

수학 영역(나형)

짝수형

5지선다형

1.  $2^{-1} \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

2. 두 집합

$A = \{3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 7\}$

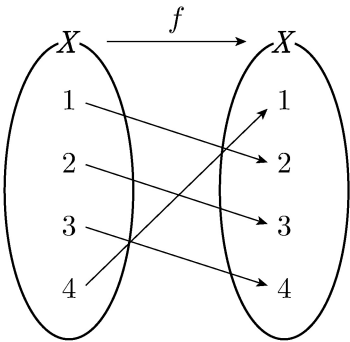
에 대하여  $A - B = \{a, 9\}$ 일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3}{2n^2 + 5n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(4) + (f \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 7                      ② 6                      ③ 5                      ④ 4                      ⑤ 3

5. 첫째항이 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_{10} - a_7 = 6$$

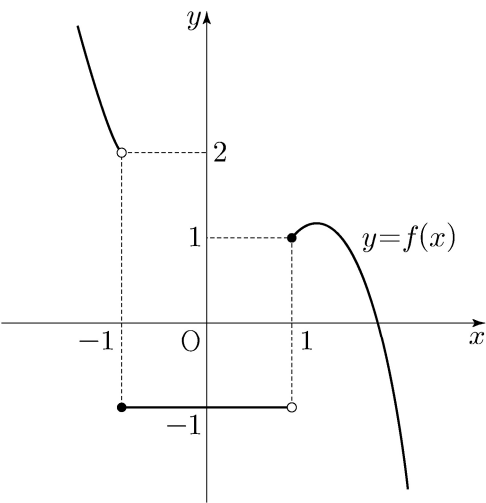
일 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

6. 다항식  $(1+x)^7$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수는? [3점]

- ① 14      ② 21      ③ 28      ④ 35      ⑤ 42

7. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -2

8. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^C$ 은 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

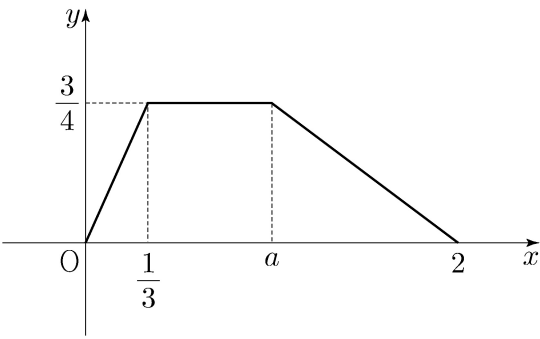
- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

9. 함수  $f(x)=x^3-3x+a$ 의 극댓값이 7일 때, 상수  $a$ 의 값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq X \leq 2$ 이고,  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때,  $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq a\right)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]



- ①  $\frac{7}{16}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{9}{16}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{11}{16}$

11. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$p : x^2 - 4x + 3 > 0,$

$q : x \leq a$

$\sim p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의  
최솟값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

12. 어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이  $m$  kg,  
표준편차가 1.4 kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서  
수확한 수박 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을  
이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균  $m$ 에  
대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq 7.992$ 이다.  
 $a$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  
 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 7.238
- ② 7.228
- ③ 7.218
- ④ 7.208
- ⑤ 7.198

13. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=2$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{40}a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 30
- ② 35
- ③ 40
- ④ 45
- ⑤ 50

14. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여



$$\int_1^x\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^3+ax^2-2$$

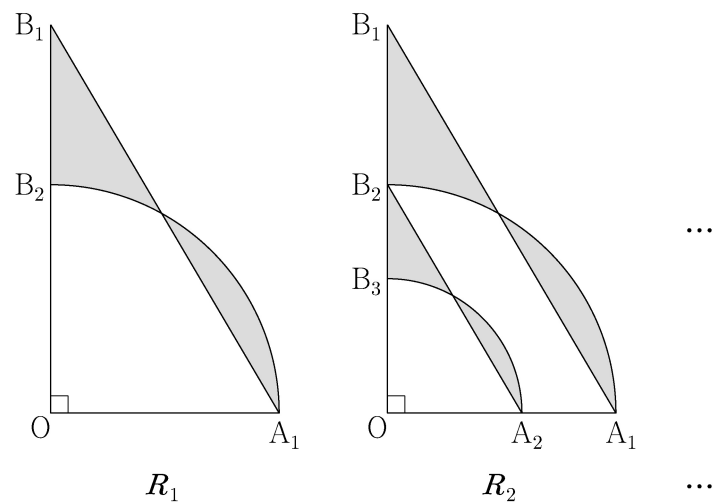
를 만족시킬 때,  $f'(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

15. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 34      ② 38      ③ 42      ④ 46      ⑤ 50

16. 그림과 같이  $\overline{OA_1}=4$ ,  $\overline{OB_1}=4\sqrt{3}$ 인 직각삼각형  $OA_1B_1$ 이 있다. 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{OA_1}$ 인 원이 선분  $OB_1$ 과 만나는 점을  $B_2$ 라 하자. 삼각형  $OA_1B_1$ 의 내부와 부채꼴  $OA_1B_2$ 의 내부에서 공통된 부분을 제외한  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 점  $B_2$ 를 지나고 선분  $A_1B_1$ 에 평행한 직선이 선분  $OA_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ , 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{OA_2}$ 인 원이 선분  $OB_2$ 와 만나는 점을  $B_3$ 이라 하자. 삼각형  $OA_2B_2$ 의 내부와 부채꼴  $OA_2B_3$ 의 내부에서 공통된 부분을 제외한  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{3}{2}\pi$       ②  $\frac{5}{3}\pi$       ③  $\frac{11}{6}\pi$       ④  $2\pi$       ⑤  $\frac{13}{6}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)=f(x-3)+4$ 이다.  
 (나)  $\int_0^6 f(x)dx=0$

함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축 및 두 직선  $x=6$ ,  $x=9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 9            ② 12            ③ 15            ④ 18            ⑤ 21

18. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

- 동전을 한 번 던져  
 앞면이 나오면 점 A를  $x$ 축의 양의 방향으로 1만큼,  
 뒷면이 나오면 점 A를  $y$ 축의 양의 방향으로 1만큼  
 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의  $x$ 좌표 또는  $y$ 좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의  $y$ 좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의  $x$ 좌표가 1일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$             ②  $\frac{7}{16}$             ③  $\frac{3}{8}$             ④  $\frac{5}{16}$             ⑤  $\frac{1}{4}$

19. 다음은 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  과 함수  $f: X \rightarrow X$  에 대하여 합성함수  $f \circ f$  의 치역의 원소의 개수가 5인 함수  $f$  의 개수를 구하는 과정이다.

함수  $f$  와 함수  $f \circ f$  의 치역을 각각  $A$  와  $B$  라 하자.  
 $n(A) = 6$  이면 함수  $f$  는 일대일 대응이고, 함수  $f \circ f$  도 일대일 대응이므로  $n(B) = 6$  이다.  
 또한  $n(A) \leq 4$  이면  $B \subset A$  이므로  $n(B) \leq 4$  이다.  
 그러므로  $n(A) = 5$ , 즉  $B = A$  인 경우만 생각하면 된다.

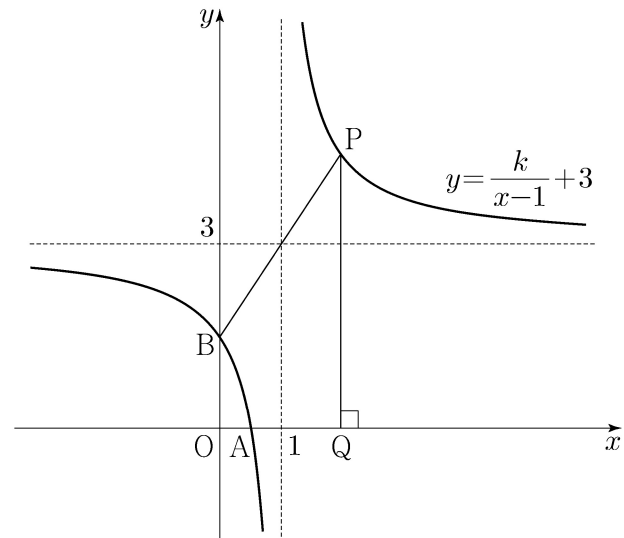
- (i)  $n(A) = 5$  인  $X$  의 부분집합  $A$  를 선택하는 경우의 수는 (가) 이다.
- (ii) (i)에서 선택한 집합  $A$  에 대하여,  $X$  의 원소 중  $A$  에 속하지 않는 원소를  $k$  라 하자.  
 $n(A) = 5$  이므로 집합  $A$  에서  $f(k)$  를 선택하는 경우의 수는 (나) 이다.
- (iii) (i)에서 선택한  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$  와 (ii)에서 선택한  $f(k)$  에 대하여,  $f(k) \in A$  이며  $A = B$  이므로  $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$  이다. (\*)을 만족시키는 경우의 수는 집합  $A$  에서 집합  $A$  로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 (다) 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수  $f$  의 개수는 (가)  $\times$  (나)  $\times$  (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$  라 할 때,  $p+q+r$  의 값은? [4점]

- ① 131      ② 136      ③ 141      ④ 146      ⑤ 151

20. 그림과 같이 함수  $y = \frac{k}{x-1} + 3$  ( $0 < k < 3$ ) 의 그래프와  $x$  축,  $y$  축과의 교점을 각각  $A, B$  라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점  $B$  를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중  $B$  가 아닌 점을  $P$ , 점  $P$  에서  $x$  축에 내린 수선의 발을  $Q$  라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ.  $k=1$  일 때, 점  $P$  의 좌표는  $(2, 4)$  이다.  
 ㄴ.  $0 < k < 3$  인 실수  $k$  에 대하여 직선  $AB$  의 기울기와 직선  $AP$  의 기울기의 합은 0 이다.  
 ㄷ. 사각형  $PBAQ$  의 넓이가 자연수일 때, 직선  $BP$  의 기울기는 0 과 1 사이의 값이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)g(x)=x(x+3)$ 이다.  
 (나)  $g(0)=1$

$f(1)$ 이 자연수일 때,  $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{13}$       ②  $\frac{5}{14}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{5}{16}$       ⑤  $\frac{5}{17}$

단답형

22.  ${}_6P_2-{}_6C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)=x^4-3x^2+8$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 첫째항이 7인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때,  $a_7$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $y = \sqrt{x+3}$ 의 그래프와 함수  $y = \sqrt{1-x} + k$ 의 그래프가 만나도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25.  $\int_1^4 (x + |x-3|)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시작  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다.  
 $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열  $\{a_n\}$  과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열  $\{b_n\}$  이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_7 + b_7$  의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $\sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$

(나)  $\sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$

(다)  $\sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$

30. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  와 최고차항의 계수가  $-1$  인 이차함수  $g(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, 0)$  에서의 접선과

곡선  $y=g(x)$  위의 점  $(2, 0)$  에서의 접선은 모두  $x$  축이다.

(나) 점  $(2, 0)$  에서 곡선  $y=f(x)$  에 그은 접선의 개수는 2이다.

(다) 방정식  $f(x) = g(x)$  는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$  인 모든 실수  $x$  에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수  $k$  의 최댓값과 최솟값을 각각  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$  이다.  $a^2 + b^2$  의 값을 구하시오. (단,  $a, b$  는 유리수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.