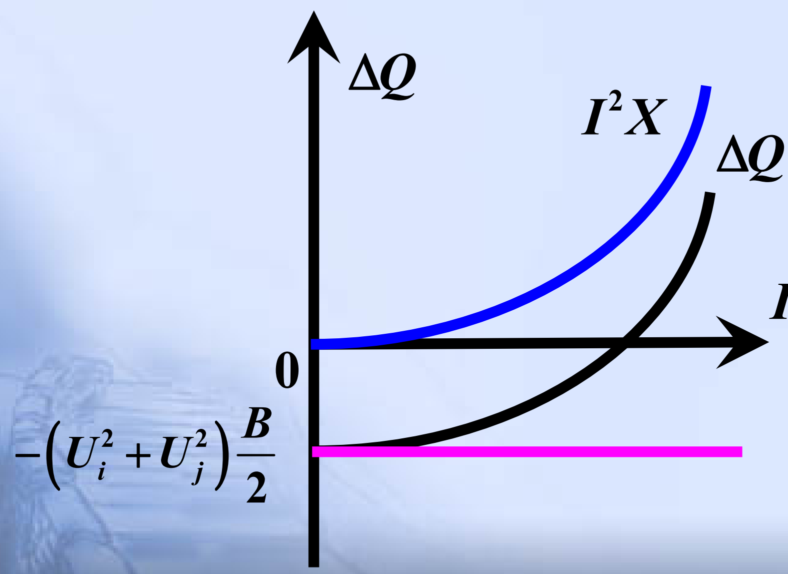
线路功率损耗

$$\Delta\tilde{S} = \Delta P + j\Delta Q$$

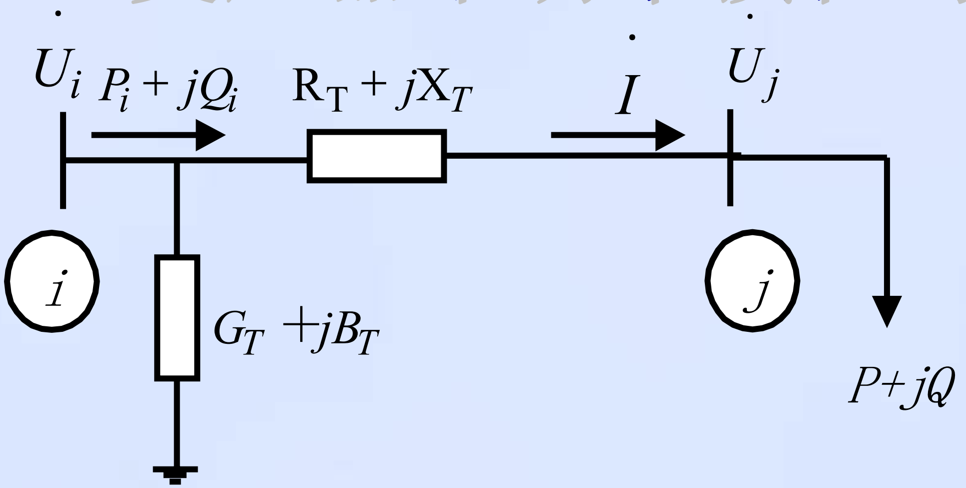
$$= \frac{P'^2 + Q'^2}{U_j^2} R \boxed{+ j\frac{P'^2 + Q'^2}{U_j^2} X \overbrace{- jU_i^2 \frac{B}{2} - jU_j^2 \frac{B}{2}}^{\text{线路充电功率}}}$$

有功损耗

无功损耗



3.1.2 变压器中功率损耗与电压损耗



$$\Delta U_T \approx \frac{PR_T + QX_T}{U_j}$$

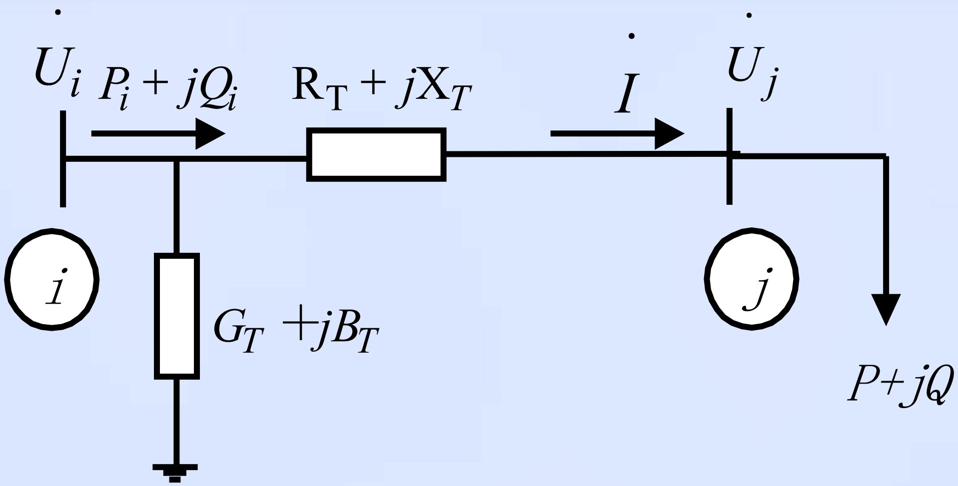
——电压损耗

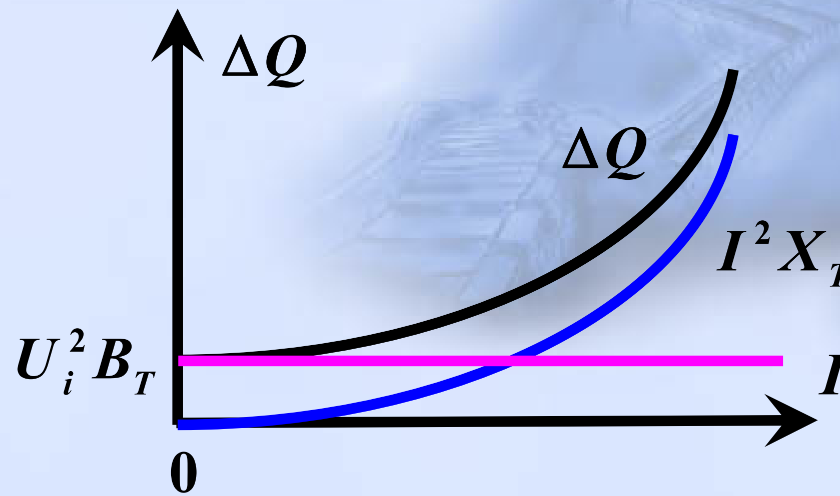
$$\begin{cases} \Delta P = \dfrac{P^2+Q^2}{U_j^2} R_T + U_i^2 G_T \\ \Delta Q = \dfrac{P^2+Q^2}{U_j^2} X_T + U_i^2 B_T \end{cases}$$

——功率损耗

可变损耗

不变损耗



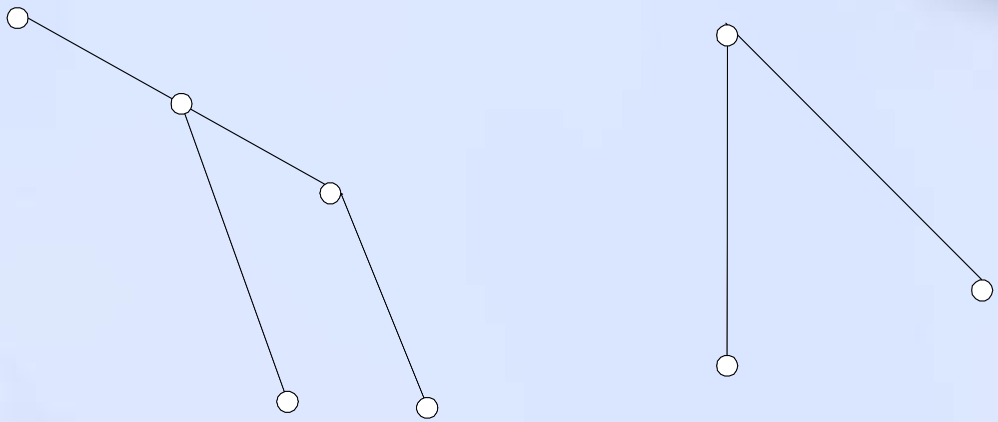


送端功率 $P_i + jQ_i = (P+\Delta P) + j(Q+\Delta Q)$

TIP： 若不需要计算变压器的阻抗、导纳时，可将等值参数计算公式直接代入消去等值参数。

3.1.3 辐射形网络的分析计算

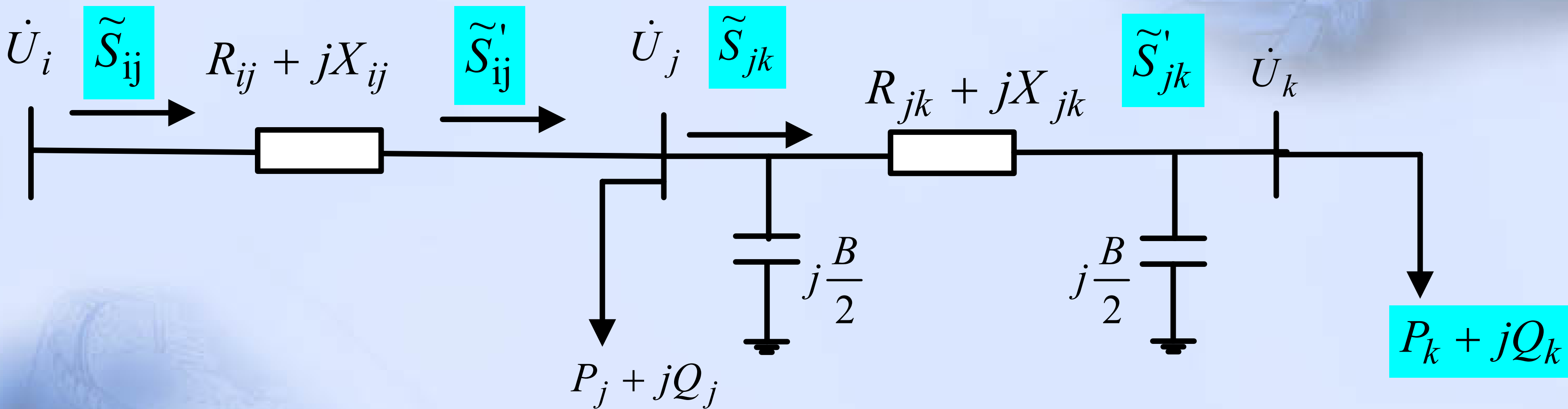
辐射形网络: 各条线路有明确的始端和末端。



目标: 利用已知的负荷(功率)、节点电压求取未知的节点电压、线路功率分布、功率损耗、始端输出功率。

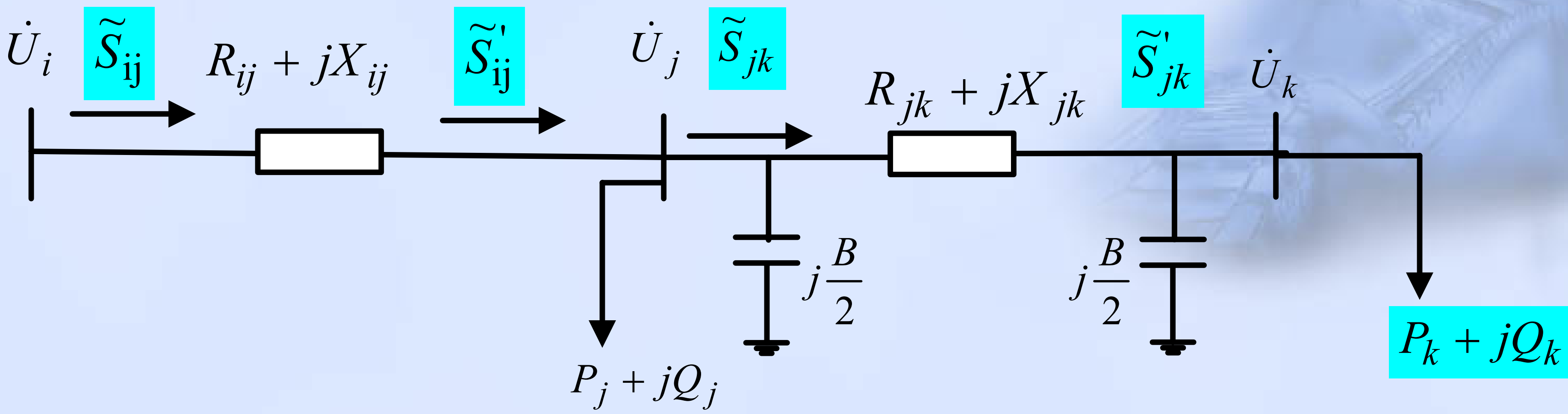
两种计算方案

(1) 已知末端功率与电压(同点电压、功率)——递推计算



$$\tilde S_{ij} \leftarrow \begin{Bmatrix}\tilde S'_{ij}\\ \dot U_j\end{Bmatrix} \leftarrow \begin{Bmatrix}\tilde S_{jk}\\ \dot U_j\end{Bmatrix} \leftarrow \begin{Bmatrix}\tilde S'_{jk}\\ \dot U_k\end{Bmatrix} \leftarrow \left\{\begin{matrix}P_k+jQ_k\\ \dot U_k\end{matrix}\right.$$

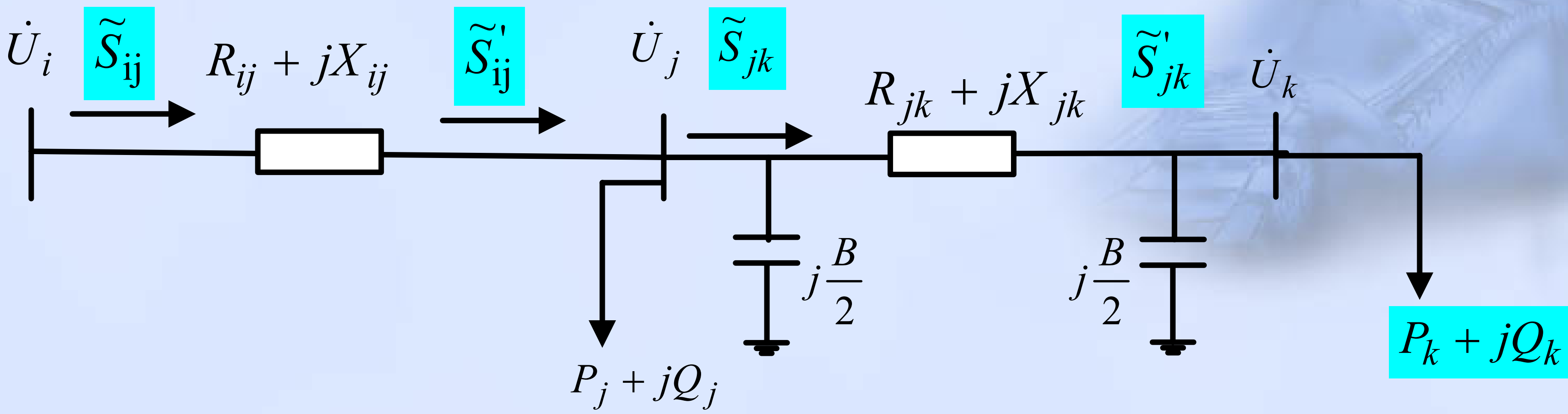
TIP: 已知反向，求解也反向。



***j-k*末端功率** $\tilde{S}'_{jk}=P'_k+jQ'_k=(P_k+jQ_k)-j\frac{B}{2}U_k^2$

***j-k*阻抗损耗** $\Delta\tilde{S}_{jk}=(\frac{|\tilde{S}'_{jk}|}{U_k})^2(R_{jk}+jX_{jk})$

***j-k*线路的电压降** $\Delta\dot{U}_{jk}=(\frac{\tilde{S}'_{jk}}{\dot{U}_k})^*(R_{jk}+jX_{jk})$

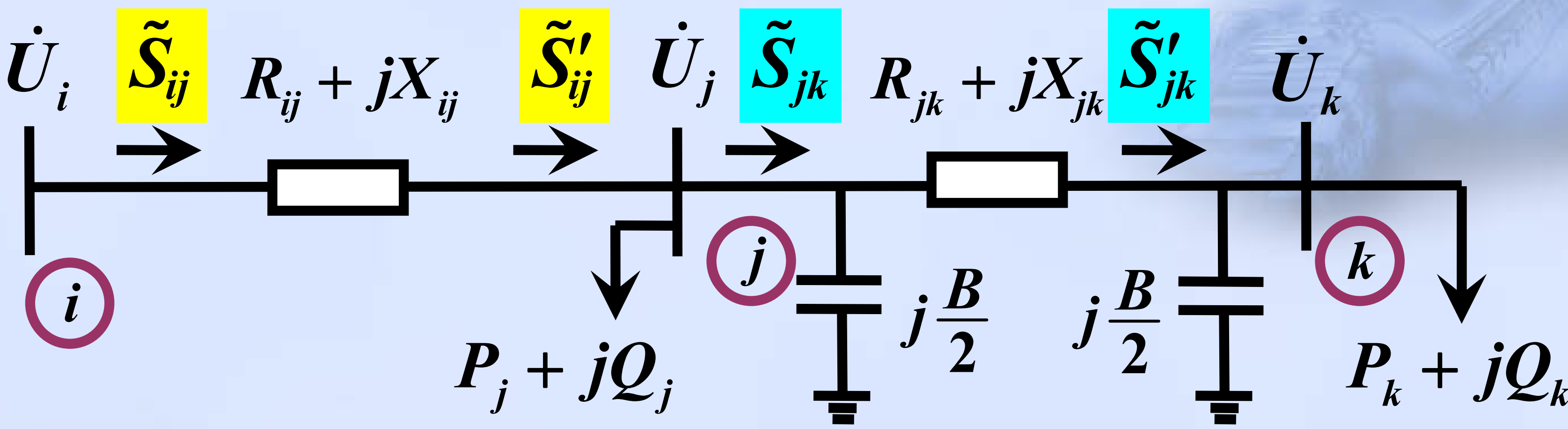


***j-k*线路“始端”电压** $\dot{U}_j=\dot{U}_k+\Delta\dot{U}_{jk}$

***j-k*线路“始端”功率** $\tilde{S}_{jk}=\tilde{S}'_{jk}+\Delta\tilde{S}_{jk}-j\frac{B}{2}U_j^2$

***i-j*线路完全同*j-k*线路，可以采用同样的方法计算电压和功率。**

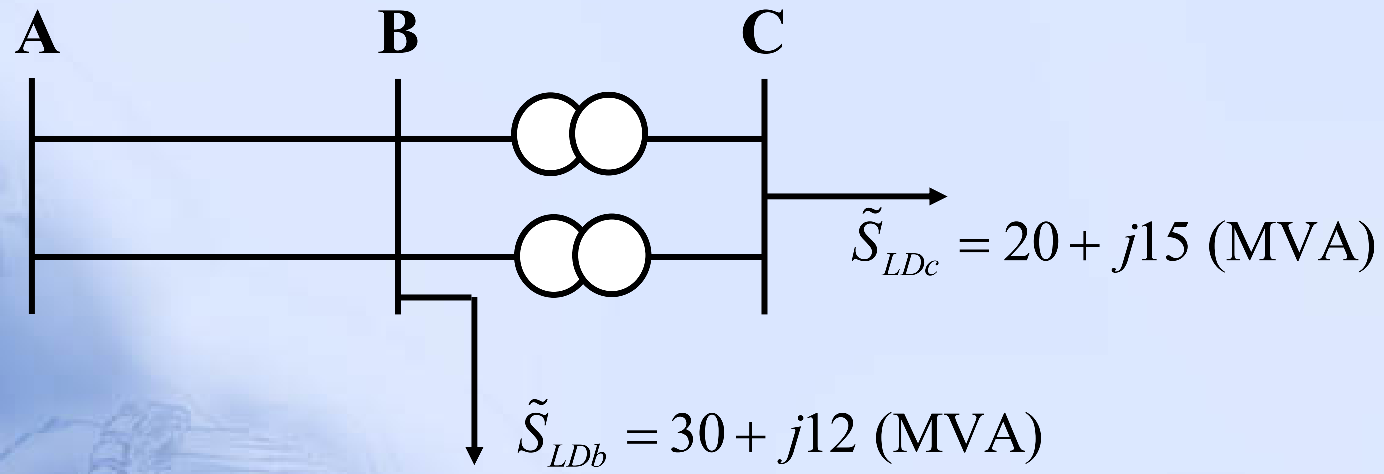
(2) 已知末端功率、始端电压 (不同点电压、功率）——迭代法



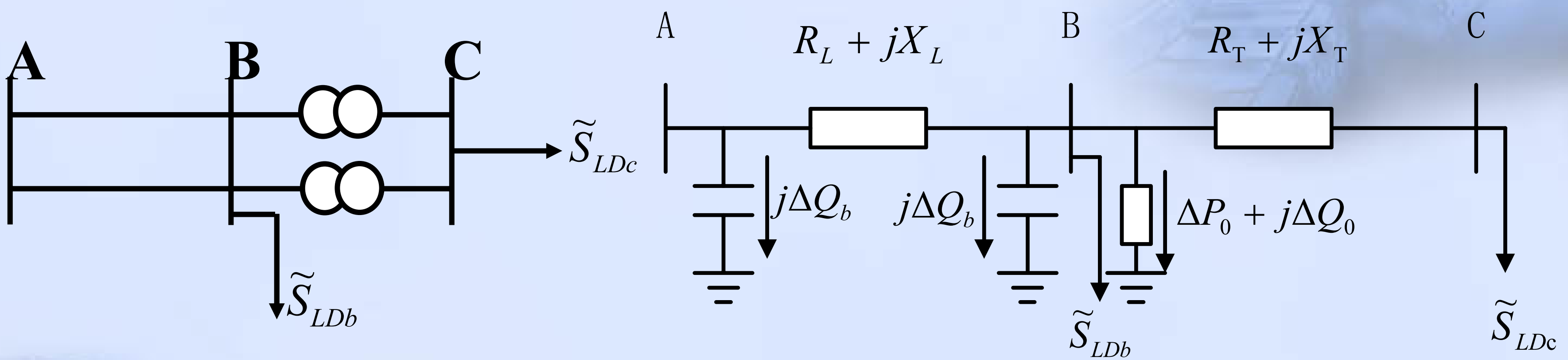
- 用末端电压(假设“额定)和已知的末端功率，计算各段线路的功率损耗。
- 用求得线路始端功率和已知线路始端电压，计算线路电压降落，得到线路末端电压
- 用求得的线路末端电压与已知末端电压比较，迭代至收敛（各线路功率两次计算结果差小于允许值）。

典型例题

U_N=110kV，双回路，80km，LGJ-150，r_1=0.21Ω/km, x_1=0.416 Ω/km，b_1=2.74×10^{-6}S/km。三相，110/11kV变压器，2×15MVA，P_o=40.5kW, P_k=128kW, $U_k\%$=10.5, $I_o\%$=3.5。U_A＝117kV，求U_C＝？(迭代一次)。



(1)等值电路 、参数计算



$$R_L = \frac{1}{2}\times 80\times 0.21 = 8.4\Omega,\quad X_L = \frac{1}{2}\times 80\times 0.416 = 16.6\Omega$$

$$B_c = 2\times 80\times 2.74\times 10^{-6} = 4.38\times 10^{-4}\mathrm{S}$$

线路电压未知，用额定电压计算线路无功功率:

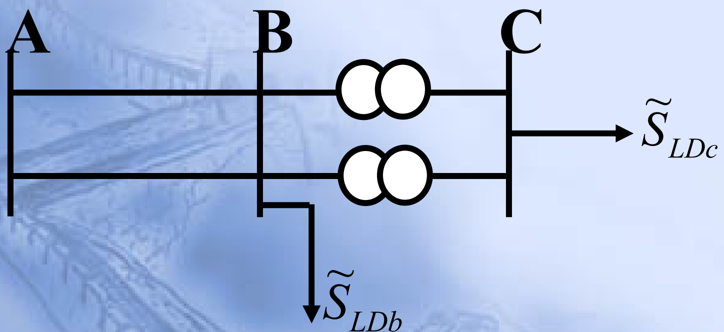
$$\Delta Q_b = -\frac{1}{2}B_c U_N^2 = (-\frac{1}{2})\times 4.38\times 10^{-4}\times 110^2 = -2.56M\ \mathrm{var}$$

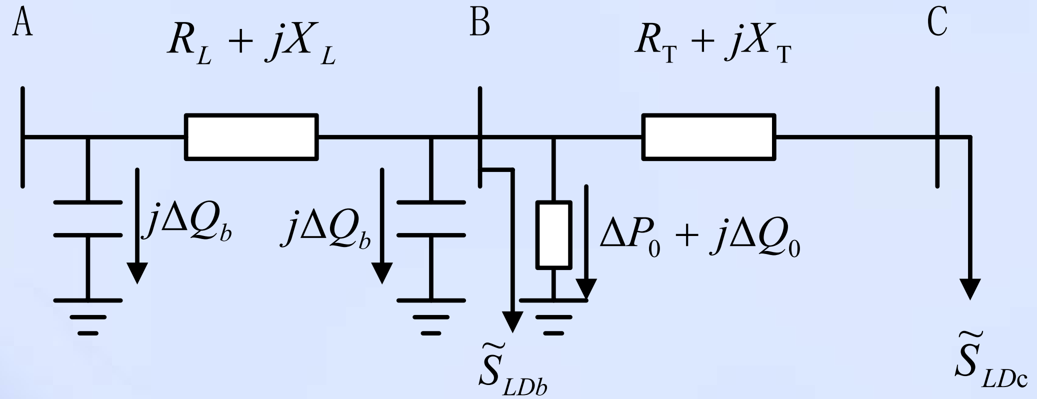
两台变压器并联

$$R_T = \frac{1}{2}\frac{\Delta P_K U_N^2}{S_N^2} = \frac{1}{2}\times\frac{(128\times10^3)\times(110\times10^3)^2}{(15\times10^3)^2} = 3.4\Omega$$

$$X_T = \frac{1}{2}\frac{U_K\%U_N^2}{100\times S_N} = \frac{1}{2}\times\frac{10.5\times(110\times10^3)^2}{15\times10^6} = 42.4\Omega$$

$$\Delta P_0 + j\Delta Q_0 = 2(P_0 + j\frac{I_0\%\times S_N}{100}) = (0.08 + j1.05)\text{MVA}$$



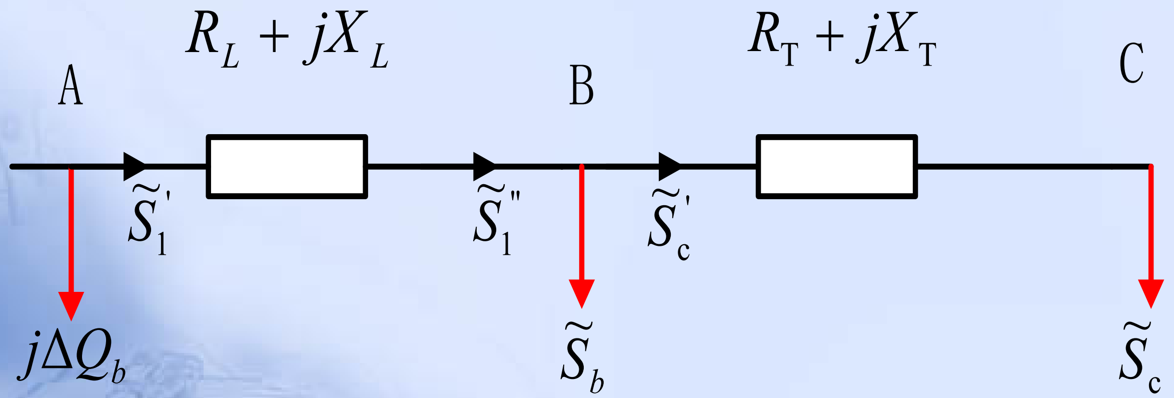


节点B的总负荷功率

$$\tilde{S}_b = \tilde{S}_{LDb} + (\Delta P_0 + j\Delta Q_0) + \Delta Q_b$$
$$= (30 + j12) + (0.08 + j1.05) - j2.65 = (30.08 + j10.4)\text{MVA}$$

节点C的负荷功率(已知)

$$\tilde{S}_c = (20 + j15)\text{MVA}$$



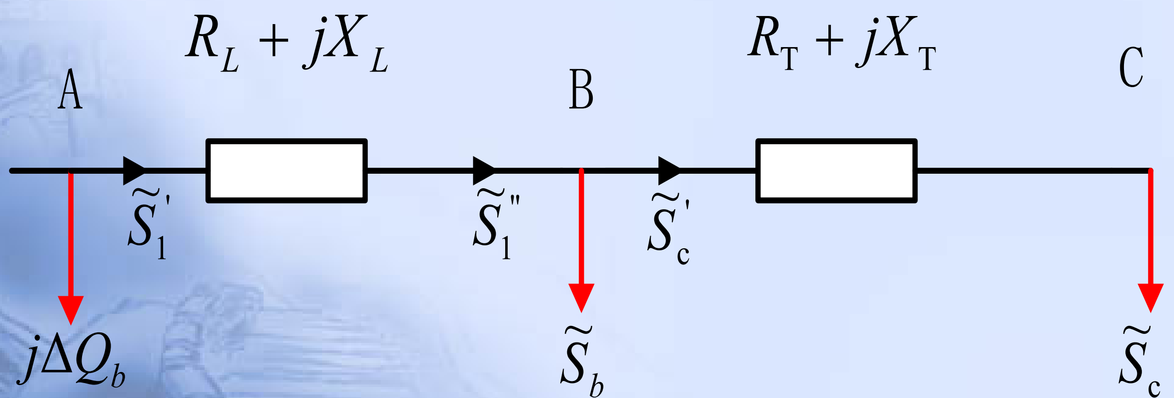
(2) 计算由母线A输出的功率

变压器绕组功率损耗：

$$\Delta\tilde{S}_T=(\frac{S_c}{U_N})^2(R_T+jX_T)=\frac{20^2+15^2}{110^2}(3.4+j2.4)=(0.18+j2.19)\text{MVA}$$

$$\tilde{S}_c^{'}=\tilde{S}_c+\Delta\tilde{S}_T=20+j15+0.18+j2.19=(20.18+j17.19)\text{MVA}$$

$$\tilde{S}_1^{''}=\tilde{S}_c^{'}+\tilde{S}_b=20.18+j17.19+30.08+j10.4=(50.26+j27.59)\text{MVA}$$

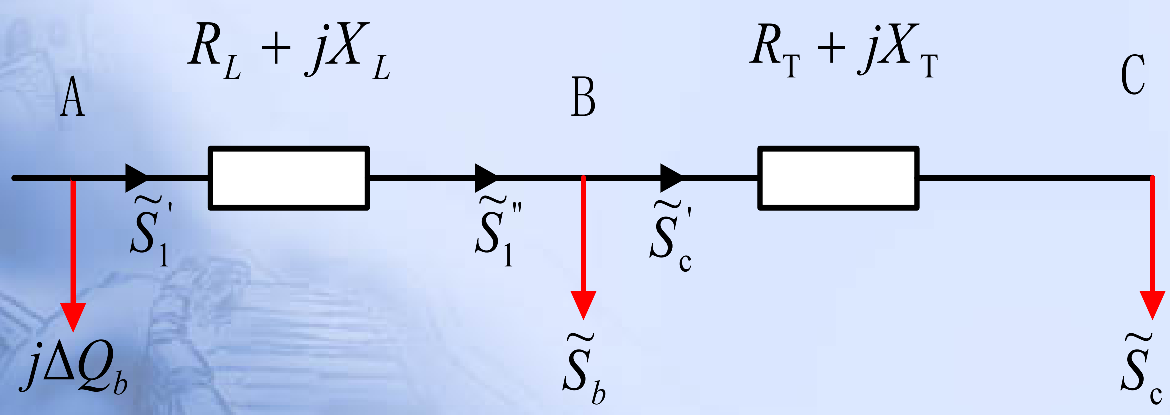


线路中功率损耗

$$\Delta\tilde{S}_L = \left(\frac{S_1''}{U_N}\right)^2 (R_L + jX_L) = \frac{50.26^2 + 27.59^2}{110^2}(8.4 + j16.6)$$
$$= (2.28 + j4.51)\mathrm{MVA}$$

$$\tilde{S}_1' = \tilde{S}_1'' + \Delta\tilde{S}_L = 50.26 + j27.59 + 2.28 + j4.51 = (52.54 + j32.1)\mathrm{MVA}$$

$$\tilde{S}_A = \tilde{S}_1' + j\Delta Q_b = 52.54 + j32.1 - j2.65 = (52.54 + j29.45)\mathrm{MVA}$$



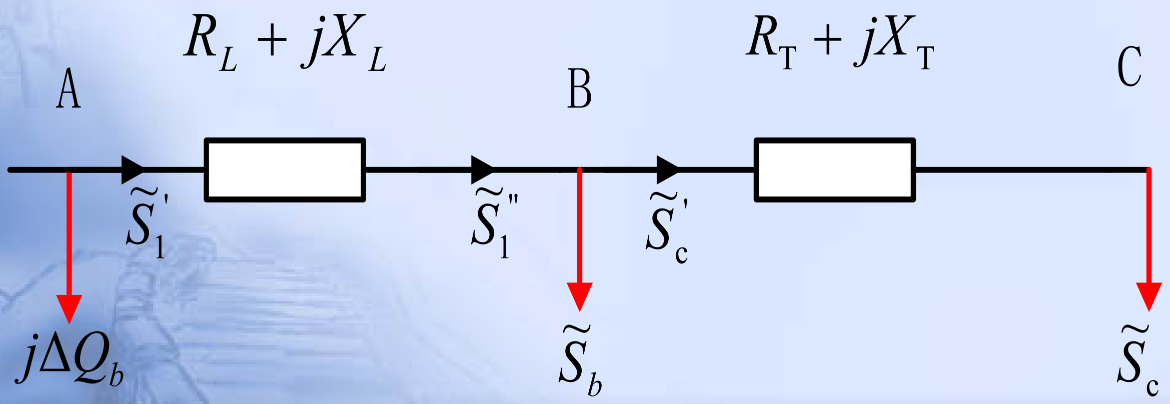
(3) 计算各节点电压

线路中电压降落的纵分量为:

$$\Delta U_L = \frac{P_1^{'} R_L + Q_1^{'} X_L}{U_A} = \frac{52.54 \times 8.4 + 32.1 \times 16.6}{117} = 8.3\text{kV}$$

母线B 电压为

$$U_b \approx U_A - \Delta U_L = 117 - 8.3 = 108.7\text{kV}$$



变压器中电压降落的纵分量为：

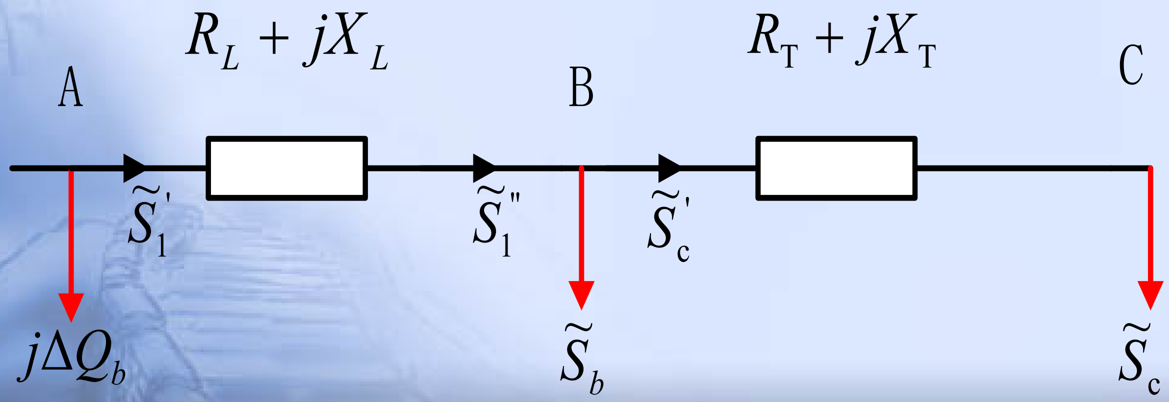
$$\Delta U_T=\frac{P_c'R_T+Q_c'X_T}{U_b}=\frac{20.18\times3.4+17.19\times42.4}{108.7}=7.3\text{kV}$$

母线C的折算电压

$$U_c'\approx U_b-\Delta U_T=108.7-7.3=101.4\text{kV}$$

母线C 的实际电压

$$U_c=U_c'\times\frac{11}{110}=101.4\times\frac{11}{110}=10.14\text{kV}$$



3.1.4 电力网的电能损耗

年电能损耗 $\Delta A=\sum_{i=1}^{n}(\Delta P_i\times\Delta t_i)$ $A=\int_0^{8760}Pdt$

年最大负荷小时 $T_{\max}=\frac{A}{P_{\max}}$ ——愈大，负荷曲线愈平坦

年负荷率 $K_{LY}=\frac{T_{\max}}{8760}=\frac{A}{8760P_{\max}}$

年负荷损耗率 $K_{AY}=\frac{\Delta A}{8760P_{\max}}$

(1)简化年电能损耗计算方法
——年负荷损耗率法

线路

$$K_{LY}=\frac{T_{\max}}{8760}=\frac{A}{8760P_{\max}}$$

$$K_{AY}=K\bullet K_{LY}+(1-K)K_{LY}^{2}$$

$$\Delta A=8760K_{AY}P_{\max}$$ $+T\Delta P_0$

变压器

(2)简化年电能损耗计算方法

——最大负荷损耗时间法

$$\tau_{max} = \frac{\Delta A}{P_{max}}$$

——最大负荷损耗时间

$$\tau_{max} = f(T_{max}, \cos\varphi)$$

$$\Delta A = P_{max}\tau_{max} + \Delta P_0 \cdot T$$

变压器空载损耗

最大负荷损耗时间与相关因素关系

表 3-1　τ 与 T_{max} 和 $\cos\varphi$ 的关系

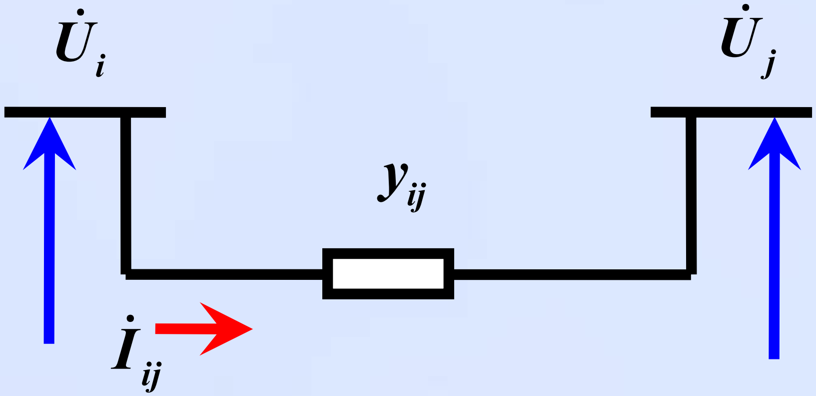
T_{max}/h \ $\cos\varphi$	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
2 000	1 500	1 200	1 000	800	700
2 500	1 700	1 500	1 250	1 100	950
3 000	2 000	1 800	1 600	1 400	1 250
3 500	2 350	2 150	2 000	1 800	1 600
4 000	2 750	2 600	2 400	2 200	2 000
4 500	3 150	3 000	2 900	2 700	2 500
5 000	3 600	3 500	3 400	3 200	3 000
5 500	4 100	4 000	3 950	3 750	3 600
6 000	4 650	4 600	4 500	4 350	4 200
6 500	5 250	5 200	5 100	5 000	4 850
7 000	5 950	5 900	5 800	5 700	5 600
7 500	6 650	6 600	6 550	6 500	6 400
8 000	7 400		7 350		7 250

3.2 复杂电力系统潮流计算

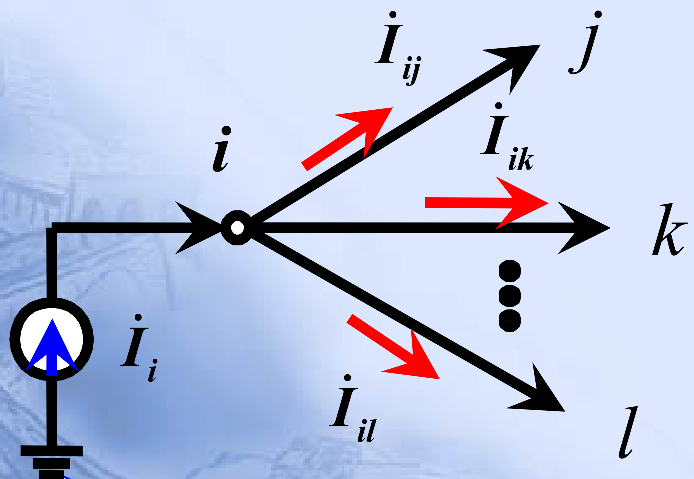
3.2.1 节点电压方程

3.2.2 功率方程和节点类型

3.2.1 节点电压方程



$$\dot{I}_{ij} = y_{ij}(\dot{U}_i - \dot{U}_j)$$



n个节点，$U_0=0$

$$\dot{I}_i = \sum_{j=0,j\neq i}^{n} \dot{I}_{ij} = \sum_{j=0,j\neq i}^{n} y_{ij}(\dot{U}_i - \dot{U}_j)$$

$$= \sum_{j=0,j\neq i}^{n} y_{ij}\dot{U}_i - \sum_{j=0,j\neq i}^{n} y_{ij}\dot{U}_j$$

$$\dot{I}_i = \sum_{j=0, j\neq i}^{n} y_{ij}\dot{U}_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} y_{ij}\dot{U}_j$$

$$\dot{I}_i = \dot{U}_i \sum_{j=0, j\neq i}^{n} y_{ij} \underbrace{- y_{i1}\dot{U}_1 - y_{i2}\dot{U}_2 \cdots - y_{in}\dot{U}_n}$$

节点 *i* 自导纳

$$Y_{ii} \triangleq \sum_{j=0, j\neq i}^{n} y_{ij}, \quad Y_{ij} \triangleq -y_{ij}$$

i - *j* 之间互导纳

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j$$

$$= Y_{i1}\dot{U}_1 + Y_{i2}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{ii}\dot{U}_i + \cdots + Y_{in}\dot{U}_n$$

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{1i}\dot{U}_i + \cdots + Y_{1n}\dot{U}_n \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{2i}\dot{U}_i + \cdots + Y_{2n}\dot{U}_n \\ \quad\vdots \\ \dot{I}_n = Y_{n1}\dot{U}_1 + Y_{n2}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{ni}\dot{U}_i + \cdots + Y_{nn}\dot{U}_n \end{cases}$$

节点导纳矩阵

节点电流列向量

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_i \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix}$$

节点电压列向量

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \quad \mathbf{U}$$

导纳矩阵 Y

$$
\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}
Y_{11} & Y_{12} & \cdots Y_{1i} & \cdots Y_{1n} \\
Y_{21} & Y_{22} & \cdots Y_{2i} & \cdots Y_{2n} \\
 & & \vdots & \vdots \\
Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots Y_{ii} & \cdots Y_{in} \\
 & & \vdots & \vdots \\
Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots Y_{ni} & \cdots Y_{nn}
\end{bmatrix}
$$

非对角元素 Y_{ij}：
i - j 间支路导纳负值

$$Y_{ij}=-y_{ij}$$

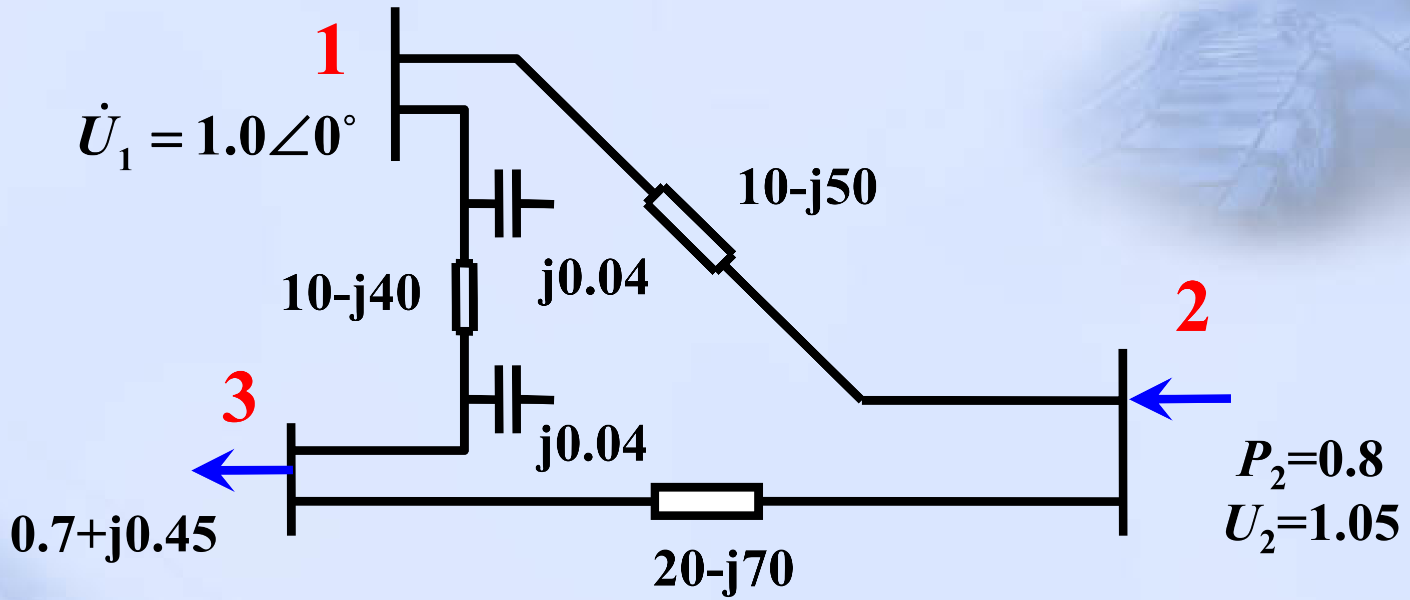
联结于 i 节点
支路导纳之和

$$Y_{ii}=\sum_{j=0,j\neq i}^{n} y_{ij}$$

◆n节点导纳矩阵 Y 的特点

- $n \times n$ 阶方阵。
- 对称。
- 复数矩阵。
- Y_{ij} 是节点 i 和 j 之间线路导纳矩阵的负值。若 $i-j$间无关联，$Y_{ij}=0$。
- Y_{ii} 是所有连接于节点 i 的线路（包括接地支路）之和。
- 每一节点平均与3～5个相邻节点有联系，导纳矩阵是一高度稀疏矩阵。

例 求导纳矩阵法(均用导纳表示)



$$
\begin{cases}
Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} = j0.04 + 10 - j50 + 10 - j40 = 20 - j89.96 \\
Y_{22} = y_{12} + y_{23} = 10 - j50 + 20 - j70 = 30 - j120 \\
Y_{33} = y_{30} + y_{13} + y_{23} = j0.04 + 10 - j40 + 20 - j70 = 30 - j109.96 \\
Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} = -(10 - j50) = -10 + j50 \\
Y_{13} = Y_{31} = -y_{13} = -(10 - j40) = -10 + j40 \\
Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} = -(20 - j70) = -20 + j70
\end{cases}
$$

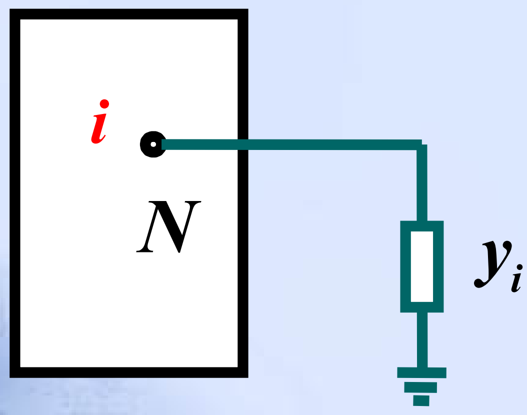
导纳矩阵**Y**

$$Y=\begin{bmatrix} 20-j89.96 & -10+j50 & -10+j40 \\ -10+j50 & 30-j120 & -20+j70 \\ -10+j40 & -20+j70 & 30-j109.96 \end{bmatrix}$$

导纳矩阵的修改

1. 在原网络增加一接地支路
2. 原网络两节点间增加一条支路
3. 从原网络引一条新支路，同时增加一新节点
4. 增加一台变压器
5. 修改网络中支路参数

➢在原网络增加1条接地支路

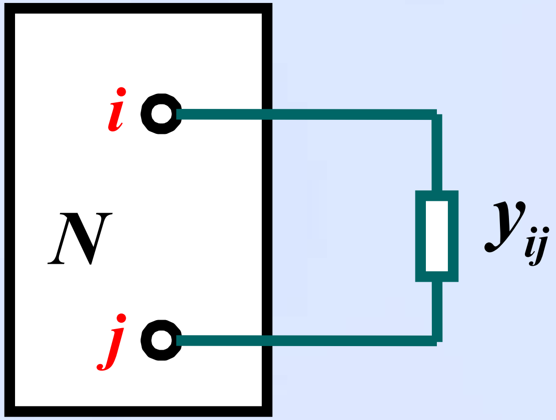


$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots Y_{1i} & \cdots Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots Y_{2i} & \cdots Y_{2n} \\ \vdots & & & \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots Y'_{ii} & \cdots Y_{in} \\ \vdots & & & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots Y_{ni} & \cdots Y_{nn} \end{bmatrix}$$

$$Y'_{ii}=Y_{ii}+\Delta Y_{ii}=Y_{ii}+y_i$$

结论：改变节点 *i* 所对应的主对角元即可。

➢原网络节点 *i*、*j* 间增加1条支路

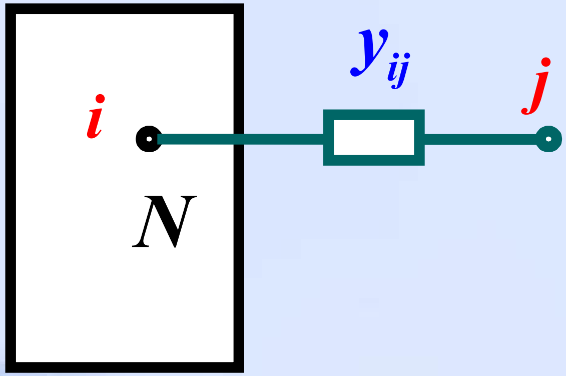


$$
\mathrm{Y}=\begin{bmatrix}
Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n}\\
\vdots & & & & & & \\
Y_{i1} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y'_{ij} & \cdots & Y_{in}\\
\vdots & & & & & & \\
Y_{j1} & \cdots & Y'_{ji} & \cdots & Y'_{jj} & \cdots & Y_{jn}\\
\vdots & & & & & & \\
Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn}
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{cases}
Y'_{ii}=Y_{ii}+\Delta Y_{ii}=Y_{ii}+y_{ij}\\
Y'_{jj}=Y_{jj}+\Delta Y_{jj}=Y_{jj}+y_{ij}\\
Y'_{ij}=Y_{ij}+\Delta Y_{ij}=Y_{ij}-y_{ij}\\
Y'_{ji}=Y_{ji}+\Delta Y_{ji}=Y_{ji}-y_{ij}
\end{cases}
$$

结论：改变节点 *i* 和 *j* 所对应的行和列即可。

➢从原网络引出1条新支路，增加1个新节点

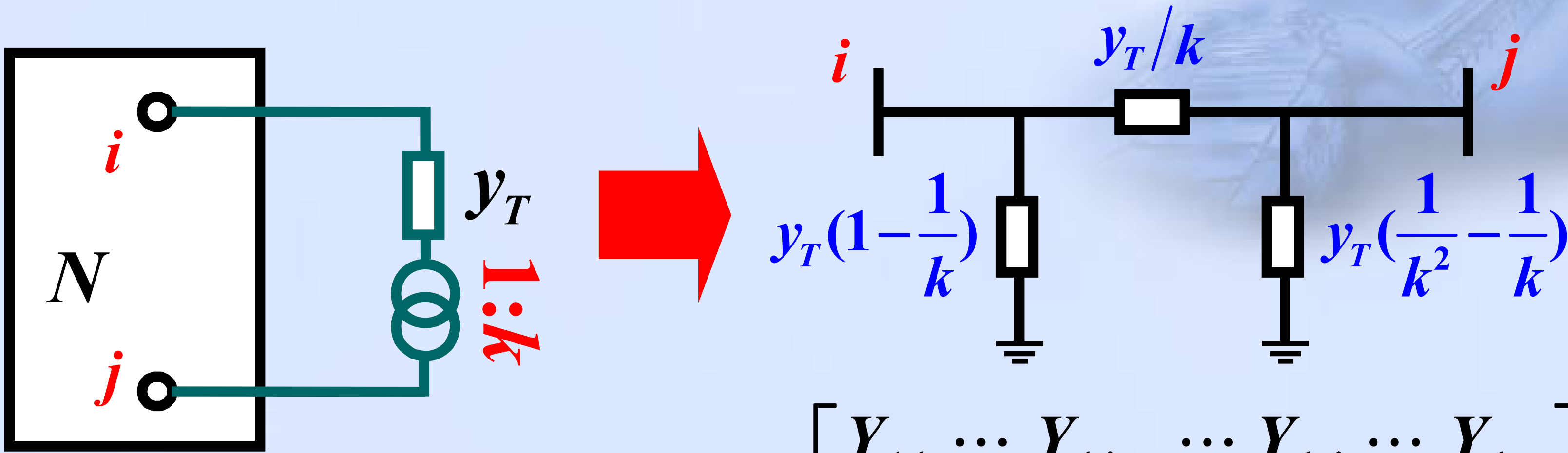


$$
\mathbf{Y}=\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc|c} \phantom{Y_{11}} & & i\text{列} & & & j\text{列} \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccc|c}
Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
Y_{i1} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y_{in} & Y_{ij} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} & 0 \\
\hline
0 & \cdots & Y_{ji} & \cdots & 0 & Y_{jj}
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{l} \\ \\ \\ i\text{行} \\ \\ \\ j\text{列} \end{array}
$$

$$
\begin{cases}
Y'_{ii}=Y_{ii}+\Delta Y_{ii}=Y_{ii}+y_{ij} \\
Y_{jj}=y_{ij} \\
Y_{ij}=Y_{ji}=-y_{ij}
\end{cases}
$$

结论：矩阵阶数增加 **1** 阶，改变 ***i*** 所对应的主对角元及与 ***j*** 所对应的行和列即可。

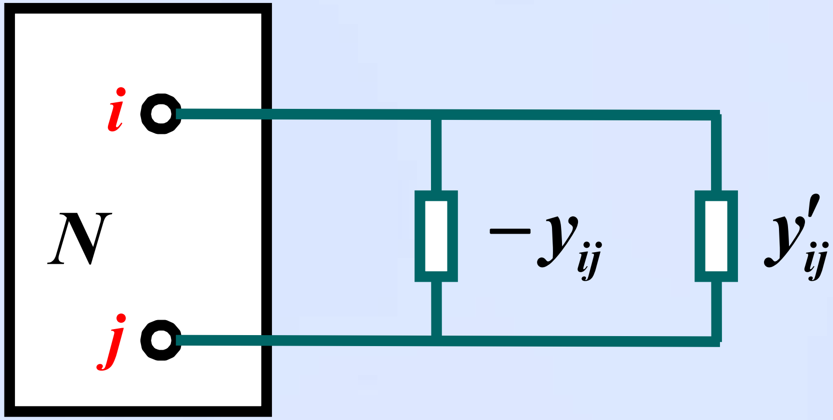
➢原网络节点 i、j 间增加 1 台变压器



$$
\begin{cases}
\Delta Y_{ii} = \dfrac{y_T}{k} + y_T(1-\dfrac{1}{k}) = y_T \\
\Delta Y_{jj} = \dfrac{y_T}{k} + y_T(\dfrac{1}{k^2}-\dfrac{1}{k}) = \dfrac{y_T}{k^2} \\
\Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = -\dfrac{y_T}{k}
\end{cases}
$$

$$
\mathbf{Y} = \begin{bmatrix}
Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n} \\
\vdots & & & & & & \\
Y_{i1} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y'_{ij} & \cdots & Y_{in} \\
\vdots & & & & & & \\
Y_{j1} & \cdots & Y'_{ji} & \cdots & Y'_{jj} & \cdots & Y_{jn} \\
\vdots & & & & & & \\
Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn}
\end{bmatrix}
$$

➢修改网络支路参数



$$
Y=\begin{bmatrix}
Y_{11}\cdots Y_{1i} & \cdots Y_{1j}\cdots Y_{1n}\\
\vdots & \\
Y_{i1}\cdots Y'_{ii} & \cdots Y'_{ij}\cdots Y_{in}\\
\vdots & \\
Y_{j1}\cdots Y'_{ji} & \cdots Y'_{jj}\cdots Y_{jn}\\
\vdots & \\
Y_{n1}\cdots Y_{ni} & \cdots Y_{nj}\cdots Y_{nn}
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{cases}
\Delta Y_{ii}=-y_{ij}+y'_{ij}\\
\Delta Y_{jj}=-y_{ij}+y'_{ij}\\
\Delta Y_{ij}=y_{ij}-y'_{ij}\\
\Delta Y_{ji}=y_{ij}-y'_{ij}
\end{cases}
$$

节点阻抗矩阵

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{U} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{I} = \mathbf{Z}\mathbf{I}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2i} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{ni} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

——节点阻抗矩阵。

- 节点阻抗矩阵 **Z** 的元素一般不为零，满阵。
- 非对角元素 Z_{ij}，互阻抗； Z_{ii}，自阻抗。

3.2.2 功率方程和节点分类

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \overset{*}{I}_i = \dot{U}_i \sum_{j=1}^{n} \overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j$$

实数化，**2**个功率方程:

$\dot{U} = Ue^{j\delta}$:　$P_i = P_i(U,\delta)$，$Q_i = Q_i(U,\delta)$ ——极坐标形式

$\dot{U} = e + jf$:　$P_i = P_i(e,f)$，$Q_i = Q_i(e,f)$ ——直角坐标形式

结论：每个节点有**4**个变量：注入有功功率P_i、注入无功功率Q_i、电压幅值U_i和相角δ_i，还必须给定**2**个。

节点分类

类型	已知	待求	适用	说明
PV	P，U	Q，δ	发电机节点，装有调相机的变电所节点	PQ、PV节点分别约占系统节点总数的**85%**和**15%**。平衡节点只有**1**个
P，Q	P，Q	U，δ	负荷节点，给定有功和无功的发电机和没无功调节设备的变电站节点	
平衡	U，d	P，Q	容量足够大的发电机节点	

(1) 极坐标形式

$$\begin{cases} P_i + jQ_i = \dot{U}_i \overset{*}{I}_i = \dot{U}_i \sum\limits_{j=1}^{n} \overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j \\ \dot{U}_i = U_i \angle \delta_i \\ Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \\ \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j \end{cases}$$

转化为两个实数方程

$$\begin{cases} P_i = \sum\limits_{j=1}^{n} U_i U_j (G_{ij} \cos\delta_{ij} + B_{ij} \sin\delta_{ij}) \\ \qquad (i = 1, 2, \cdots, n) \\ Q_i = \sum\limits_{j=1}^{n} U_i U_j (G_{ij} \sin\delta_{ij} - B_{ij} \cos\delta_{ij}) \\ \qquad (i = 1, 2, \cdots, n) \end{cases}$$

(2) 直角坐标形式

$$\boxed{P_i + jQ_i = \dot{V}_i \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{ij} \hat{V}_j}$$

$$\dot{V}_i = e_i + jf_i = V_i \cos\theta_i + \mathrm{j}(V_i \sin\theta_i), \quad \dot{V}_j = e_j + \mathrm{j}f_j = V_j \cos\theta_j + \mathrm{j}(V_j \sin\theta_j)$$

$$\begin{cases} P_i = e_i \sum_{j\in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i \sum_{j\in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \\ Q_i = f_i \sum_{j\in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i \sum_{j\in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \end{cases}$$

$$令 a_i = \sum_{j\in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j),\ b_i = \sum_{j\in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

$$\begin{cases} P_i = e_i a_i + f_i b_i \\ Q_i = f_i a_i - e_i b_i \end{cases}$$

(3) 非线性方程组

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) \\ \Delta Q_i = Q_{is} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) \end{cases}$$

节点i的有功功率

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - e_i \sum_{j \in i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j \in i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ \Delta Q_i = Q_{is} - f_i \sum_{j \in i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j \in i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{cases}$$

节点i的无功功率

潮流：给定P_{is}、Q_{iS}，求解一组电压向量V_i、 θ_i 或e_i、f_i，使得非线性方程组得到功率误差ΔP_i、ΔQ_i在允许的范围内。

(4) 潮流工程约束条件

- 电压数值的约束条件

$$U_{i\min} \leqslant U_i \leqslant U_{i\max}$$

- 功率约束条件

$$P_{i\min} \leqslant P_i \leqslant P_{i\max},\ Q_{i\min} \leqslant Q \leqslant Q_{i\max}$$

- 电压相位角约束条件: 保证系统稳定的一个重要条件

$$|\theta_{ij}| < |\theta_{ij}|_{\max}$$

3.3 Gauss-Seidel潮流计算

3.3.1 Gauss-Seidel解方程原理

- 单变量

$$f(x)=0 \longleftrightarrow x=g(x)$$

$$x^{(1)}=g(x^{(0)}),\quad x^{(2)}=g(x^{(1)}),\cdots,\quad x^{(k+1)}=g(x^{(k)})$$

若$\left|x^{(k+1)}-x^{(k)}\right|\le\varepsilon$(指定误差)，则收敛。

- 多变量

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=0 \quad \Longleftrightarrow \quad x_i = g_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)},x_2^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k)},x_2^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k)},x_2^{(k)},\cdots,x_{n-1}^{(k)},x_n^{(k)}) \end{cases}$$

Gauss思想

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)},x_2^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k+1)},x_2^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k+1)},x_2^{(k+1)},\cdots,x_{n-1}^{(k+1)},x_n^{(k)}) \end{cases}$$

Seidel思想：

利用最新信息

效果更明显

Gauss-Seidel迭代例题

$$\text{求解}\begin{cases} f_1(x_1,x_2)=3x_1+2x_1x_2-1=0 \\ f_2(x_1,x_2)=3x_2-x_1x_2+1=0 \end{cases}$$

$$\text{迭代格式}\begin{cases} x_1^{(k)}=-\dfrac{2}{3}x_1^{(k-1)}x_2^{(k-1)}+\dfrac{1}{3} \\ x_2^{(k)}=\dfrac{1}{3}x_1^{(k)}x_2^{(k-1)}-\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$x_1^{(0)}=0, x_2^{(0)}=0$$

$$x_1^{(1)}=0.3333, x_2^{(1)}=-0.3333$$

……

结束条件： $\max(f_1, f_2)\le \varepsilon(=10^{-3})$

Gauss-Seidel迭代过程数值变化

k	x1	x2	f1	f2
1	0.3333	－0.3333	-0.2222	0.1111
2	0.4074	-0.3786	-0.6863	0.0184
3	0.4362	-0.3884	-0.0303	0.0043
4	0.4463	-0.3911	-0.0103	0.0012
5	0.4497	-0.3920	-0.0034	3.8347E-04
6	0.4508	-0.3922	-0.0012	1.2532E-04
7	**0.4512**	**-0.3923**	**-3.8411E-04**	**4.1495E-05**
8	0.4514	-0.3924	-1.2807E-04	-1.3801E-05
9	0.4514	-0.3924	-4.2692E-05	4.5967E-06

方程组解：x_1=0.4512, x_2=-0.3923，误差<10^{-3}.

Gauss-Seidel程序

```
% Part 1: Initializing data;
   x1=0;
   x2=0;
   Nmax=10;
   Precision=1E-03;    % Tolerance level;

% Part 2: Iterating value using Gass-Seidel method;
   for k=1:Nmax
      Error=0;
      x1=-2/3*x1*x2+1/3;
      x2=x1*x2/3-1/3;
      f1=3*x1+2*x1*x2-1;
      f2=3*x2-x1*x2+1;
     Error=max(abs(f1),abs(f2));
     if Error<Precision
        disp('Iteration successful');
        break
     end
   end
```

```
% Part 3:Outputing message;
 if Error>Precision
     disp('Calculation is fail.');
     disp('Inceasing Nmax or deceasing precision!')
 end
```

3.3.2 Gauss-Seidel潮流计算

$$P_i + jQ_i = \dot{V}_i \sum_{j=1}^{n} \hat{Y}_{ij} \hat{V}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{V}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i}$$

$$Y_{ii} \dot{V}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} Y_{ij} \dot{V}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i}$$

$$\dot{V}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} Y_{ij} \dot{V}_j \right)$$

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{V}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij} \dot{V}_j^{(k)} \right]$$

——Gauss-Seidel潮流迭代格式

(1) PQ节点的迭代

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}\dot{V}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij}\dot{V}_j^{(k)}\right]$$

实施方法:

直接把各节点的上一次电压值代入进行迭代计算。

(2) PV节点的迭代

PV节点的***P***、***V***已知，无功功率Q_i是未知量，须先计算。

$$Q_i^{(k)} = \mathrm{Im}(\dot{U}_i^{(k)} \hat{I}_i^{(k)}) \qquad \hat{I}_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{i-1} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{Q_i^{(k)} = \mathrm{Im}(\dot{U}_i^{(k)} \hat{I}_i^{(k)}) = \mathrm{Im}[\dot{U}_i^{(k)} (\sum_{j=1}^{i-1} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k)})]}$$

——***PV***节点，***Q***迭代公式

$$\boxed{\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} [\frac{P_i - jQ_i^{(k)}}{\hat{V}_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{V}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij} \dot{V}_j^{(k)}]}$$

i-th节点为"*PV*"类型——*V_i*幅值已知，如何处理？ **幅角代入**

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = V_i e^{j\theta_i}$$

PV节点的迭代讨论

$$Q_i^{(k)} < Q_{i\min}$$ ■$Q=Q_{i\min}$

$$Q_i^{(k)} > Q_{i\max}$$ ■$Q=Q_{i\max}$

转为*PQ*节点

$$Q_{i\min} < Q_i^{(k)} < Q_{i\max}$$ ■实际代入。

$$Q_i^{(k)} = \mathrm{Im}(\dot{U}_i^{(k)} \hat{I}_i^{(k)}) = \mathrm{Im}[\dot{U}_i^{(k)} (\sum_{j=1}^{i-1} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} \hat{Y}_{ij} \hat{U}_j^{(k)})]$$

$$Q_i^{(k)} = -\mathrm{Im}(\hat{U}_i^{(k)} I_i^{(k)}) = \mathrm{Im}[\hat{U}_i^{(k)} (\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)})]$$

等价

——共轭求取较少

(3) 平衡节点 (Swing bus)

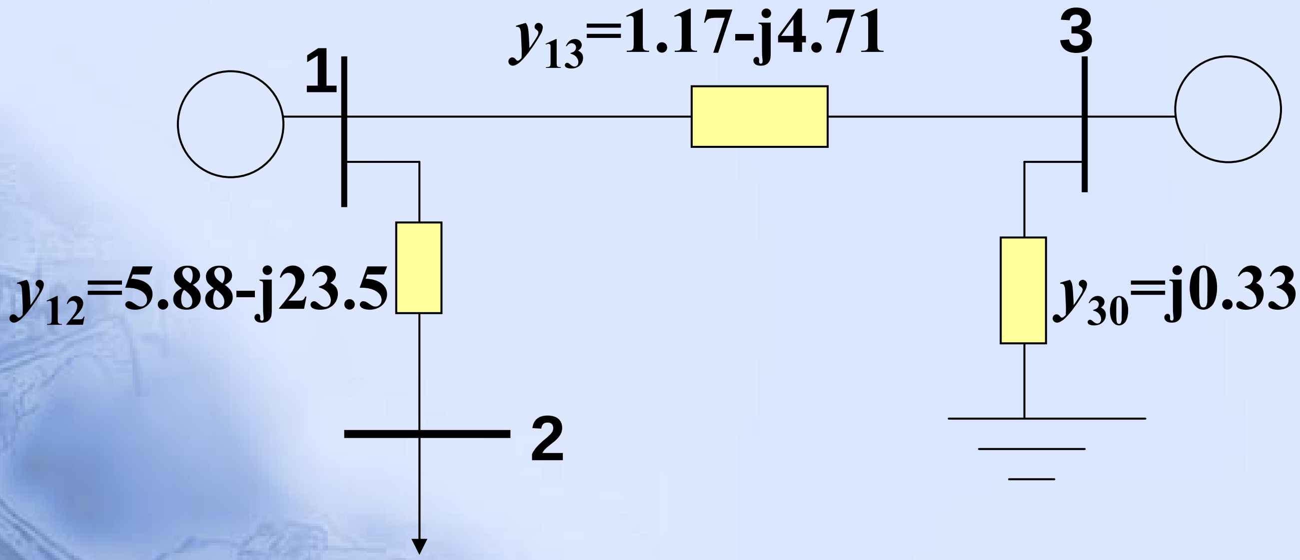
电压已知，无需迭代。

(4) 收敛判据

$$\max|\dot{U}_i^{(k+1)}-\dot{U}_i^{(k)}|<\varepsilon(给定误差)?$$

Gauss-Seidel程序的实现

节点1，平衡节点；节点2，*PQ*节点，S_2=-0.8-j0.6；节点3，*PV*节点，P_3=0.4,U_3=1.1。计算节点2的电压、节点3的相位角。



参考：陈珩，电力系统分析[M]. 北京：水利电力出版社，1985：146-148.

Matlab实现

```
% Part 1: Creating admittance matrix Y;
    clear;
    y13=1.17-j*4.71;  % Admittances linked 2-nodes;
    y12=5.88-j*23.5;
    y30=j*0.33;
   Y=[y12+y13  -y12  -y13;
      -y12     y12   0;
      -y13      0    y13+y30];
```

```
% Part 2: Initialing voltage, power value;
    U(1)=1;    % Swing node;
    U3=1.1;    % Magnitude for PV node;
    P(3)=0.4;
    S(2)=-0.8-j*0.6;
    Nmax=10;
    Precision=1E-06;      % Tolerance level;

% Part 3: Iterative process;
    U(2)=1.0;   % Setting initial voltage for 2-th node, need to solve.
    Sita3=0;    % Phase angle for 3th node, need to solve.
    MaxError=0;
    U(3)=U3*exp(j*Sita3);
```

```
for k=1:Nmax
    U_old(2:3)=U(2:3);  %Save old voltage in order to determine convergence
    % For PQ node, 2th nods;
      Temp1=conj(S(2)/U(2))-Y(2,1)*U(1)-Y(2,3)*U(3);
      U(2)=Temp1/Y(2,2);
    % For PV nodes, 3th node;
      Temp3=conj(U(3))*(Y(3,3)*U(3)+Y(3,1)*U(1)+Y(3,2)*U(2));
      Q(3)=-imag(Temp3);
      S(3)=P(3)+j*Q(3);
      Temp3=conj(S(3)/U(3))-Y(3,1)*U(1)-Y(3,2)*U(2);
      U(3)=Temp3/Y(3,3);
      Sita3=angle(U(3));
      U(3)=U3*exp(j*Sita3);
```

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}\dot{V}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij}\dot{V}_j^{(k)}\right]$$

$$Q_i^{(k)} = -\mathrm{Im}\left[\hat{U}_i^{(k)}\left(\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}\dot{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j^{(k)}\right)\right]$$

$$\dot{V}_i^{(k+1)} = V_i e^{j\theta_i}$$

```
% Convergence criterion;
    for p=2:3
      Error(p)=U(p)-U_old(p);
    end
    MaxError=max(abs(Error(2)),abs(Error(3)));
    if MaxError<Precision
      disp('Iteration successful');
      disp('Iteration number=');
      disp(k);
      MaxError
      break
    end
end
```

$$\max|\dot{U}_i^{(k+1)}-\dot{U}_i^{(k)}|<\varepsilon(\text{给定误差})?$$

```
% Part 4: Output messages;
    if MaxError>Precision
      disp('Calculation is fail.');
      disp('Inceasing Nmax or deceasing presion!')
    end
 % T HE END, 2010-10-20.
```

Gauss-Seidel迭代过程物理量变化

k	U(2)	Angle(U(3))	MaxError
1	9.6796e-001 -2.6025e-002i	4.7144e-002	5.1854e-002
2	9.6620e-001 -2.5978e-002i	5.1666e-002	4.9742e-003
3	9.6614e-001 -2.6025e-002i	5.2022e-002	3.9124e-004
4	9.6613e-001 -2.6025e-002i	5.2049e-002	3.0165e-005
5	9.6613e-001 -2.6025e-002i	5.2051e-002	2.3221e-006
6	9.6613e-001 -2.6025e-002i	5.2051e-002	1.7873e-007

结论：迭代误差＝**10^{-6}**

$$\dot{U}_2 = 0.96613\text{-j}0.026025,\ \delta_3 = 0.052051(\text{rad})$$

论文作业

Gauss-Seidel潮流计算(题目)

撰写一篇小论文，建议内容：

- 概述：简单介绍潮流计算的意义，发展等。
- 计算原理：参考书上内容，介绍这一类算法的通用迭代格式。
- 算法的实现与讨论：设定一算例，可参考课件上的程序进行计算(自己编写更好)，对某些问题进行讨论(自己想)，可以做出表格、曲线等。
- 结论：至少得到两点结论。
- 参考文献：必须的，并且要在概述中引用。
- 注意：论文格式规范性，好的推荐到**APSC2011**。**2010**年**11**月**19**号前发**word**文档至信箱。

3.4 Newton-Raphson法潮流计算

3.4.1 N-R法基本原理

3.4.2 潮流方程N-R修正格式

3.4.3 N-R求解过程

3.4.4 N-R的MATLAB实现

3.4.5 N-R计算潮流的有关问题

3.4.1 Newton-Raphson法基本原理

解非线性方程组的一种有效方法。

核心：把非线性方程的求解变成反复对应的线性方程组的求解过程，也称作逐次线性化过程(也称作"切线法")。

非线性方程 $f(x)=0$

设$x^{(0)}$为方程的初值， 真解 $x = x^{(0)} - \Delta x^{(0)}$, $\Delta x^{(0)}$为修正量。

$$f(x^{(0)} - \Delta x^{(0)}) = 0$$

$$f(x^{(0)} - \Delta x^{(0)}) = f(x^{(0)}) - f^{'}(x^{(0)})\Delta x^{(0)} + f^{''}(x^{(0)})\frac{(\Delta x^{(0)})^2}{2!} - \cdots$$

$$+(-1)^n f^{(n)}(x^{(0)})\frac{(\Delta x^{(0)})^{(n)}}{n!} + \cdots = 0$$

$$f(x^{(0)}-\Delta x^{(0)})=f(x^{(0)})-f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)}+f''(x^{(0)})\frac{(\Delta x^{(0)})^2}{2!}-\cdots$$

$$+(-1)^n f^{(n)}(x^{(0)})\frac{(\Delta x^{(0)})^{(n)}}{n!}+\cdots=0$$

近似处理：当$\Delta x^{(0)}$小时

$$f(x^{(0)})-f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)}=0$$ ——修正方程

新解：$x^{(1)}=x^{(0)}-\Delta x^{(0)}$

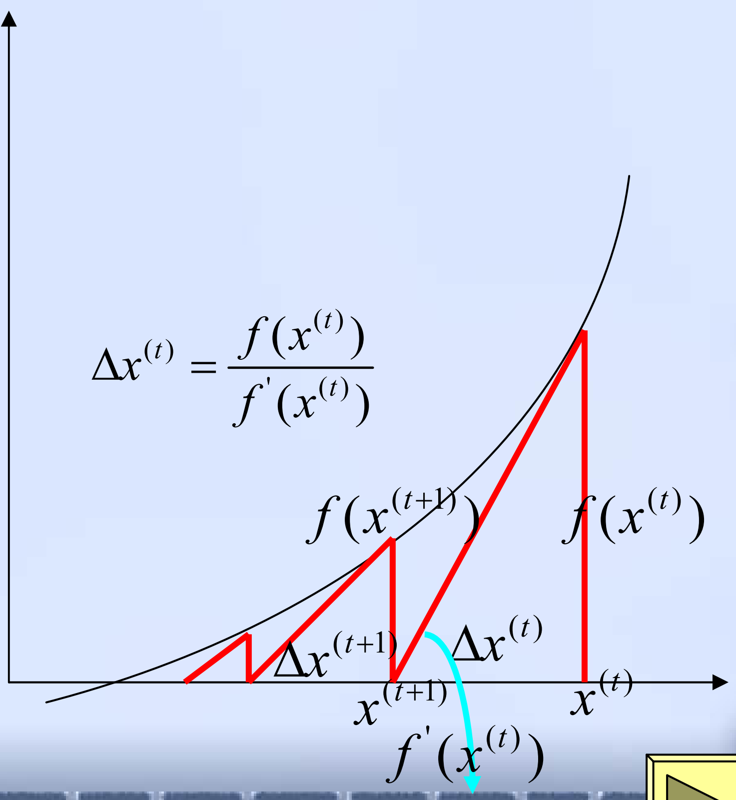
继续修正：$f(x^{(1)})-f'(x^{(1)})\Delta x^{(1)}=0$

更新的解：$x^{(2)}=x^{(1)}-\Delta x^{(1)}$

$\vdots$

$$f(x^{(t)})-f'(x^{(t)})\Delta x^{(t)}=0$$

若$f(x^{(t)})\to 0$, 则$x^{(t)}$为方程$f(x)$的解。



多变量Newton-Raphson法

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1(x_1^{(0)} - \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} - \Delta x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)} - \Delta x_n^{(0)}) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)} - \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} - \Delta x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)} - \Delta x_n^{(0)}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}) - [\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}|_0 \Delta x_1^{(0)} + \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}|_0 \Delta x_2^{(0)} + \cdots + \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n}|_0 \Delta x_n^{(0)}] = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}) - [\dfrac{\partial f_n}{\partial x_1}|_0 \Delta x_1^{(0)} + \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2}|_0 \Delta x_2^{(0)} + \cdots + \dfrac{\partial f_n}{\partial x_n}|_0 \Delta x_n^{(0)}] = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)},x_2^{(0)},\cdots,x_n^{(0)}) \\ f_2(x_1^{(0)},x_2^{(0)},\cdots,x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)},x_2^{(0)},\cdots,x_n^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_0 \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

——线性方程组，**N-R**的修正方程

解出$\Delta x_1^{(0)},\Delta x_2^{(0)},\cdots,\Delta x_n^{(0)}$

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} - \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} - \Delta x_2^{(0)} \\ \qquad \vdots \\ x_n^{(1)} = x_n^{(0)} - \Delta x_n^{(0)} \end{cases}$$

第t次迭代：

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \cdots, x_n^{(t)}) \\ f_2(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \cdots, x_n^{(t)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \cdots, x_n^{(t)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_t \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(t)} \\ \Delta x_2^{(t)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(t)} \end{bmatrix}$$

第t次迭代时函数的误差向量　　雅克比矩阵　　修正向量

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^{(t)}) = \boldsymbol{J}^{(t)} \Delta \boldsymbol{X}^{(t)}$$

$$\boldsymbol{X}^{(t+1)} = \boldsymbol{X}^{(t)} - \Delta \boldsymbol{X}^{(t)}$$

收敛判据　$\| \Delta \boldsymbol{X}^{(t)} \| < \varepsilon_1$，或，$\| F(\boldsymbol{X}^{(t)}) \| < \varepsilon_2$

N-R求解非线性方程组

解非线性方程 $\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - 11 = 0 \\ x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_3 - 3 = 0 \\ x_1 - x_1 x_3 + x_2 x_3 - 6 = 0 \end{cases}$, $|\Delta x| < 10^{-2}$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 2x_1 & -2x_2 & 2x_3 \\ x_2 & x_1 + 2x_2 & -3 \\ 1 - x_3 & x_3 & -x_1 + x_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

N-R法解线性方程组Matlab实现(NREquation.m)

Part 1: Inializing value;

```
clear;
Dx=[100;100;100];          % Max value of varies changing;
x=[1;1;1];                 % Initializing value of x, that is x0;
TL=1E-02;                  % Tolerance level;
Nmax=10;                   % Max number of permitted iteration;
k=0;
```

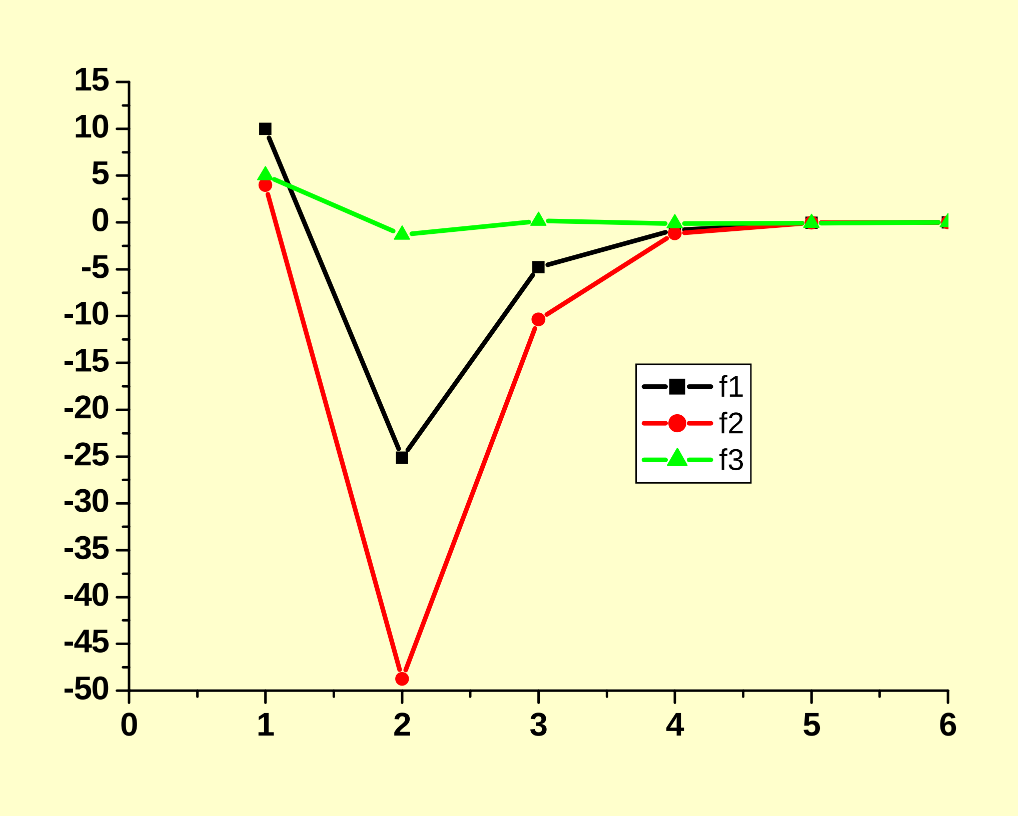
```
% Part 2: Iterative process using N-R method;
while max(abs(Dx))>TL & k<Nmax;     % Test for convergence;
    k=k+1；
    F=[x(1)^2-x(2)^2+x(3)^2－11
       x(1)*x(2)+x(2)^2-3*x(3)－3
       x(1)-x(1)*x(3)+x(2)*x(3)－6];
    J=[2*x(1)    -2*x(2)     2*x(3)
        x(2)       x(1)+2*x(2)  -3
        1-x(3)      x(3)       -x(1)+x(3)];
       Dx=J\F;    % Changing of varies;
       x=x-Dx;    % Continue computing;
end
```

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - 11 = 0 \\ x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_3 - 3 = 0 \\ x_1 - x_1 x_3 + x_2 x_3 - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 2x_1 & -2x_2 & 2x_3 \\ x_2 & x_1 + 2x_2 & -3 \\ 1 - x_3 & x_3 & -x_1 + x_2 \end{bmatrix}$$

N-R法计算结果

$$\boldsymbol{x}^{(6)}=\begin{bmatrix}1.9998\\3.0002\\4.0003\end{bmatrix},\Delta\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}1.6021\text{E-03}\\-1.2697\text{E-03}\\-1.7627\text{E-03}\end{bmatrix},\max(\Delta\boldsymbol{x})<1\text{E-02}$$



3.4.2 潮流公式的修正方程式

(1) 极坐标形式

V_i的待求数

θ_i的待求数

已知：n个节点，PV节点为r个，平衡节点为1个；

PQ节点为$(n-r-1)$个。

待求：电压幅值V_i和幅角 θ_i ，未知数为$(n-r-1)+(n-1)=2n-r-2$。

有功迭代：PV、PQ均为已知，平衡节点电压已知不迭代，共有$(n-1)$个方程。

$$\begin{cases} \Delta P_1 = P_{1S} - V_1 \sum\limits_{j \in 1} V_j (G_{1j} \cos\theta_{1j} + B_{1j} \sin\theta_{1j}) = 0 \\ \Delta P_2 = P_{2S} - V_2 \sum\limits_{j \in 2} V_j (G_{2j} \cos\theta_{2j} + B_{2j} \sin\theta_{2j}) = 0 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} = P_{n-1,S} - V_{n-1} \sum\limits_{j \in (n-1)} V_j (G_{n-1,j} \cos\theta_{n-1,j} + B_{n-1,j} \sin\theta_{n-1,j}) = 0 \end{cases}$$

无功迭代： ***PV*节点V_i已知，不需要求解，但*Q*为未知，也无法参与迭代，共有*r*个；*PQ*为已知，(*n*-*r*-1) 个；平衡节点电压已知不迭代；共有(*n*-*r*-1)个方程。**

$$\begin{cases} \Delta Q_1 = Q_{1S} - V_1 \sum\limits_{j\in 1} V_j (G_{1j}\sin\theta_{1j} - B_{1j}\cos\theta_{1j}) = 0 \\ \Delta Q_2 = Q_{2S} - V_2 \sum\limits_{j\in 1} V_j (G_{2j}\sin\theta_{2j} - B_{2j}\cos\theta_{2j}) = 0 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-r-1} = Q_{n-r-1,S} - V_{n-r-1} \sum\limits_{j\in(n-r-1)} V_j (G_{n-r-1,j}\sin\theta_{n-r-1,j} - B_{n-r-1,j}\cos\theta_{n-r-1,j}) = 0 \end{cases}$$

有功*P*、无功*Q*方程个数： **(*n*-1)+(*n*-*r*-1)=2*n*-*r*-2，与未知数的个数相等，可以定解。**

思考：通过迭代需要求解？

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \boldsymbol{V} \end{bmatrix}$$

——线性方程组

$$\begin{bmatrix} \theta^{(k+1)} \\ V^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^{(k)} \\ V^{(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\theta^{(k)} \\ \Delta V^{(k)} \end{bmatrix}$$

关键问题？ 求解$\boldsymbol{H,N,J,L}$ ←——对比 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^{(t)}) = \boldsymbol{J}^{(t)} \Delta \boldsymbol{X}^{(t)}$

如何求解分块矩阵..........？

Jacobi矩阵元素的组成

$$\begin{bmatrix} (\Delta \boldsymbol{P})_{(n-1)\times 1} \\ (\Delta \boldsymbol{Q})_{(n-r-1)\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{(n-1)\times(n-1)} & \boldsymbol{N}_{(n-1)\times(n-r-1)} \\ \boldsymbol{J}_{(n-r-1)\times(n-1)} & \boldsymbol{L}_{(n-r-1)\times(n-r-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta \boldsymbol{\theta})_{(n-1)\times 1} \\ (\Delta \boldsymbol{V}/\boldsymbol{V})_{(n-r-1)\times 1} \end{bmatrix}_{(2n-r-2)\times 1}$$

表示(Δ V_i/V_i)之意，为了方便

求解的思路：展开 Δ $\boldsymbol{P}$、 Δ $\boldsymbol{Q}$的表达式，然后对对应量求偏导数。

$$H_{ij} = \frac{\partial(\Delta P_i)}{\partial \theta_j}, N_{ij} = \frac{\partial(\Delta P_i)}{\partial V_j} V_j$$

$$J_{ij} = \frac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial \theta_j}, L_{ij} = \frac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial V_j} V_j$$

求解H_{12}、H_{11}

$$\Delta P_1 = P_{1S} - V_1 \sum_{j \in 1} V_j (G_{1j} \cos\theta_{1j} + B_{1j} \sin\theta_{1j})$$

$$= P_{1s} - V_1 [V_1 G_{11} + V_2 (G_{12} \cos\theta_{12} + B_{12} \sin\theta_{12})$$
$$+ V_3 (G_{13} \cos\theta_{13} + B_{13} \sin\theta_{13}) + \cdots]$$

$$H_{12} = \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_2} = -V_1 V_2 (G_{12} \sin\theta_{12} - B_{12} \cos\theta_{12})$$

$$H_{11} = \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} = -V_1 [V_2 (-G_{12} \sin\theta_{12} + B_{12} \cos\theta_{12}) +$$
$$V_3 (-G_{13} \sin\theta_{13} + B_{13} \cos\theta_{13}) + \cdots]$$
$$= V_1 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^{n} V_j (G_{1j} \sin\theta_{1j} - B_{1j} \cos\theta_{1j})$$

求解H_{ij}

$$\begin{cases} H_{12} = \dfrac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_2} = -V_1 V_2 (G_{12} \sin\theta_{12} - B_{12}\cos\theta_{12}) \\ H_{11} = \dfrac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} = V_1 \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} V_j (G_{1j}\sin\theta_{1j} - B_{1j}\cos\theta_{1j}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \qquad (i \neq j) \\ H_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum\limits_{\substack{j=n \\ j\neq i}}^{n} V_j (G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) = V_i^2 B_{ii} + Q_i \end{cases}$$

N, J元素

$$
\begin{cases}
N_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j} V_j = -V_i V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) \quad (i \neq j) \\
N_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = -V_i \sum_{j \neq i} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) - 2V_i^2 G_{ii} = -V_i^2 G_{ii} - P_i
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
J_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) = -N_{ij} \quad (i \neq j) \\
J_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{j \neq i} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) = V_i^2 G_{ii} - P_i
\end{cases}
$$

L元素

$$\begin{cases} L_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j} V_j = -V_i V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) = H_{ij} \quad (i \neq j) \\ L_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = -V_i \sum\limits_{j \neq i} V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) + 2V_i^2 B_{ii} = V_i^2 B_{ii} - Q_i \end{cases}$$

修正方程格式(除平衡节点外)

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \hline \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-r-1} \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{cccc|cccc}
H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1,n-1} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1,n-r-1} \\
H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2,n-1} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2,n-r-1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
H_{n-1,1} & H_{n-1,2} & \cdots & H_{n-1,n-1} & N_{n-1,1} & N_{n-1,2} & \cdots & N_{n-1,n-r-1} \\
\hline
J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1,n-1} & L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1,n-r-1} \\
J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2,n-1} & L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2,n-r-1} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
J_{n-r-1,1} & J_{n-r-1,2} & \cdots & J_{n-r-1,n-1} & L_{n-r-1,1} & L_{n-r-1,2} & \cdots & L_{n-r-1,n-r-1}
\end{array}\right]
$$

$$
\times \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \vdots \\ \Delta\theta_{n-1} \\ \hline \Delta V_1 / V_1 \\ \Delta V_2 / V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_{n-r-1} / V_{n-r-1} \end{bmatrix}
$$

作业

推导极坐标系下潮流计算的Jacobi矩阵各元素的表达式。

(2) 直角坐标形式

待求: 各节点实部e_i、虚部f_i。方程个数和未知数个数均为 $2(n-1)$。

***PQ*节点**

$$\begin{cases}\Delta P_i = P_{is} - e_i \sum_{j \in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - f_i \sum_{j \in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = 0 \\ \Delta Q_i = Q_{is} - f_i \sum_{j \in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + e_i \sum_{j \in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = 0\end{cases}$$

***PV*节点**

$$\begin{cases}\Delta P_i = P_{is} - e_i \sum_{j \in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - f_i \sum_{j \in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = 0 \\ \Delta V_i^2 = V_{iS}^2 - (e_i^2 + f_i^2) = 0\end{cases}$$

修正方程

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta P_i \\ \Delta V_i^2 \\ \vdots \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_i} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_i} & \cdots \\
\frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_i} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_i} & \cdots \\
\vdots & & \vdots & & & \vdots \\
\frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_1} & \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_1} & & \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_i} & \cdots \\
0 & 0 & & \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial e_i} & \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial f_i} & \cdots \\
\vdots & & & \vdots & & \vdots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta f_1 \\ \vdots \\ \Delta e_i \\ \Delta f_i \\ \vdots \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} (\Delta \boldsymbol{P})_{(n-1)\times 1} \\ (\Delta \boldsymbol{Q})_{(n-r-1)\times 1} \\ (\Delta \boldsymbol{V}^2)_{r\times 1} \end{bmatrix}_{(2n-2)\times 1}
=
\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{(n-1)\times(n-1)} & \boldsymbol{N}_{(n-1)\times(n-1)} \\ \boldsymbol{J}_{(n-r-1)\times(n-1)} & \boldsymbol{L}_{(n-r-1)\times(n-1)} \\ \boldsymbol{R}_{r\times(n-1)} & \boldsymbol{S}_{r\times(n-1)} \end{bmatrix}_{(2n-2)\times(2n-2)}
\begin{bmatrix} (\Delta \boldsymbol{f})_{(n-1)\times 1} \\ (\Delta \boldsymbol{e})_{(n-1)\times 1} \end{bmatrix}_{(2n-2)\times 1}
$$

Jacobi矩阵方程系数——*H,N,L,J*

$$\begin{cases} H_{ij} = \dfrac{\partial(\Delta P_i)}{\partial f_j} = L_{ij} = \dfrac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial e_j} = B_{ij}e_i - G_{ij}f_i \quad (i \neq j) \\ N_{ij} = \dfrac{\partial(\Delta P_i)}{\partial e_j} = -J_{ij} = -\dfrac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial f_j} = -G_{ij}e_i - B_{ij}f_i \quad (i \neq j) \\ H_{ii} = \dfrac{\partial(\Delta P_i)}{\partial f_i} = -b_i + B_{ii}e_i - G_{ii}f_i \\ N_{ii} = \dfrac{\partial(\Delta P_i)}{\partial e_i} = -a_i - G_{ii}e_i - B_{ii}f_i \end{cases}$$

$$a_i = \sum_{j \in i}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j), \quad b_i = \sum_{j \in i}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

Jacobi矩阵方程系数——*J,L,R,S*

$$
\begin{cases}
J_{ii} = \dfrac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial f_i} = -a_i + G_{ii}e_i + B_{ii}f_i \\
L_{ii} = -\dfrac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial e_j} = b_i + B_{ii}e_i - G_{ii}f_i \\
R_{ij} = \dfrac{\partial(\Delta V_i^2)}{\partial f_j} = 0, S_{ij} = \dfrac{\partial(\Delta V_i^2)}{\partial e_j} = 0 \\
R_{ii} = \dfrac{\partial(\Delta V_i^2)}{\partial f_i} = -2f_i, S_{ii} = \dfrac{\partial(\Delta V_i^2)}{\partial e_i} = -2e_i
\end{cases}
$$

作业

推导直角坐标系下潮流计算的**Jacobi**矩阵各元素的表达式。

修正方程特点

(1)两种坐标系下方程阶数相差不大。

一般系统*PV*节点较少。直角坐标时为$2(n-1)$阶，极坐标为$2(n-1)-r$ 。

(2)修正方程与导纳矩阵具有相同的结构，也是稀疏的。

由公式，非对角元素只与某一元素有关。

(3)修正方程系数不对称。

(4)修正方程系数迭代过程中不断变化。

影响潮流计算效率的最重要因素。对潮流计算的改进，大多基于这一个问题。

3.4.3 牛顿法的求解过程

直角坐标形式为例

(1) 给定个节点的电压初值 $e^{(0)}$、$f^{(0)}$

(2) 求修正常数项 $\Delta P^{(0)}$、$\Delta Q^{(0)}$、$(\Delta V^2)^{(0)}$

(3) 求修正系数的雅克比矩阵元素

(4) 解修正方程，求修正量 $\Delta e^{(0)}$、$\Delta f^{(0)}$

(5) 修正各节点电压：$e^{(1)} = e^{(0)} - \Delta e^{(0)}$

$$f^{(1)} = f^{(0)} - \Delta f^{(0)}$$

(6) 求新的常数项 $\Delta P^{(1)}$、$\Delta Q^{(1)}$、$(\Delta V^2)^{(1)}$

(7)检验收敛？如是，停止；否则，继续迭代。

伪指令

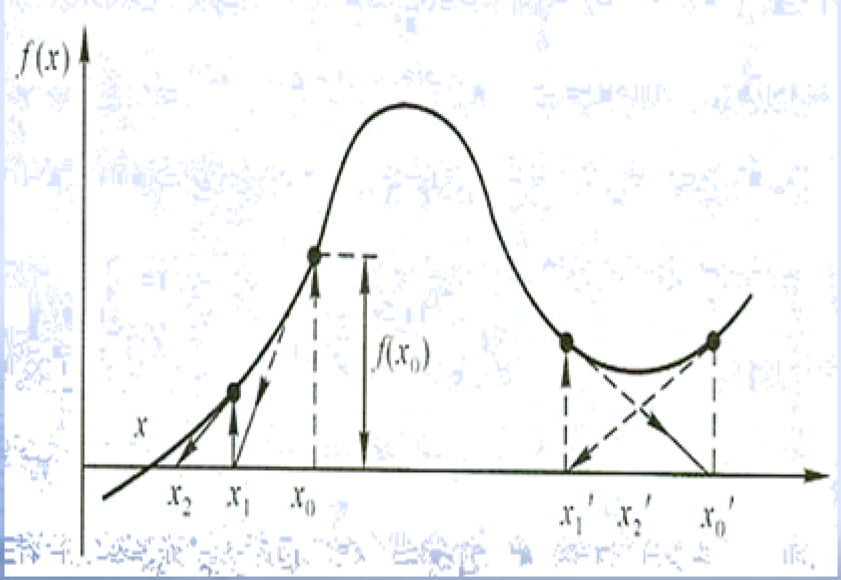
N-R法讨论

(1) 收敛性好，6~7次即可，与电力系统规模关系不大；

(2) 牛顿法具有平方收敛特性，对初值要求高；

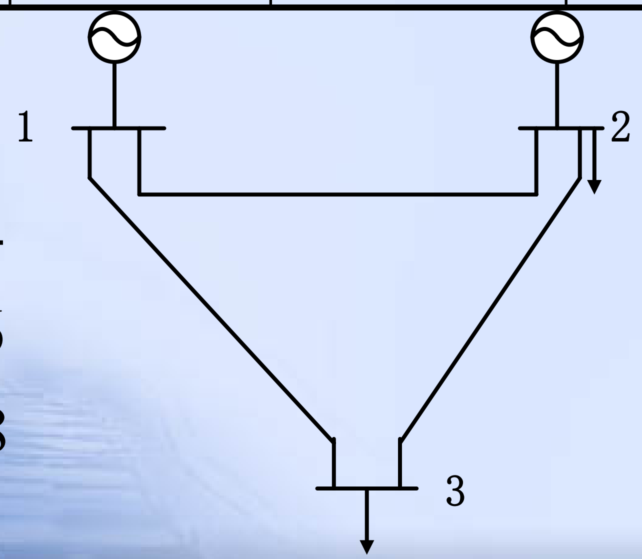
(3) 采用“平启动”方式可以得到满意结果。

(4) 每次迭代形成新雅克比矩阵且消去运算，运算量大，降低计算速度。



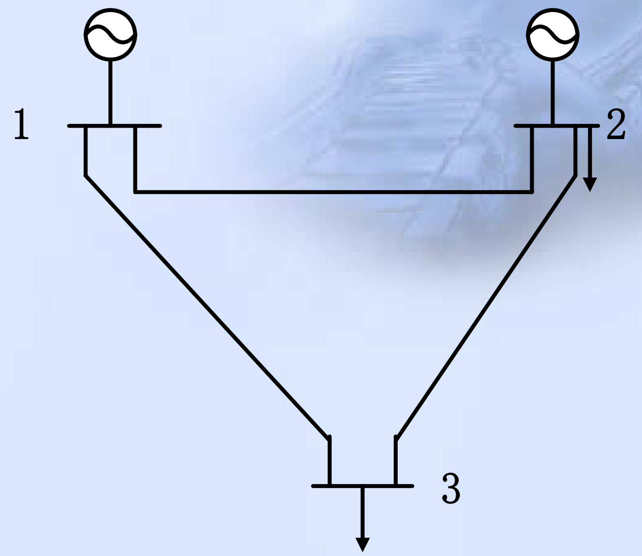
三相电力系统，节点2上发电机无功出力范围为0-35Mvar，用Newton-Raphson拉夫逊法计算潮流，功率误差1E-06。

节点	节点电压	注入功率	负荷(负功率)
1:平衡	1.05		
2:PV	1.03	20	50-j20
3:PQ		0	60+j25



$$\begin{cases} z_{12} = 0.08 + j0.24 \\ z_{13} = 0.02 + j0.06 \\ z_{23} = 0.06 + j0.18 \end{cases}$$

(1) 形成节点导纳矩阵



$$\begin{cases} y_{12} = 1/z_{12} = 1.25 - j3.75 \\ y_{23} = 1/z_{23} = 1.667 - j5.0 \\ y_{13} = 1/z_{13} = 5 - j15.0 \end{cases}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.25 - j18.75 & -1.25 + j3.75 & -5.0 + j15.0 \\ -1.25 + j3.73 & 2.9167 - j8.75 & -1.6667 + j5.0 \\ -5.0 + j15.0 & -1.6667 + j5.0 & 6.6667 - j20.0 \end{bmatrix}$$

(2) 设定节点电压初值

$$\dot{U}_1^{(0)} = 1.05, \dot{U}_2^{(0)} = 1.03, \dot{U}_3^{(0)} = 1.0$$

$$\boldsymbol{S_B = 100\text{MVA}}$$

(3)求修正方程中的误差相量

$$P_2^{(0)} = U_2^{(0)} \sum_{j=1}^{3} U_j^{(0)} (G_{2j} \cos\theta_{2j}^{(0)} + B_{3j} \sin\theta_{2j}^{(0)})$$

$$= 1.03[1.05 \times (-1.25 + 0) + 1.03 \times (2.9167 + 0) + 1.0 \times (-1.667 + 0)]$$

$$= 0.02575$$

$$P_3^{(0)} = U_3^{(0)} \sum_{j=1}^{3} U_j^{(0)} (G_{3j} \cos\theta_{3j}^{(0)} + B_{3j} \sin\theta_{3j}^{(0)})$$

$$= 1.0[1.05 \times (-5.0 + 0) + 1.03 \times (-1.667 + 0) + 1.0 \times (6.667 + 0)]$$

$$= -0.3$$

$$Q_2^{(0)} = U_2^{(0)} \sum_{j=1}^{3} U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)})$$

$$= 1.03[1.05 \times (0 - 3.73) + 1.03 \times (0 + 8.75) + 1.0 \times (0 - 5.0)]$$

$$= 0.07725$$

$$Q_3^{(0)} = U_3^{(0)} \sum_{j=1}^{3} U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \theta_{ij}^{(0)} - B_{ij} \cos \theta_{ij}^{(0)})$$

$$= 1.0[1.05 \times (0 - 15.0) + 1.03 \times (0 - 5.0) + 1.0 \times 20] = -0.9$$

$$\Delta P_2^{(0)} = \frac{20 - 50}{100} - 0.02575 = -0.32575$$

$$\Delta P_3^{(0)} = \frac{-60}{100} - (-0.3) = -0.3$$

$$\Delta Q_3^{(0)} = \frac{-25}{100} - (-0.9) = 0.65$$

(4) 求Jacobi矩阵元素——H矩阵

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} H_{ii} = V_i^2 B_{ii} + Q_i \\ H_{ij} = -V_i V_j (G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \qquad (i \neq j) \end{cases}$$

$$H_{22} = Q_2 + B_{22}U_2^2 = 0.07725\text{-}8.75\times 1.03^2 = -9.2056266$$

$$H_{23} = -U_2U_3(G_{23}\sin\delta_{23} - B_{23}\cos\delta_{23}) = 5.15$$

$$H_{32} = H_{23} = 5.15$$

$$H_{33} = Q_3 + B_{33}U_3^2 = -0.9\text{+}(\text{-}20)\times 1^2 = -20.9$$

Jacobi矩阵元素——N矩阵

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} N_{ij} = -V_i V_j (G_{ij}\cos\theta_{ij} + B_{ij}\sin\theta_{ij}) \quad (i \neq j) \\ N_{ii} = -V_i^2 G_{ii} - P_i \end{cases}$$

$$N_{23} = \ -U_2 U_3 (G_{23}\cos\theta_{23} + B_{23}\sin\theta_{23}) = 1.7166724$$

$$N_{33} = \ -P_3 - G_{33} U_3^2 = 0.3 - 6.6667 \times 1^2 = -6.3667$$

Jacobi矩阵元素——J矩阵

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} J_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = -N_{ij} \quad (i \neq j) \\ J_{ii} = V_i^2 G_{ii} - P_i \end{cases}$$

$$J_{32} = -N_{23} = -1.7166724$$

$$J_{33} = -P_3 + G_{33} U_3^2 = 0.3 + 6.6667 \times 1^2 = 6.9667$$

Jacobi矩阵元素——L矩阵

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} L_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) = H_{ij} \quad (i \neq j) \\ L_{ii} = V_i^2 B_{ii} - Q_i \end{cases}$$

$$L_{33} = -Q_3 + B_{33} U_3^2 = 0.9 + (-20) \times 1^2 = -19.1$$

Jacobi矩阵和误差列向量

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{PQ}=\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Jacobi}=\begin{bmatrix} -9.2056 & 5.1500 & -1.7170 \\ 5.150 & -20.900 & -6.3670 \\ -1.7170 & 9.967 & -19.10 \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{PQ}=\begin{bmatrix} -0.3258 \\ -0.300 \\ 0.6500 \end{bmatrix}$$

(5) 据修正方程求修正向量

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)}/U_3^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9.2056 & 5.1500 & -1.7170 \\ 5.150 & -20.900 & -6.3670 \\ -1.7170 & 9.967 & -19.10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)}/U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3258 \\ -0.300 \\ 0.6500 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)}/U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0499 \\ 0.0345 \\ -0.0259 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0499 \\ 0.0345 \\ -0.0259 * U_3^{(0)} \end{bmatrix}$$

(6) 求取新值

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(0)} \\ \theta_3^{(0)} \\ U_3^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0499 \\ 0.0345 \\ -0.0259 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0499 \\ -0.0345 \\ 1.0259 \end{bmatrix}$$

1st step完成，接下来第**2**步，第**3**步**,…….**

(7) 检查是否收敛？

$$P_2^{(1)} = -0.3001,\ \ Q_2^{(1)} = 0.04385$$

母线2无功出力：

$$Q_{G2}^{(1)} = S_B * Q_2^{(1)} - Q_{2\_out} = 100 * 0.043853 - (-20) = 24.3857(\text{Var})$$

$$Q_{2\min}(=0) < Q_{G2}^{(1)} < Q_{2\max} = 35$$

$$\begin{cases} P_3^{(1)} = -0.60407 \\ Q_3^{(1)} = -0.2224 \end{cases}, \begin{cases} \Delta P_2^{(1)} = 7.1719\text{E-}5 \\ \Delta P_3^{(1)} = 4.0460\text{E-}3 \\ \Delta Q_3^{(1)} = \text{-}2.7672\text{E-}2 \end{cases}$$

$$\max(\Delta P_2^{(1)}, \Delta P_3^{(1)}, \Delta Q_3^{(1)}) > 1\text{E-}06$$

结论：需要继续迭代。

(8) 继续迭代……

$$\begin{cases}\Delta P_2^{(1)}=\text{-}2.9306\text{E-}6\\ \Delta P_3^{(1)}=8.0119\text{E-}6\\ \Delta Q_3^{(1)}=\text{-}1.8802\text{E-}5\end{cases}\cdots\cdots\begin{cases}\Delta P_2^{(4)}=\text{-}2.9747\text{e-}012\\ \Delta P_3^{(4)}=\text{-}7.9301\text{e-}009\\ \Delta Q_3^{(4)}=\text{-}2.3814\text{e-}008\end{cases}$$

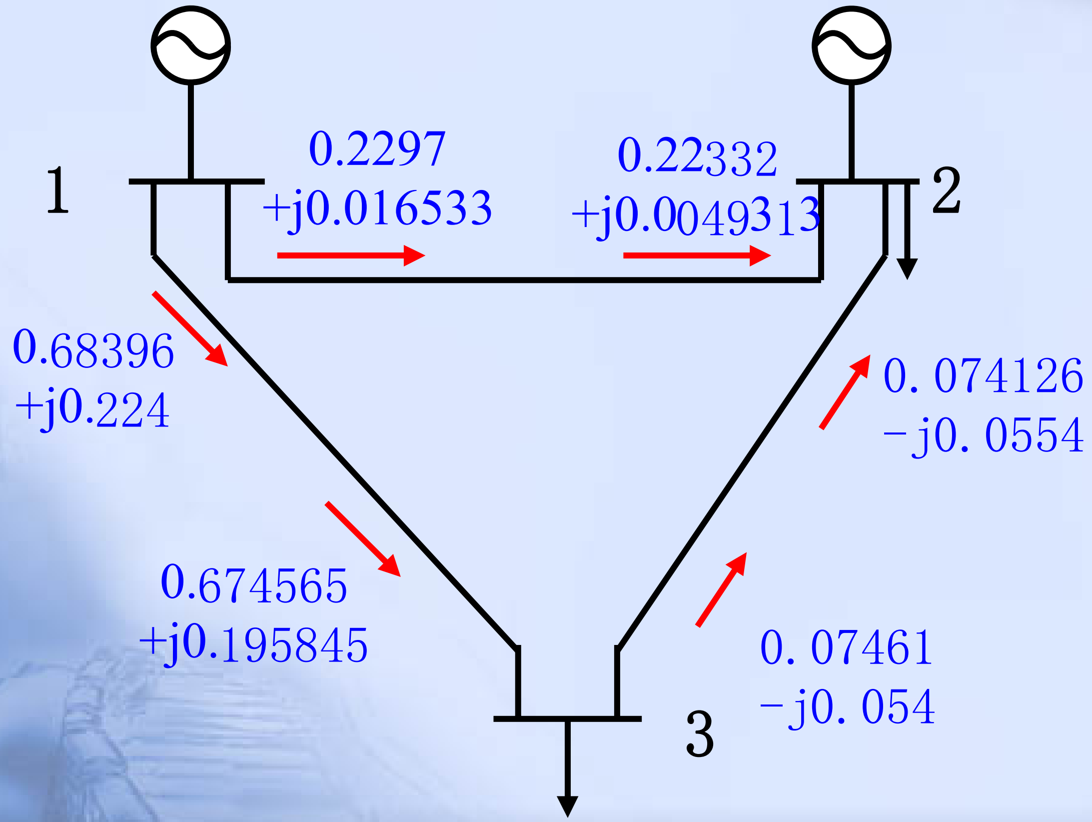
$$\max(\Delta P_2^{(4)},\Delta P_3^{(4)},\Delta Q_3^{(4)})<1\text{E-}06$$

结论：迭代收敛,各节点电压……

$$\begin{cases}\dot{U}_1=1.05\\ \dot{U}_2=1.03e^{-j0.0498}\\ \dot{U}_3=1.0248e^{-j0.034}\end{cases}$$

(8) 后处理——线路潮流

$$\tilde{S} = \dot{U}_1(\overset{*}{U}_1 - \overset{*}{U}_2)\overset{*}{Y}_{12} = 0.2297 + j0.016533$$



3.4.4 N-R法MATLAB实现——极坐标形式

```
% Part 1: Creating admittance matrix Y; (File: NRPower.m)
clear;
Nn=3          % Number of nodes;
y=[0              1.25-j*3.75  5-j*15
   1.25-j*3.75       0         1.667-j*5
   5-j*15        1.667-j*5        0];
Y=[y(1,2)+y(1,3)  -y(1,2)  -y(1,3);
     -y(1,2)    y(1,2)+y(2,3)  -y(2,3);
     -y(1,3)     -y(2,3)    y(1,3)+y(2,3)];
 G=real(Y);      % Real part, conductive matrix;
 B=imag(Y);      % Image part, susceptance matrix;
```

```
% Part 2: Initialing voltage, power value;
SB=100 ;                    % MVA, base power;
Pin=[0;20;0];               % Input active power at 2th node;
Pout=[0;50;60];             % Output active power at 2th node;
Qin=[0;0;0];                % Inpouring reactive power;
Qout=[0; -20;25];           % Outing reactive power;
Q2_range=[0 35];            % Range of min and max for Q2;
U=[1.05;1.03;1.0];
sita=angle(U);              % Phase angle of voltage;
Um=abs(U);                  % Amplititude of voltage;
Nmax=10;
TL=1E-06;                   % Tolerance level;
```

```
% Part 3: Iterative process;
  for Ite=1:Nmax                    % Iterative vary;
    % Part 3.1: Solving error vectors of active and reactive powers;
    for L=2:3        % L: No. of node;
      Temp1=0;
      Temp2=0;
      for k=1:3
        delta=sita(L)-sita(k);
        Temp1=Temp1+Um(k)*(G(L,k)*cos(delta)+B(L,k)*sin(delta));
        Temp2=Temp2+Um(k)*(G(L,k)*sin(delta)-B(L,k)*cos(delta));
      end
      P(L)=Um(L)*Temp1;
      Q(L)=Um(L)*Temp2;
    end
    deltaP=(Pin-Pout)/SB-P';
    deltaQ=(Qin-Qout)/SB-Q';
```

% Part 3.2: Creating Jacobi elements coresponding matrix J;

```
% H matrix;
 for L=2:3
  H(L,L)=Q(L)+B(L,L)*Um(L)*Um(L);
  for k=(L+1):3
   delta=sita(L)-sita(k);
   Temp1=G(L,k)*sin(delta)-B(L,k)*cos(delta);
   H(L,k)=-Um(L)*Um(k)*Temp1;
   H(k,L)=H(L,k);
  end
 end
```

```
% N matrix;
   delta=sita(2)-sita(3);
   Temp1=G(2,3)*cos(delta)+B(2,3)*sin(delta);
   N23=-Um(2)*Um(3)*Temp1;
   N33=-P(3)-G(3,3)*Um(3)*Um(3);
 % J matrix;
   J32=-N23;
   J33=-P(3)+G(3,3)*Um(3)^2;
% L matrix;
   L33=-Q(3)+B(3,3)*Um(3)^2;
% Creating Jacobi matrix;
   Jacobi=[H(2,2)  H(2,3)  N23;
           H(3,2)  H(3,3)  N33;
           J32     J33      L33];
```

% Part 3.3: Solving the correcting equation and jugging the residual value;

```
deltaPQ=[deltaP(2) deltaP(3) deltaQ(3)]';
if max(deltaPQ)<TL
    disp('Iteration is sucessful.')
    Ite
    Um
    sita
    break;
end
Correct=Jacobi\deltaPQ;
```

```
% Part 3.4: Correcting voltage for PQ nodes and angles for PV
   nodes;
    for k=2:3
      sita(k)=sita(k)-Correct(k-1);
    end
    Um(3)=Um(3)-Correct(3)*Um(3);

  % Part 3.5: Checking Q2?
    Q2_G=SB*Q(2)-Qout(2);
    if Q2_G>Q2_range(2)
       Q(2)=Q2_range(2)/SB;
    elseif Q2_G<Q2_range(1)
       Q(2)=Q2_range(1)/SB;
    else
       disp('Reactive power at 2th node in a norm range');
    end
  end       % END-s.
```

% Part 4: Postprocess----Power flowing in every branch;

```
for k=1:Nn
    U(k)=Um(k)*exp(j*sita(k));
end
for I=1:Nn
for J=1:Nn
        S(I,J)=U(I)*conj((U(I)-U(J))*y(I,J));
end
end
```

3.4.5 N-R法潮流计算的有关问题

(1) 稀疏矩阵表示法

- **Y**是高度稀疏矩阵，设法仅保存非**“0”**元素。
- 一般，**n**个节点，需**(6b+3n)**存储单元，大约**12n**。

(2) 求解方程组的方法——高斯消去法

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \boldsymbol{V} \end{bmatrix}$$

线性方程组：**AX=B**

$$\overline{A} = [A \quad B] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{bmatrix}$$

消去过程

1) 消去第1列：

第1行规格化： $\begin{bmatrix}1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1,n+1}^{(1)}\end{bmatrix}$, $a_{1j}^{(1)} = a_{1j} / a_{11} (j = 2, \cdots, n+1)$

第2-*n*行： $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1} a_{1j}^{(1)} \quad (j = 2,3,\cdots,n+1; i = 2,3,\cdots,n)$

$$\overline{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} & a_{2,n+1}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} & a_{n,n+1}^{(1)} \end{bmatrix}$$

2) 消去第2列

第2行规格化： $\begin{bmatrix} 0 & 1 & a_{23}^{(1)} & \cdots & a_{2,n+1}^{(1)} \end{bmatrix}$, $a_{2j}^{(2)} = a_{2j}^{(1)} / a_{22}^{(1)} (j = 3, \cdots, n+1)$

第3-*n*行： $a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2} a_{2j}^{(2)} \quad (\mathrm{j} = 3, \cdots, n+1; i = 3, \cdots, n)$

$$
\overline{A}_2 = \begin{bmatrix}
1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\
 & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} & a_{2,n+1}^{(2)} \\
 & & a_{33}^{(2)} & \cdots & a_{3n}^{(2)} & a_{3,n+1}^{(2)} \\
 & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & a_{n3}^{(2)} & \cdots & a_{nn}^{(2)} & a_{n,n+1}^{(n)}
\end{bmatrix}
$$

3) 消去第*k*列

$$a_{kj}^{(k)} = a_{kj}^{(k-1)} / a_{kk}^{(k-1)} \quad (j = k+1, \cdots, n+1)$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} / a_{kj}^{(k)} \quad (j = k+1, \cdots, n+1; i = k+1, \cdots, n)$$

4) 消去的结果

$$\overline{A}_n = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} & a_{2,n+1}^{(2)} \\ & & 1 & \cdots & a_{3n}^{(3)} & a_{3,n+1}^{(3)} \\ & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & 1 & a_{n,n+1}^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\overline{A}_n = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} & a_{2,n+1}^{(2)} \\ & & 1 & \cdots & a_{3n}^{(3)} & a_{3,n+1}^{(3)} \\ & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & 1 & a_{n,n+1}^{(n)} \end{bmatrix}$$

对应的方程

$$\left.\begin{aligned} x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + a_{13}^{(1)} x_3 + \cdots + a_{1n}^{(1)} x_n &= a_{1,n+1}^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + \cdots + a_{2n}^{(2)} x_n &= a_{2,n+1}^{(2)} \\ x_3 + \cdots + a_{3n}^{(3)} x_n &= a_{3,n+1}^{(3)} \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n,n+1}^{(n)} \end{aligned}\right\}$$

回代过程

$$\left.\begin{aligned} x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + a_{13}^{(1)}x_3 + \cdots + a_{1n}^{(1)}x_n &= a_{1,n+1}^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)}x_3 + \cdots + a_{2n}^{(2)}x_n &= a_{2,n+1}^{(2)} \\ x_3 + \cdots + a_{3n}^{(3)}x_n &= a_{3,n+1}^{(3)} \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n,n+1}^{(n)} \end{aligned}\right\}$$

$$x_n = a_{n,n+1}^{(n)}$$

$$x_{n-1} = a_{n-1,n+1}^{(n-1)} - a_{n-1,n}^{(n-1)}x_n$$

$$\vdots$$

$$x_i = a_{i,n+1}^{(i)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}^{(i)}x_j \quad (i = n, \cdots, 2, 1)$$

例题 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_4 = 2 \end{cases}$

求解过程：

增广矩阵：$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

第一行规格化：$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & -3 & -2 & -2 & -7 \\ & -2 & 0 & -1 & -3 \\ & -2 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & -2 & 0 & -1 & -3 \\ & -2 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 4/3 & 1/3 & 5/3 \\ & & 1/3 & 4/3 & 5/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & 1/3 & 4/3 & 5/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & & 5/4 & 5/4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_4 = 1 \\ x_3 = \dfrac{5}{4} - \dfrac{1}{4}x_4 = 1 \\ x_2 = \dfrac{7}{3} - \dfrac{2}{3}x_3 - \dfrac{2}{3}x_4 = 1 \\ x_1 = 5 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

高斯消去法解线性方程组MATLAB实现

```
% Gauss method;
clear;
A=[1 2 1 1 2;
   2 1 0 0 3;
   1 0 1 0 2;
   1 0 0 1 2];
Ap=A;
[N,M]=size(A);
```

```
for k=1:N
for j=(k+1):M
  A(k,j)=A(k,j)/A(k,k);
  for i=(k+1):N
     A(i,j)=A(i,j)-A(i,k)*A(k,j);
  end
end
end
```

```
X(N)=A(N,N+1);
for i=(N-1):(-1):1
  Temp=0;
  for j=(i+1):N
    Temp=Temp+A(i,j)*X(j)
  end
  X(i)=A(i,N+1)-Temp;
end
% Solving with directive method;
Xp=inv(Ap(:,1:N))*Ap(:,M)
```

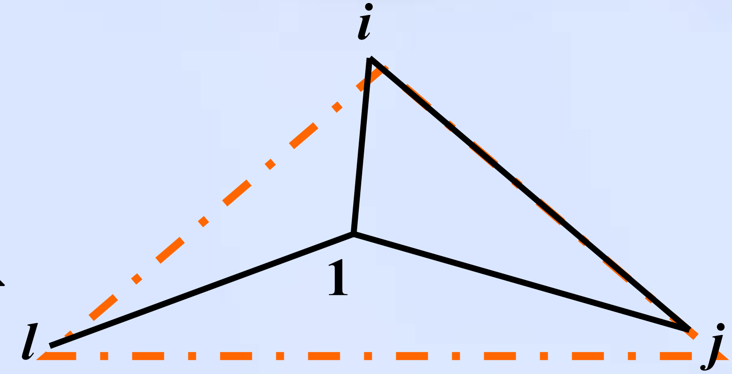
(3) 节点优化编号

Y消去或者分解过程产生新的非0元素，称作注入元素。稀疏性变差。

物理意义：

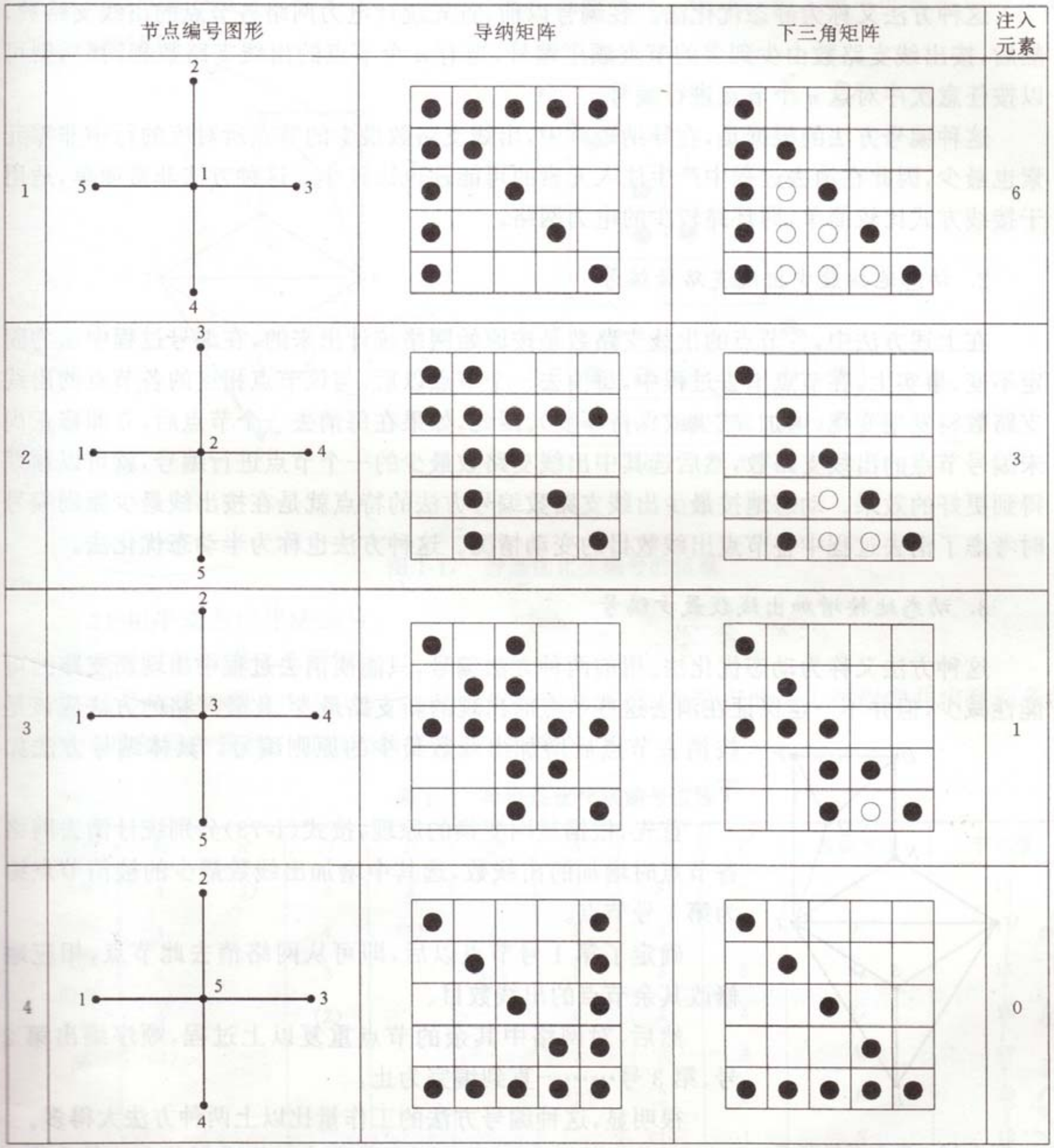
1) $Y_{il}=0$, $Y_{lj}=0$;

2) Gauss法消去Y的第1列，相当于消去节点1，相当于星网变换。Y_{il}、Y_{lj}均不为0，成为注入元素。



注入元素的多少与消去的顺序、节点编号有关。

如下例子



注:● —— 非零元素; ○——非零注入元素。

图 1-15 节点编号对注入元素的影响

寻找注入元素数目最小的节点编号方式，称作节点编号优化，是复杂电力系统潮流计算的基础。

1) 静态最小出线支路数编号(静态优化法)

- 统计网络各节点的出线支路数；
- 按出线支路数由小到大编号，相同时可任意。

根据：$\boldsymbol{Y}$中出线数最少的节点对应的行中非**0**元素也最小，消去过程中产生注入元素的可能性也较小。

2) 动态最小出线支路数编号(半动态优化法)

每消去一个节点，立即修正尚未编号节点的出线支路数；选其中出线支路最少的节点编号。

3) 动态按增加出线数最小编号(动态优化)

统计计算消去网络各节点时增加的出线数，选其中增加出线数最少的被消节点为No.1；消去No.1，修改其它节点的出线数；重复进行。

上机作业：

- 利用极坐标的**Newton-Raphson**法计算某网络的潮流分布。
- 利用直角坐标的**Newton-Raphson**法计算某网络的潮流分布。

3.5 P-Q分解法潮流计算

基本原理：P,Q表示为极坐标方程，以ΔP为修正 θ，以ΔQ修正V，P、Q分别迭代。

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}H & N\\ J & L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\theta\\ \Delta V/V\end{bmatrix} \longrightarrow \begin{cases}\Delta P = H\Delta\theta + N\Delta V/V\\ \Delta Q = J\Delta\theta + L\Delta V/V\end{cases}$$

(1) P与节点电压 θ有关，即$N\approx 0$;

(2) Q与节点电压V有关，即$J\approx 0$;

$$\begin{cases}\Delta P = H\Delta\theta\\ \Delta Q = L\Delta V/V\end{cases}$$

已降阶和解耦

H，L进一步简化

线路两端电压相角相差不大：$\cos\theta_{ij} \approx 1,\quad G_{ij}\sin\theta_{ij} << B_{ij}$

与各节点Q相应导纳远远小于该节点自导纳虚部

$$B_{Li} = \frac{Q_i}{V_i^2} << B_{ii} \Rightarrow Q_i << V_i^2 B_{ii}$$

$$\begin{cases} H_{ii} = V_i^2 B_{ii} + Q_i \approx V_i^2 B_{ii} \\ H_{ij} = -V_i V_j (G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \approx V_i V_j B_{ij} \\ L_{ii} = V_i^2 B_{ii} - Q_i \approx V_i^2 B_{ii} \\ L_{ij} = -V_i V_j (G_{ij}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \approx V_i V_j B_{ij} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} V_1^2 B_{11} & V_1 V_2 B_{12} & \cdots & V_1 V_n B_{1n} \\ V_2 V_1 B_{21} & V_2^2 B_{22} & & V_2 V_n B_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ V_n V_1 B_{n1} & V_n V_2 B_{n2} & \cdots & V_n^2 B_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix} V_1 & & & 0 \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 & & & 0 \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Delta\boldsymbol{P}=\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{L}\Delta\boldsymbol{V}/\boldsymbol{V} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_1 & & & 0 \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1\Delta\theta_1 \\ V_2\Delta\theta_2 \\ \vdots \\ V_n\Delta\theta_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_1 & & & 0 \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & V_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix}$$

利用

$$\begin{bmatrix} V_1 & & & \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & V_n \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{V_1} & & & \\ & \dfrac{1}{V_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \dfrac{1}{V_n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1/V_1 \\ \Delta P_2/V_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n/P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1\Delta\theta_1 \\ V_2\Delta\theta_2 \\ \vdots \\ V_n\Delta\theta_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1/V_1 \\ \Delta Q_2/V_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n/V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix}$$

***P-Q*分解法修正方程**

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{iS} - V_i \sum_{j\in i} V_j (G_{ij}\cos\theta_{ij} + B_{ij}\sin\theta_{ij}) \\ \Delta Q_i = Q_{iS} - V_i \sum_{j\in i} V_j (G_{2j}\sin\theta_{ij} - B_{ij}\cos\theta_{ij}) \end{cases}$$

***P-Q*分解法计算公式**

P－Q迭代过程

(1) 给定各节点电压向量电压初始值 $\theta_i^{(0)}$、$V_i^{(0)}$。

(2) 计算各节点的有功功率误差 ΔP_i ，求出$\Delta P_i / V_i$。

$$\Delta P_i = P_{iS} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij})$$

(3) 解*P*修正方程，求解出 $\Delta\theta_i$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 / V_1 \\ \Delta P_2 / V_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n / P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \Delta\theta_1 \\ V_2 \Delta\theta_2 \\ \vdots \\ V_n \Delta\theta_n \end{bmatrix}$$

(4) 修正各节点电压向量角度： $\theta_i^{(t)} = \theta_i^{(t-1)} - \Delta\theta_i^{(t-1)}$

(5) 计算各节点无功功率误差 ΔQ_i , 并求出 $\Delta Q_i / V_i$。

$$\Delta Q_i = Q_{iS} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{2j} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij})$$

(6) 解无功修正方程，求各节点电压幅值的修正量 ΔV_i。

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 / V_1 \\ \Delta Q_2 / V_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n / V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix}$$

(7) 修正各节点电压幅值: $V_i^{(t)} = V_i^{(t-1)} - \Delta V_i^{(t-1)}$

(8)返回(2)迭代，直到各节点功率误差 ΔP_i、ΔQ_i 满足收敛条件。

P-Q分解法特点——修正方程特点

(1) 用两个n阶线性方程组代替一个$(2n)$阶线性方程组。

(2) 系数矩阵的所有元素在迭代过程中维持常数。

- 不需要每次迭代重新计算Jacobi矩阵，减少了运算量，简化了程序；
- 因是常数，求解修正方程时，不必每次对系数矩阵进行消去运算，只需要迭代前将系数矩阵用三角分解形成因子表，反复利用不同的常数项进行消去和回代运算，迅速求得修正量，显著提高速度。

(3) 系数矩阵是对称矩阵。

(4) 减少形成因子表的运算量，而且对称，则L和U有简单关系，节约了内存。

P-Q分解法讨论

- 计算速度快，既可以离线，也可以在线静态安全监视；
- *P*—*Q*分解法简化只影响修正方程式结构，即迭代过程，未影响最终结果。*P*—*Q*法和N-R法一样可达到很高精度.

(*n*-1)阶

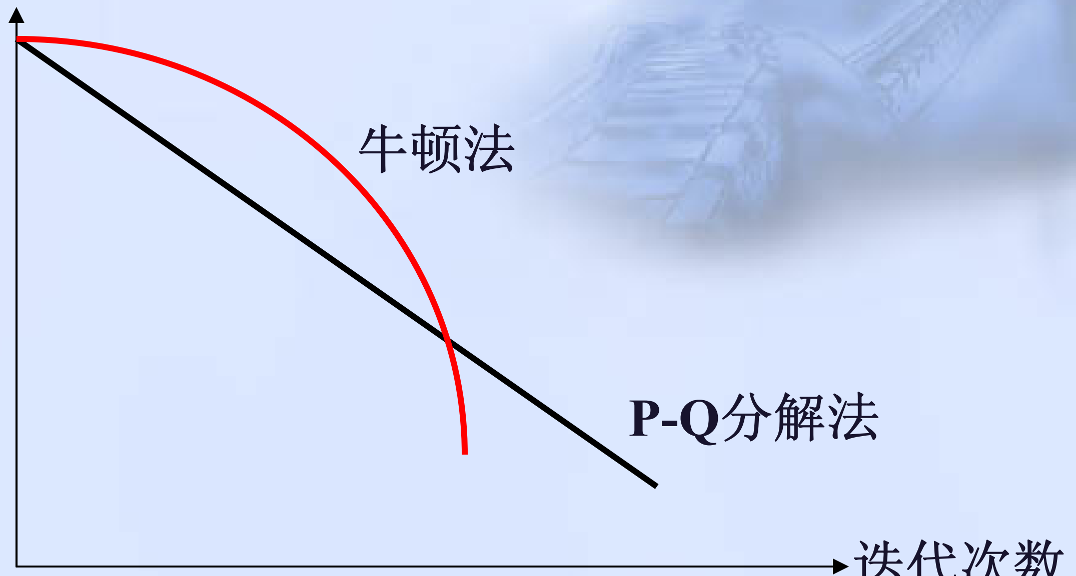
(*n*-*r*-1)阶

$$\begin{cases} \Delta P/V = B' V \Delta\theta \\ \Delta Q/V = B'' \Delta V \end{cases}$$

- *B'*中尽量去掉与*P*、 θ无关或者影响较小的因素；
- *B"*中尽量去掉与*Q*、*V*无关或者影响较小的因素。

P-Q分解法的特点—— 收敛特点

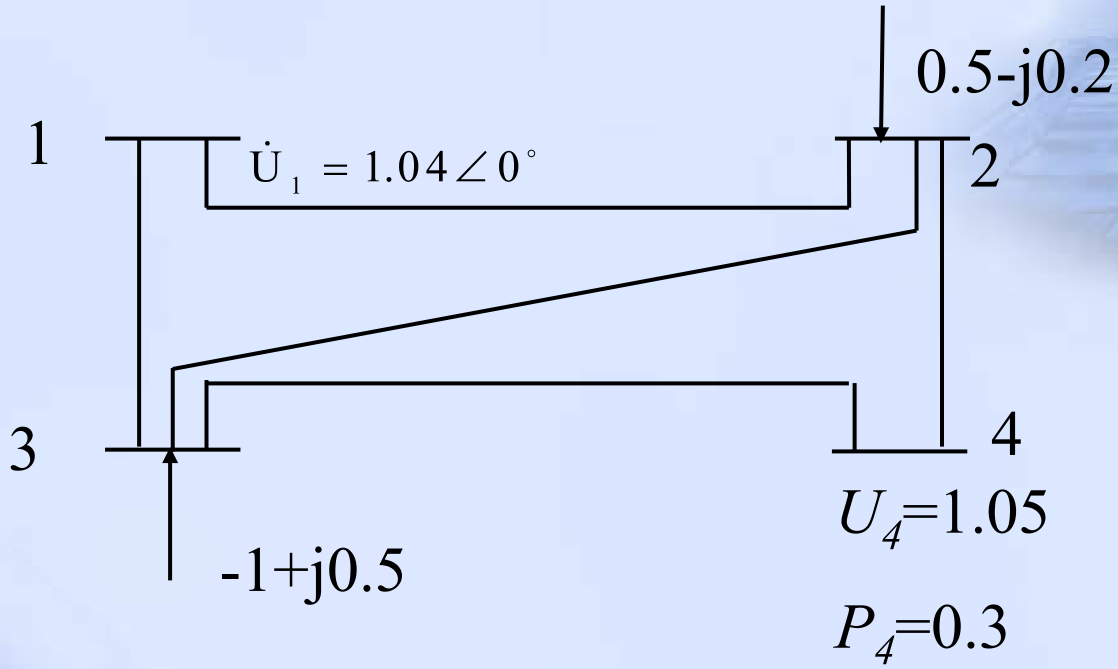
(1) 牛顿法开始收敛慢，到一定程度后，收敛速度很快；而 *P-Q*法几乎按同一速度收敛。



(2) P－*Q*法迭代次数多，但是计算量小，计算速度快。

(3) 当*r*/*x*比值大时，不满足*P*－*Q*分解法的简化条件，可能不收敛。*P*－*Q*法一般适用110kV以上。

P-Q分解法例题——只迭代一次



$$Y = \begin{bmatrix} 3\text{-}j9 & -2+j6 & -1+j3 & 0 \\ -2+j6 & 3.666\text{-}j11 & -0.666+j12 & -1+j3 \\ -1+j3 & -0.666+j12 & 3.666\text{-}j11 & -2+j6 \\ 0 & -1+3j & -2+j6 & 3\text{-}j9 \end{bmatrix}$$

分析： 节点2、3的注入功率已知，为PQ节点，节点1为平衡节点，节点4为PV节点。

不包含平衡节点1

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_4^{(0)}}{U_4^{(0)}} \end{bmatrix} = B' \begin{bmatrix} U_2^{(0)}\Delta\theta_2^{(0)} \\ U_3^{(0)}\Delta\theta_3^{(0)} \\ U_4^{(0)}\Delta\theta_4^{(0)} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta Q_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta Q_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \end{bmatrix} = B'' \begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix}$$

不包含平衡节点1和PV节点4

$$B' = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 12 & 3 \\ 12 & -11 & 6 \\ 3 & 6 & -9 \end{bmatrix}$$

$$B'' = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 12 \\ 12 & -11 \end{bmatrix}$$

设各节点电压初值

$$\dot{U}_1 = 1.04\angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 1\angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_4 = 1.05\angle 0^\circ$$

有功功率误差计算及解修正方程

$$\begin{cases} \Delta P_2^{(0)} = P_{2S} - U_2^{(0)} \sum_{j=1}^{4} U_j^{(0)} (G_{ij} \cos\theta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin\theta_{ij}^{(0)}) = 0.63 \\ \Delta P_3^{(0)} = P_{3S} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^{4} U_j^{(0)} (G_{ij} \cos\theta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin\theta_{ij}^{(0)}) = -0.86 \\ \Delta P_4^{(0)} = P_{4S} - U_4^{(0)} \sum_{j=1}^{4} U_j^{(0)} (G_{ij} \cos\theta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin\theta_{ij}^{(0)}) = 0.1425 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} U_2^{(0)}\Delta\theta_2^{(0)} \\ U_3^{(0)}\Delta\theta_3^{(0)} \\ U_4^{(0)}\Delta\theta_4^{(0)} \end{bmatrix} = (B')^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_4^{(0)}}{U_4^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.048 \\ 0.014 \\ -0.0218 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta\theta_4^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.048 \\ 0.014 \\ -0.021 \end{bmatrix}$$

求取相角的新值

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \\ \theta_4^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(0)} \\ \theta_3^{(0)} \\ \theta_4^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(0)} \\ \Delta\theta_3^{(0)} \\ \Delta\theta_4^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.048 \\ -0.014 \\ 0.021 \end{bmatrix}$$

无功功率误差计算及解修正方程

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_{2S} - U_2^{(0)} \sum_{j=1}^{4} U_j^{(0)} (G_{ij} \sin\theta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos\theta_{ij}^{(1)}) = 10.326$$

$$\Delta Q_3^{(0)} = Q_{3S} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^{4} U_j^{(0)} (G_{ij} \sin\theta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos\theta_{ij}^{(1)}) = 10.89$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta Q_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta Q_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.326 \\ 10.89 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = (B^{''})^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta Q_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta Q_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.6203 \\ 10.5957 \end{bmatrix}$$

求取电压幅值的新值

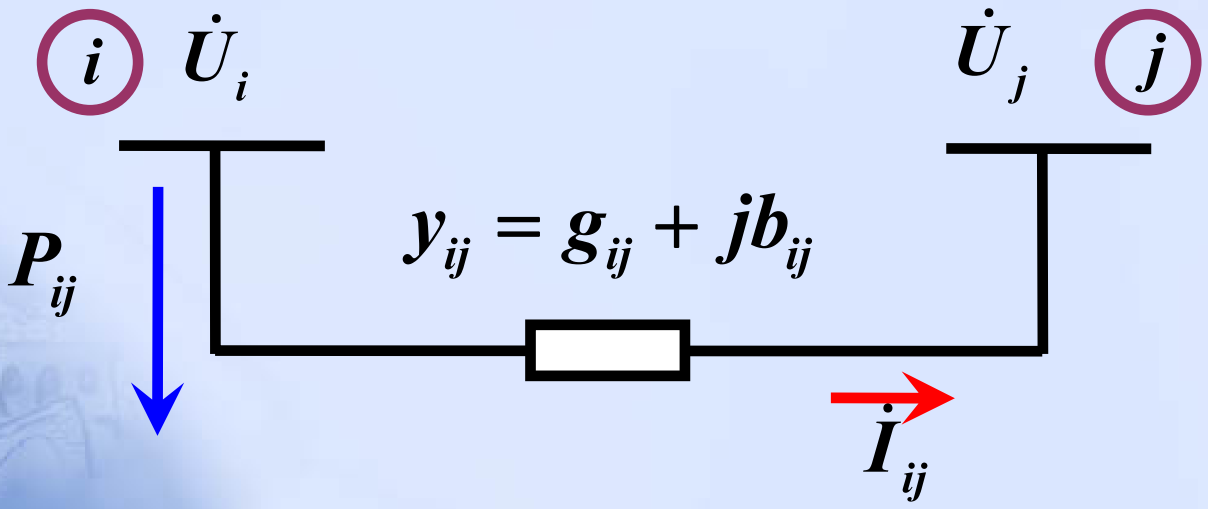
$$\begin{bmatrix} U_2^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2^{(0)} \\ U_3^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.6203 \\ -9.5957 \end{bmatrix}$$

作业

利用例题迭代多次，并且指定一个误差进行计算，在**N-R**法的基础上修改程序，进行迭代计算。

3.6 直流法潮流计算

- 支路*ij*有功功率



$$
\begin{aligned}
P_{ij} &= \mathrm{Re}[\dot{U}_i \overset{*}{I}_{ij}] = \mathrm{Re}[\dot{U}_i \overset{*}{y}_{ij}(\overset{*}{U}_i - \overset{*}{U}_j)] \\
&= U_i^2 g_{ij} - U_i U_j (g_{ij}\cos\delta_{ij} + b_{ij}\sin\delta_{ij})
\end{aligned}
$$

- 电力系统近似满足

(1) $g_{ij} \approx 0,\ \ b_{ij} \approx -1/x_{ij}$;

(2) $\sin\delta_{ij} \approx \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j,\ \cos\delta_{ij} \approx 1$;

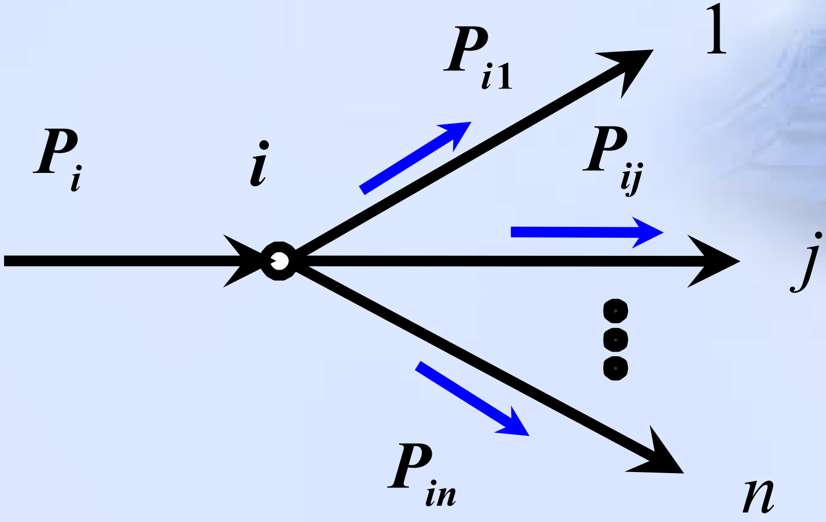
(3) $U_i \approx U_j \approx 1$;

$$P_{ij} = U_i^2 g_{ij} - U_i U_j (g_{ij}\cos\delta_{ij} + b_{ij}\sin\delta_{ij})$$

$$\Downarrow$$

$$P_{ij} = -b_{ij}(\delta_i - \delta_j) = (\delta_i - \delta_j)/x_{ij} = B_{ij}(\delta_i - \delta_j)$$

➢ 节点 *i* 注入功率



$$\begin{cases} P_i = \sum_{j\in i} P_{ij} = \sum_{j\in i} B_{ij}(\delta_i - \delta_j) = -(-\sum_{j\in i} B_{ij}\delta_i + \sum_{j\in i} B_{ij}\delta_j) \\ -\sum_{j\in i} B_{ij} = B_{ii} \end{cases}$$

$$P_i = -(B_{ii}\delta_i + \sum_{j\in i} B_{ij}\delta_j) = \sum_{j=1}^{n}(-B_{ij}\delta_j) = \sum_{j=1}^{n}(b_{ij}\delta_j)$$

$$\begin{cases} P_1 = \sum_{j=1}^{n}(-B_{1j}\delta_j) \\ P_2 = \sum_{j=1}^{n}(-B_{1j}\delta_j) \\ \cdots \\ P_n = \sum_{j=1}^{n}(-B_{nj}\delta_j) \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}$$

B_0矩阵

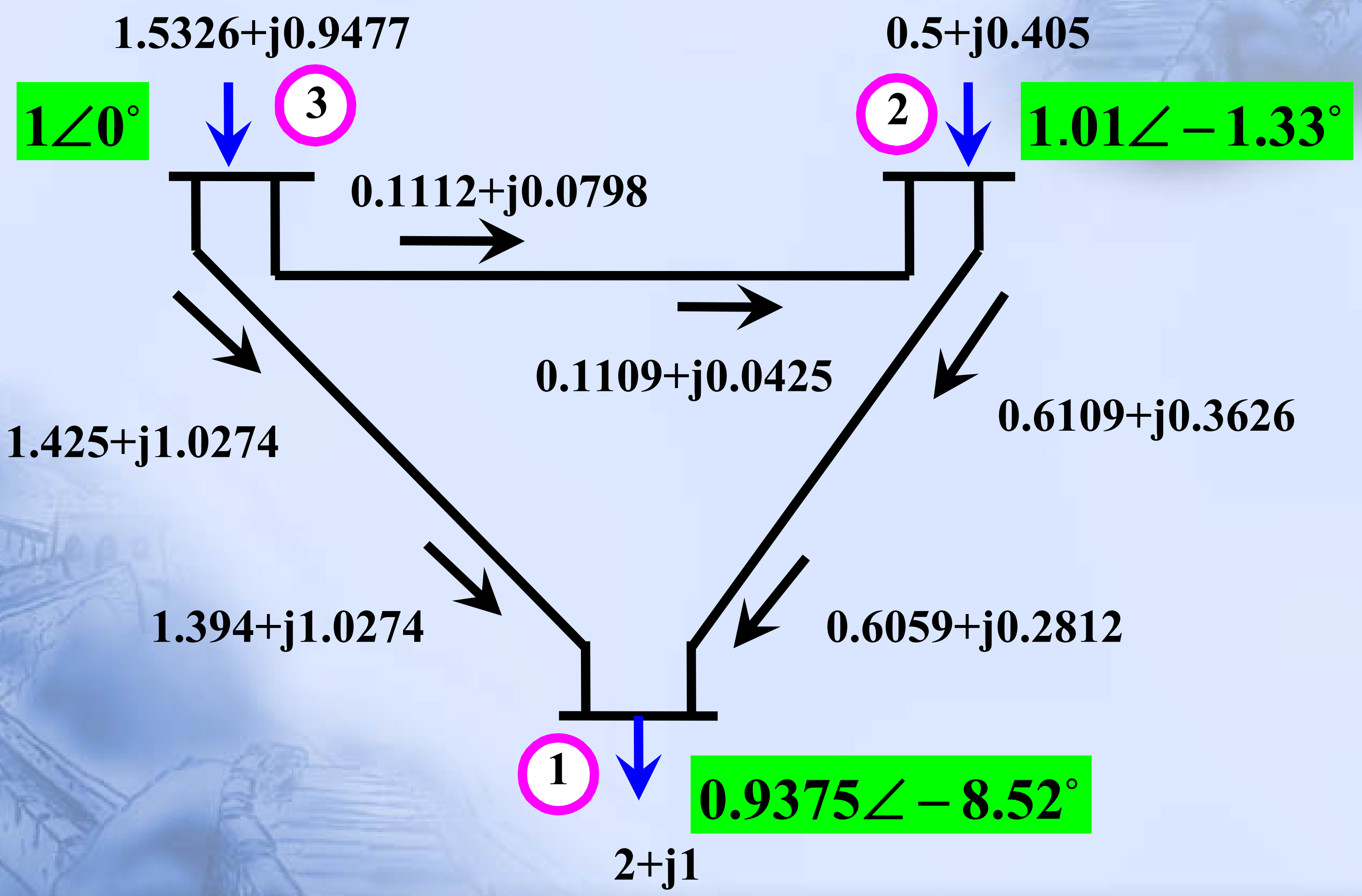
正常运行时节点电纳矩阵

$$\delta = B_0^{-1} P$$

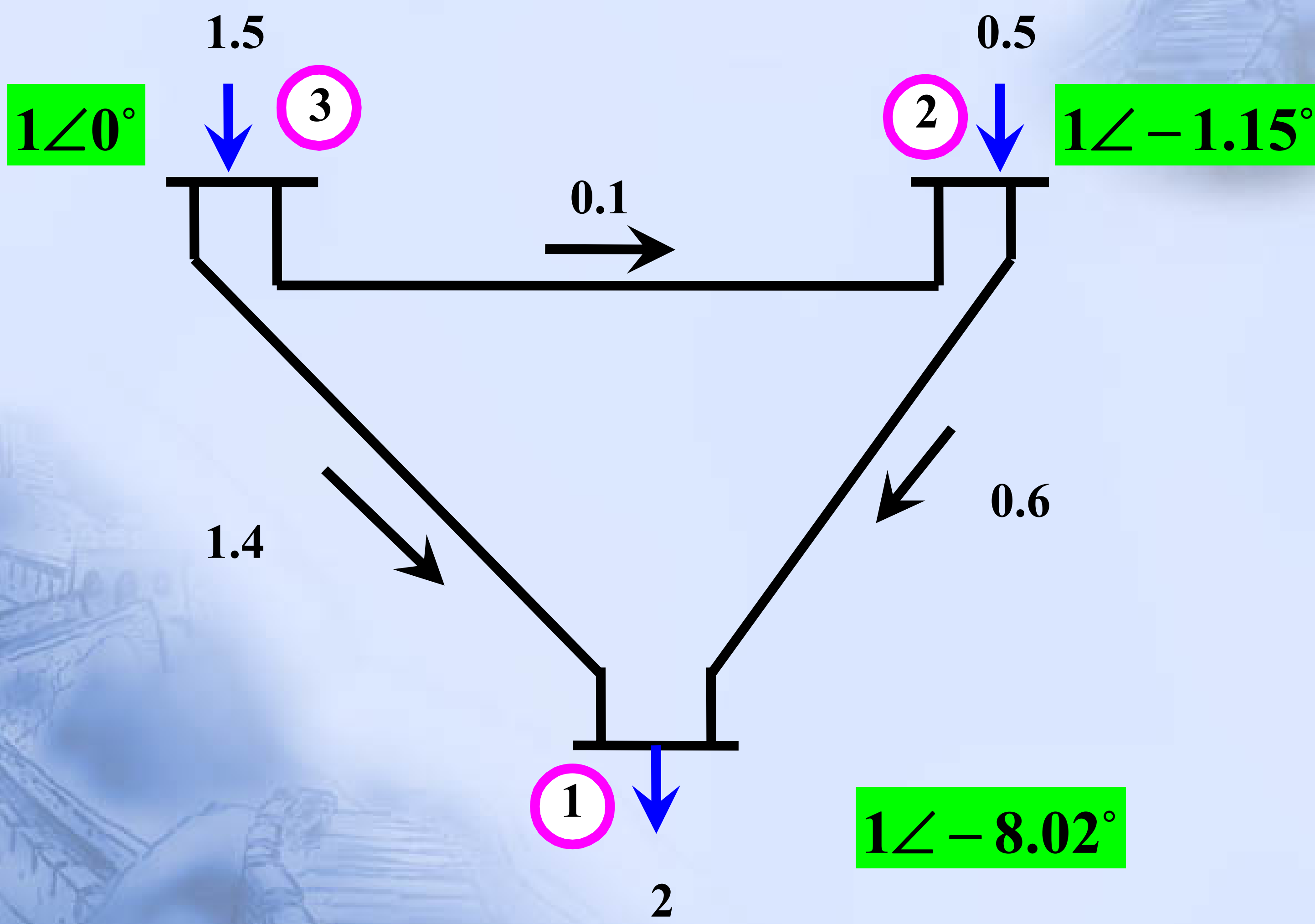
$$P_{ij} = -b_{ij}(\delta_i - \delta_j) = (\delta_i - \delta_j)/x_{ij} = \mathrm{B}_{ij}(\delta_i - \delta_j)$$

- ***P***，电压相角超前的节点向电压相角滞后的节点流动；相当于"交流电网中把节点的注入功率看作直流电路中节点的注入电流，节电电压的相角看作直流电路中的电压"，直流法。
- 直流潮流法解线性方程组，速度快、不存在收敛问题。适用于需要大量计算或运行条件不十分理想的场合，如电力系统规划、静态安全分析等。
- 直流法对节点功率方程进行了简化，一种近似计算法。

➢ R-F求解


1.5326+j0.9477
0.5+j0.405
1∠0°
3
2
1.01∠−1.33°
0.1112+j0.0798
0.1109+j0.0425
1.425+j1.0274
0.6109+j0.3626
1.394+j1.0274
0.6059+j0.2812
1
0.9375∠−8.52°
2+j1

- 直流法求解



1.5
0.5
$1\angle 0^{\circ}$
3
2
$1\angle -1.15^{\circ}$
0.1
1.4
0.6
1
$1\angle -8.02^{\circ}$
2

【例 3.3】 图 3.22 所示的五节点电力网中，节点 1、2 和 3 为 PQ 节点，各节点的负荷分别为：$\tilde{S}_1 = 1.6 + j0.8$，$\tilde{S}_2 = 2 + j1$，$\tilde{S}_3 = 3.7 + j1.3$；节点 4 为 PV 节点，给定 $P_4 = 5$，$U_4 = 1.05$；节点 5 为平衡节点，给定 $\dot{U}_5 = 1.05\angle 0°$。各支路阻抗、对地导纳标于图中。

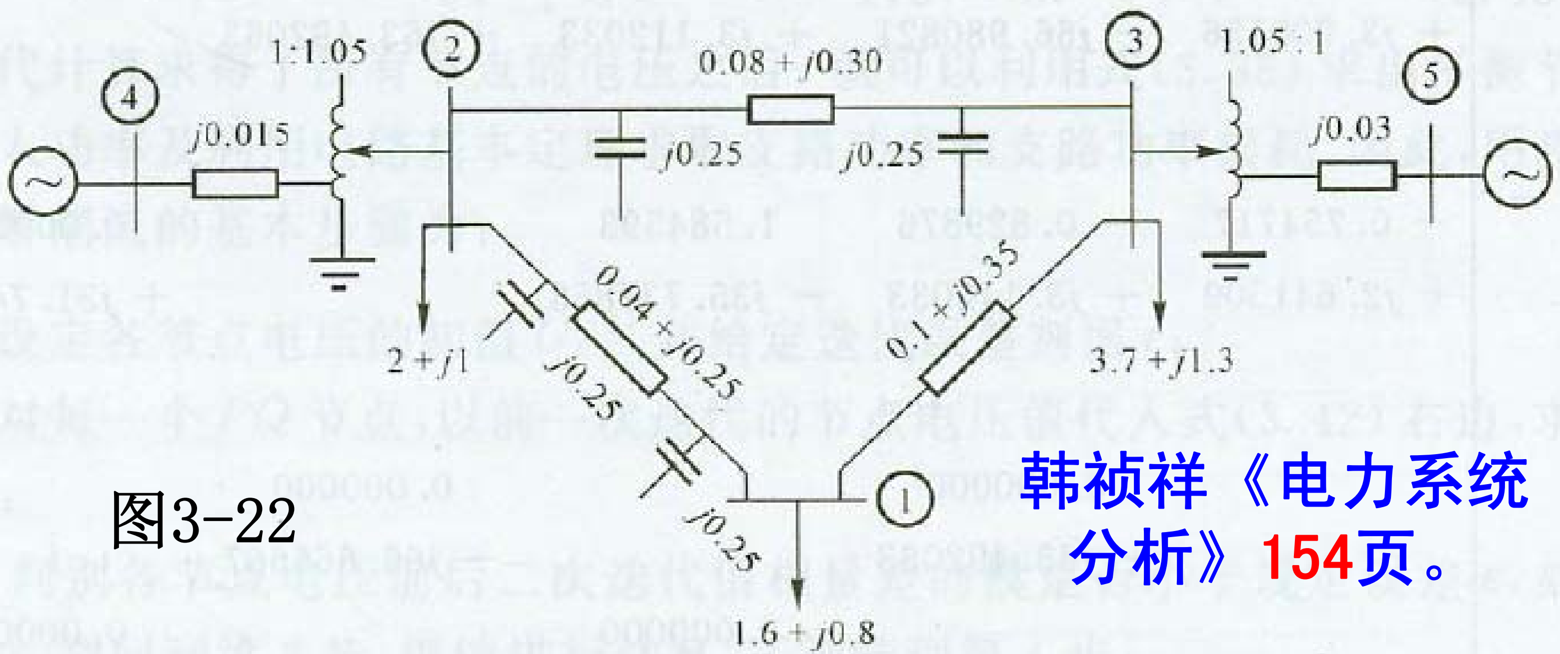
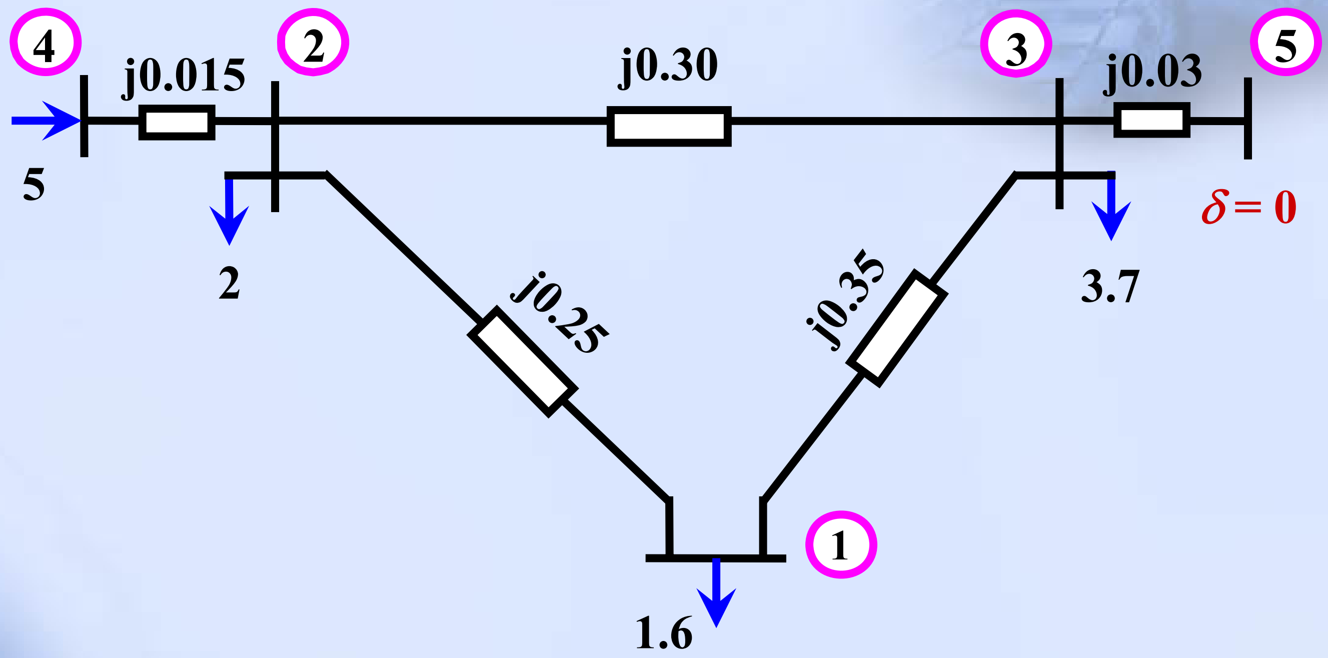


图3-22

韩祯祥《电力系统分析》154页。

分析： 忽略线路（变压器）的电阻和并联电容，设变压器变比为1.0，只考虑各节点负荷的有功功率。



矩阵B_0：

$$b_{11}=\frac{1}{0.25}+\frac{1}{0.35}=6.857$$

$$b_{12}=b_{21}=-\frac{1}{0.25}=-4$$

$$b_{13}=b_{31}=-\frac{1}{0.35}=-2.857$$

$$b_{22}=\frac{1}{0.25}+\frac{1}{0.3}+\frac{1}{0.015}=74$$

$$b_{23}=b_{32}=-\frac{1}{0.3}=-3.33$$

$$b_{24}=b_{42}=-\frac{1}{0.015}=-66.66$$

$$b_{14}=b_{41}=b_{34}=b_{43}=0$$

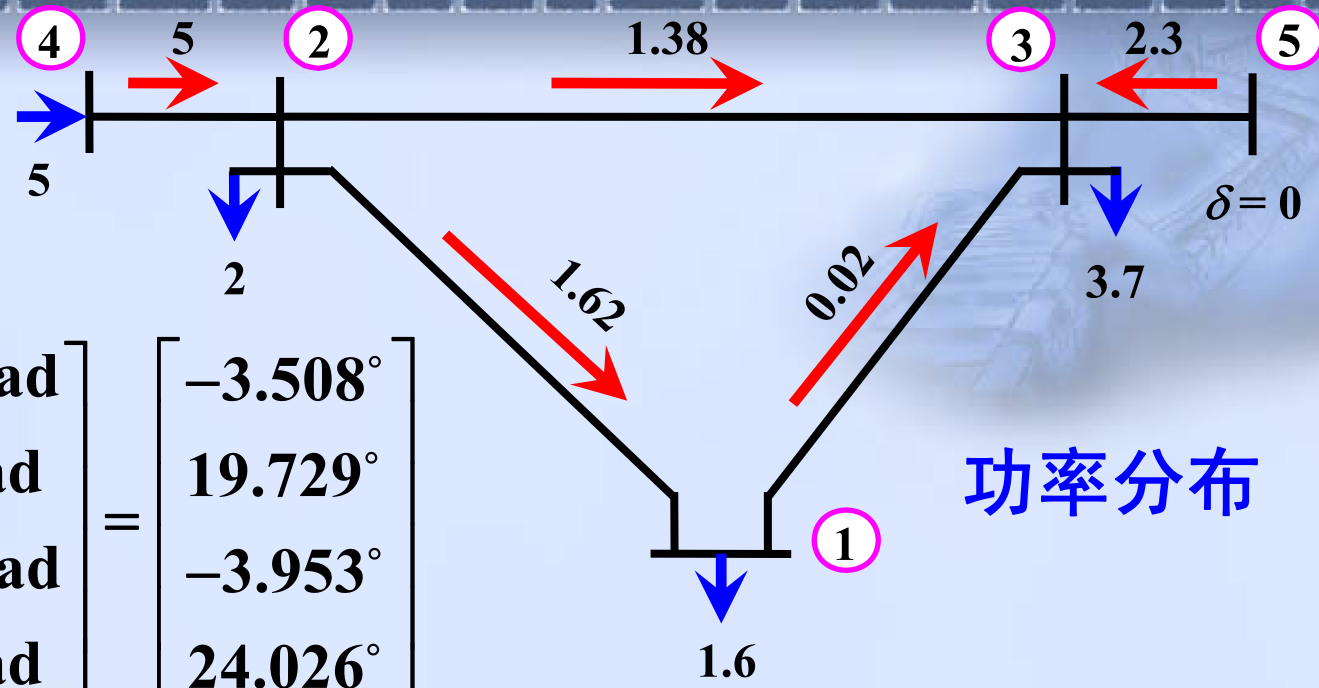
$$b_{33}=\frac{1}{0.35}+\frac{1}{0.3}+\frac{1}{0.03}=39.523$$

$$b_{44}=\frac{1}{0.015}=66.666$$

$$\mathrm{B}_0 = \begin{bmatrix} 6.857 & -4 & -2.857 & 0 \\ -4 & 74 & -3.333 & -66.666 \\ -2.857 & -3.333 & 39.523 & 0 \\ 0 & -66.666 & 0 & 66.666 \end{bmatrix}$$

有功功率： $P = \begin{bmatrix} -1.6 & -2 & -3.7 & 5 \end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix} 6.857 & -4 & -2.857 & 0 \\ -4 & 74 & -3.333 & -66.666 \\ -2.857 & -3.333 & 39.523 & 0 \\ 0 & -66.666 & 0 & 66.666 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6 \\ -2 \\ -3.7 \\ 5 \end{bmatrix}$$



功率分布

$$\begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ \delta_3\\ \delta_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.061\ \text{rad}\\ 0.344\ \text{rad}\\ -0.069\ \text{rad}\\ 0.419\ \text{rad}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3.508^\circ\\ 19.729^\circ\\ -3.953^\circ\\ 24.026^\circ\end{bmatrix}$$

$$P_{21}=\frac{\delta_2-\delta_1}{x_{12}}=\frac{0.344+0.061}{0.25}=1.62,\quad P_{23}=\frac{\delta_2-\delta_3}{x_{23}}=\frac{0.344+0.069}{0.3}=1.38$$

$$P_{13}=\frac{\delta_1-\delta_3}{x_{13}}=\frac{-0.061+0.069}{0.35}=0.02,\ P_{42}=\frac{\delta_4-\delta_2}{x_{24}}=\frac{0.419-0.344}{0.015}=5$$

$$P_{53}=\frac{\delta_5-\delta_3}{x_{35}}=\frac{0+0.069}{0.03}=2.3$$

3.7 电力系统有功功率与频率

3.7.1 频率调整的必要性

3.7.2 电力系统静态频率特性

3.7.3 电力系统频率调整

3.7.4 综合负荷合理分配及有功功率平衡

3.7.1 频率调整的必要性

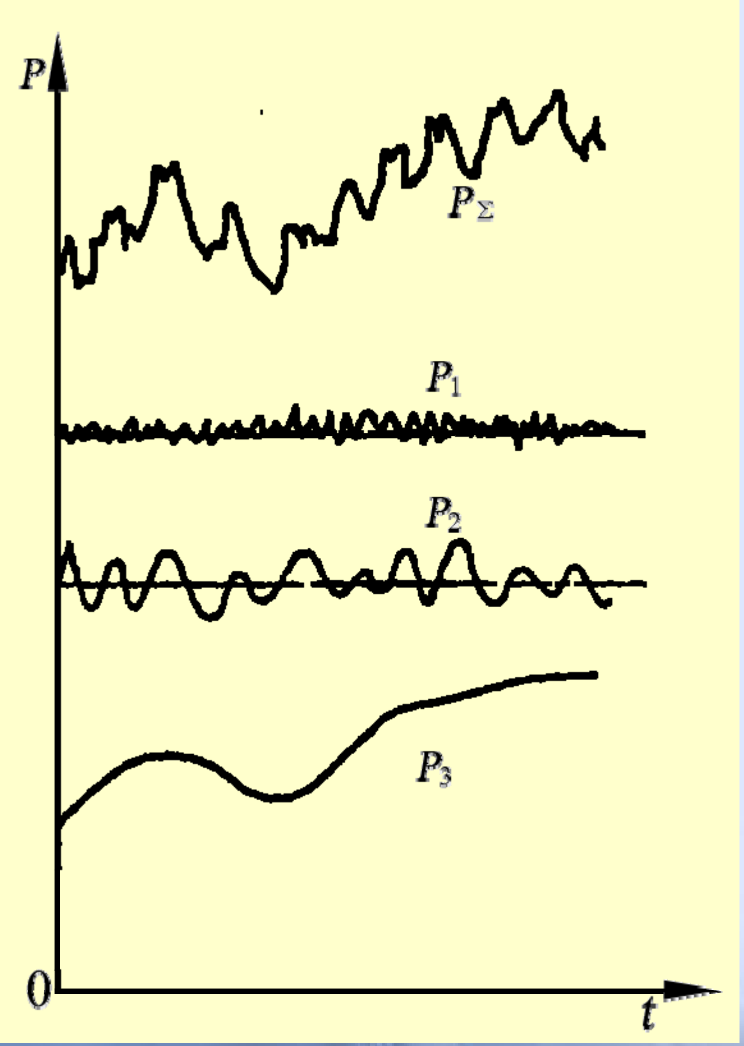
(1) 频率变化的危害

- 影响异步电动机转速的变化。
- 影响各种电子设备的精确性。
- 使计算机发生误操作。
- 威胁电力系统自身的正常运行。

(2)负荷与频率的关系

- 不受频率影响的负荷：电阻性负荷。
- 频率变化成正比的负荷：大多数，异步电动机。
- 与频率高次方成正比的负荷：鼓风机、离心水泵电动机。

(3)负荷曲线组成



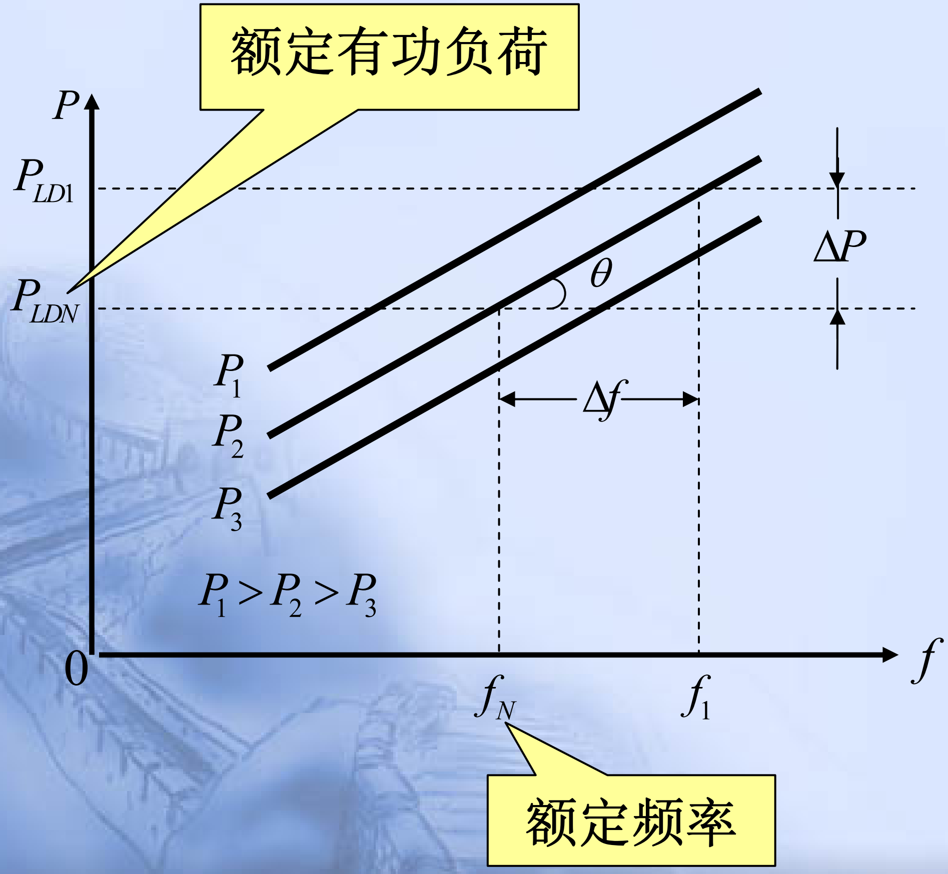
P_1：幅度小，周期短(<10s)，发电机组调速器自动调整，<u>一次调整</u>。

P_2：幅度较大，周期较长(10s～3min)，电炉、液压机械、电气机车，手动调速器(同步器)调整，<u>二次调频</u>。

P_3：变化缓慢，工厂的作息时间、人们的生活习惯、气象条件。

3.7.2 电力系统静态频率特性

(1) 负荷P=$P(f)$，频率静态特性

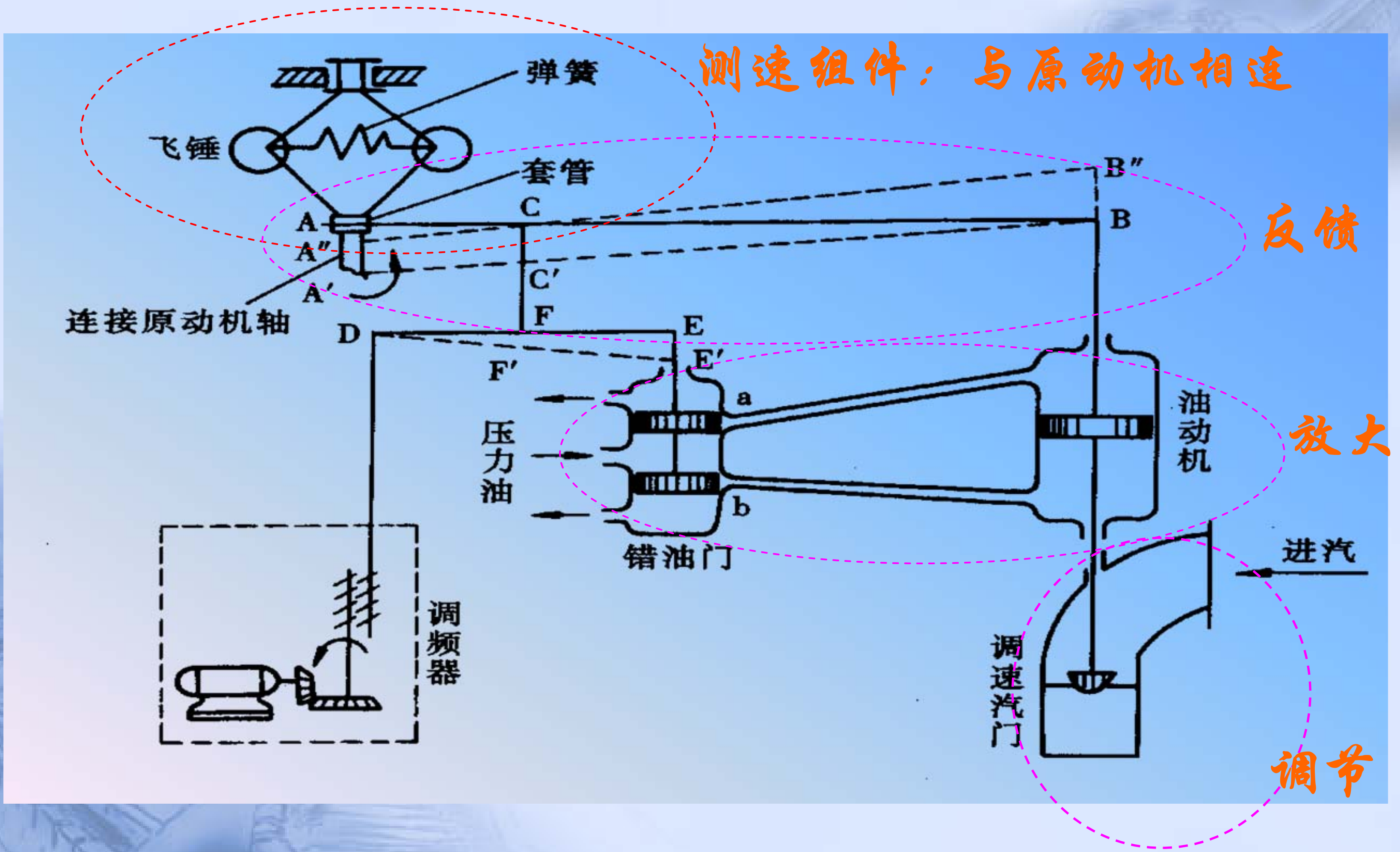


$$k_{\mathrm{LD}*} = \frac{\Delta P / P_{\mathrm{LDN}}}{\Delta f / f_{\mathrm{N}}} = \frac{\Delta P_*}{\Delta f_*}$$

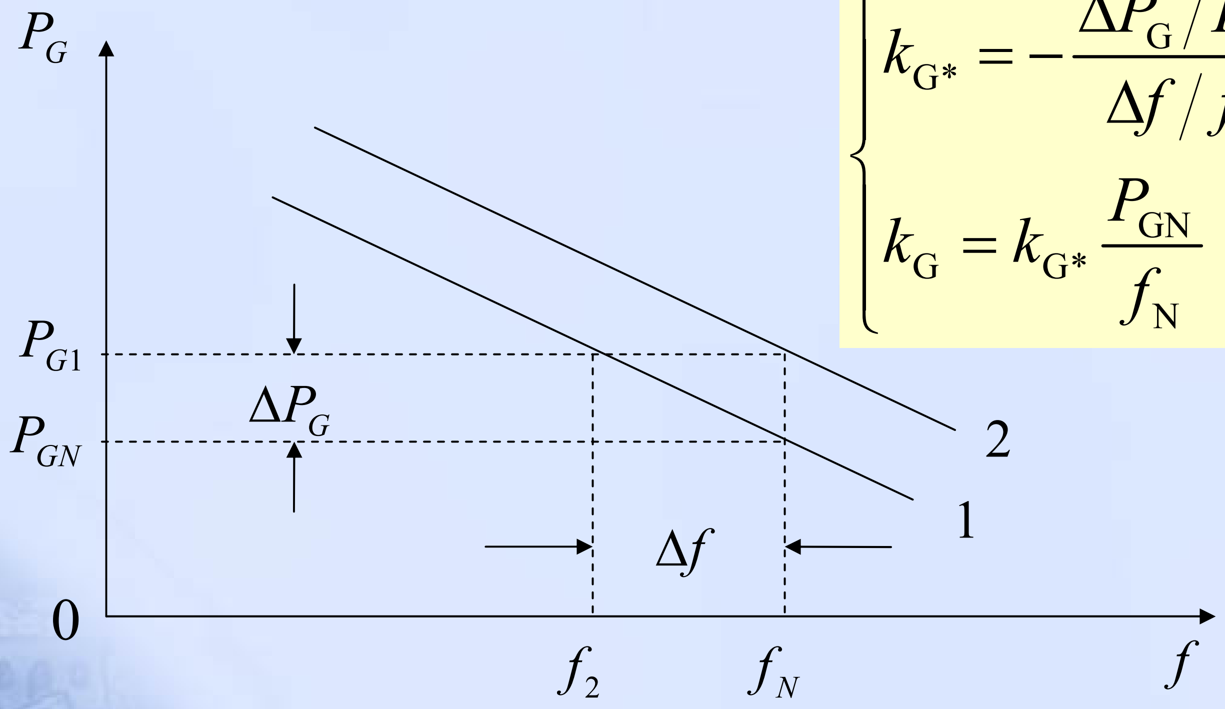
——频率调节效应系数

- 其值与系统各类负荷的比重和性质有关，一般取值1～3；
- 不能人为整定。

(2) 发电机组调速器原理


测速组件：与原动机相连
弹簧
飞锤
套管
A
A″
A′
C
C′
B″
B
反馈
连接原动机轴
D
F
E
E′
F′
a
b
压力油
油动机
放大
错油门
进汽
调频器
调速汽门
调节

(3) 发电机组，*P*=*P*(*f*)



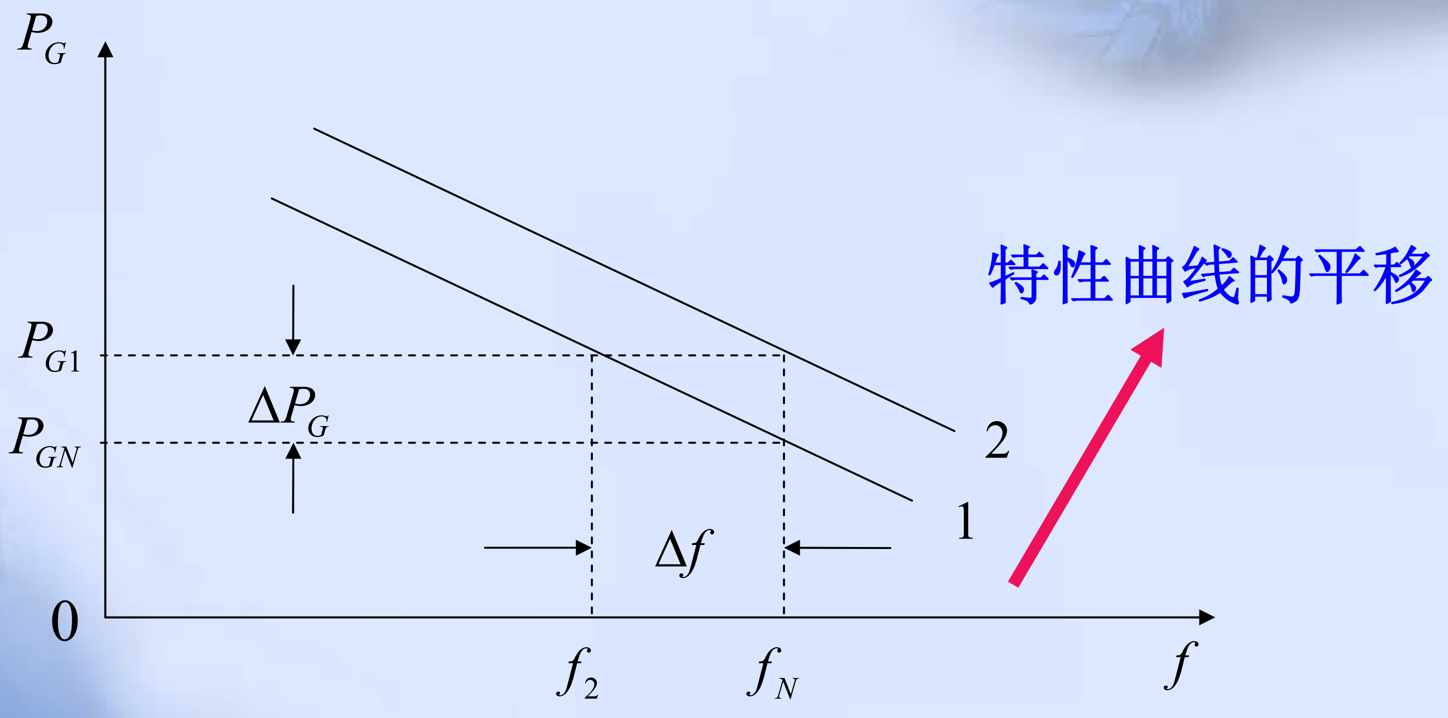
$$\begin{cases} k_{G*} = -\dfrac{\Delta P_G / P_{GN}}{\Delta f / f_N} = -\dfrac{\Delta P_{G*}}{\Delta f_*} \\ k_G = k_{G*}\dfrac{P_{GN}}{f_N} \end{cases}$$

- 可人为整定。
- 汽轮机：k_{G*}＝16.7-25

  水轮机：k_{G*}＝25-50。

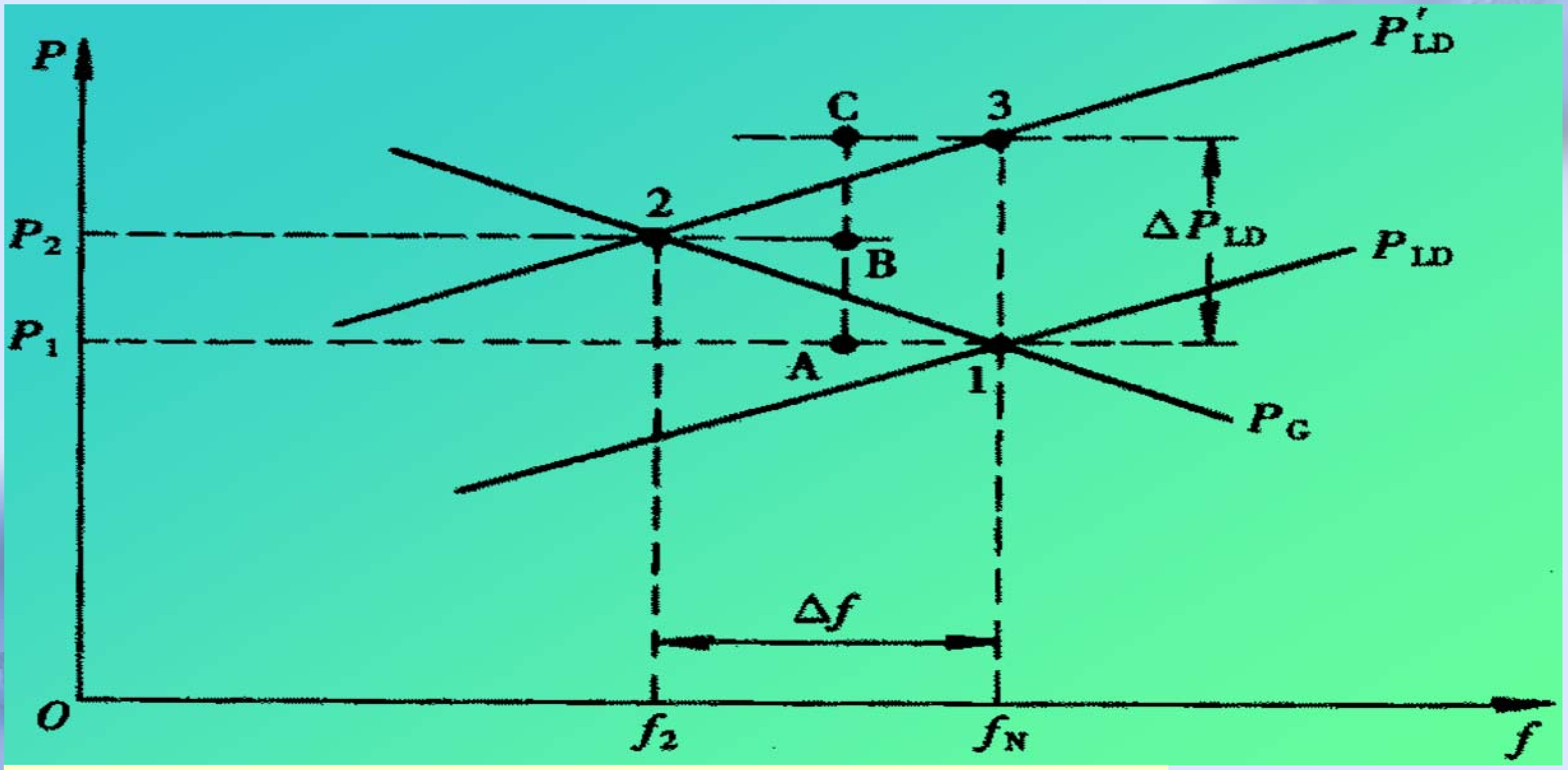
二次频率调整

通过控制同步器对发电机组输出功率进行调整的过程。



一次调频基础上，由一个或数个发电厂承担，实现频率无差调节。

(3) 系统有功功率—频率静态特性

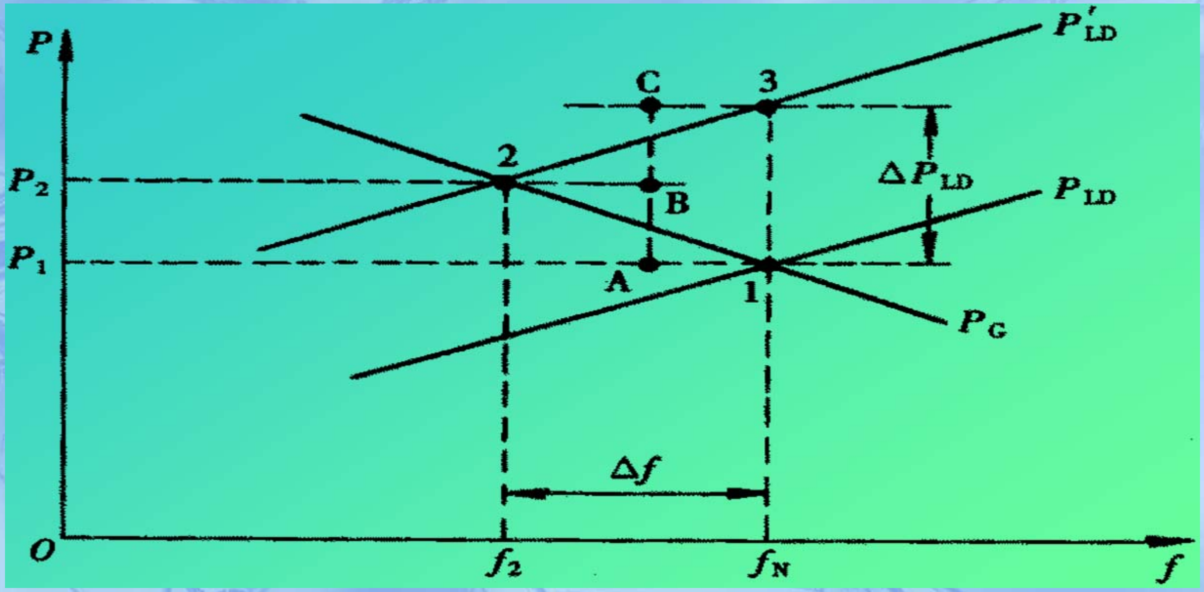


$$\Delta P_{LD} = \Delta P_G + \Delta P = -(k_G + k_{LD})\Delta f = -k_s \Delta f$$

机组愈多，k_G愈大，k_S愈大。

3.7.3 电力系统频率调整

(1) 一次频率调整



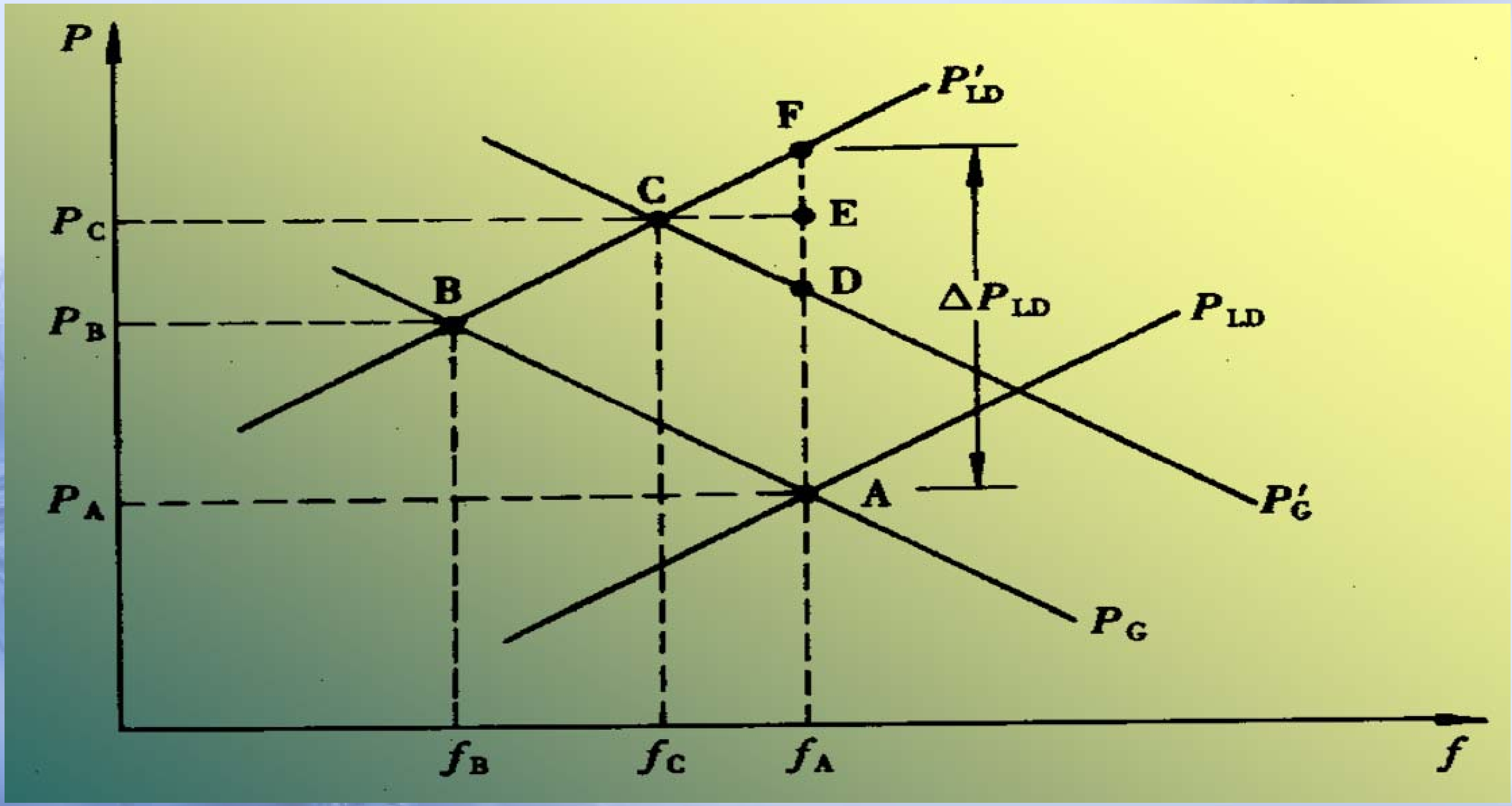
不能人为设定

$$k_{G\sum} = \sum_{i=1}^{m} k_{Gi}, k_S = k_{G\sum} + k$$

结论：负荷功率增量相同时，频率变化幅度会减小。

(2) 二次频率调整

一次调频只能改善系统频率，若不能调整到允许偏移范围，需要二次调频。



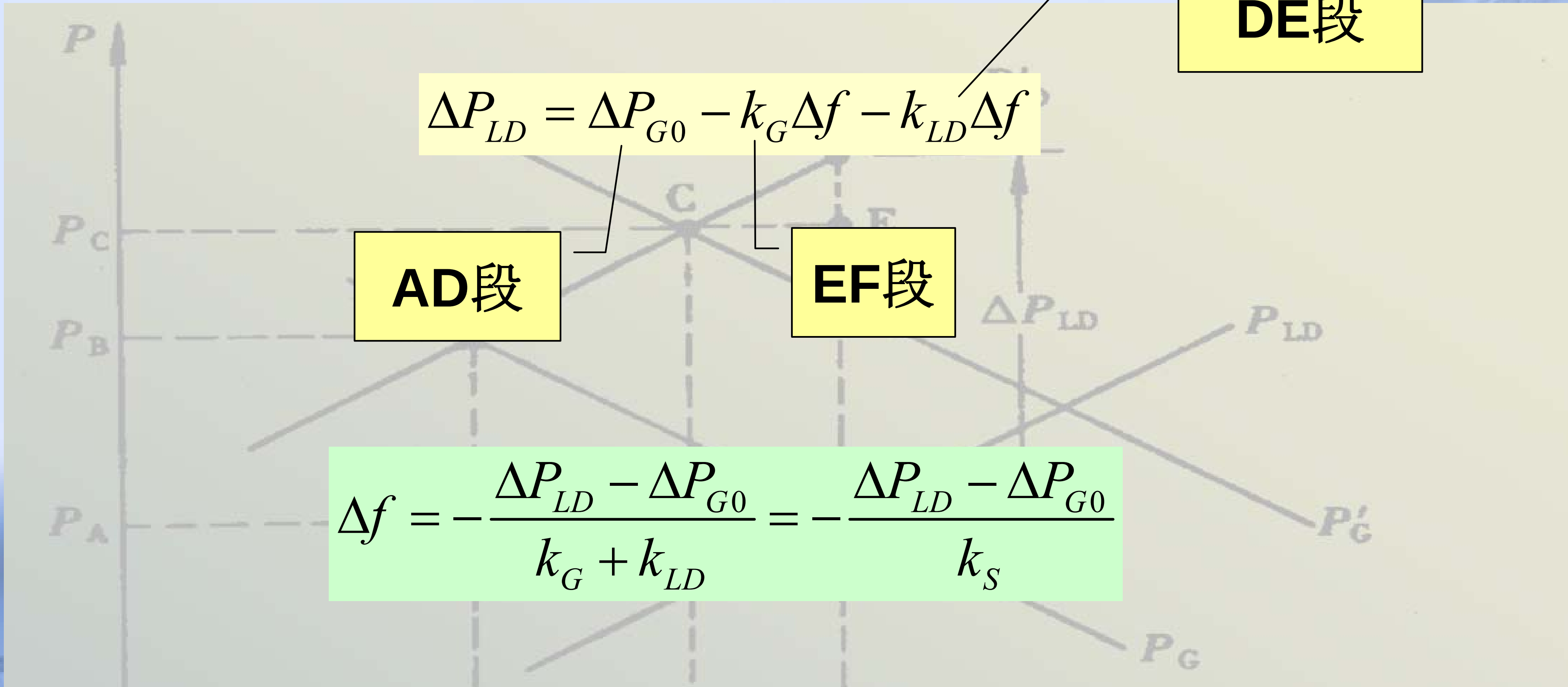
负荷变化组成

DE段

$$\Delta P_{LD} = \Delta P_{G0} - k_G \Delta f - k_{LD} \Delta f$$

AD段

EF段



$$\Delta f = -\frac{\Delta P_{LD} - \Delta P_{G0}}{k_G + k_{LD}} = -\frac{\Delta P_{LD} - \Delta P_{G0}}{k_S}$$

结论：二次调频增加了发电机组出力，在相同负荷变化量时，系统频率偏移减小了。当二次调频功率与负荷增量相等时，频率差为0，实现了无差调频。

(3) 主调频厂的选择

1) 电厂的分类

主调频厂: 负责全系统频率调整工作，由一个发电厂担任;

辅助调频厂: 协助主调频厂调频，由1～2个电厂承担;

非调频厂：按负荷曲线发电，不参与调频，只按调度部门分配发电，称为“基载厂(固定出力电厂)”。

2) 300万以上大系统的调度规程规定

- 频率偏移不超过±0.2Hz时由主调频厂调频;
- 频率偏移超过±0.2Hz时，辅助调频厂参加调频;
- 频率偏移超过±0.5Hz时，系统内所有电厂参与调频。

3) 主频厂选择条件

- 具有足够的调节容量和范围
- 具有较快的调节速度
- 具有安全性与经济性
- 电源联络线上的交换功率
- 调频引起的电压波动是否在允许偏移范围之内。

4) 水火电厂并存系统中的主调频厂选择

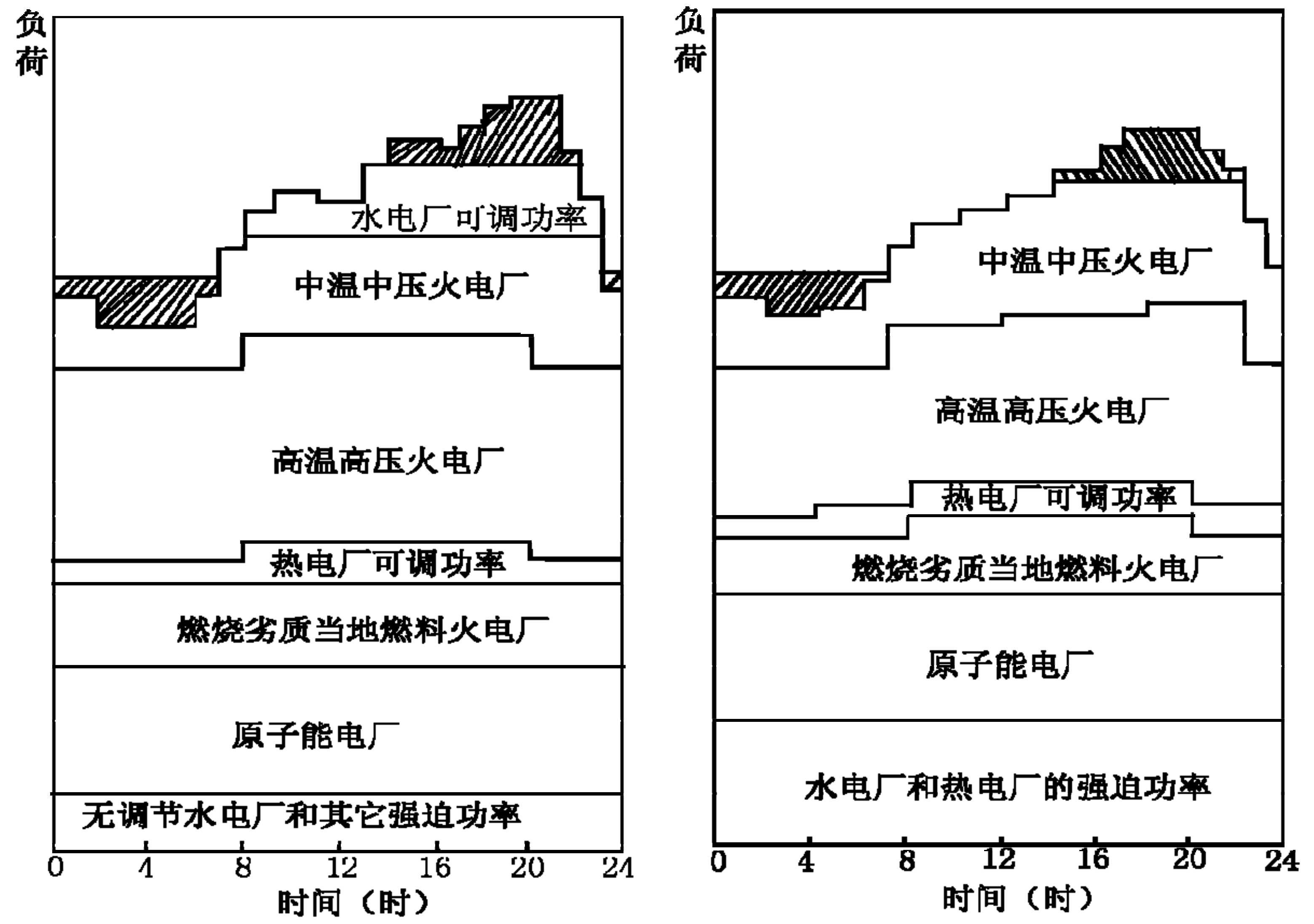
枯水季节：水电厂为主调频厂；

丰水季节：选择装有中温中压机组的火电厂作为主调频厂。

5) 事故调频的措施与步骤

- 投入旋转备用容量（或旋转备用机组），迅速起动备用发电机组；
- 切除部分负荷；
- 选取合适地点，将系统解列运行；
- 分离厂用电，以确保发电厂能迅速恢复正常，与系统并列运行。

3.7.4 综合负荷合理分配及有功功率平衡



(a) 枯水期　(b) 丰水期

有功功率平衡方程

$$\Sigma P_{\mathrm{G}} = \Sigma P_{\mathrm{LD}} + \Sigma \Delta P + \Sigma P_{\mathrm{p}}$$

网络有功损耗

厂用电

备用容量的分类及形式

- 负荷备用；
- 检修备用
- 事故备用；
- 国民经济备用

热备用（或称旋转备用）
冷备用（或称停机备用）

3.8 电力系统的电压与无功功率

3.8.1 电压调整的重要性

3.8.2 电力系统无功功率

3.8.3 电力系统无功平衡

3.8.1 电压调整的重要性

- 电压是电能质量的重要指标。
- 电压调整比调节频率更复杂。

我国规定的电压偏移范围

- 35kV及以上供电电压： ±5%
- 10kV及以下三相供电电压： ±7%
- 220kV单相供电电压： +5%～-10%
- 农村电网
  - 正常运行情况： +7.5%～-10%
  - 事故运行情况： +10%～-15%

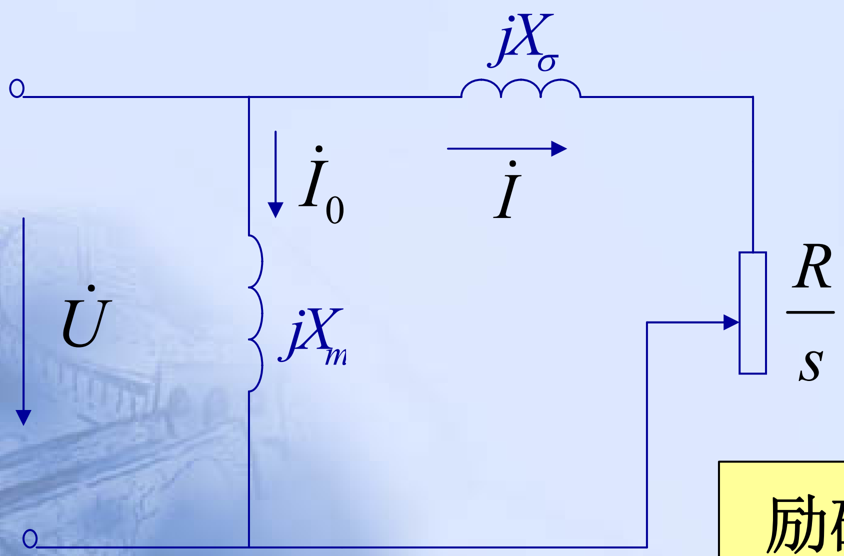
电压偏移对用电设备的危害

- 照明设备电压高，光通量增加，寿命降低；反之，照明不足。
- 异步电机电压降低时转距降低，绕组电流增加，温度升高，老化；反之，电机绝缘不利。
- 变压器与电机类似。
- 降低系统并列的稳定性，影响系统运行的经济性。

3.8.2 电力系统的无功功率－电压静态特性

(1) 综合负荷

异步电动机 ***Q*=*Q*(*U*)**



异步电机消耗的无功功率

$$Q_M = Q_m + Q_\sigma = \frac{U^2}{X_m} + 3I^2 X_\sigma$$

励磁功率

漏磁功率

异步电动机$Q=Q(U)$

减函数，漏电抗损耗占占主要成分。

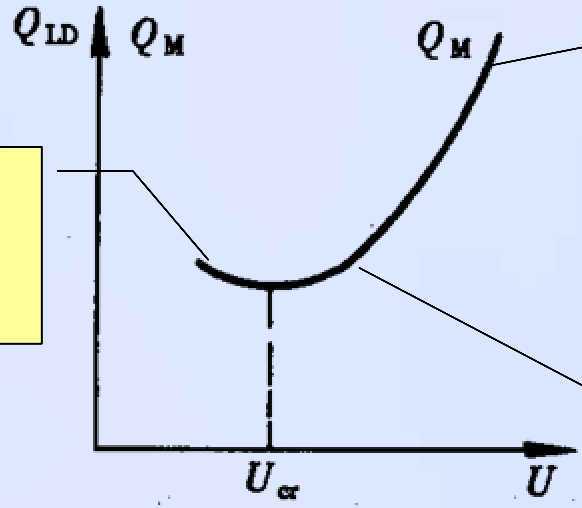
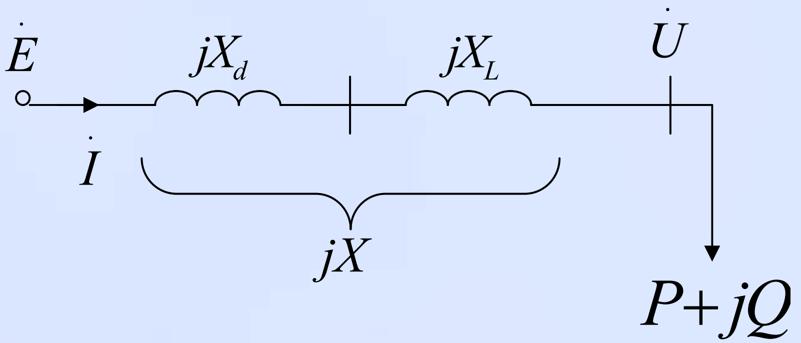


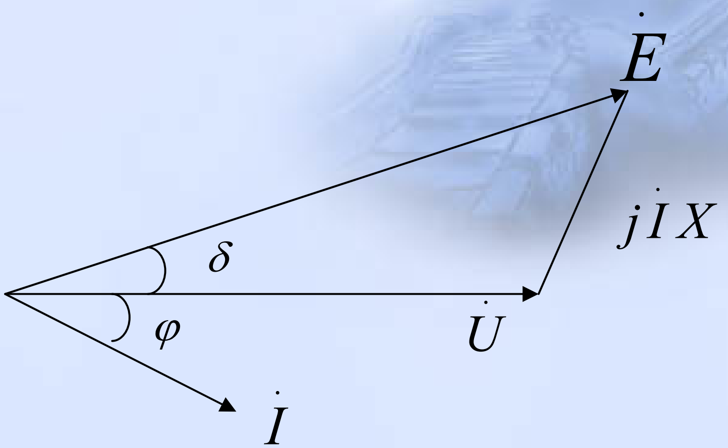
图 5-24 异步电机 Q-U 静态特性

外加电压高于额定电压，铁心饱和，X_m下降，Q与U高次方成正比例。

外加电压低于额定电压，Q与U^2成比例。

(2) 发电机





发电机送至负荷：

$$\begin{cases} P_G = \dfrac{EU}{X}\sin\delta \\ Q_G = \dfrac{EU}{X}\cos\delta - \dfrac{U^2}{X} \end{cases}$$

P_G不变时

$$Q_G = \sqrt{\left(\frac{EU}{X}\right)^2 - P_G^2} - \frac{U^2}{X}$$

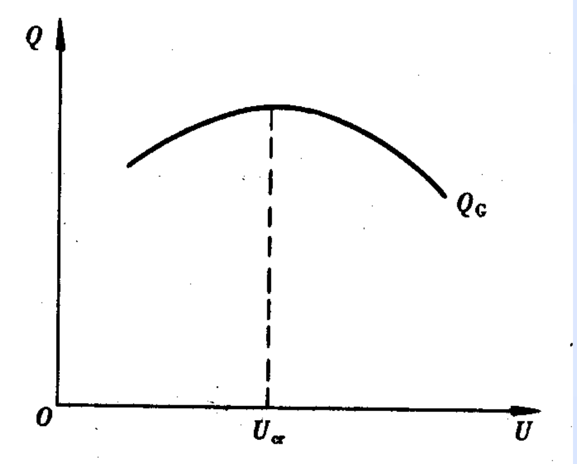


图 5-26 发电机电压静态特性

(3) 电力系统电压静态特性

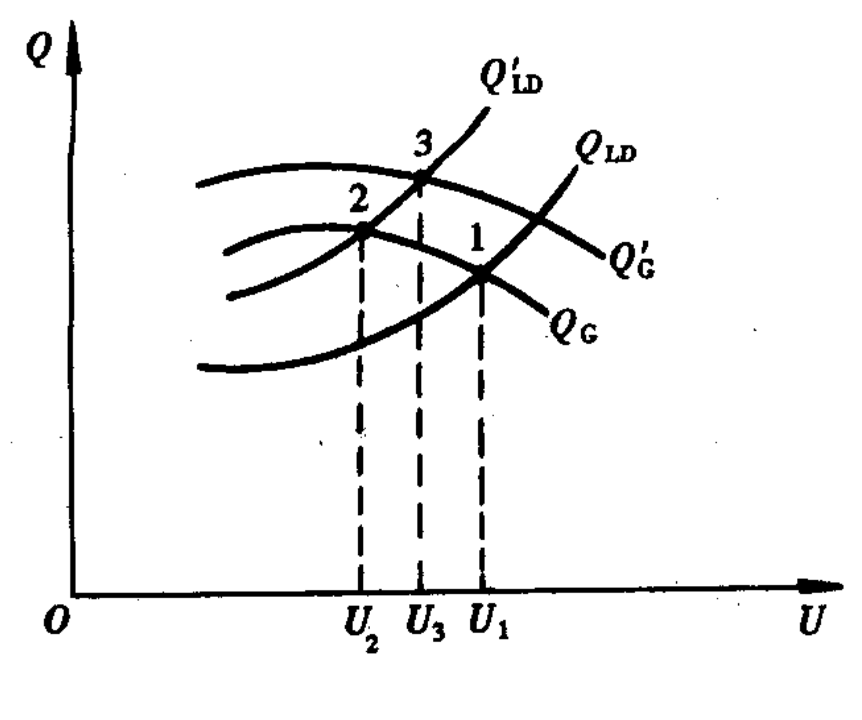


图 5-27 电力系统电压静态特性

当系统有足够的无功电源时，可有较高的运行电压水平；否则，较低。

结论：无功必须保持平衡，电源、负荷、损耗平衡，维持电力系统一定电压水平的必要条件。

3.8.3 电力系统无功平衡

3.8.3.1 无功负荷和无功损耗

无功负荷：用户和发电厂用电的无功负荷(主要异步电动机)。

国家标准对功率因数有要求。

无功损耗：变压器和线路的无功损耗。

变压器无功损耗＝励磁损耗＋绕组损耗

$$\Delta Q_0 = I_0(\%) S_{TN}, \quad \Delta Q = \frac{S^2}{U^2} X_T = U_S(\%) S_{TN} \left(\frac{S}{S_{TN}}\right)^2$$

线路无功功率损耗

线路无功损耗＝$\underbrace{\text{电抗损耗＋电容损耗}}_{\text{互为补偿}}$

- <100km,220kV，感性，消耗无功功率；
- 300km左右，220kV，基本平衡，电阻性；
- >300km，电容性。

3.8.3.2 无功电源

- 发电机
- 同步调相机
- 电力电容器
- 静止无功补偿器

(1) 无功电源——发电机

唯一的有功电源，重要的无功电源。不影响有功功率平衡的基础上，可以调整无功功率的输出，调整系统的运行电压。

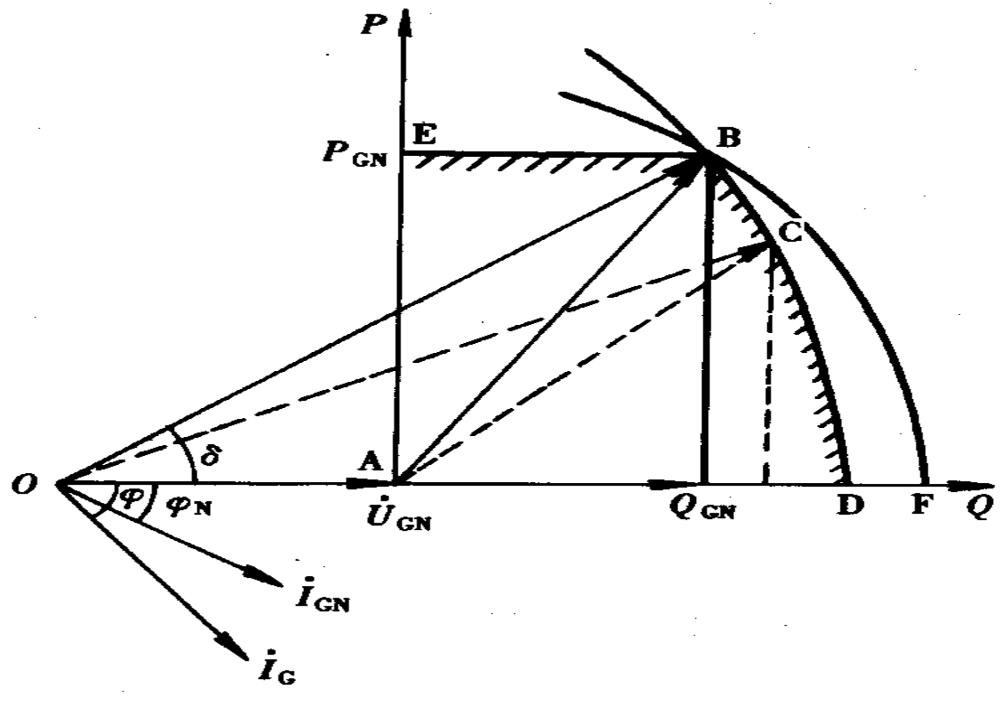


图 5-28　发电机运行极限图

$$Q_{GN}=S_{GN}\sin\varphi_N=P_{GN}\operatorname{tg}\varphi_N$$

发电机运行的约束条件

- 可发视在功率$S_G <= S_{GN}$;
- 转子励磁电流$i_f <= i_{fN}$;
- 可发有功功率$P_G <= P_{GN}$。

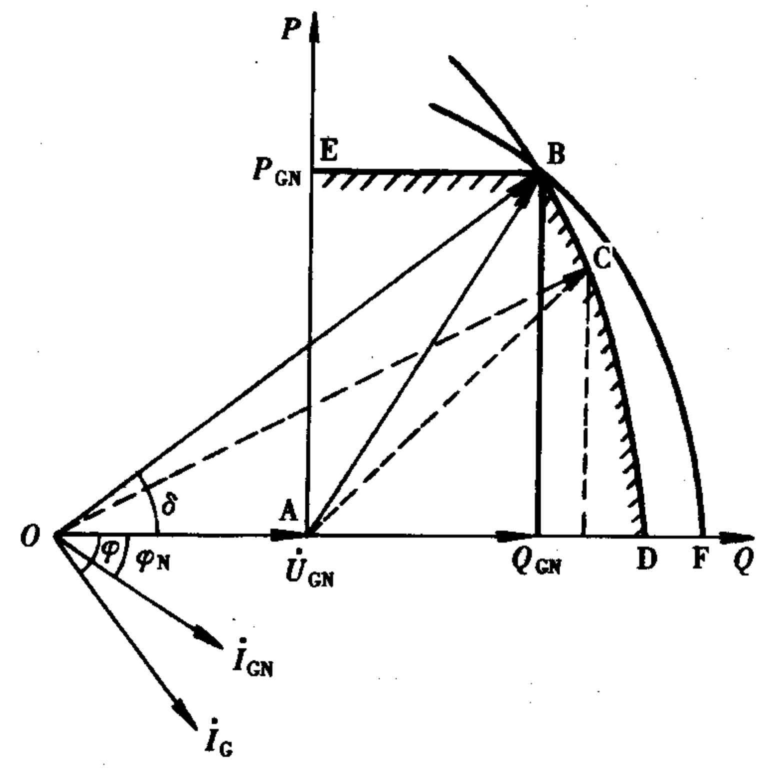


图 5-28　发电机运行极限图

(2) 无功电源——同步调相机

相当于空载运行的同步发电机。

- 过励磁运行作无功电源运行；欠励磁运行作无功负荷运行；
- 可平滑无级地改变无功功率的大小和方向，达到调整系统运行电压的目的；
- 无功功率的输出受端电压的影响不大；
- 运行维护较复杂，有功功率损耗较大；
- 单位容量的投资费用较大，只宜集中安装。

(3) 无功电源——电力电容器

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = U^2 \omega C$$

电力电容器的特点

- 运行维护方便；
- 有功功率损耗小；
- 单位容量投资小且与总容量的大小几乎无关；
- 既可集中安装，也可分散布置；
- 无功功率调节性能差，输出无功功率受端电压影响较大；
- 只能阶跃式的调压。

(4) 无功电源——静止补偿器

(Static Var Compensator,SVC)

1960s问世，**1970s**发展为可控硅控制。由特殊电抗器和电容器组成，之一或之二是可控的，一种并联联接的无功功率发生器和吸收器。“静止”表示不能旋转。

具有电容器结构优点，同步机调节优点，可迅速按负荷变化改变无功功率的输出，稳定电压，适合冲击特性的无功补偿。

SVC组成

自饱和电抗器(Saturated Reactors, SR)

固定连接电容器(Fixed Capacitor, FC)

可控硅控制电抗器(Thyristor Controlled Reactors, TCR)

可控硅开关操作的电容器(Thyristor Switched Capacitor, TSC)。

SVC

- 自饱和电抗器
- 可控硅控制电抗器型（TCR）
  - FC + TCR
  - TSC+TCR

自饱和电抗器型SVC

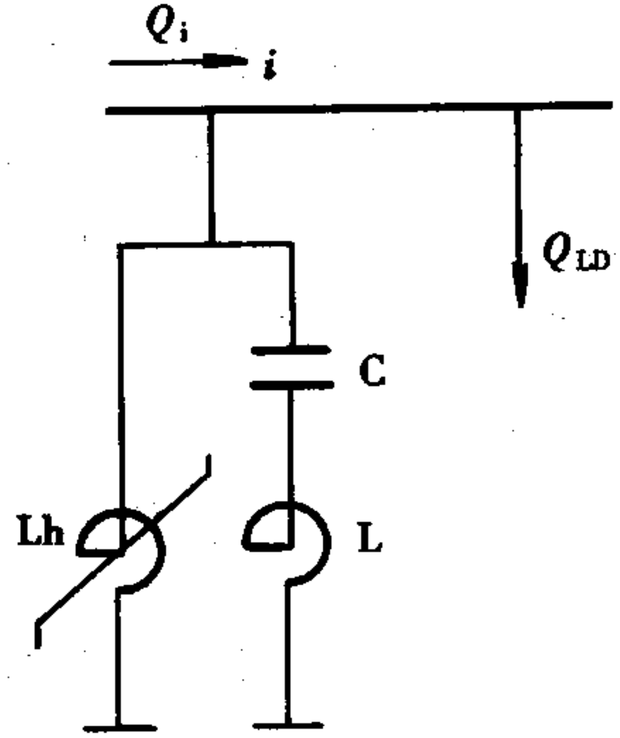


图 5-31　自饱和电抗器型静止补偿器

- 电压低于额定电压，L不饱和，感抗大，不消耗无功，C发出无功，母线电压回升。
- 电压达到超过额定电压，铁心饱和，感抗接近0，吸收大量无功，母线电压降低。
- 在额定电压附近，电抗器吸收的无功功率随电压变化很快，有稳压作用。

FC-TCR

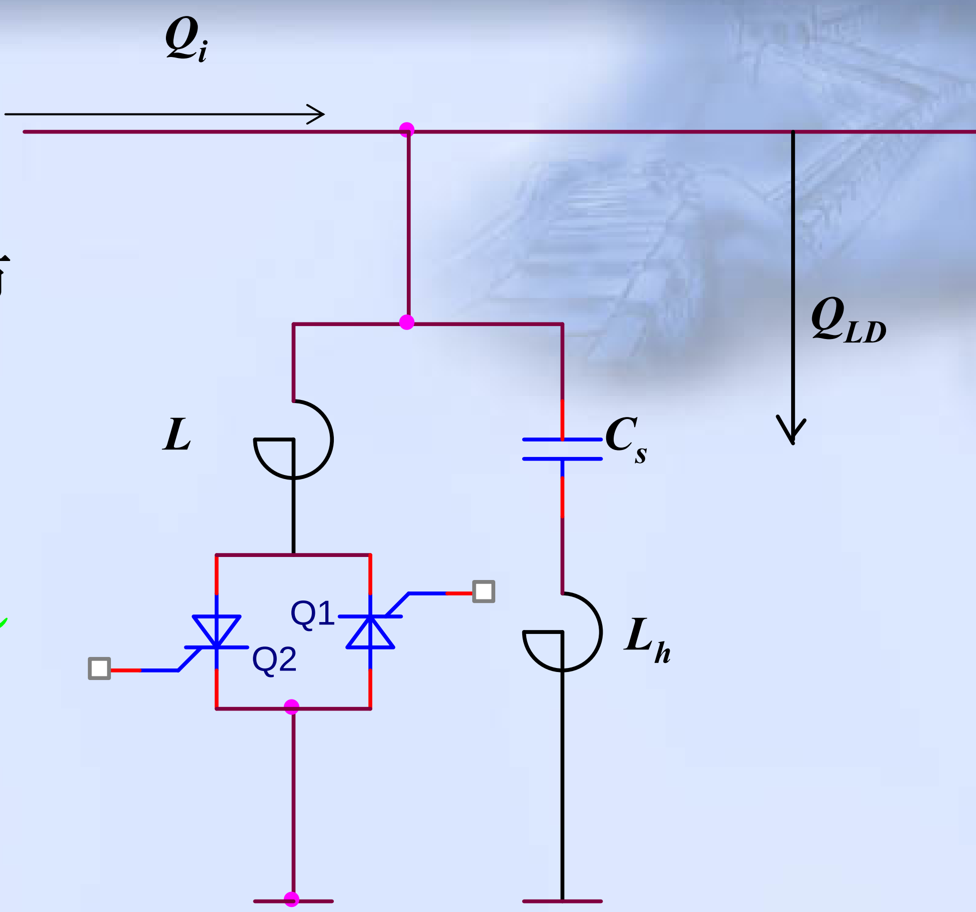
基本原理：改变*L*的饱和程度，可改变*L*的感性无功功率，调节进线无功功率的大小，可调压。

可控硅的导通由控制角α控制。

α＝90^0，完全导通；α＝90～180^0，部分导通。

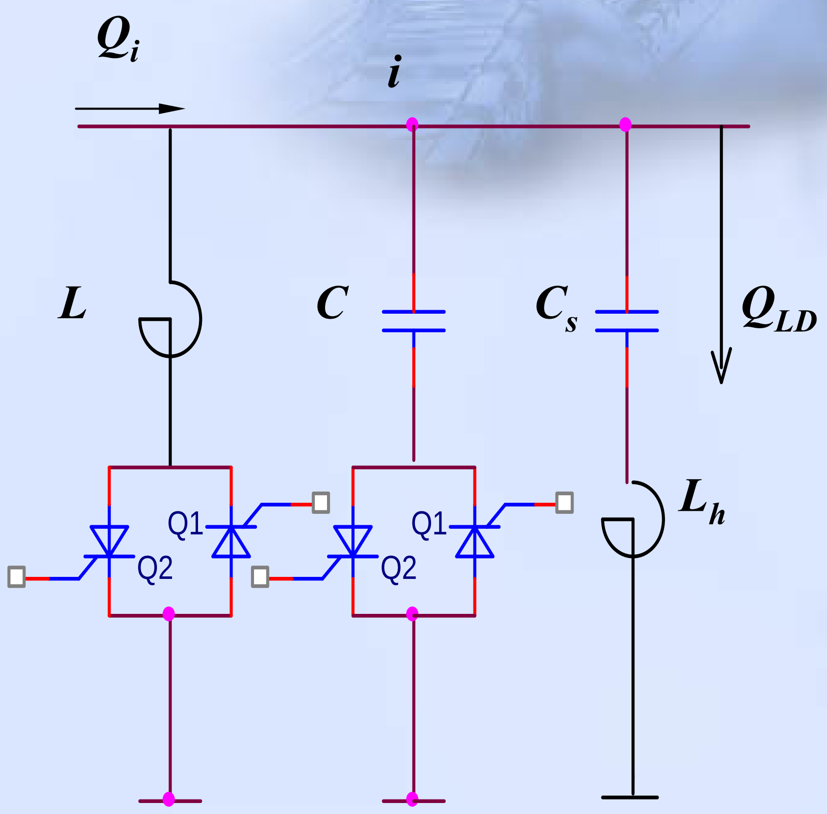
增大α，减小电流中的基波分量，增大L的感抗，减小无功功率和电流。

结论：TCR是可变空心电抗器。



TSC-TCR

- 由1～2个TCR和n个TSC组成。
- 减少了TCR容量及其自生谐波。
- 当系统电压过高，需要吸收大量无功时，可断开全部电容器组，让TCR全波导通，几乎不产生谐波。
- TSC输出的容性无功是阶梯式可调，与TCR可以得到平滑可调的无功功率输出。



3.8.3.3 系统的无功功率平衡

$$Q_{GC} - Q_{LD} - Q_L = Q_{res}$$

The End

Release 2010

感谢您的使用和提出宝贵意见。