

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-1, 4)$ 에 대하여
벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{7}{3}$ ② 2 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, a, -2)$, $B(5, -2, 1)$ 에 대하여
선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때,
 a 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A , B 에 대하여 A 와 B^C 은 서로 배반사건이고
 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$
일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $y=2^x+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼
평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의
방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$ 에 대하여
대칭일 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 초점이 F인 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에 대하여
 $\overline{PF}=9$ 일 때, 점 P의 x 좌표는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

7. 곡선 $e^x-xe^y=y$ 위의 점 $(0,1)$ 에서의 접선의 기울기는?
[3점]

- ① $3-e$ ② $2-e$ ③ $1-e$ ④ $-e$ ⑤ $-1-e$

8. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고
 $E(X^2)=V(X)+25$ 를 만족시킬 때, n 의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

9. 함수 $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $g'(f(-1))$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{(1+e)^2}$ ② $\frac{e}{1+e}$ ③ $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$
④ $\frac{e^2}{1+e}$ ⑤ $\frac{(1+e)^2}{e}$

10. 주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌
구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을
동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일
확률은? [3점]

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

11. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$ 이다. $3\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

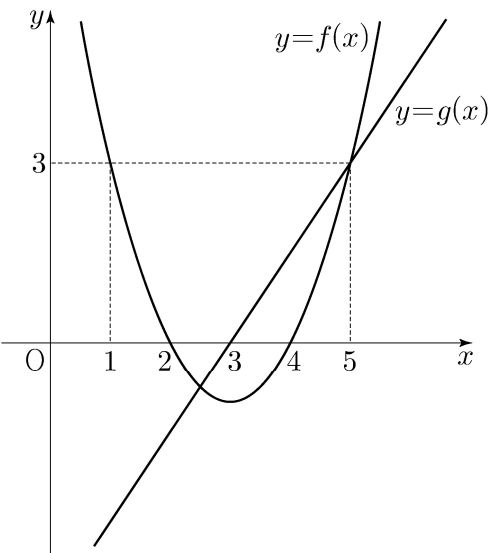
12. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
(나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

13. 좌표공간에서 점 $(2, 0, 5)$ 를 지나고 직선 $x-1=2-y=\frac{z+1}{2}$ 을 포함하는 평면이 x 축과 만나는 점의 x 좌표는? [3점]
- ① $\frac{9}{2}$ ② 4 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]



- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

15. 어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4 분, 표준편차가 15 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73 분 이상인 직원들 중에서 40 %, 73 분 미만인 직원들 중에서 20 %가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1 명이 지하철을 이용하였을 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.44) = 0.17$ 로 계산한다.) [4점]
- ① 0.306 ② 0.296 ③ 0.286 ④ 0.276 ⑤ 0.266

16. $x > 0$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ② $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ③ $\frac{\ln 2}{3} + 1$
- ④ $\frac{2\ln 2}{3} + 1$ ⑤ $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$

17. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.
 $n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

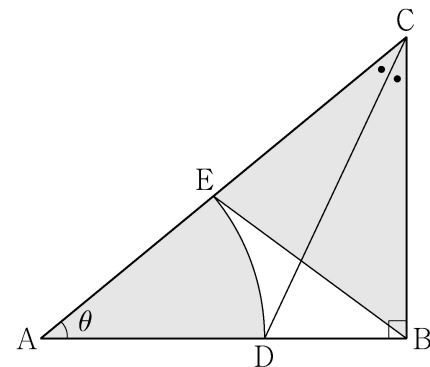
- (i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 (가) 이다.
- (ii) (i) 에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않는 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 (나) 이다.
- (iii) (i) 에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii) 에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \cdots (*)$ 이다. $(*)$ 을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 (다) 이다.

따라서 (i), (ii), (iii) 에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 (가) \times (나) \times (다) 이다.

위의 (가), (나), (다) 에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p + q + r$ 의 값은? [4점]

- ① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

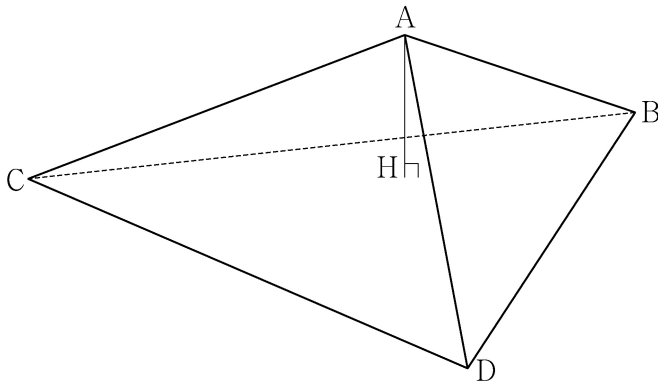
18. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분 AB 의 교점을 D , 중심이 A 이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC 의 교점을 E 라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE 의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE 의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

19. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 BCD를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 삼각형 CDH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 3배, 삼각형 DBH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 2배이고 $\overline{AH}=3$ 이다. 선분 BD의 중점을 M, 점 A에서 선분 CM에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 선분 AQ의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$



20. 점 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 에서 곡선 $y = \sin x (x > 0)$ 에 접선을 그어 접점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

$$\neg. \tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$$

$$\neg. \tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$$

$$\sqsubset. a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$$

- ① \neg ② \neg, \neg ③ \neg, \sqsubset
 ④ \neg, \sqsubset ⑤ \neg, \neg, \sqsubset

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $2\{f(x)\}^2f'(x)=\{f(2x+1)\}^2f'(2x+1)$ 이다.

(나) $f\left(-\frac{1}{8}\right)=1, f(6)=2$

- ① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$
- ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$
- ④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

22. ${}_6P_2-{}_6C_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\tan\theta=5$ 일 때, $\sec^2\theta$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 1 - \cos 4t, \ y = \frac{1}{4} \sin 4t$$

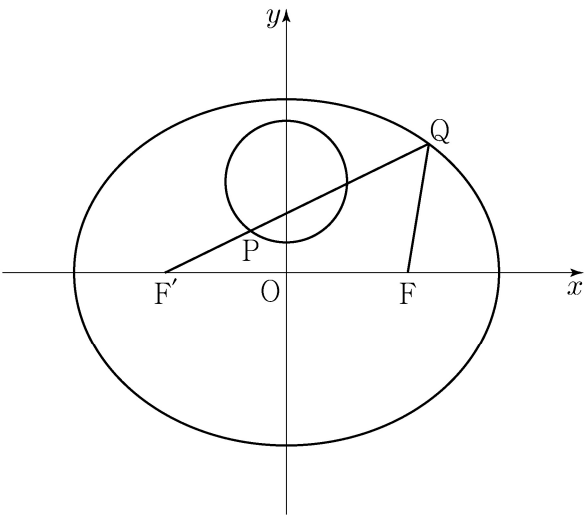
이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

25. $\int_0^\pi x \cos (\pi - x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다. $d - b = 3.86$ 을 만족시키는 σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95, P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을 A , 6 이하의 자연수 m 에 대하여 m 의 약수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하자. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다.
원 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 가 이 타원과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자.
 $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 최고차항의 계수가 6π 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \frac{1}{2 + \sin(f(x))}$ 이 $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소이고,

$\alpha \geq 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1 ,

$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots$ 라 할 때, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1 = 0$ 이고 $g(\alpha_1) = \frac{2}{5}$ 이다.

(나) $\frac{1}{g(\alpha_5)} = \frac{1}{g(\alpha_2)} + \frac{1}{2}$

$g'\left(-\frac{1}{2}\right) = a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오.

(단, $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.