

## CAPITULO 2

### TRANSFORMADA WAVELET

La transformada Wavelet es una herramienta matemática que promete no solo tener múltiples aplicaciones en el procesamiento de señales sino que además está siendo usada en Control de Procesos y detección de anomalías sintomáticas en medicina e ingeniería. Por lo que a nuestro caso se refiere la usaremos como elemento discriminador para diferenciar las vibraciones anormales de las normales. En este Capítulo se detallarán los conocimientos necesarios para entender esta aplicación y sus posibles consecuencias en el mantenimiento predictivo.

#### 2.1 Reseña Histórica

En los principios del siglo XX con el descubrimiento de la Física Cuántica, y posteriormente con la mecánica ondulatoria aplicada en la Física atómica, se comenzó a gestar la idea de que la materia estaba formada por pequeñísimos entes en oscilación permanente y que se manifestaban en forma macroscópica como la materia que conocemos. A esta idea se le dio forma y se le denominó la teoría del Oscilador Armónico Cuántico [ALF86], [RER79].

Esta nueva teoría abrió el paso para la aplicación de algunos conceptos matemáticos que si bien no eran nuevos, ahora si llamarían la atención, y uno de ellos fue el de las formas de ondas atómicas usadas por el Físico Dennis Gabor en 1946 quien además de una manera premonitoria visualizó la importancia que podrían éstas tener en el procesamiento de señales.

Gabor utilizó una transformada de Fourier  $Sf$  ventaneada usando la estructura dada por Haar en 1910 correlacionando una señal  $s(t)$  con cada átomo de la siguiente manera[MAS99].

$$Sf(u, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)g(t-u)e^{-i\xi t} dt \quad (2.1)$$

donde  $g(t)$  es una función conocida como “función atómica de Gabor”,  $u$  es el corrimiento en el tiempo y  $\xi$  especifica la traslación en frecuencia de la Transformada de Fourier de  $g(t)$ , esto es:

$$G_{u\xi}(w) = G(w - \xi)e^{-iu(w-\xi)}$$

Más de treinta años después de Gabor y setenta años de Haar en los 80's Morlet y Grossman reactivaron la colaboración fundamental entre las teorías de la física atómica y el procesamiento de señales y formalizaron lo que hoy se conoce como la transformada continua de onduleta (*continuous wavelet transform*, CWT), esto fue el catalizador de un rápido crecimiento y dedicación hacia la aplicación de esta transformada desarrollándose posteriormente la transformada discreta de onduletas, (*discret wavelet transform*, DWT), con gran utilidad en casi todos los ámbitos de la tecnología actual como es en el caso del análisis de vibraciones [MAS99].

En 1984 el ingeniero Jean Morlet ayudado por el Físico cuántico Alex Grossman utilizan por primera vez el término “wavelet” para definir las funciones que son usadas para muestrear la señal que se desea analizar y proponen la ecuación siguiente:

$$S(\tau, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left( \frac{t - \tau}{a} \right) \cdot dt \quad (2.2)$$

donde  $\psi^*$  es el conjugado de la wavelet madre que será escalada y corrida punto a punto para determinar los niveles de comparación con la señal  $s(t)$ . El valor de  $a = \frac{f}{f_0}$  da la escala o dilatación de la wavelet, con  $f_0$  como frecuencia central y  $\tau$  el corrimiento o la traslación en el tiempo [MAS99], [ICP02], [ALA03].

## 2.2 Transformada Wavelet Continua

Dada una función  $g(t)$  considérese la dilatación o escalamiento de “g” por “a” :

$$g_a(t) = g(t/a)$$

y la traslación de “g” por “b”

$$g^b(t) = g(t - b)$$

aplicando simultáneamente escalamiento y traslación :

$$g_a^b(t) = g\left(\frac{(t-b)}{a}\right)$$

si la función  $g(t)$  cumple con las propiedades básicas. [PEW02]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)dt = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g^2(t)dt = 1$$

se puede considerar  $g(t) = \psi(t)$  donde  $\psi(t)$  será la wavelet madre

$$y \quad \psi_a^b(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.3)$$

es la función con escalamiento y corrimiento simultaneos aplicada en la ecuación 2.2 definida por Morlet-Grossman como la transformada wavelet continua (CWT) [ALA03], [ICP02].

$$CWT(b, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi^*\left(\frac{1}{a}(t-b)\right) dt \quad (2.4)$$

Existen muchas wavelets madre agrupadas en familias según su utilidad; Ingrid Daubechies quien es el mayor constructor de wavelets ha propuesto tres familias, la Daubechies que es un conjunto de wavelets ortonormales apropiadas para aplicarse en análisis de señales discretas, la Coiflets llamadas así por ser construidas a solicitud de R. Coifman, y la Symmlet que siendo similares a las Daubechies tienden a ser casi simétricas.

Las Biortonormales es una familia que presenta la propiedad de fase lineal lo que es muy útil para la reconstrucción de imágenes, en este caso se debe usar una wavelet madre para la descomposición y otra para la reconstrucción.

Algunas wavelets están definidas por una función explícita como la wavelet Haar dada por:

$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 0.5 \\ -1, & 0.5 < t < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.5)$$

que se observa en la Figura 2.1.

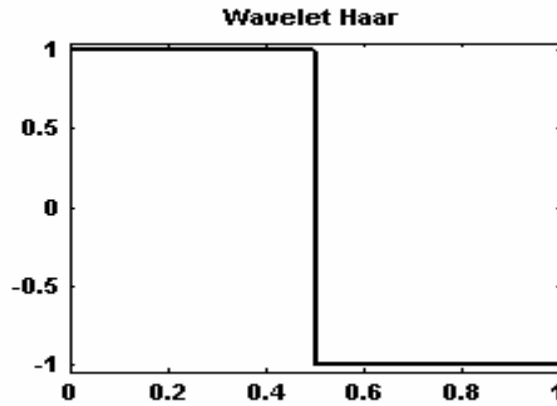


Figura 2.1 Wavelet Haar .

la Morlet dada por la ecuación

$$s(t) = \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) \cos(5t) \quad (2.6)$$

mostrada en la Figura 2.2.a, o la wavelet sombrero mexicano que no es más que la segunda derivada de la función de distribución gaussiana

$$s(t) = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \pi^{1/4}} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) (1 - t^2) \quad (2.7)$$

y que se puede observar en la Figura 2.2.b [MOP97].

En las Figuras 2.3, 2.4 y 2.5 se muestran tres de las principales y más conocidas familias de wavelets, la Daubechies, la Coiflet y la Symmlet respectivamente.

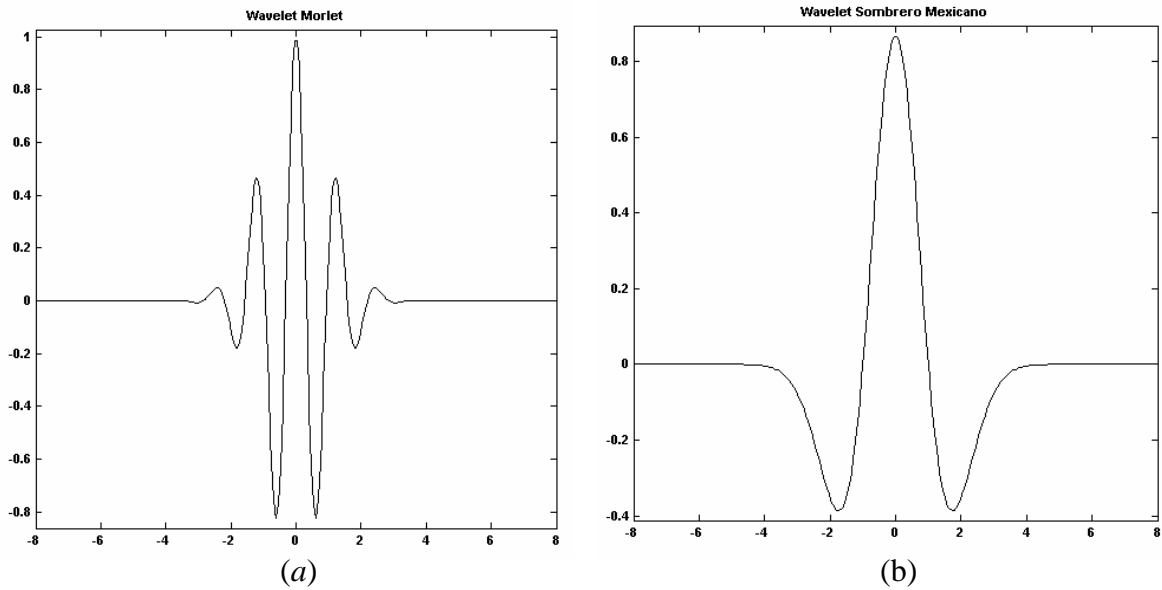


Figura 2.2. (a) Wavelet Morlet y (b) wavelet Sombrero Mexicano.

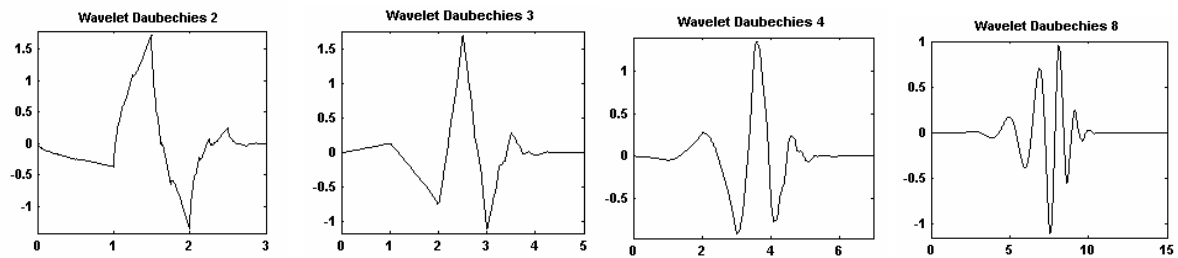


Figura 2.3. Familia de wavelets Daubechies [MOP97].

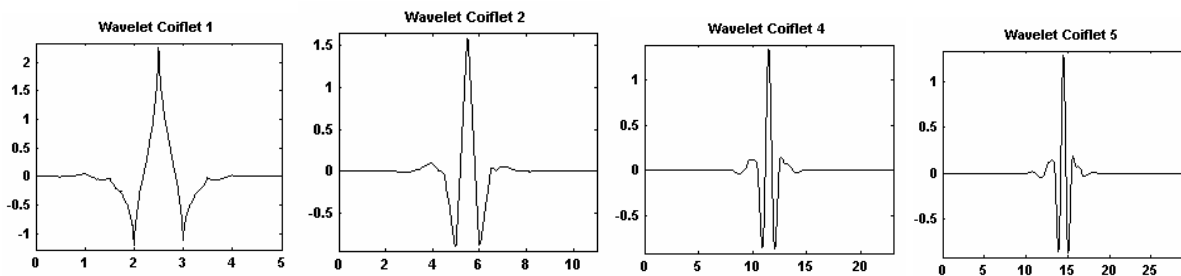


Figura 2.4. Familia de wavelet Coiflet dadas por [MOP97].

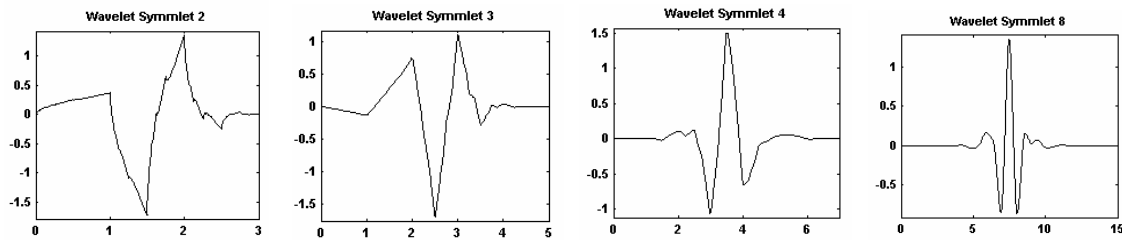


Figura 2.5. Familia Symmlet [MOP97].

Un análisis de señal basado en CWT presenta un gran potencial de riqueza en información, la cual puede identificarse por observación directa del gráfico.

Como ejemplo, se muestra en la Figura 2.7, el esquema en 3D de la transformada wavelet para la señal de ruido de un motor con vibración excesiva y cuya señal en tiempo real se da en la Figura 2.6 El motor se encuentra ubicado en la estación de compresoras Chilapilla de PEMEX y solo se utilizó para la verificación del programa de adquisición de datos a través de la tarjeta de sonido. Las irregularidades manifestadas como picos distorsionados, pueden ser causados por corrosión en las pistas de rodamientos, desgastes en bujes o fisuras en el eje de rotación.

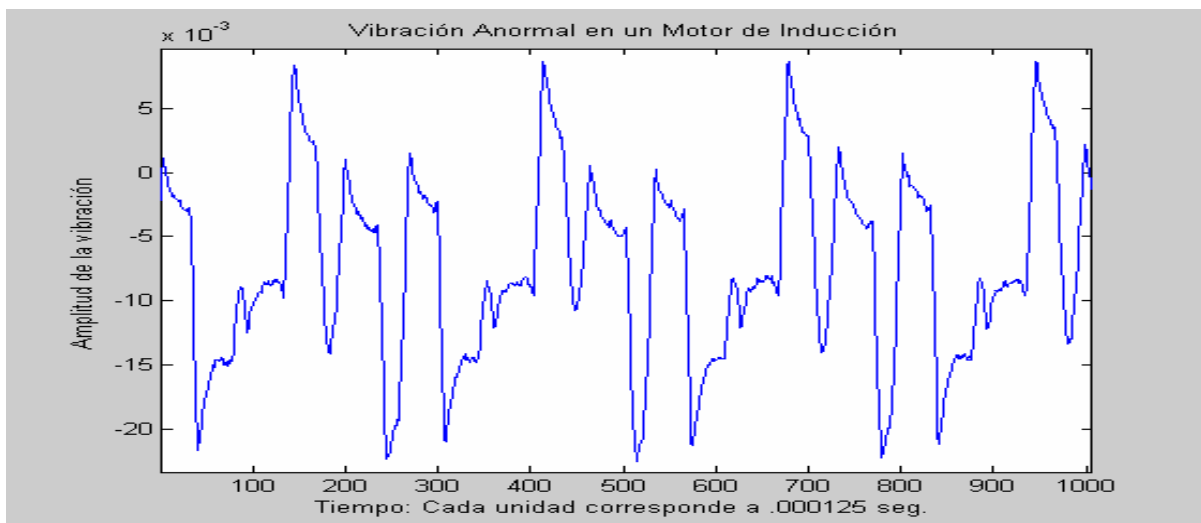


Figura 2.6. Gráfica de la vibración de un motor de inducción con vibración anormal la muestra corresponde a 0.125seg. obtenida en el *Signal Processing Toolbox* de Matlab (SPT).

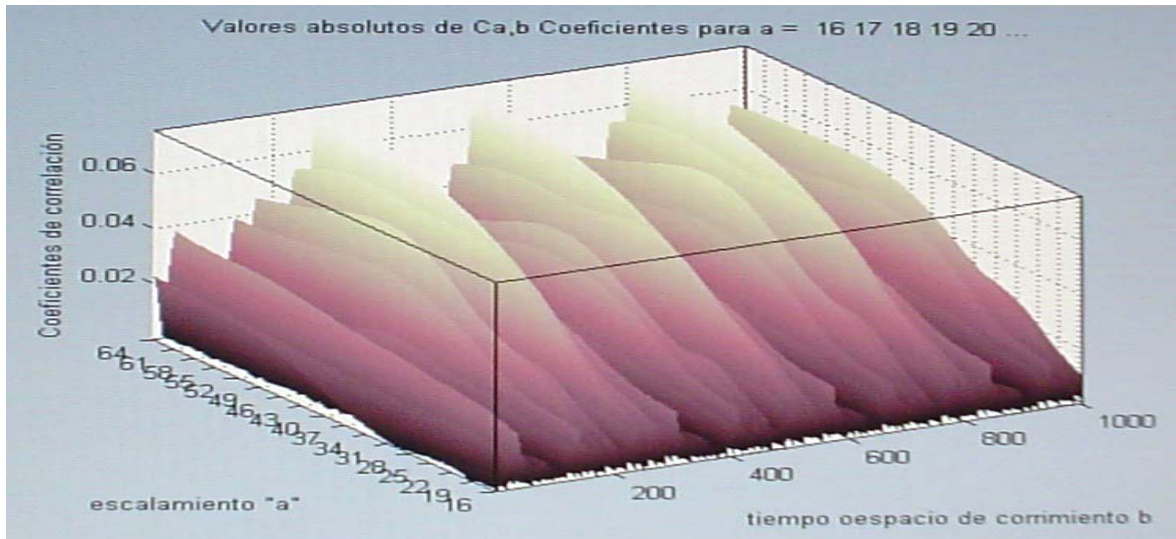


Figura 2.7. Transformada continua wavelets de la señal de la Figura 2.6 se usó la sym7 con escalamiento 16:64. obtenida con el Wavelab de Matlab.

En la Figura 2.7 se puede apreciar que la correlación entre la señal en tiempo real y la wavelet sym7 es mayor para un factor de escala de 64 y en las posiciones del tiempo de 240, 460, y 800, esto quiere decir que para ese factor de escala y en esas posiciones la similitud entre las señales es mayor.

## 2.3 Transformada Wavelet Discreta (DWT)

### 2.3.1 Descripción Cualitativa de la DWT

Se usará la wavelet Haar para visualizar el proceso de aplicación de la DWT en una señal discreta [WAJ99], [PEW02].

Se considera una función discreta

$$F_n = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 4 \ 3 \ 7 \ 8 \ 9 \ 2] \quad (2.8)$$

Se define

$$A_n = \frac{F_{2n-1} + F_{2n}}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad D_n = \frac{F_{2n-1} - F_{2n}}{\sqrt{2}} \quad (2.9)$$

se tendrá por lo tanto una primera subfunción  $A^1$  formada por los valores  $A_n$  y una primera subfunción  $D^1$  formada por los valores  $D_n$

$$A^1 = [1.5\sqrt{2}, 3.5\sqrt{2}, 5.5\sqrt{2}, 3.5\sqrt{2}, 7.5\sqrt{2}, 5.5\sqrt{2}] \quad (2.10)$$

$$D^1 = [-.5\sqrt{2}, -.5\sqrt{2}, -.5\sqrt{2}, .5\sqrt{2}, -.5\sqrt{2}, 3.5\sqrt{2}] \quad (2.11)$$

Ambas subfunciones son de la mitad de tamaño que la función original y ésta se podrá recuperar de:

$$F_n = \left[ \frac{A_1 + D_1}{\sqrt{2}}, \frac{A_1 - D_1}{\sqrt{2}}, \dots, \frac{A_{n/2} + D_{n/2}}{\sqrt{2}}, \frac{A_{n/2} - D_{n/2}}{\sqrt{2}} \right] \quad (2.12)$$

$$F_n = \left[ \frac{1.5\sqrt{2} - .5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{1.5\sqrt{2} + .5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \dots, \frac{5.5\sqrt{2} + 3.5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{5.5\sqrt{2} - 3.5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right] \quad (2.13)$$

generando la señal original que finalmente se puede escribir como:

$$F_n = \mathbf{A}_n^1 + \mathbf{D}_n^1 \quad (2.14)$$

Donde :

$$\mathbf{A}_n^1 = \left[ \frac{A_1}{\sqrt{2}}, \frac{A_1}{\sqrt{2}}, \frac{A_2}{\sqrt{2}}, \frac{A_2}{\sqrt{2}}, \dots, \frac{A_{n/2}}{\sqrt{2}}, \frac{A_{n/2}}{\sqrt{2}} \right] \quad (2.15)$$

$$\mathbf{D}_n^1 = \left[ \frac{D_1}{\sqrt{2}}, \frac{-D_1}{\sqrt{2}}, \frac{D_2}{\sqrt{2}}, \frac{-D_2}{\sqrt{2}}, \dots, \frac{D_{n/2}}{\sqrt{2}}, \frac{-D_{n/2}}{\sqrt{2}} \right] \quad (2.16)$$

Si se define una matriz  $\mathbf{V}_n^1$  como:



$$\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Y una matriz  $\mathbf{W}_n^1$  como:

$$\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Se obtiene:

$$\mathbf{A}_n^1 = [\mathbf{A}^1] [\mathbf{V}_n^1] \quad \text{y} \quad \mathbf{D}_n^1 = [\mathbf{D}^1] [\mathbf{W}_n^1] \quad (2.17)$$

Con este mismo concepto es posible hacer un análisis en varios niveles como el mostrado en la Figura 2.10

Consideremos el nivel 2, donde se aplica :

$$\mathbf{A}^2 = \frac{\mathbf{A}_{2n-1}^1 + \mathbf{A}_{2n}^1}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad \mathbf{D}^2 = \frac{\mathbf{D}_{2n-1}^1 - \mathbf{D}_{2n}^1}{\sqrt{2}} \quad (2.18)$$

$$A^2 = [5 \ 9 \ 12] \quad (2.19)$$

$$D^2 = [0 \ -1 \ -4] \quad (2.20)$$

De tal manera que  $F_n$  se podrá recuperar de iteraciones sucesivas de  $A^2: D^2: D^1$  pues de  $A^2: D^2$  se recupera  $A^1$  y con  $A^1: D^1$  como se vio anteriormente se recupera  $F_n$  [WAJ99].

Si la señal que se va a analizar se descompone como se muestra en la figura, separando las componentes de baja frecuencia de las de alta frecuencia se obtienen dos señales que en su conjunto producen el doble de muestras de la señal original [MOP97].

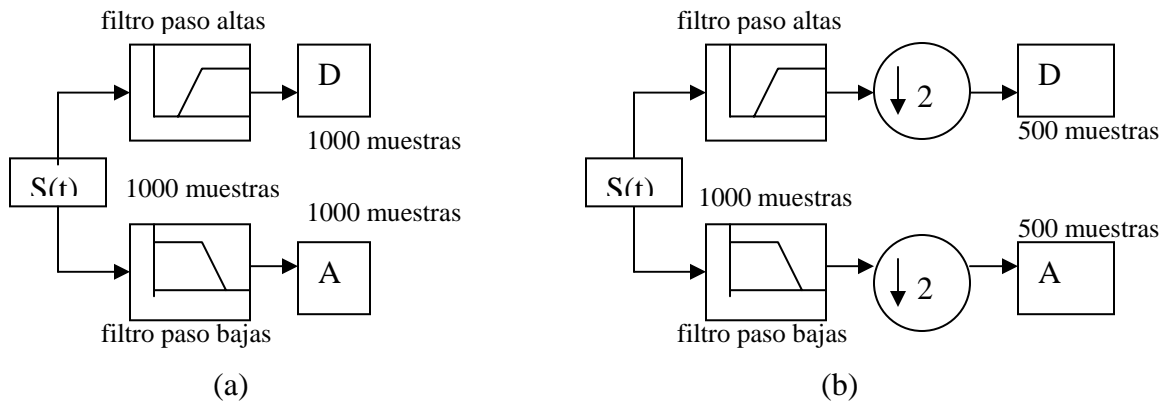


Figura 2.8. Componentes de alta y baja frecuencia separadas, (a) a muestreo completo y (b) a muestreo reducido con los coeficientes wavelet donde  $\downarrow 2$  significa muestreo reducido a la mitad (*downsampling*).

En algunos casos se requiere disminuir la cantidad de datos necesarios para el manejo de la señal, por lo que se hace el muestreo reducido (*downsampling*), en el que se involucran los coeficientes wavelets obteniendo con ello una cantidad de muestras de la mitad que en el caso anterior. En la siguiente imagen se observa lo anterior usando la misma señal de la Figura 2.6.

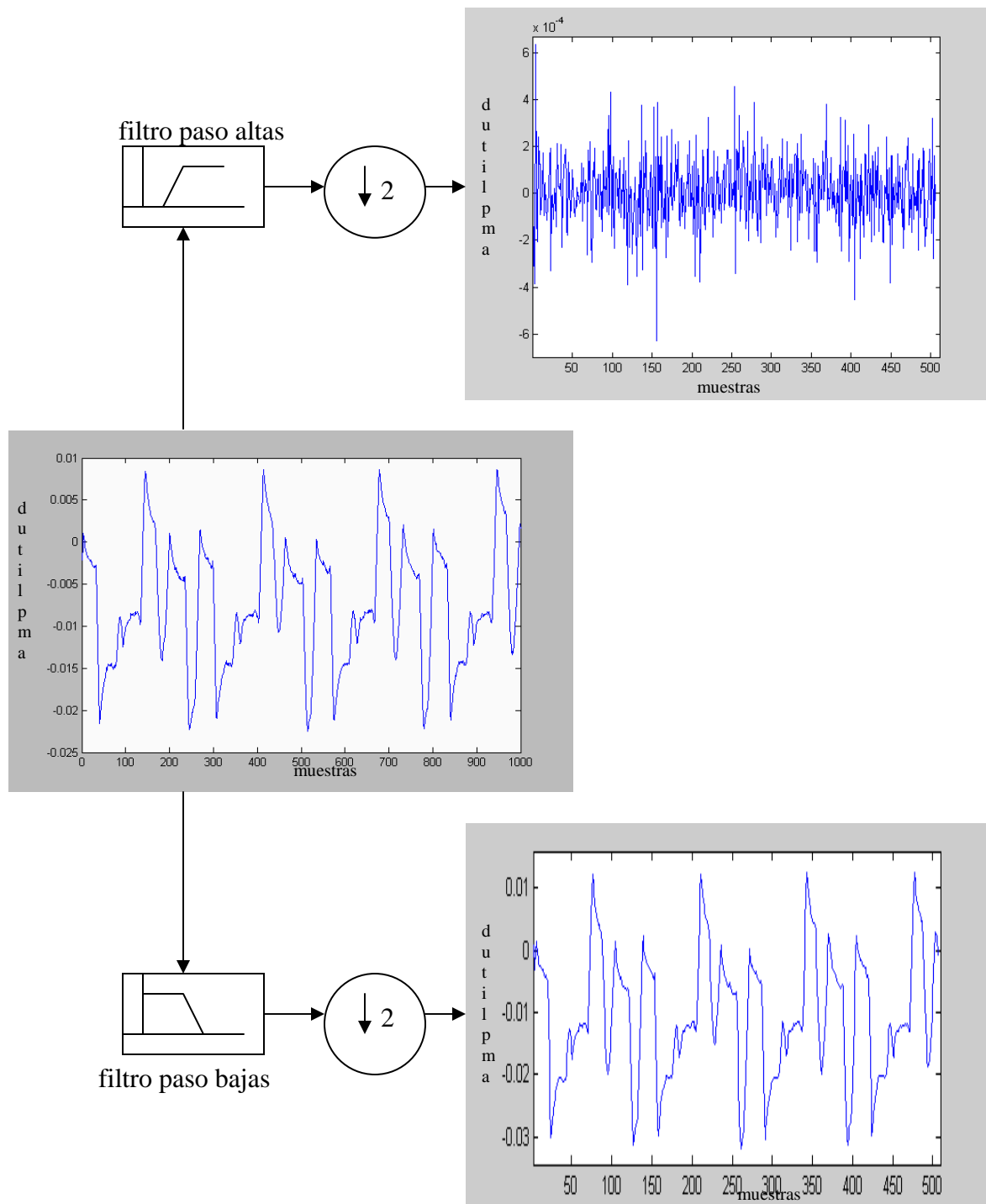


Figura 2.9. Descomposición de la señal de la Figura 2.6 en alta y baja frecuencia con reducción de muestras dadas por los coeficientes wavelets.

Este procedimiento puede repetirse para varios niveles como se observa en la figura siguiente:

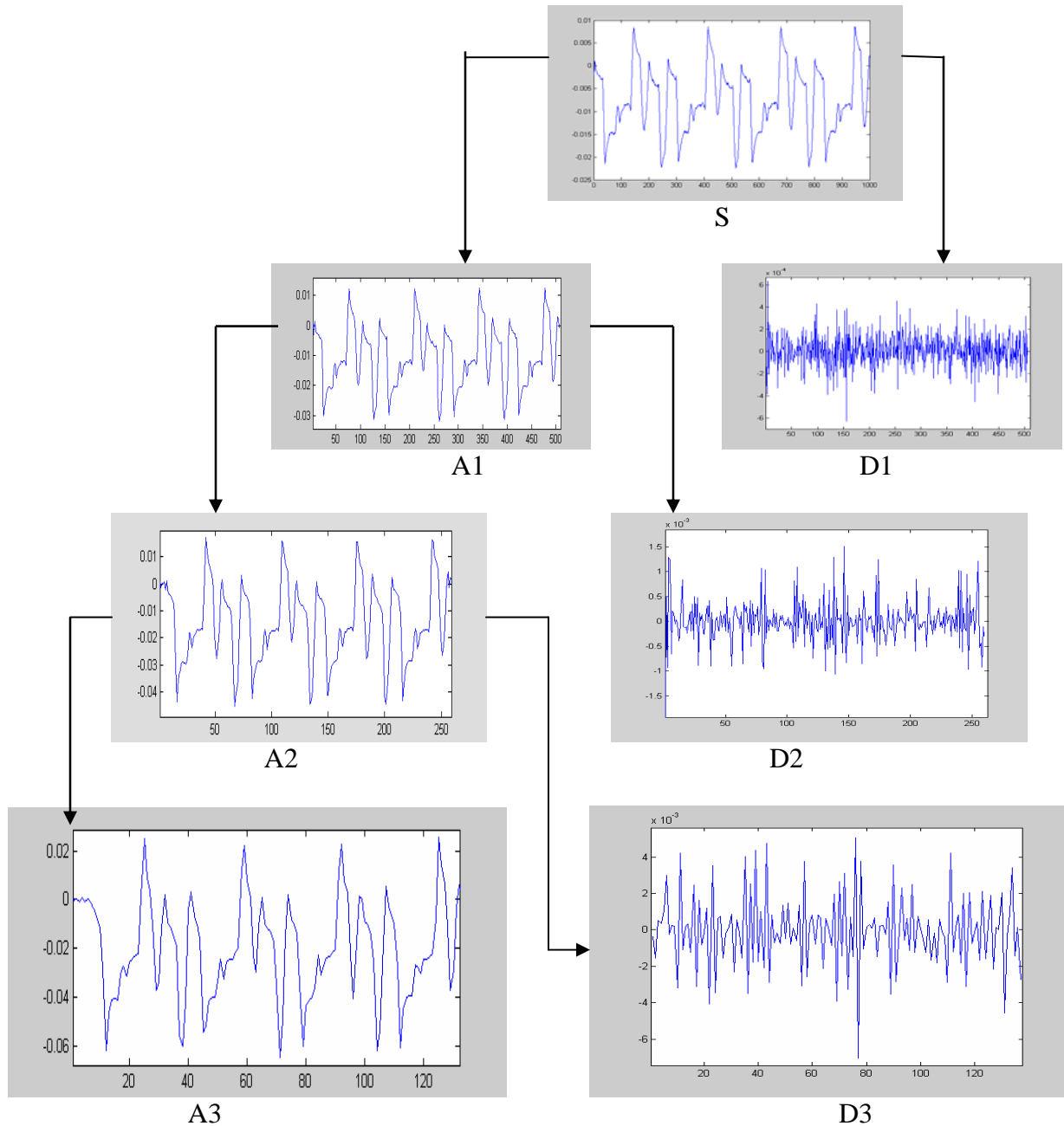


Figura 2.10. Descomposición en tres niveles de la misma señal nótese que el número de muestras en el tercer nivel es de 125.

De tal manera que para el tercer nivel la señal tendrá un número de muestras en  $A_3$  de 125 y  $D_3$  igualmente 125, dado que en la componente de baja frecuencia la reducción en el número de muestras no distorsiona la señal de una manera significativa es posible la reconstrucción de la señal original de la ecuación (2.21), seleccionando el nivel dependiendo de la señal en serie de tiempo, de la wavelet utilizada y de la energía de los componentes de frecuencia de la wavelet de tal forma que la distorsión de la señal recuperada no afecte significativamente la información [MOP97].

$$S = A_3 + D_1 + D_2 + D_3 \quad (2.21)$$

Por lo general las componentes de alta frecuencia son señales de ruido y es hasta conveniente deshacerse de ellas [MOP97], [WAJ99] por lo que la señal es notablemente reducida lo que es sumamente útil en procesamiento de señales. De cualquier manera en la Figura 2.11 se observa la señal recuperada dada por la ecuación (2.21)

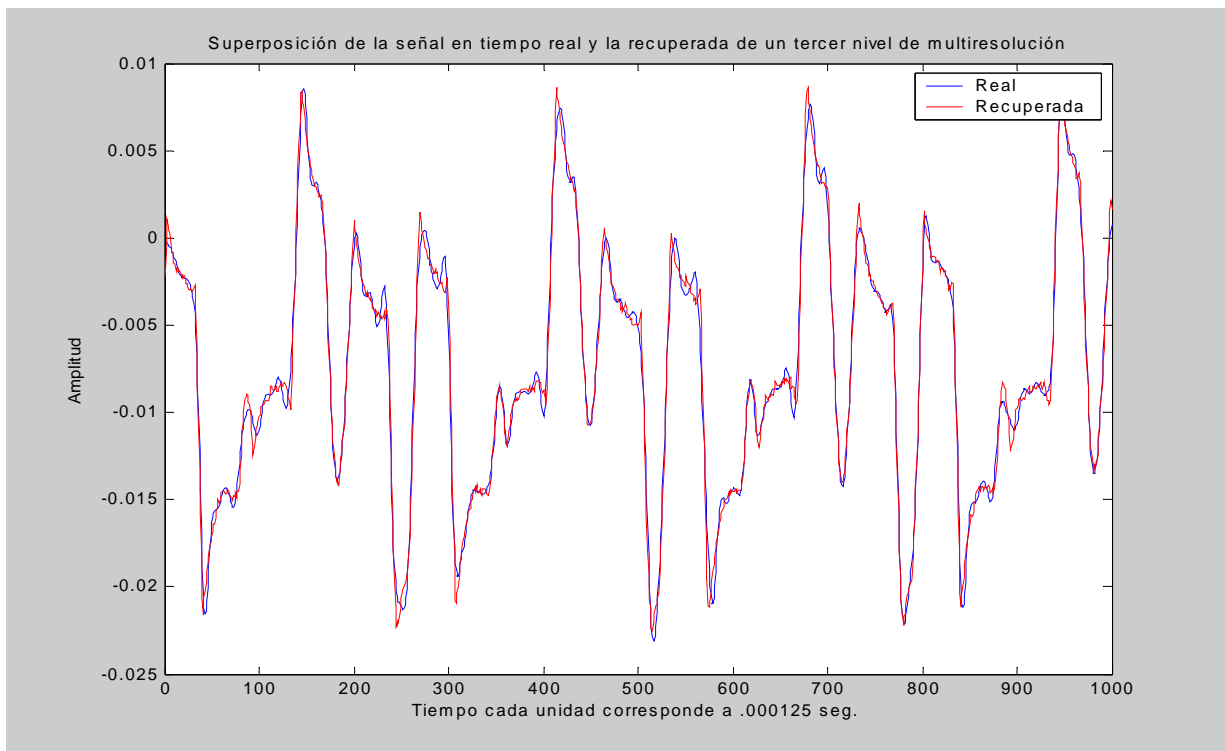


Figura 2.11. Superposición de las señales original y recuperada con reducción por coeficientes wavelets.

### 2.3.2 Transformada diádica wavelets (wavelet decimada),

La expresión dada de forma limitada por (2.21) puede ser generalizada de la siguiente manera:

$$s(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_{J,n} \phi_{J,n}(t) + \sum_{j=J}^{\infty} \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_{j,n} \psi_{j,n}(t) \quad (2.22)$$

donde  $J$  indica la resolución inicial y los coeficientes wavelet o detalles  $\{d_{j,n}\}$  están definidos por:

$$d_{j,n} = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \psi_{j,n} \left( \frac{t}{2^j} - n \right) dt \quad (2.23)$$

mientras que los coeficientes de escalamiento o aproximaciones  $\{c_{j,n}\}$  son definidos por:

$$c_{j,n} = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \phi_{j,n} \left( \frac{t}{2^j} - n \right) dt \quad (2.24)$$

con  $\phi(t)$  como función de escalamiento de base ortogonal  $V$ , tal que  $\phi(t) \in V_0$  [ALA03], [BUG97].

Para obtener la *multiresolución*  $\left\{ \phi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi \left( \frac{t}{2^j} - n \right) : j, n \in \mathbb{Z} \right\}$ , la cual se da en el ejemplo anterior como la matriz  $\mathbf{V}_n^1$  y  $\left\{ \psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t}{2^j} - n \right) : j, n \in \mathbb{Z} \right\}$  dada como la matriz  $\mathbf{W}_n^1$  [MAS99], [PEW02].

La base ortogonal  $V$  debe formar una secuencia de subespacios cerrados  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}} \subset L^2(R)$  que satisfacen las propiedades siguientes:

- 1.-  $\forall (j, k) \in \mathbb{Z}^2$  ,  $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2/k) \in V_j$  ,
- 2.-  $\forall j \in \mathbb{Z}$  ,  $V_{j+1} \subset V_j$  ,
- 3.-  $\forall j \in \mathbb{Z}$  ,  $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j-1}$  ,
- 4.-  $\lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \{0\}$  ,
- 5.-  $\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$  ,

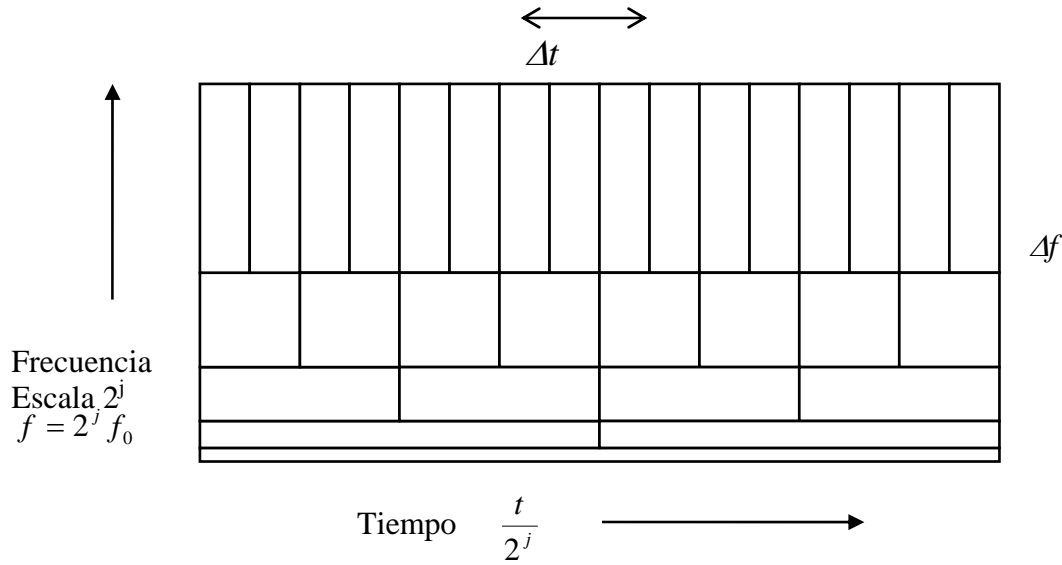
La primera propiedad indica que cualquier versión trasladada de una función ocupará el mismo subespacio que la original, por la segunda propiedad se asume que el subespacio de la escala subsecuente está contenido en el subespacio de la escala antecedente lo que implica tener una mayor resolución en la primera escala, en la tercera propiedad se advierte que  $V_{j-1}$  consiste de la versión reescalada de  $V_j$ , finalmente las propiedades 4 y 5 denotan que el ultimo subespacio de la multiresolución carece de términos y el hipotético subespacio obtenido en el antecedente infinito será el espacio total de energía finita [ALA03], [MAS99], [BRJ02], [WDF04], [BUG97], [KOM01] .

.

Considerando que se han tomado intervalos a múltiplos de dos, con escalamientos también múltiplos de dos, a esta transformación se le conoce como transformada diádica wavelet decimada. La ecuación (2.23) puede describirse de la siguiente manera [MAS99], [ICP02], [LOJ04].

$$S(2^j, 2^j \cdot n) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot \psi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \cdot dt \quad (2.25)$$

Dado que el escalamiento se realiza para frecuencias en múltiplos de dos se disminuye notablemente el tiempo de procesamiento de la señal ya que al hacer un escalamiento a  $2^j$  el corrimiento del muestreo se hace en  $2^j.n$  como se puede observar en la Figura 2.12.



2.12. Gráfica de distribución de las frecuencias contra tiempos de muestreo.

De esta manera la señal puede ser analizada optimizando los tiempos de muestreo, pues las componentes de baja frecuencia necesitan mayor tiempo que las de alta y en consecuencia el número de muestras será menor, por otro lado una señal de muy alta frecuencia necesita un muy alto número de muestras sin embargo estas señales suelen ser de muy baja amplitud o señales de ruido que inclusive no representan un aporte que se justifique en el procesamiento de la señal [LOJ04], [MOP97], [WAJ99].

## 2.4 Momentos de desvanecimiento

Si  $N_m$  es el m-esimo momento de la función wavelet  $\psi$  definido por [PWD02]:

$$N_m = \int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt$$



se tendrán  $r$  momentos de desvanecimientos cuando  $N_m = 0$  para  $m = 0, 1, \dots, r-1$  donde  $r$  es un entero positivo. El aspecto fundamental de esta condición es que si  $\Psi$  es la transformada de Fourier de  $\psi$ , y si  $\Psi^{(m)}$  representa la  $m$ -ésima derivada de  $\psi$  se tiene:

$$\Psi^{(m)}(f) = (-i2\pi)^m \int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) e^{-i2\pi ft} dt$$

De donde se deduce que si  $N_m = 0$  entonces  $\Psi^{(m)}(0) = 0$  por lo que los momentos de desvanecimiento implican que la transformada de Fourier de  $\psi$  y cierto número de sus derivadas son cero a cero frecuencias [PWD02]. Este concepto es particularmente importante si consideramos la condición de admisibilidad  $C_\psi$  dada como:

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\Psi(f)|^2}{f} df \quad \text{con } 0 < C_\psi < \infty$$

Y que permite la recuperación de la función original de:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} cwt(a, b) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi_{a,b}^* \left( \frac{t-b}{a} \right) / a^2 da db$$

El número de momentos de desvanecimiento está relacionado con el orden de las wavelets, el cual a su vez denotará los coeficientes de los filtros de formación de la transformada wavelet y reconstrucción de la señal [ALA03], [ICP02], [PEW02].

Un típico ejemplo de wavelet con dos momentos de desvanecimientos es la wavelet sombrero mexicano o segunda derivada de la función Gaussiana definida anteriormente por la ecuación (2.7)

## 2.5 Wavelets y aplicaciones

A continuación se enlistan sólo algunas de las aplicaciones de la Transformada Wavelet y sobre de las cuales se tratará en este segmento.

- Detección de discontinuidades y puntos de falla
- Supresión de señales y eliminación de ruido
- Compresión de señales
- Detección de autosimilitudes

### 2.5.1 Detección de discontinuidades y puntos de fallas

En la Figura 2.13 se aprecia una señal de ruido de un motor de inducción en la que se presenta una pequeña distorsión.

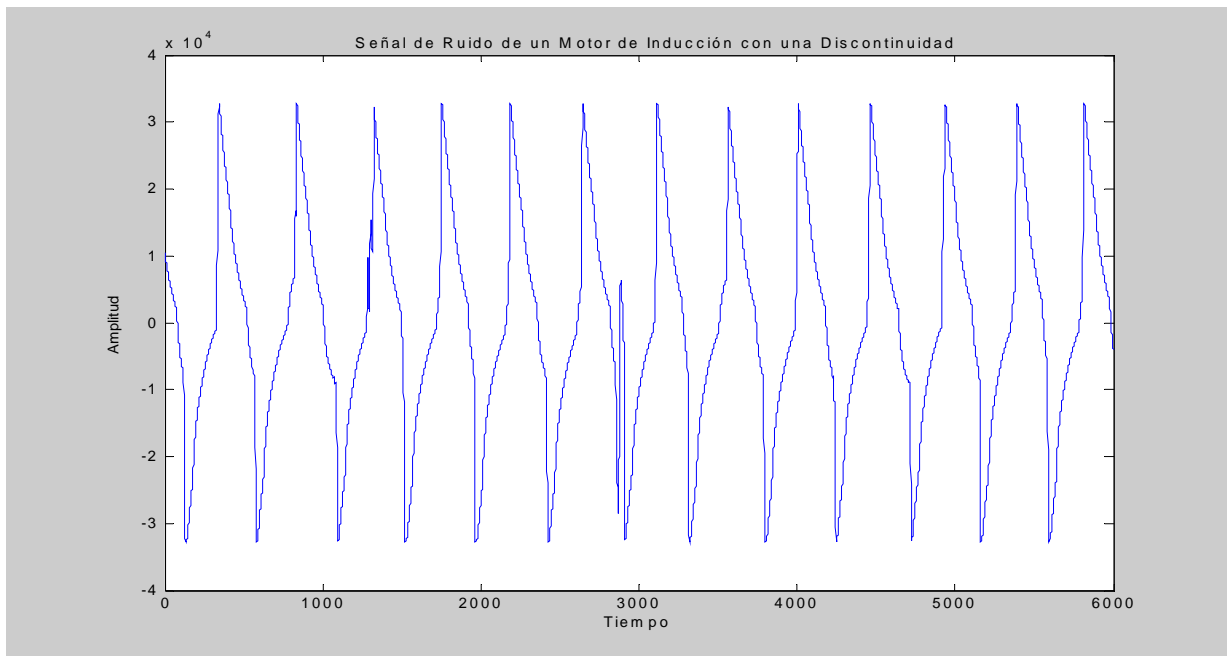


Figura 2.13. Ruido producido por un motor de inducción con una pequeña distorsión.

En la Figura 2.14 se observa la transformada wavelet continua de la señal anterior en la que se aprecia de manera muy notoria el punto de distorsión de la señal definida por la forma de aleta claramente observable en la posición del tiempo o señalado por el cursor.

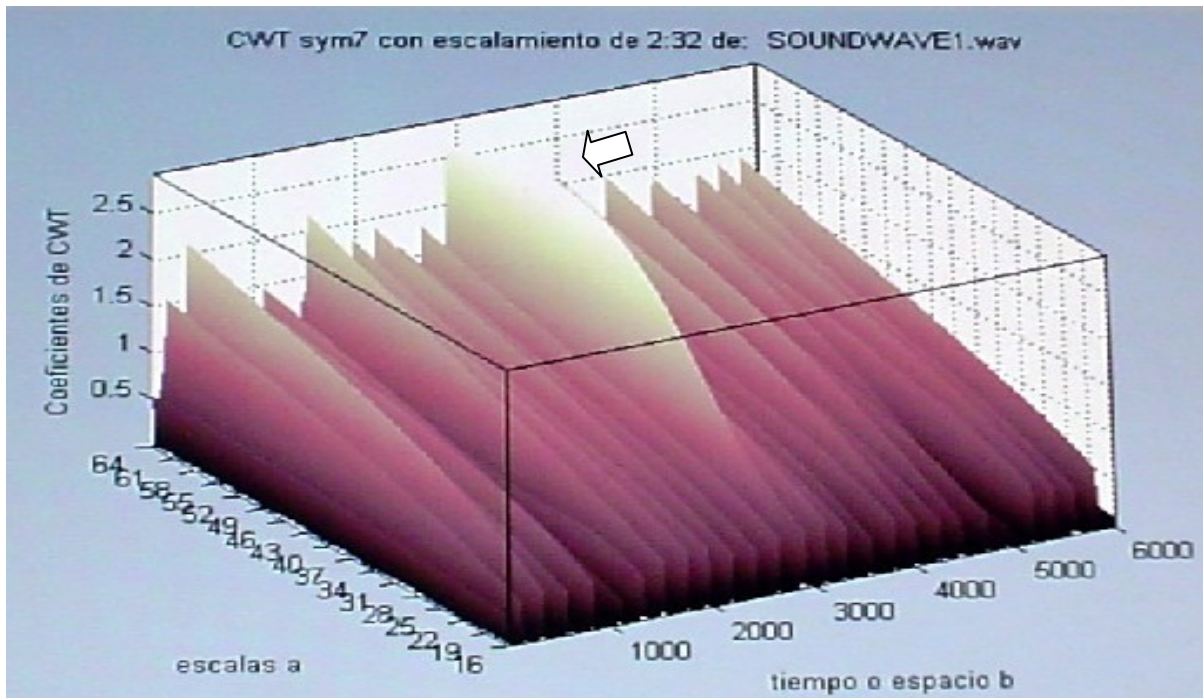


Figura 2.14. Transformada wavelet de la señal de la figura 2.13 se usó la *sym7*

Como puede apreciarse, es muy fácil detectar las discontinuidades usando la transformada wavelets, en este caso inclusive con un lector óptico puede hacerse un señalamiento de la presencia de estas.

### 2.5-2 Supresión de señales y eliminación de ruido

Como puede apreciarse en la Figura 2.10 la descomposición con reducción en los coeficientes de la wavelet ayuda a eliminar componentes que no aporten información necesaria en la señal, de igual manera se pueden recortar las amplitudes de las señales de alta frecuencia que representen ruidos o perturbaciones indeseables.

### 2.5.3 Compresión de señales

En la ecuación 2.8 se define una función discreta a la que se le aplica una transformación con la wavelet Haar, puede apreciarse como se realiza la compresión de la señal siguiendo el proceso hasta el resultado de las ecuaciones 2.19 y 2.20 en el que se observa los valores de dos funciones con sólo tres términos cada una, en este caso la información puede transmitirse y posteriormente recuperarse en un proceso inverso. Esta aplicación es particularmente importante, pues está siendo muy usada en la compresión de imágenes las cuales representan una gran carga de memoria [MOP97], [WAJ99].

### 2.5.4 Detección de autosimilitudes

Las autosimilitudes son estructuras que se repiten por doquier y a cualquier escala en la señal, ya sea de manera exacta o similar; como ejemplo se muestra la Figura 2.15 en la que se da una autosimilitud detallada en los recuadros.

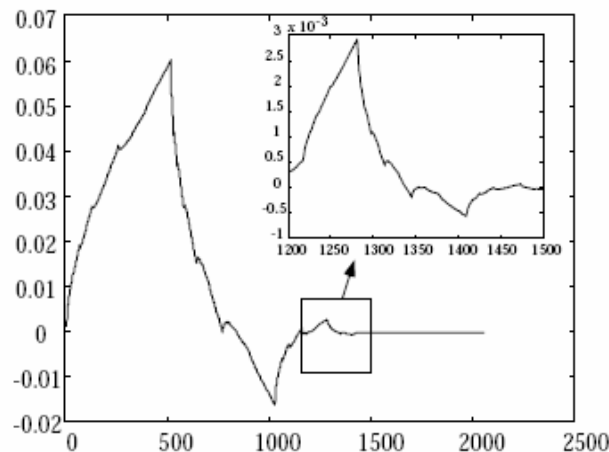


Figura 2.15 Ejemplo de autosimilitud en una señal

Desde el punto de vista del procesamiento de señales la autosimilitud ocurre cuando en diferentes secciones de una señal se presentan parámetros estadísticos similares [MOP97]. En la Figura 2.14 se pueden apreciar los patrones que pueden definir la similitud de los picos cíclicos de la señal.